الباب الخامس

بعض نتائج القانون الأول للديناميكا الحرارية

١- معادلة الطاقة :

تعرف معادلة الطاقة لمجموعة بأنها العلاقة التي تعبر عن الطاقة الداخليـة u للمجموعة بدلالة متغيرات الحالة أو الإحداثيات الديناميكية. إن هذه المعادلة لا يمكن اشتقاقها تحليليا من معادلة الحالة للمجموعة، ولكن يجب أن تؤخذ بعض القياسـات التجريبية للسعة الحرارية بالإضافة إلى نتائج أخرى مستخلصة من $p - v - T$.

ومن هذه المعلومات يمكن الحصول على المشتقة الجزئية للطاقـة الداخليـة u بدلالة متغيرات الحالة، وبإجراء التكاملات اللازمة يمكن الحصول علـى معادلـة الطاقة اللازمة للمجموعة .

والآن نستطيع أن نوضح كيفية الحصول على المشتقة الجزئية للطاقة الداخليـة بدلالة السعة الحرارية النوعية ومتغيرات الحالة ومشتقاتها الجزئية . ولإجراء ذلك نأخذ أي زوج من متغيرات الحالة ونعاملها كمتغيرين مستقلين، ثم يجري اشـتقاق العلاقات الخاصة بالمجموعة .

المتغيران المستقلان $v - T$:

لنفرض أن الطاقة الداخلية النوعية u لمجموعة يمكن التعبيـر عنهـا بدلالـة المتغيران T و v . فإن :

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv.$$

فإذا اعتبرنا المجموعات التي يكون فيها الشغل مساويا :

$$d'w = pdv$$

وبالتعويض عن du و d'w في معادلة القانون الأول نحصل على:

$$d'q = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT + \left[p + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T\right] dv.$$

وهذه المعادلة هي عامة، ويمكن استخدامها لأي مادة، ولأي عملية عكسية، فإذا أجريت العملية عند ثبوت الحجم فإن :

$$dv = 0,\ d'q_v = c_v dT_v,$$

حيث:

$$c_v dT_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT_v$$

إذن:

$$c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v$$

لذا فقياس c_v تجريبيا يعطينا مقدار التغير الحادث في الطاقة الداخلية عند تغير درجة الحرارة بثبوت الحجم . لذا يمكن استبدال $(\partial u/\partial t)_v$ بـ c_v في أي معادلة حتى إذا كان الحجم متغير ، لذا لأي عملية عكسية يمكن كتابة القانون الأول على النحو التالي :

$$d'q = c_v dT_v + \left[p + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T\right] dr \qquad (a)$$

فعند ثبوت الضغط يكون :

$$d'q_p = c_v dT_p$$

لذا تصبح المعادلة (a) كما يلي :

$$c_v dT_p = c_v dT_p + \left[p + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T\right] dv_p$$

بقسمة طرفي المعادلة على dT_p فإننا نحصل على:

$$c_p = c_v + \left[p + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T\right]\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p$$

وعند ثبوت درجة الحرارة أي $dT = 0$، تصبح المعادلة (a) :

$$d'q_T = \left[p + \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T \right] dv_T$$

$$= pdvT + \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_p dv_T$$

وتوضح هذه المعادلة كمية الحرارة المضافة لمجموعة في عملية أيزوثيرمالية عكسية تساوي مجموع الشغل المبذول بواسطة المجموعة مـضافا إليـه الزيـادة الحادثة في طاقته الداخلية .

كما نلاحظ أن تعريف السعة الحرارية النوعية عند ثبوت درجة الحـرارة c_T يعطي بواسطة المعادلة $d'q_T = c_T dT$ التي لا تفي بالغرض؛ لأن الكميـة $d'p_T$ لا تساوي صفرا ، بينما dT يساوي صفر ؛ لذا $c_T = \pm \infty$ (لأن $d'q_T$ ممكن أن تكون موجبة أو سالبة) . بمعنى آخر فالمجموعة في العملية الحرارية تسلك كما لو كـان لديها سعة حرارية لا نهائية ، لأن أي كمية من الحرارة يمكن أن تنساب منهـا أو إليها دون أن تحدث تغيرا في درجة الحرارة .

أخيرا لنعتبر العملية الأديباتيكية العكسية وهي التي تكـون فيهـا المجموعـة معزولة حراريا وأن $d'q = 0$.

وتبين أن التغير الحادث في الإحداثيات الديناميكية لهذه العمليـة سـيرمز لـه بالرمز s (دليل) والسبب في ذلك يرجع إلى أن الإنتروبي Entropy يبقى ثابتًا في هذه العملية . والمعادلة التالية :

$$c_v dT_s = -\left[p + \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T \right] dv_s$$

تعطينا العلاقات بين التغيرات في درجة الحرارة والحجم في العملية الأديباتيكية وبقسمة طرفي المعادلة على dv_s ، نحصل على:

$$c_v \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_s = -\left[p + \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)_T \right]$$

بالتعويض عن قيمتا β و K في المعادلات السابقة نحصل على:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_\nu = c_\nu$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial \nu}\right)_T = \frac{c_p - c_\nu}{\beta r} d\nu_T$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \nu}\right)_s = \frac{c_\nu - c_p}{\beta \nu c_\nu}.$$

المتغيران المستقلان p – T T and p independent :

إذا اعتبرنا في هذه المرة T و p متغيرين مستقلين فإننا نكتب :

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T dp.$$

$$d\nu = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T dp.$$

والقانون الأول يصبح في الصورة :

$$d'q = \left[\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p + p\left(\frac{\partial \nu}{\partial T}\right)_p\right] dT + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T + p\left(\frac{\partial \nu}{\partial p}\right)_T\right] dT$$

فإذا أجريت العملية عند ثبوت الضغط فإن :

$$dp = 0\ ,\ d'q = c_p dT_p,$$

$$c_p = \left[\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p + p\left(\frac{\partial \nu}{\partial T}\right)_p\right]$$

نلاحظ أن $c_p = (\partial u / \partial T)_\nu$ وأن $(\partial u / \partial T)_p \neq c_p$

بالتعويض من المعادلة قبل السابقة عن قيمة c_p من المعادلة السابقة c_p نحصل على:

$$d'q = c_p dT + dT\left[\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T + p\left(\frac{\partial \nu}{\partial p}\right)_T\right] dp,$$

وفي العمليات الثابتة الحجم تكون $d'q = c_\nu dT_\nu$ لذا يكون :

$$c_\nu dT_\nu = c_\nu dT_\nu + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T + p\left(\frac{\partial \nu}{\partial p}\right)_T\right] dp_\nu,$$

أو:

$$c_\nu = c_p + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T + p\left(\frac{\partial \nu}{\partial p}\right)_T\right]\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\nu$$

وعند ثبوت درجة الحرارة فإن:

$$d'q_T = \left[\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T + p\left(\frac{\partial \nu}{\partial p}\right)_T\right] dp_T,$$

وهذه تشابه المعادلة التي تنص على أن الحرارة المعطاة تكون مساوية لمجموعة الزيادة في الطاقة الداخلية والشغل المبذول . نجد في العمليات الأديباتيكية:

$$c_p dT_s = -\left[\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T + p\left(\frac{\partial \nu}{\partial p}\right)_T\right] dp,$$

أو :

$$c_p \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s = -\left[\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T + p\left(\frac{\partial \nu}{\partial p}\right)_T\right],$$

وباستخدام القيمة الخاصة بـ β و K نحصل على:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p = c_p - p\beta\nu$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_T = p\nu\kappa - \frac{\kappa}{\beta}\,(c_p - c_\nu)$$

$$d'q_T = \frac{\kappa}{\beta}(c_p - c_\nu)\, dq_T,$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s = \frac{\kappa(c_p - c_\nu)}{\beta c_p}$$

المتغيران المستقلان p – v :

ومعادلات مماثلة كالتي سبقت يمكن اشتقاقها بنفس الطريقة السابقة باعتبـار u دالة للضغط p والحجم النوعي الجزئي v . ثم ربطها بالقـانون الأول للـ ديناميكا الحرارية ، فنحصل على معادلة عامة ، نضع لها الـشروط الخاصـة للعمليـات التضاغطية والحرارية والأديباتيكية .

مما تقدم تم التعبير عن المعادلات الجزئية للطاقة الداخلية u بدلالـة خـواص المادة المقاسة تجريبيا وهي c_p و c_v و β و K سويا مع متغيرات الحالة p و v . كذلك حصلنا على ثلاث تعبيرات للحرارة المناسبة .

الطاقة الداخلية للغازات :

نجد أن المعادلات المشتقة فيما سبق كلها تشمل على المقـدار $\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T$ p فـإذا حصلنا بطريقة عملية دقيقة على c_p و c_v ومعامل التمـدد الحجمـي β . فتغيـر الطـاقة الداخـلية بالنسـبة إلى الحجـم عند ثبوت درجة الحـرارة $(\partial u\ /\ \partial v)_T$ يمكن حسابه . والصعوبة هنا هي إيجاد القيمة العملية لـ cv بطرق أكثر دقـة .

