الفصل السادس

أساليب وطرق تدريس الرياضيات

- طريقة المحاضرة
- طريقة المناقشة
- طريقة الاكتشاف
- أسلوب حل المشكلة

● استراتيجية الأهداف الجزئية فى حل بعض المشكلات الرياضية

طريقة المحاضرة

Lecture Method

طريقة المحاضرة

إن أحد أهم خصائص الإنسان المثقف أن تكون لديه القدرة على الاستماع بذكاء ، وطريقة المحاضرة تعد من أهم طرق التدريس المعروفة لتنمية هذه القدرة لدى المتعلمين . ولايعنى ذلك بحال أن مهارة الاستماع تعنى القدرة على مجرد تذكر ما قاله المعلم (المحاضر) وإنما تعنى أيضًا القدرة على متابعة الملاحظات والتعليقات وإبداء الرأى والتفكير الناقد فيما يقال . ولذلك فإن أحد التبريرات الأساسية التى تقال لاستخدام طريقة المحاضرة هو أن الاستماع مهارة أساسية لكبار الناضجين والمثقفين يجب تدريب المتعلمين عليها .

ولايقتصر استخدام أسلوب المحاضرة على مدارسنا فقط بل ذكر د. إبراهيم بسيونى (١٩٧٣) أن بعض الباحثين قد زار سبعين مدرسة ثانوية فى الولايات المتحدة ووجدوا أن المحاضرة مستخدمة فى تدريس العلوم فى عشرين منها « ص ١٨٣ » والمحاضر يدرس لطلابه على مستويين فى نفس اللحظة فهو يدرس مادة "Content" كما يدرس مهارة استماع وتفكير ناقد . بمعنى أن المحاضرة بمفهومنا المعاصر تعتبر المدرس قائمًا بالتدريس وليس قائمًا بالإلقاء اللفظى على مسامع تلاميذه على الرغم من اعتماد طريقة المحاضرة على الإلقاء الفظى للمعلومة ونحن نقصد أيضًا بالمحاضرة هنا المحاضرة التدريسية التى يستخدمها المدرس فى المواقف التعليمية وليس المحاضرة البسيطة التى يلقى فيها المحاضر موضوعًا على مسامع مجموعة من الناس . والفرق كبير بين الطريقتين فالمحاضرة التدريسية لها هدف محدد ومصممة بطريقة معينة وتحقق نتائج ذات قيمة تعليمية وذلك عكس المحاضرة البسيطة التى قد تعتمد على الارتجال وعدم التخطيط .

ويذكر روناهايمان (١٩٨٣) ناقلاً عن أميدون وهانتر "Amidon & Hunter" قولهم .

« ... هناك أنواع لسوء استعمال التعلم اللفظى جد معروفة منها الاستعمال غير الناضج للأساليب الشفوية مع تلاميذ غير ناضجين معرفيًا العرض الجاهزة والتعسفى لحقائق غير مترابطة ... ، ثم استخدام أساليب التقييم التى تقيس مجرد القدرة على تذكر حقائق منفصلة ... وعلى الرغم من أنه من المناسب تمامًا أن نحذر المدرسين من هذه الأنواع الخاصة بسوء استخدام التعلم اللفظى ، فإنه ليس من العدل أن نعرضها على أنها موجودة ومتضمنة فى الطريقة ذاتها (ص ٢١١) بمعنى أن العيوب الكثيرة للتدريس الشفوى اللفظى لايعنى بحال أن الطريقة سيئة كل السوء بل إن العيب فى جزء كبير منه يقع على من يستخدم الطريقة فالمحاضر الجيد يمكنه استثاره انتباه تلاميذه عن طريق توجيه واستعمال الأسئلة بكفاءة حيث يعطى ذلك للمحاضرة لونًا مختلفًا ويحفز المتعلمين على الانتباه .

طرق استخدام طريقة المحاضرة فى التدريس

ذكر كالهان "Callahan, 1982" أن طريقة المحاضرة تعتمد فى جزء كبير منها على القول اللفظى وأنه يمكن تلخيص هذه الطريقة فى المقولة المشهورة التالية:

Tell them what you are going to tell them.
Finally tell them what you have told them.

وهذا يعني أن طريقة المحاضرة تقوم على أن تقول لتلاميذك ما تنوى أن تقوله لهم (الهدف من المحاضرة) ، ثم تقول لهم (العرض التدريسى للموضوع) ، وأخيرًا قل لهم تلخيصًا للموضوع (الخلاصة) .