وتوجد طرق مباشرة، ولكنها غير دقيقة لقياس $(\partial u\ /\ \partial v)_T$ للغازات . وهـذه التجارب توضح أن هذه الكمية تكون صغيرة جـدا للغـازات الحقيقيـة، ويمكـن اعتبارها مساوية للصفر للغاز المثالي .

$$P + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{T\beta}{K}$$

فإذا علمت أن معادلة الحالة لأي مادة فإننا نستطـيع حساب قيمة $(\partial u /\partial v)_T$ ، أو لأي مادة معلوم لها قيمتي β و K المقاسة وغير المعتمدين على القيم التجريبية لـ c_p و c_v . فالغاز المثالي :

$$p = \frac{RT}{r}\ ,\ \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_r = \frac{R}{p}$$

و:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_T = \frac{RT}{r} - p = 0$$

لذا فالطاقة الداخلية للغاز المثالي لا تعتمد على الحجم النوعي الجزئي أو الكثافة أو الضغط، وذلك عند ثبوت درجة الحرارة ، حيث من المعادلة السابقة نجد أن :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T = \left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_T \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T = 0$$

فالطاقة الداخلية للغاز المثالي تكون دالة لدرجة حرارته ، وعند أي درجة حرارة فإن الطاقة الداخلية تكون ثابتة، سواء كان الغاز يشغل حيزا كبيرا أو صغيرا أو كان واقعا تحت ضغط كبير أو صغير .

وهذا يتفق مع النظرية الجزئية للغاز المثالي ، وأيضا مع التجارب التي أجريت على الغازات الحقيقة في حالات تكاد تكون شبيهة بالغاز المثالي. فإذا فرضنا أن جزيئات الغاز المثالي لا تتجاذب أو تتنافر ، فبالتالي لا توجد طاقة جهد متبادلة بين جزيئاته ، وتكون طاقته الكلية التي عرفناها بالطاقة الداخلية للغاز تكون مساوية لمجموعة طاقات الحركة .

والطاقة الحركية تعتمد فقط على درجة الحرارة، ولذا تكون الطاقة الداخلية دالة لدرجة الحرارة فقط . وهذا صحيح إذا ضغط غاز مثالي عند درجة حرارة ثابتة ، فإن حجمه ينكمش محدثا ضغطًا كبيرا على جدران الوعاء الحاوي له .

ويرجع هذا إلى تزايد عدد الجزيئات التي تصطدم بالجدران لوحدة زمنية ، وليس لكبر طاقة الجزيئات .

$$c_v = \frac{du}{dT} \text{(ideal gas).}$$

أو:

$$du = c_v dT$$

وبالتكامل نحصل على:

$$u = u_o + \int_{T_o}^{T} c_v dT$$

حيث uo الطاقة الداخلية عند درجة الحرارة T_o ، وليس مـن الـضروري أن تكون مساوية للصفر المطلق . وهذه هي معادلة الطاقة لغاز مثالي ، والتي يمكـن الحصول عليها من مبادئ الديناميكا الحرارية فقط .

فالثابت u_o غير معلوم ولا يوجد مبرر في الديناميكا الحرارية لمساواته بالصفر عند الصفر المطلق . ولإيجاد قيمة التكامل يجب أن نعرف قيمة c_v كدالة لـ T ، ولكن الديناميكا الحرارية تستطيع مفردها وضع الشروط الخاصة لقيمة c_v .

ولغاز فان درفال :
$$p = \frac{RT}{\nu - b} - \frac{u}{\nu^2} \quad \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_r = \frac{R}{\nu - b}$$

مما سبق فإن :
$$\left(\frac{\partial u}{\partial \nu}\right)_T = \frac{u}{\nu^2}$$

وبالتعويض عن قيمة $(\partial u / \partial \nu)_T$ وأجزاء التكامل فإننا نحصل علـى معادلـة الطاقة لغاز فان درفال كدالة لـ T و v .

$$du = c_v dT \; \frac{u}{\nu^2} \, dr.$$

$$u = u_o + \int_{T_o}^{T} c_v dT + u\left(\frac{1}{u_o} - \frac{1}{\nu}\right)$$

حيث u_o تمثل الطاقة النوعية الداخلية عند درجة الحرارة T_o والحجم النـوعي v_o .

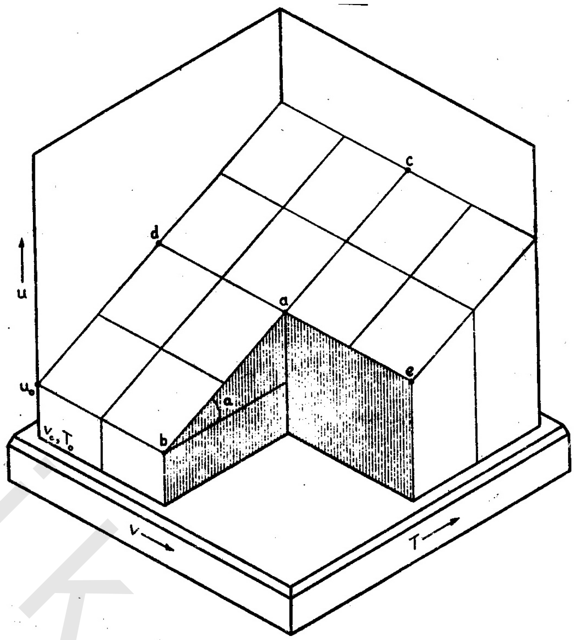
لذلك فالطاقة الداخلية لغاز فان درفال تعتمد علـى الحجـم النـوعي ودرجـة حرارته. مع ملاحظة أن الثابت a يظهر فقط في معادلة الطاقة . والسبب في ذلـك يرجع إلى أن الثابت a يكون مقياسا لقوة التجاذب بين الجزيئات أو الجهد الطـاقي للجزيئات ، بينما الثابت b لا يؤثر في معادلة الطاقة حيث يمثل مقياسـا لأقطـار الجزيئات ، وسوف يوضح مستقبلاً .

وفي مدى درجات الحرارة التي يمكن فيها اعتبار c_v ثابتة ، تـصبح معادلـة الطاقة كما يلي :

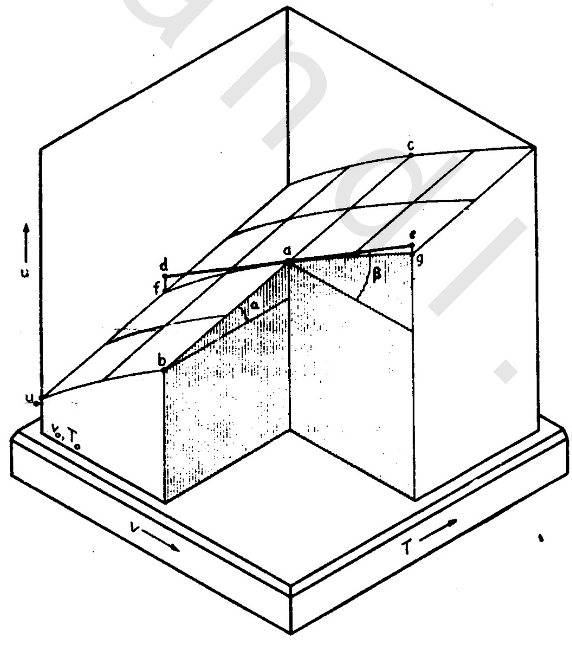
في حالة (غاز مثالي) : $u = (u_o - c_v T_o) + c_v T$

ولكن (غاز فان درفال) : $u = \left(u_o - cT_o + \frac{a}{r_o}\right) + c_v T - \frac{a}{\nu}$

وهاتان المعادلتان يمكن تمثيلهما بيانيا كما في شكلي (أ) و (ب) .



شكل (أ) يمثل طاقة سطح لغاز مثالي (عند ثبوت c_v)



شكل (ب) يمثل طاقة سطح لغاز فان درفال (عند ثبوت c_v)

ففي الشكل (أ) قيمة التفاضل الجزئي $(\partial u / \partial T)$ عند نقطة a هو ميل المستقيم bc عند النقطة a أو $\tan \ \alpha$. وحيث إن هذا الميل يـساوي c_v والتـي سـبق أن فرضناها ثابتة . لذا فالمستقيم bc له نفس الميل عند جميع النقط . وهـذا صـحيح لجميع المستقيمات الأخرى عند ثبوت الحجم.

وقيمة $(\partial u / \partial v)_T$ عند النقطة a هو ميل المستقيم de الذي قيمته صفر عنـد جميع النقطة ؛ وذلك لأن u للغاز المثالي لا تتغير بالنسبة إلى v عند ثبوت T .

في شكل (ب) لغاز فان درفال تكون قيمة $(\partial u / \partial T)_v$ عند النقطة a هي ميـل المستقيم bc . ولما كان هذا مساويا لـ c_v التي اعتبرت ثابتة فإن الخط bc خـط مستقيم مثل جميع الخطوط الأخرى عند ثبوت الحجم .

وقيمة $(\partial u / \partial v)_T$ عند النقطة a هي ميل المنحنى fag عند النقطـة a أو أن ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة a يمثل بالخط المستقيم de . هذا الميل عنـد النقطة a يكون مساويا a / v_a^2 وهو ثابت لجميع النقط عند نفس الحجم، ولكن قيمته تقل كلما ازدادت قيمة v .

مع أن الرسم بالنسبة لمعادلة فان درفال ممثل بالشكل (ب) والذى يمثل طبيعـة السطح $u - v - T$ لأي غاز حقيقي عند ثبوت c_v فالطاقة الداخلية تزداد بزيادة كل من درجة الحرارة والحجم .

الفرق بين السعات الحرارية النوعية:

الصور الخاصة للمعادلات العامة التي اشتقت في البند السابق يمكـن كتابتهـا للغاز المثالي وغاز فان درفال .

غاز مثالي : $c_p - c_v = \beta v p$

ولكن (غاز فان درفال) $c_p - c_v = \beta v\left(p + \frac{a}{t^a}\right)$

للغاز المثالي: $\beta = \frac{1}{T}$

ولغاز فان درفال: $\beta = \frac{Rv^2(v-b)}{RTv^2 - 2a(v-b)^2}, \ p + \frac{a}{v^2} = \frac{RT}{v-b}$

إذن لغاز مثالي: $c_p - c_v = R$

ولغاز فان درفال:

$$c_p - c_v = R\,\frac{1}{1-\frac{2a(v-b)^2}{RTv^2}}$$

وعند النظر إلى بعض القيم التجريبية للنسبة $(c_p - c_v)/R$ لعدد من الغـازات الحقيقية عند درجة حرارة الغرفة . نجد أن هذه النسبة مساوية للواحـد الـصحيح للغاز المثالي لجميع درجات الحرارة ، وتبدو مختلفة عن الواحد الصحيح بأقل مـن ١% تقريبا لجميع الغازات.

العمليات الأديباتيكية :

فيما يلي سوف نأخذ بالاعتبار عملية أديباتيكية عكسية والمعادلة التالية:

$$C_v dT_S = -\left[p + \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_T\right] dv_s$$

تصبح لغاز مثالي:

$$C_v dT_S = -\,p dv_s = -\,\frac{RT}{v} dv_s$$

ولغاز فان درفال

$$C_v dT_S = -\left(p + \frac{a}{b^2}\right) dv_s = -\,\frac{RT}{v-b}\,dv_s$$

وهذه المعادلات يمكن تكاملها لحصول على العلاقة بين T و v فـي العمليـة الأديباتيكية . بإسقاط الدليل s نحصل على المعادلات الخاصة بالغاز المثـالي كمـا يلي :

$$\frac{dT}{T} + \frac{R}{c_v}\frac{dv}{v} = 0$$

$$\ln T + \frac{R}{c_v}\ln v = \ln \text{ثابت}$$

$$Tv^{\frac{R}{c_v}} = \text{ثابت}$$

ولغاز فان درفال:

$$\frac{dT}{T} + \frac{R}{c_v}\frac{dv}{v-b} = 0$$

$$\ln T + \frac{R}{c_v} \ln (v - b) = \ln \text{ثابت}$$

$$T(v - b)^{R/c_v} \frac{R}{c_v} = \text{ثابت}$$

ولما كان من الضروري أن يخضع الغاز لمعادلة حالته في أي عملية عكسية؛ فالعلاقة بين T و p وبين p و v يمكن إيجادها من المعـالات المـذكورة أعـلاه، وذلك بحذف v أو T بينهم وبين معادلة الحالة . كما يمكن إيجاد العلاقات الـسابقة أيضا بتكامل المعادلتين التاليتين :

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S = \frac{k(c_p - c_v)}{\beta c_p}$$

والمعادلة $\frac{\partial u}{\partial p} = \frac{k c_p}{\beta}$ للغاز المثالي نجد أن :

$$T_p - \frac{R}{R + c_v} \quad \text{ثابت}$$

$$p_v \frac{R + c_v}{c_v} \quad \text{ثابت}$$

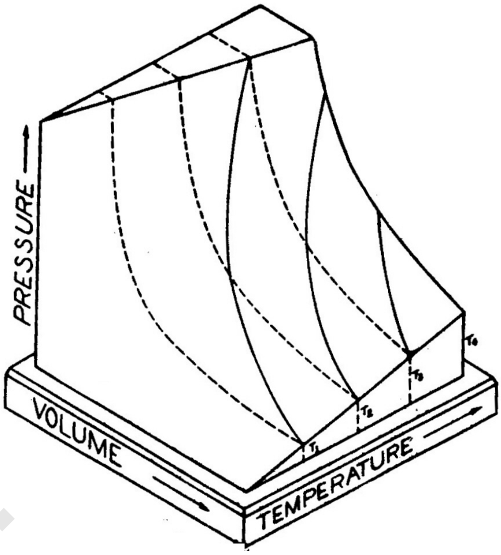
وهاتان المعادلتان يمكن وضعهما في صورة مألوفة إذا استخدمنا الحقيقة التالية $c_p - c_v = R$ للغاز المثالي والكمية γ المعروفـة بالمعادلـة $\gamma = c_p/c_v$. وحينئـذ نستطيع كتابة المعادلات للعمليات الأديباتيكية العكسية للغاز المثالي كما يلي :

$$T_v^{\gamma - 1} \quad \text{ثابت}$$

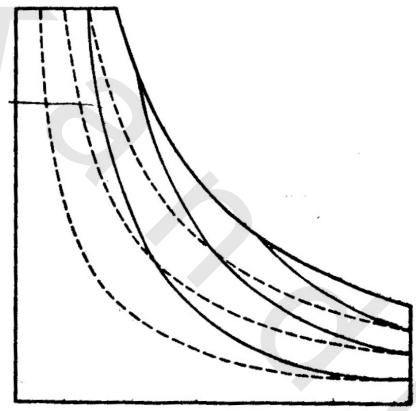
$$T_p = \frac{1 - \gamma}{\gamma} \quad \text{ثابت}$$

$$Pv^{\gamma} = \quad \text{ثابت}$$

والشكل التالي (a) يبـين المنحنيـات علـى الـسطح $p - v - T$ للعمليـات الأديباتيكية لغاز مثالي ومساقط المنحنيات على المستوى $p - v$ موضحة في الشكل (a) .



(a) الخطوط المستمرة تشمل عمليات أديباتكية على **السطح p – v – T لغاز مثالي**



(b) مساقط العمليات الأديباتيكية (a) على **المستوى p – v**

ومساقط المنحنيات الأديباتيكية على المستوى p – v لها عند كل نقطة مماس أكثر انحدارا عن المماس الحراري . ودرجة الحرارة لغاز مثالي تزداد في عملية الانضغاط الأديباتيكي العكسي . وهذا يتضح من الشكل السابق .

وهذه الزيادة في درجة الحرارة قد تكون كبيرة جدا بحيث يمكن استغلالها في تصميم آلة الديزل كمثل دلالة الاحتراق الداخلي ، وعند ضغط المكبس ينضغط الهواء في الأسطوانات إلى حوالي $\frac{1}{15}$ من حجمه عند الضغط الجوي ، وتكون درجة حرارة الهواء مرتفعة عند نهاية المكبس المتحرك بحيث يحترق زيت الوقود

الداخلي دون وجود إشارة لبدء عملية الاحتراق . ويكون الشغل المبذول أثناء تعدد أديباتيكي لغاز مثالي :

$$w = \int_{r_1}^{r_2} p d\nu$$

$$= C\int_{r_1}^{r_2} \nu^{-\gamma} p d\nu$$

$$= \frac{1}{1-\gamma}\left[Cu^{1-\gamma}\right]_{r_1}^{r_2}$$

حيث c هو المقـدار الثابـت فـي المعادلـة $p\nu^{\gamma}$. ولكي نقـول: إن C = ثابت = $p\nu^{\gamma}$ معناه أن C = ثابت = $p_1\nu_1^{\gamma} = p_2\nu_2^{\gamma}$

لذا عند التعويض بالحد الأعلى للتكامـل فـي المعادلـة $w = \frac{1}{1-\gamma}[c_p^{\ 1-\gamma}]$ فتحصل على المعادلة التالية :

$$w = \frac{1}{1-\gamma}(= p_2\nu_2 - p_1\nu_1).$$

كذلك نستطيع الحصول على الشغل باعتبار أنه لا يوجد انسياب للحرارة من أو إلى المجموعة في العملية الأديباتيكية ؛ فالشغل المبذول يكون على حساب الطاقـة الداخلية للمجموعة . حيث $u_2 - u_1 = -w$ وللغاز المثالي:

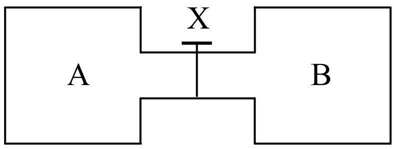
$$w = u_1 - u_2 \quad = \quad c_p (T_1 - T_2)$$

باعتبار c_p ثابتة .

وكذلك الشغل المبذول لغاز فان درفال من السهل الحصول عليه بنفس الطريقة السابقة ، ومن المعادلة: $u = u_o + c_v dT\int_{T_o}^{T} + a\left(\frac{1}{\nu_o} - \frac{1}{\nu_o}\right)$ نجد أن الـشغل يكون في الصورة التالية: $w = r_o (T_1 - T_2) - a\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$.

تجربة جول :

لقد تمت دراسة الطاقة الداخلية للغازات الحقيقية عمليا بواسطة جول وغيـره . وإحدى هذه التجارب هي أن تجعل الغاز يتمدد حرا؛ بمعنى أن الغاز يتمـدد فـي وعاء مفرغ . وجهاز جول المستخدم موضح بالشكل التالي :



تجربة جول

والجهاز يتركب من وعائين A، B يتصلان بأنبوبة يقفلها صمام X ، والغاز الموجود في الوعاء A تحت ضغط كبير، بينما يكون الوعاء B مفرغًا تماما . ولإجراء التجربة يفتح الصمام X فيندفع الغاز من الوعاء A ليملأ الوعاء B ، وهو بذلك يتمدد تمددا حرا وننتظر حتى نحصل على حالة اتزان حراري .

وفي حالة التمدد الحر فإن الغاز لا يبذل شغلا على ما يحيط به، وإنما يبذل الغاز شغلا ميكانيكيا على حساب الطاقة الداخلية للغاز في الوعاء A ، وبذلك تقل طاقة الحركة للجزيئات فتنخفض درجة حرارة الغاز .

ولابد أن نمنع أي تسرب للحرارة من الغاز إلى ما يحيط به، وهذا صعب تحقيقه عمليا . فإذا عزل الجهاز حراريا ؛ فالحرارة المكتسبة أو المفقودة من الوعائين إلى ما يحيط بهما تكون صغيرة جدا . وإذا تغيرت درجة حرارة الغاز أثناء التمدد سيكون هنا تسرب للحرارة إلى جدران الوعائين .

ومن المعروف أن السعة الحرارية للوعاء أكبر من السعة الحرارية للغاز، لذا فالتغير الناتج لدرجة الحرارة يكون صغيرا جدا، ومن الصعب ملاحظته بدقة عما لو كان الغاز معزول تمام .

كما يمكن حساب التغير في درجة حرارة الغاز بفرض أنه معزول تماما إذا علمت السعات الحرارية لكل من الغاز والوعاء الحاوي له . وسوف نعتبر تجربة مثالية وهي التي يكون فيها تسرب الحرارة والشغل المبذول مساويا للصفر، أي أنه لا يوجد تغير في الطاقة الداخلية للغاز .

ونجد أن التغير في الحجم كبيرا أثناء التمدد الحر للغاز ، فإذا كانت u_1, v_1, T_1 تشير إلى حالة الغاز قبل التمدد، وأن u_2, v_2, T_2 تشير إلى حالة الغاز بعد التمدد وباعتبار c_v ثابتة أثناء التمدد، وأن $u_2 = u_1$ وباستخدام معادلة الطاقة الكامنة :

لغاز فان درفال فإننا نحصل على المعادلة $u = u_o + \int_{T_o}^{T} \left(\frac{1}{v_o} - \frac{1}{v}\right) c_v dT + a$

التالية :

$$c_v\,(T_2 - T_1) = a\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

كما يمكن قياس الحجوم في المعادلة السابقة تجريبيا وإيجاد قيمة a من الجداول، وبذلك يمكن حساب التغير في درجة الحرارة ، وحيث إن a كمية موجبة لجميع الغازات فمن الضروري أن $\frac{1}{v_2}$ يكون أصغر من $\frac{1}{v_1}$ ، وعليه يجب أن تكون T_2 أصغر من T_1 .

أي أنه يحدث انخفاض في درجة حرارة غاز فان درفال في حالة التمدد الحر . كما يمكن توضيح ذلك باستخدام النظرية الحركية للغازات باعتبار أن الطاقة الكلية للجزيئات (أي مجموعة طاقتي الحركة والوضع) تظل ثابتة أثناء التمدد .

ولما كانت الجزيئات تتباعد بعد التمدد فتزداد طاقة الوضع وتقل طاقة الحركة، لذا تنخفض درجة الحرارة . ويمكن حساب الانخفاض في درجة الحرارة لغاز ثاني أكسيد الكربون CO_2 من البيانات الآتية :

$v_1 = 2\ m^3/mole,\ v_2 = 4\ m^3/mole,\ a = 366 \times 10^3,\ c_v = 3.38 \times 8.31 \times 10^3$

$$\therefore T_2 - T_1 = \frac{a}{c_v}\left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2}\right) = \frac{366\times10^3}{3.88\times9.31\times10^3}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) \approx -3\ \text{deg.}$$

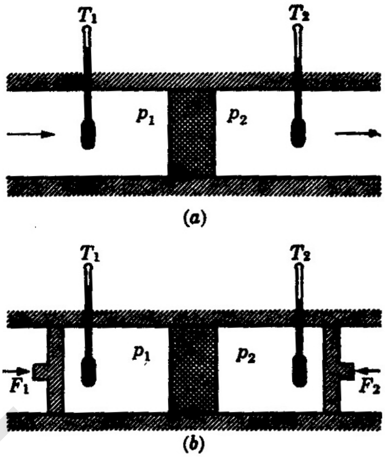
وهذا هو الانخفاض المتوقع في درجة الحرارة للغاز بفرض أنه معزول تمام، ولكن التغير في درجة الحرارة المقاسة تجريبيا يكون صغيرا جدا لصعوبة عزل الغاز تماماً .

وهذا أمر معروف في جميع التجارب العملية، وللغاز المثالي يكون التغير في درجة الحرارة مساويا للصفر؛ ولذا $\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T$ تساوي صفرا لهذا الغاز .

تجربة جول – كلفن أو تجربة الحاجز المسامي :

ونظرا لصعوبة القياس الدقيق للتغيرات الصغيرة في درجة الحرارة لغاز في حالة التمدد الحر؛ لذلك صمم جول – كلفن تجربة أخرى تظهر فيها التغيرات الصغيرة في درجة الحرارة لغاز في حالة التمدد الحر .

وقد استخدم جول وكلفن أسطوانة معزولة حراريا بها غاز ويقفلها من طرفيها. مكبسان A ، B حرا الحركة ويوجد بينها حاجز مسامي يقفل الأسطوانة تماما من منتصفها، كما مبين في الشكل التالي :



الانسياب خلال حاجز مسامي

وعندما يدفع المكبس A بقوة F_1 حيث $F_1 = P_1A$ لكي يتحرك جهة الحـاجز المسامي تمر جزيئات الغاز الموجودة أصلاً بالأسطوانة من مسام الحاجز، وذلـك تحت تأثير الضغط P_1 إلى الناحية اليسرى منه .

ثم تدفع حينئذ جزيئات الغاز بعد مرورها من الحاجز إلى المكبس B بقوة $F_2 = P_2B$ حيث يصبح الضغط الواقع عليه من الناحية اليمنى P_2 ، ويمكـن قيـاس درجتي الحرارة على جانبي الحاجز المسامي بواسطة ترمومتران T_2, T_1 .

ونجد أن الشغل المبذول بواسطة الغاز بين المكبسين يكون في الصورة التالية:

$$W = p_2V_2 – p_1V_1 = m(p_2v_2 – p_1v_1).$$

كما أن التغير في الطاقة الداخلية للمجموعة تكون مساوية للتغير فـي الطاقـة الداخلية لكتلة الغاز m المار خلال الحاجز المسامي، كما بالمعادلة التالية :

$$U_2 – U_1 = m (u_2 – u_1)$$

وحيث إن المجموعـة معزولـة حراريا، أي أن كمية الحرارة المتـسربة Q خلال المجموعـة تكون مسـاوية للصفر . وباستخـدام القانـون الأول $U_2 – U_1 = Q – W$. نجد أن :

$$\therefore m (U_2 – U_1) = 0 – m (p_2v_2 – p_1v_1),$$

$$u_2 - u_1 = p_1v_1 - p_2v_2,$$
$$u_1 + p_1v_1 = u_2 + p_2v_2.$$

كما أننا نجد أن التغير في الطاقة الداخلية لا يساوي صفرا ، كمـا فـي حالـة التمدد الحر، ولكن مساويا للتغير في حاصل ضرب pv . ونتائج التجربة ليس من السهل تفسيرها وبمعنى آخر الفرق بين درجتي حرارة الغاز على جانبي الحـاجز المسامي تكون كبيرة .

وعندما نفرض أن الغاز يخضع لمعادلة فان درفال فـإن : $c_p = c_v + R$ و c_v ثابتة فالمعادلة الأخيرة السابقة تصبح في الشكل التالي :

$$c_p(T_2 - T_1) \approx \frac{2a - RT_2b}{v_2} - \frac{2a - RT_1b}{v_1}$$

ونلاحظ أن هذه المعادلة تشتمل على الثابتين a ,b ، أي أن التغير في درجـة الحرارة يمكن تعيينه بمعرفة القوة بين الجزيئات وأقطارها .

كما أن المعادلة السابقة ليس من السهل حلها بالنـسبة $(T_2 - T_1)$. وسـنوجد قيمة RTb ونقارنها بقيمة $2a$ لغاز ثاني أكسيد الكربون عند درجة $300°K$ كلفـن حيث :

$$RTb = 8.31 \times 10^3 \times 300 \times 4.29 \times 10^{-2} = 1.08 \times 10^8$$

$$\therefore\ 2a = 2 \times 3.66 \times 10^5 = 7.32 \times 10^6$$

ونجد أن قيمة RTb حوالـي ١٠% من قيمة $2a$ ، ولما كان الفـرق بين T_1, T_2 صغير جدا . يمكن أن نكتب بدون الوقـوع في خطـأ أن :

$$RT_1b = RT_2b = RTb$$

حيث T يمكن أن تحل محل T_1 ، أو T_2 ، أو القيمة المتوسط بينهما، ونحصل على المعادلة التالية :

$$T_2 - T_1 \approx \frac{2a - RTb}{c_p}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{u_1}\right)$$

وباستخدام المعلومات التي ذكرتها تجربة جول والتعويض بها فـي المعادلـة السابقة، نحصل على المعادلة التالية :

$$T_2 - T_1 \approx \frac{(7.32-1.08)10^5}{4.40\times 8.31\times 10^3}\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right) \approx -4.3 \text{ درجة}$$

وكما وضحنا من قبل أن الانخفاض في درجة الحرارة يكون تقريبـا مـساويا للانخفاض الذي يحـدث لو كانـت المجموعة معزولة تماما، وبما أن $a = b = 0$ للغاز المثالي، لذا فالتغير في درجة حرارته تساوي صفرا عند دفعه خلال الحـاجز المسامي .

الإنثـــالـــبي:

تبين أن مجموع الكميات $u = pv$ أو $u + pv$ توجـد غالبـا فـي معـادلات الديناميكا الحرارية . ولقد وجدنا سابقًا أن: $u + pv$ لا تتغير عند ضغط الغاز خلال الحاجز المسامي . والمقدار $U + pV$ يسمى الإنثالبي، ويرمـز لهـا بـالرمز H. والإنثالبي النوعية لوحدة الكتل أوللجزيء يرمزلها بالرمز h حيث:

$$H = U + pV, h = u + pv$$

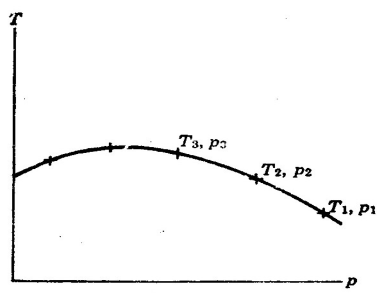
ونجد أن pv, u دوال لحالة المجموعة فقط ، وبالمثل الإنثالبي ، كمـا أن dH، dh تكونا تفاضلات مضبوطة . وفي حالة الإنثالبي المعادلة :

$$u_1 + p_1v_1 = u_2 = p_2v_2$$

تصبح كما يلي : $h_1 = h_2$.

ونفرض أننا قمنا بعمل سلسلة من تجارب جول وكلفـن علـى نفـس الغـاز محتفظين بالضغط الابتدائي P_1 ودرجة الحرارة T_1 ثـابتين لجميـع التجـارب ، مغيرين معدل دفع المكبس جهة الحاجز المسامي آخذين سلسلة من القيم .

ولتكن هذه القيم P_2 ، P_3 وتكون درجات الحرارة المناظرة والمقاسة في كـل تجربة هي T_2 ، T_3 ، وكل زوج من القيم $(P_2$ ، $T_2)$ و$(P_3$ ، $T_3)$ يعين نقطـة في الشكل التالي :

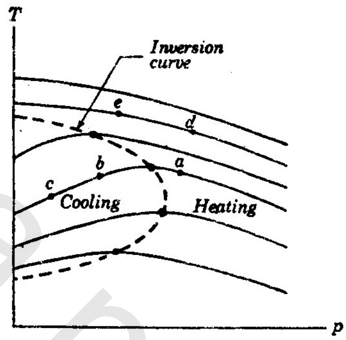


(a) تساوي نقط الإنثالبية

وحيث إن $h_1 = h_2 = h_3$ ، أي أن الإنثالبي واحد عند جميع النقاط والمنحنـى المار خلال هذه النقط هو منحنى الإنثالبي الثابت ، وأنه لا يمثل العمليـة المنجـزة بواسطة الغاز أثناء مروره خلال الحاجز المسامي .

وبما أن العملية لا عكسية والغاز لا يمر بحالات اتزان متتالية، لذا يجب قياس الضغط النهائي ودرجة الحرارة عند مسافات كافية من الحاجز المسامي .

وبإجراء مجموعات أخرى من التجارب بنفس الـشروط الـسابقة (محتفظـين بالضغط الابتدائي P_1 ودرجة الحرارة T_1 ثابتين للمجموعة الواحدة ولكنهما يختلفان باختلاف (المجاميع) . فنحصل على عدد من منحنيات الإنثالبي كالمبينة في الـشكل التالي ، وأنها نموذج لجميع الغازات الحقيقية.



(b) المنحنيات الإنثالبية مع منحنى الانقلاب

وإذ لم تكن درجة الحرارة مرتفعة جدا تمر منحنيات الإنثالبيـة خـلال قيمـة عظمى تسمى بنقطة الانقلاب Inversion point ، والمنحنى المار بنقط الانقـلاب يعرف بمنحنى الانقلاب Inversion curve .

ونجد أن ميل المماس لمنحنى الإنثالبية عند أي نقطة يكون $(\partial T/\partial p)_h$ ، وعند نقطة الانقلاب تكون: $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h = 0$.

والنتيجة التي حصلنا عليها نتيجة مسبقة وسوف تشتق بمساعدة القانون الثاني، وهي كما يلي :

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h = -\frac{1}{c_p}\left[v - T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p\right] = -\frac{v}{c_p}(1-\beta T)$$

وعند نقطة الانقلاب نجد أن $T_1 = 1/B, 1-BT, = 0$ ، ولغاز فان درفال:

$$Ti = \frac{RT_i v^2 - 2a(v-b)^2}{Rv^2(v-b)^2} = \frac{2a(v-b)^2}{Rbv^2}$$

والمعادلة التي تشمل كلا من T_i ، p_i نحصل عليها بحرف v بين المعادلة المذكورة أعلاه ومعادلة الحالة . والمنحنى ممثل بالخط المتقطع في الشكل السابق .

ولاستخدام تأثير جول – كلفن في إسالة الغازات يجب اختيار درجة الحرارة والضغط الابتدائي، وكذلك الضغط النهائي لكي نحصل على انخفاض في درجة الحرارة، وهذا يحدث فقط إذا وقع الضغط ودرجة الحرارة الابتدائية على منحنى له نهاية عظمي .

والانخفاض في درجة الحرارة يحدث تمدد الغاز من النقطة a أو b إلى النقطة c ، ولكن يحدث ارتفاع في درجة الحرارة عندما يحدث تمدد من النقطة d إلى النقطة e .

وهنا لابد أن نشتق بعض الخواص المهمة لدالة الإنثالبي، ويمكن كتابة ما يلي لأي عملية عكسية متناهية الصغر أي أن :

$$h = u + pv, \quad \therefore\ dh = du + pdv + vdp$$

ولكن من القانون الأول: $du + pdv = d'q,$

لـــــــــــــذا: $dh = d'q + vdp$

وللعملية ذات الضغط الثابت فإن: $dp = 0\ ,\ d'q = c_p dT_p$

لـــــــــــــذا: $dh_p = c_p dT_p$

و: $\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p = c_p$

ولعملية محدودة عند ضغط ثبات فإن:

$$(h_2 - h_1)_p = (u_2 - u_1)_p + p\ (v_2 - v_1)_p$$

وإذا كانت العملية العكسية، فالطرف الأيمن للمعادلة السابقة يكون مساويا للحرارة q_p الممتصة (المتكسبة) بواسطة المجموعة، وذلك من القانون الأول أي أن: $(h_2 - h_1)p = q_r$.

لذا فالحرارة الممتصة في أي عملية عكسية عند ثبوت الضغط تكون مساوية للفرق بين الإنثالبي للمجموعة في نهاية العملية ، ولقد رأينا أن الحرارة لا تميز المجموعة لذا لا يمكن وضع جدول يشتمل على الحرارة في مجموعة كدالة لحالة المجموعة ، لاستخدامه في إيجاد الحرارة الممتصة بواسطة المجموعة في أي عملية .

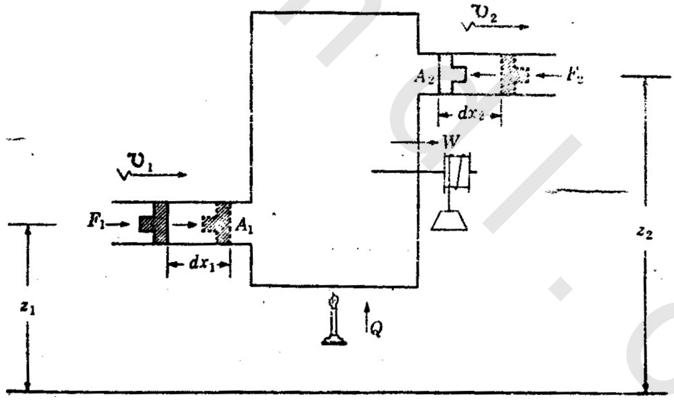
بينما نجد أن الإنثالبي تميز المجموعة، ويمكن وضع جدول يشمله ، فإذا أعطينا مثل هذا الجدول يمكننا إيجاد قيمة الإنثالبي عند نهاية أي عملية عكسية ثابتة الضغط، وبالطرح نحصل على الحرارة الممتصة في مثل هذه العملية .

مما تقدم يتضح أن الإنثالبي في عملية ذات الضغط الثابت يلعب نفس الدور الذى تلعبه الطاقة الداخلية في العملية ذات الحجم الثابت . أي أن :

$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p, \; q_p = h_2 - h_1 \quad c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v, \; q_v = u_2 - u_1$$

معادلة الطاقة للتدفق الثابت :

يمثل الشكل التالي عملية ذات تدفق ثابت لسائل :



عملية التدفق الثابت لسائل

وهذا الجهاز يمكن أن يكون آلة بخارية أو تربينة أو ثلاجة، وسنفرض وجود حالة ثبات ، بمعنى أن: معدل امتصاص الحرارة ومعدل الشغل المبذول يكونا ثابتين ، وكتلة السائل لوحدة الزمن الداخلية والخارجية تكونا ثابتين ومتساويين ، وحالة السائل لا تتغير بالوقت عند أي نقطة ، أو تعود دوريا لنفس الحالة .

وعند تخيل وجود مكبسين في الأنبوبتين التي يدخل ويخرج منهما السائل تحت الدراسة . ونفرض أنهما يتحركان بسرعة v_1, v_2 في الفترة الزمنية التـي يـدخل ويخرج فيها كتلة سائل m من الجهاز .

كما أن F_1, F_2 هما القوتين المؤثرتين على مساحتي المكبسين A_1, A_2 لإزاحة الكتلة m مسافة x_1, x_2 ، وأن Q تمثل الحرارة الممتـصة و W الـشغل النـاتج والشغل النهائي بواسطة المجموعة أثناء تدفق كتلة m من وإلى الجهاز ، يكون كما يلي : $W + F_2x_2 - F_1x_1$ = الشغل النهائي .

حيث إن: $F_1x_1 = p_1A_1x_1 = p_1V_1, F_2x_2 = p_2A_2x_2 = p_2V_2$.

والشغل النهائي : $W + p_2V_2 - p_1V_1$

حيث V_1, V_2 الحجمان اللذان تشغلهما الكتلة m أثناء الدخول والخروج مـن الجهاز .

وكما سبق ذكره فإن الزيادة في الطاقة الداخلية للكتلة m تكون كما يلي:

حيث u_1, u_2 هما الطاقة الداخلية النونية عند الدخول والخروج، بالإضافة إلى ذلك وجود زيادة في طاقة حركة الكتلة m تساوي : $\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$

والزيادة في الطاقة الوضعية تساوي : $mg\ (z_2 - z_1)$,

حيث g عجلة الجاذبية الأرضية acceleration . بمساواة الطاقـة المتكونـة نحصل على:

$$Q - (W + p_2V_2 - p_1V_1) = m\ [(u_2 - u_1) + \tfrac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) + g(z_2 - z_1)]$$

وبالقسمة على m وترتيب حدود المعادلة السابقة نحصل على المعادلة التالية :

$$(u_1 + p_1v_1 + \tfrac{1}{2}v_1^2 + gz_1) - (u_2 + p_2v_2 + \tfrac{1}{2}v_1^2 + gz_1) - w + q = 0$$

ولكن :

$$h_1 = (u_1 + p_1v_1)$$

$$h_2 = (u_2 + p_2v_2)\quad ،$$

وبالتعويض نحصل على المعادلة التالية :

$$(h_1 + \tfrac{1}{2}v_1^2 + gz_1) - (h_2 + p_2v_2 + \tfrac{1}{2}(v_2^2 + gz_2) - w + q = 0$$

وهذه هي معادلة الطاقة للتدفق الثابت وسوف نـستخدمها لـبعض الحـالات الخاصة :

أولاً : تجربة جول – كلفن:

لكي نثبت تساوي الإنثالبي لمجموعة معزولة حراريا نقوم بإجراء تجربة تكون فيها المجموعة معزولة حراريا ، أي أن الحرارة المنسابة من أو إلـى المجموعـة تكون مهملة ، والشغل الناتج يساوي صفرا .

ولا يوجد تغير في كل من الارتفاع الرأسي والتغير في السرعة صـغير جـدا بحيث يمكن إهمال الفرق بين مربعيهما، وعليه فإن المعادلة الـسابقة كمـا يلـي : $h_1 = h_2$ ولقد حصلنا على ذلك من قبل .

ثانيا : التربين:

غالبا ما تكون درجة حرارة بخار التربين أكبر مما يحيط به ولكن تدفق السائل خلاله يكون سريع، ولذا فالحرارة المفقودة لوحدة كتلـة البخـار تكـون صـغير. والمطلوب إيجاد الشغل التربين .

والشغل الناتج لا يساوي صفرا في هذه الآلة، ولكن يمكن إهمال الفـرق بـين الارتفاعين الرأسيين للدخول والخروج لا تكون معادلة الطاقة للتروبين في الصورة التالية :

$$W = h_1 - h_2 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2}$$

كما أن الشغل الناتج لوحدة كتلة البخار في حالة التربين يعتمد على كـل مـن فرق الإنثالبي الداخلة والخارجة، وكذلك الفرق بين مربع السرعات .

ثالثًا : إيجاد سرعة التدفق خلال الأنابيب الضيقة:

البخار الخارج من المرجل بسرعة صغيرة تزداد سرعته بتدفقه خلال أنبوبـة ضيقة قبل اصطدامه بريش التربين ، وفي الشكل التالي يوضح تدفق البخار خـلال أنبوبة واسعة بسرعة صغيرة v_1 وخروجه من أنبوبة ضيقة بسرعة كبيرة v_2.

التدفق خلال الأنابيب الضيقة

وفي هذه الحالة نجد أن الشغل الناتج مساويا للصفر ، والحرارة المنسابة تكون صغيرة ويمكن اعتبارها تساوي صفرا ، والاختلاف بين الارتفاعات الرأسية تكون صغيرة ؛ لذا تؤول المعادلة التالية :

$$(h_1 + \tfrac{1}{2}v_1^2 + gz_1) - (h_2 + \tfrac{1}{2}(v_2^2 + gz_2) - w + q = 0$$

إلى المعادلة التالية :

$$v_2^2 = v_1^1 + 2 \quad (h_1 - h_2)$$

رابعا : معادلة برنولي:

إذا اعتبرنا تدفق سائل غير قابل للانضغاط خـلال أنبوبـة مختلفـة المقطـع والارتفاع الرأسي عن سطح الأرض فيكون الشغل الناتج يساوي صفرا، وأن التدفق أديباتيكي . وتصبح المعادلة في الصورة التالية :

$$h_1 + \tfrac{1}{2}v_1^2 + gz_1 = h_2 + \tfrac{1}{2}v_2^2 + gz_2 = \text{ثابت}$$

وبالتعويض عن قيمة الإنثالبي نحصل على المعادلة التالية :

$$u + pv + \tfrac{1}{2}v^2 + gz = \text{ثابت}$$

ومن القانون الأول نجد أن : $du = dq - pdv.$

وبما أن التدفق أديباتيكي أي أن: $dq = 0$ والسائل غير قابـل للانـضغاط أي $du = 0$ ؛ لذا u تكون ثابتة ، والمعادلة التالية :

$$u + pv + \tfrac{1}{2}v_2 + gz = \text{ثابت}$$

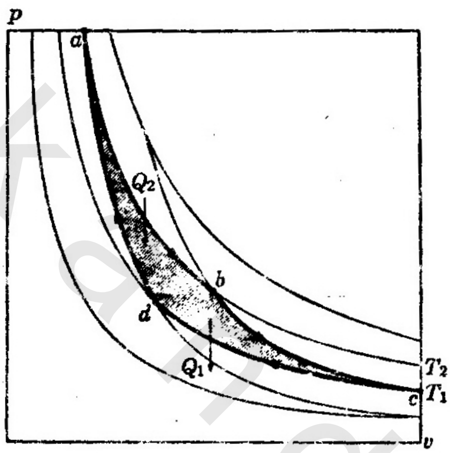
بوضع $v = 1/p$ نحصل على ثابت : $p + ½pv^2 + pyz =$

هذه معادلة برنولي للتدفق الثابت لسائل غير قابل للانضغاط وسرعته صفر . ومعادلة برونولي هي حالة خاصة من المعادلة العامة للطاقة للتدفق الثابت .

دورة كارنوت:

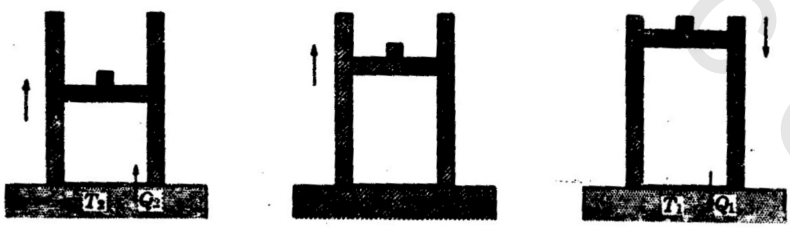
هي عملية دورية بسيطة ، وهي التي فيها تأخذ مادة التشغيل الحـراري مـن مستقبل عند درجة حرارة ثابتة T_2 فتتمدد أديباتيكيا وعكـسيا . فتـنخفض درجـة حرارتها إلى T_1 معطية حرارة عكسية إلى مستقبل عند هذه الدرجة ، ثم تنـضغط عكسيا وأديباتيكيا إلى حالتها الأصلية .

ومادة التشغيل ممكن أن تكون مادة صلبة، أو سائلة، أو غازيـة، ويمكـن أن تتغير حالتها خلال الدورة . شكل دورة كارنوت في المستوى $p - v$ هـي مـسافة محدود بمنحنيين حراريين ومنحنيين أديباتيكيين . فإذا كانت مادة التـشغيل غـاز، فالشكل التالي يوضح الدورة .



دورة كارنوت

وكمثل حي لدورة كارنوت نعتبر آله كارنو الموضحة، بالشكل التـالي ومـادة التشغيل فيها تكون سائلة . وتتكون الآلة من أسطوانة بها سـائل ومكـبس محكـم يتحرك بحرية داخلها .



سائل عازل مستقبل

آلة كارنوت

ونجد أن جدران الأسطوانة والمكبس مصنوعة من مادة عازلة حراريا بينما تكون قاعدة الأسطوانة مصنوعة من مادة جيدة التوصيل الحراري ومستقبلان للحرارة عند درجتي T_1, T_2 وحامل ذو قاعدة معزولة ومستقبل شغل .

نفرض أننا بدأنا عند درجة حرارة T_2 مناظرة للنقطة a في شكل دورة كارنوت والدورة تتم على أربعة مراحل مقسمة كالآتي :

المرحلة الأولى : نضع الأسطوانة على مستقبل حراري درجة حرارته T_2 ويسمح للسائل بالتمدد ببطء . وفي هذه العملية ينتقل جزء من الشغل إلى المستقبل ويمتص السائل كمية الحرارة Q_2 من المستقبل الحراري لمعادلة تأثير التمدد الحراري .

المرحلة الثانية : توضع الأسطوانة بعد ذلك على حامل ذي قاعدة معزولة حراريا فيصبح بذلك السائل معزولاً عزلا تاما . ونسمح للسائل بالتمدد فتنخفض درجة حرارته من T_2 إلى T_1 بسبب هذا التمدد الأديباتيكي . وفي هذه المرحلة نجد أن السائل يبذل شغلا أكثر .

المرحلة الثالثة : توضع الأسطوانة بعد ذلك على مستقبل حراري درجته T_1 ويضغط السائل ببطء تحت درجة حارة ثابتة ، وتفقد بذلك الحرارة الزائدة Q_1 وهي التي نتجت عن ضغط السائل على المستقبل، وفي هذه المرحلة بذل شغل على السائل أي انضغاط حراري .

المرحلة الرابعة : توضع أخيرا الأسطوانة وتوضع على العازل ويضغط السائل أكثر مع ثبوت كمية حرارته فترتفع درجة حرارته من T_1 إلى T_2، وبذلك نعود إلى الحالة الأصلية أي انضغاط أديباتيكي .

ومن الشكل الخاص بدورة كارنوت نلاحظ أن الشغل المبذول بواسطة السائل في مرحة التمدد من a إلى b إلى c أكبر من الشغل المبذول على السائل أثناء مرحلتي الانضغاط من c إلى d إلى a . نفرض أن W تمثل الشغل النهائي المبذول بواسطة السائل .

ونجد أن السائل امتص من المستقبل الذي كانت درجة حرارته T_2 كمية من الحرارة Q_2 وقذف كمية من الحرارة Q_1 إلى المستقبل الذى كانت حرارته T_1 ؛ ولذلك تكون الحرارة النهائية الممتصة بواسطة مستقبل تكون مساوية $Q_2 + Q_1$.

وحيث إن السائل أكمل دورة كاملة، لذا لا يوجد تغير في طاقتـه الداخليـة ، ويمكننا كتابة الآتي على ضوء القانون الأول :

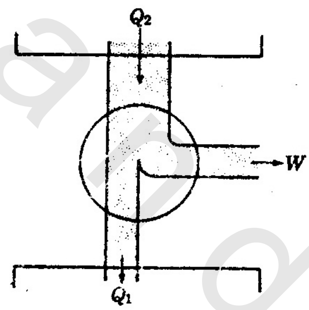
$$Q_2 + Q_1 - W = 0$$

$$\therefore \; W = Q_2 + Q_1$$

وبذلك يكون الشغل النهائي المبذول بواسطة المجموعة مـساويا لمجمـوع أو الفرق بين القيم المطلقة للحرارة الممتصة مـن المـستقبل الحـراري ذات درجـة الحرارة المرتفعة والمقذوفة إلى المستقبل ذات الدرجة المنخفضة .

وهذا يوضح عمل الآلة الحرارية من حيث تحول الحرارة إلى شغل ميكـانيكي مفيد ، وذلك باستخدام مستقبل ساخن ومستقبل بارد فتمتص الآلة من الأول كميـة حرارة Q_2 يستقل جزء فقط منها على هيئة شغل مفيد وتقذف الباقي علـى شـكل حرارة بدرجة أقل .

ويمكننا تمثيل عمل الآلة الحرارية برسم توضيحي كما في الشكل التالي:



رسم توضيحي لشكل التدفق لآلة حرارية .

نجد أن عرض الخط الأنبوبي من المستقبل ذو الحرارة المرتفعة يتناسب مـع الحرارة Q_2 ، بينما عرض الخط الأنبوبي إلى المستقبل ذو الحـرارة المنخفـضة يتناسب مع الحرارة Q_1 ، وعرض الخط الأنبوبي الجانبي الخارج من الآلة يتناسب مع الشغل الميكانيكي الناتج W .

والدائرة ليست إلا رسم توضيحي يشير إلى الآلـة . كمـا أن كفـاءة الآلـة الحرارية η تعرف بأنها النسبة بين كمية الشغل الذي يمكن استخدامه واستخلاصـه بواسطتها W إلى كمية الحرارة التي امتصتها الآلة من المـستقبل Q_2 باسـتخدام المعادلة $w = Q_2 + Q_1$ ويمكن كتابة المعادلة الآتية :

$$\eta = \frac{W}{Q_2} = \frac{Q_2 + Q_1}{Q_2}$$

وبالطبع كمية الحرارة Q_1 هي جزء من ناتج الآلة، ولكنه عديم الفائدة من الناحية الاقتصادية، وكلما نقصت كمية الحرارة Q_1 ، أي العادم والتي تستغني عنها الآلة دون فائدة كلما ازدادت كفاءة الآلة حتى تصل إلى القيمة $n = 1$ وتكون كفاءة الآلة ١٠٠% .

وتعريف الكفاءة بأنه: خارج قسمة الشغل الناتج على كمية الحرارة الممتصة ليس قاصرا على آلة كارنوت، بل إنه تعريف عام لجميع الآلات الحرارية ، وإذا عكس اتجاه دورة كارنوت فينعكس اتجاه جميع الأسهم في الشكلين السابقين .

ولكن لا تتغير من قيم كل من Q_2 و Q_1 W .Q_1 كمية الحرارة الممتصة من المستقبل ذات درجة الحرارة المنخفضة W هو الشغل المبذول بواسطة المستقبل .

وكمية الحرارة Q_2 تساوي $Q_1 - W$ تمثل كمية الحرارة المقذوفة إلى المستقبل ذات الحرارة المرتفعة . ويمكننا القول بناءاً على ذلك: إن لدينا ثلاث آلات كارنوت بدلاً من آلة واحدة، وهذا يعني أن الحرارة المسحوبة Q_1 من المجموعة عند درجة حرارة منخفضة إلى الجزء الداخلي للثلاجة ، وشغل ميكانيكية W يبذل بواسطة الموتور ، وحرارة مقذوفة Q_2 عند درجة حرارة مرتفعة (تمتص بواسطة هواء الغرفة) تساوي مجموع الشغل الميكانيكي والحرارة الممتصة عند درجة الحرارة المنخفضة أي: (الجزء الداخلي للثلاجة) .

والنتيجة النافعة لعمل الثلاجة تكون كمية الحرارة Q_1 المصحوبة منها وهي الفائدة التي نحصل عليها ، والشيء الذي يجب دفعه لها هو الشغل $(-W)$ كلما كبرت النسبة Q_1 إلى $(-W)$ كلما كانت الثلاجة أفضل وقيمة الثلاجة تكون في معامل أدائها E الذي يعرف من المعادلة التالية :

$$E = \frac{Q_1}{W} = \frac{Q_1}{Q_2 + Q_1}$$

ومعامل أداء الثلاجة عكس كفاءة الآلة الحرارة، ويمكن أن يكون أكبر من ١٠٠% ، ولحساب كفاءة آلة كارنوت أو معامل الأداء لثلاجة كارنوت. يجب أن نعلم معادلة الحالة لمادة التشغيل . وسنوضح فيما بعد كحقيقة أن الكفاءة الآلية

لجميع آلات كارنوت التي تعمل بين درجتي حرارة متساويتين لها نفس القيمة مهما اختلفت مادة التشغيل .

ولنفرض أن مادة التشغيل غاز مثالي . والشغل المبذول بواسطة المجموعة أثناء التمدد في العملية الحرارية من a إلى b في شكل دورة كارنوت يساوي ما يلي:

$$W_{ab} = nRT_2 \ln \frac{V_b}{V_a}$$

والشغل المبذول أثناء التمدد في العملية الأديباتيكية من b أي c ، كما بالمعادلة التالية :

$$W_{ab} = nc_v(T_2 - T_1)$$

والشغل المبذول على المجموعة أثناء الانضغاط في العملية الحرارية من c إلى d ، كما بالمعادلة التالية :

$$W_{ab} = nRT_1 \ln \frac{V_d}{V_c}$$

والشغل المبذول على المجموعة أثناء الانضغاط في العملية الأديباتيكية من b إلى a ، كما بالمعادلة التالية :

$$W_{da} = nc_v(T_1 - T_2)$$

وإذا كانت مادة التشغيل غازا مثاليا فلا تغير في الطاقة الداخلية في العمليات الحرارية ، والحرارة الممتصة تساوي الشغل المبذول . بمعنى أننا نجد ما يلي :

$$W_{ab} = Q_2 \ , \ W_{cd} = Q_1$$

وتكون كفاءة الآلة كما بالمعادلة التالية :

$$\eta = \frac{w}{Q_2} = \frac{W_{ab} + W_{bc} + W_{cd} + W_{da}}{Q_2}$$

$$= \frac{nR\left(T_2 \ \ln\frac{V_b}{V_a} + T_1 \ \ln\frac{V_d}{V_c}\right)}{nRT_2 \ln\frac{V_b}{V_c}}$$

لكن النقطتين b ,c تقعان على نفس المنحنى الأديباتيكي، وكذلك النقطة a, d ؛ لذا نجد أن :

$$T_2^{\frac{1}{\gamma-1}} V_b = T_2^{\frac{1}{\gamma-1}} V_c \;\&\; T_2^{\frac{1}{\gamma-1}} V_a = T_1^{\frac{1}{\gamma-1}} V_d$$

وبقسمة المعادلتين نحصل على المعادلة التالية :

$$\frac{V_b}{V_a} = \frac{V_c}{V_d}$$

وتصبح المعادلة الخاصة بكفاءة الآلة كما يلي :

$$\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$$

وفي ثلاجة كارنوت يكون معامل الأداء بالمعادلة الآتية :

$$E = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

بربط المعادلتين السابقتين بتعريفات الكفاءة الآلية ومعامل الأداء بواسطة Q_1 و Q_2 نحصل على المعادلة التالية لأي من الدورتين :

$$\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} = 0$$

نجد أن القيمة المطلقة لكميات الحرارة الممتصة والمقذوفة تتناسب مع درجتي حرارة المستقبلين في أي من الدورتين.

❋ ❋ ❋

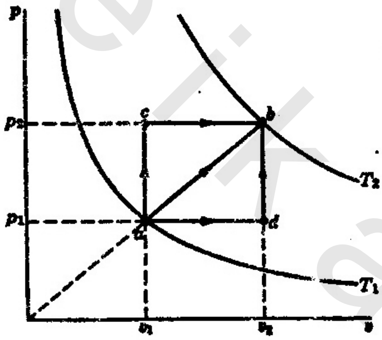
الأسـئلة

1 – الطاقة الداخلية لغاز ما ممثلة بالمعادلة التجريبية :

$$U = aT - bp,$$

حيث b, a ثوابت . فإذا كان معاملي التمدد الحجمي والانضغاطي هما: $\frac{1}{p}, \frac{1}{T}$ على الترتيب . أوجد السعة الحـرارية c_v عند حجم ثابت بدلالة T, p, b, a .

٢ – أخذ غاز مثالي سعته الحرارية النوعيـة المولية عند ثبوت الحجم $c_v = 5R/2$ من النقطة a إلى النقطة b ، كما في الـشكل التالي على طـول المسـارات الثلاثـة ab, adb, acb اعتبـــــر أن $v_2 = 2v_1$, $P_2 = 2P_1$.



(a) احسب الحرارة المعطاة للغاز لكـل مول في كل من العمليات الثلاثـة. عبر عن الإجابة بدلالة T_1, R .

(b) احسب السعة الحرارية النوعية المولية للغاز بدلالة R للعملية ab.

٣ – قارن قيم الحدود cp, pbn في المعادلة $\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p = c_p - p\beta v$ حيث إن:

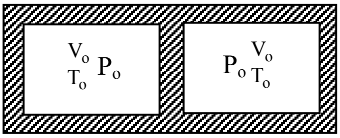
(a) للنحاس عند 1 atm, 600°K .

(b) للغاز المثالي cp = 5R/2 .

(c) عندما تعطى حرارة لغاز مثالي في عملية تضاغطية ، أوجد النسبة التـي تستخدم لزيادة الطاقة الداخلية .

(d) عندما تعطى حرارة للنحاس في عملية تضاغطية ، أوجد النـسبة التـي تستخدم لزيادة الطاقة الداخلية .

٤ – الشكل التالي يمثل أسطوانة، جدرانها معزولة حراريا ، بها مكـبس متحـرك معزول حراريا . على كل من جانبي المكبس يوجد n مول لغاز مثالي الضغط الابتدائي p_o، والحجم v_o ، ودرجـة الحـرارة T_o، وهي نفسها على جانبي المكبس، بينما قيمة γ للغاز تساوي 1.5 ، وأن c_v لا تعتمد علـى درجة الحرارة . فإذا أعطيت حرارة للغاز الموجود على الجانب الأيسر مـن المكبس بواسطة ملف حراري ، وبذلك تمدد الغاز على هذا الجانـب فـسبب انضغاط الغاز على الجانب الأيمن إلى أن أصبح ضـغطه $27\ p_o/3$. بدلالـة T_o, c_v, n . أوجد ما يلي.



(a) الشغل المبذول على الغاز الموجود في الجانب الأيمن .

(b) درجة الحرارة النهائية للغاز على الجانب الأيمن .

(c) درجة الحرارة النهائية للغاز على الجانب الأيسر.

(d) كمية الحرارة المنسابة إلى الغاز على الجانب الأيمن .

٥ – غاز مثالي سعته الحرارية $c_v = 3R/2$ ، يشغل حجم $4m^3$ تحت ضـغط 8 atm ، ودرجة حرارة 400°K . تمدد الغاز حتى أصبح ضغطه النهـائي 1 atm . احسب الحجم النهائي، ودرجة الحرارة ، والشغل المبذول ، الحـرارة العكسية ، والتغير في الطاقة الداخلية لكل من العمليات الآتية :

(a) عندما يكون التمدد عكسيا وحراريا .

(b) عندما يكون التمدد عكسيا وأديباتيكيا .

(c) عندما يحدث التمدد في جو مفرغ (مخلخل) .

٦ – نفرض أن أحد الأوعية في جهاز جول الموضع في شكل صـ ٨٤ يحتوي على n_A مول لغاز فان درفال، والآخر يحتوي على n_B مول ؛ كلاهما عنـد درجة حرارة ابتدائية T_1 . وأن حجم كل وعاء V . أوجد تعبيرا للتغير فـي درجة الحرارة عندما يفتح المحبس، وتصبح المجموعة في حالة اتزان جديد . أهمل أي انسياب للحرارة إلى الأوعية . حقق إجابتك للحالتين عنـدما $n_A = n_B$، وعندما $n_B = 0$.

٧ – عدد درجات أعلى من 300°K ، يمكن تقريب قيمـة c_p للنحـاس بالعلاقـة الخطية التالية :

$$c_p = a + bT$$

احسب التغير في الإنثالبية النوعية للنحاس عند ضغط 1 atm ؛عندما تـزداد درجة الحرارة من 300°K إلى 1200°K .

٨ – الجدول التالي يعطي قيمة الإنثالبية النوعية h للبخار فوق السخن كدالة لدرجة الحرارة عند ضغط ثابت 2500 $1b/in^2$ ، كما يعطي القـيم المنـاظرة عنـد ضغط ثابت حيث وحدات h بـ Btu/1b .

T(°F)	700°	800°	1000°	1200°	1400°	1600°
h(Btu/1b	1170.8	1303.6	1458.4	1585.3	1706.1	1826.2

ارسم المنحنيات لـ h كدالة لـ t عند الضغوط الثابتة 250, 2500 $1b/in^2$ ، وفي مدى درجات الحرارة من 700°F إلى 1600°F، بحيث تكـون نقطـة الأصل للمنحنى عند درجة حرارة t = 700°F وa = 1100 Btu/1b ، ومن المنحنى أكمل ما يلي :

(a) عند درجة حرارة 800°F c_p, للبخار فوق المسخن (يزداد)، (يتناقص) ، (يظل ثابت)، كلما ازداد الضغط .

(b) عند ضغط 250 $1b/ in^2$,c_p (تزداد): (تتناقص) ، (تظل ثابتـة)، كلمـا ازدادت درجة الحرارة .

(c) كما في (b) ، ولكن عند ضغط 2500 $1b/ in^2$.

(d) كم Btu تلزم لرفع درجة حرارة باوند واحد للبخار المسخن إلى درجـات حرارة عالية من 700°F إلى 1600°F عند ضغـط 250 $1b/ in^2$ و 2500 $1b/ in^2$ ؟

(e) أوجد النسبة c_p/R للبخار المسخن إلى درجات حرارة عالية عنـد 250 $1b/ in^2$ و 1600°F . حيث c_p السعة الحرارية النوعية الجزئية .

10 – الإنثالبية النوعية المولية لمعظم المواد عند درجات حرارة ليست منخفـضة جدا ، ويمكن التعبير عنها بالمعادلة التجريبية :

$$h = aT + bT^2 + cT^{-1} + d$$

حيث d, c, b, a ثوابت.

أوجد السعة الحرارية النوعية المولية عند ثبوت الضغط .