ومن الأساليب المعروفة والجيدة فى استخدام طريقة المحاضرة أن يسأل المحاضر نفسه سؤالاً محددًا وواضحًا هو : إذا كان على طلابى أن يتعلموا شيئًا واحدًا على الأقل من هذه المحاضرة فما هو ذلك الشئ ؟ إننى أعتقد أن ذلك الشئ هو ... وذكر هايمان (مرجع سابق) أن نودور ويلسون "Woodrow Wilson" كان محاضرًا ممتازًا فى جامعة برنيستون وكان يستخدم الطريقة التالية فى محاضراته ...

يقرأ فى بداية المحاضرة من ورقة مكتوبة بخط اليد أربعة أو خمسة تعميمات مثيرة يدونها الطلاب حرفيًا أمامهم ولم تكن بقية المحاضرة إلا تفسيرًا وتوضيحًا لهذه العبارات . اقترح كلارك "Clark, L. 1973" طريقة جيدة أخرى للمحاضرة التدريسية .

١- ابدأ المحاضرة بسؤال أو مشكلة مثيرة للاهتمام .

٢- حاول أن تكون غامضًا بعض الشئ فى بداية المحاضرة ولمدة دقائق معدودة .

٣- قل لتلاميذك ما تريد أن تقوله من معلومات .

٤- حاول ايجاد علاقة بين ما يعرفه تلاميذك فعلاً وما تريدهم أن يعرفوه .

٥- استخدم الوسائل التعليمية لتوضيح فكرتك أو تفسير ما قد يكون غامضًا من مفاهيم .

٦- قدم الطرفة التى تدخل المرح والابتسامة على نفوس تلاميذك .

٧- استخدم الأمثلة كلما سمحت لك الظروف بذلك .

٨- لاتجعل لمحاضرتك روتين محفوظ ثابت وممل .

٩- اختم المحاضرة بملخص سريع وواف للموضوع .

مميزات طريقة المحاضرة

على الرغم من النقد الذى يوجه لطريقة المحاضرة إلا أن لها من المميزات والمغريات ما يدفع كثير من المردسين إلى استخدامها ومن ذلك :

١- أن فى صوت بعض الناس - مع من يعرفون كيف يستخدمونه - قدرة خارقة على الإقناع والمحاضر الجيد هو ذلك المدرس الذى يعرف كيف يستخدم صوته (ارتفاعًا وانخفاضًا) . وتأثيراته استخدامًا جذابًا وهذه ميزة جد هامة لطريقة المحاضرة . فالإلقاء اللفظى سهل مع من يحسن استخدامه .

٢- أننا نتذكر حوالى ٥٠٪ مما نراه ونسمعه ، وأننا نتعلم ١١٪ بواسطة حاسة السمع وحدها ، ٨٣٪ بواسطة حاسة البصر (الخطيب ، ١٩٨٦) وطريقة المحاضرة تعتمد على عنصرى السمع والبصر وهما عاملان خطيران فى عملية التعلم ومن ذلك يتضح مدى فائدة المحاضرة لعملية التعليم والتعلم .

٣- إن طريقة المحاضرة أسلوب سهل وسريع للمرور على رؤوس الموضوعات خاصة مع تكدس المناهج بصفة عامة ومناهج الرياضيات بصفة خاصة .

٤- أنها طريقة جيدة للتلخيص والمراجعة تقدم حداً أدنى للمعلومات لكل التلاميذ فى وقت واحد .

٥- تقل في هذه الطريقة المشكلات النظامية فى الفصل المدرسى منضبط في أغلب الأحيان لأن المدرس يتكلم والتلاميذ ينصتون وهذا له دور كبير فى إغراء مدرسينا لاستخدام هذه الطريقة خاصة مع الأعداد الكبيرة من التلاميذ .

عيوب الطريقة

١- لاتزود الطريقة المعلم بأسلوب محسوس وعملى للتغذية المرتجعة "Feed Back" فغالبًا ما يعتمد المعلم على إحساسه الذاتى فقط فى متابعة التلاميذ لموضوع المحاضرة .

٢- يقرر بلوم أن ٣١٪ من تفكير الطلاب فى المحاضرة ينصرف إلى موضوعات أخرى لاصلة لها بالمحاضرة (اللعب مع الأقران بعد المحاضرة ، أو الامتحان الذى سيلى المحاضرة ، ...) .

٣- من المعروف أننا نتذكر حوالى ٩٠٪ مما نقوله ونفعله معًا ولما كان المحاضر منصتًا طول وقت المحاضرة فهو غالبًا لايقول شيئًا أو أنه يفعل الشئ اليسير فإن قدرة المتعلم على تذكر موضوعات المحاضرة عادة ما تكون ضعيفة للغاية .

٤- لايستمع المتعلم إلى المحاضرة بانتباه شديد إلا إذا كان المحاضر ممتعًا وماهرًا فى استخدام هذا الأسلوب وهى إحدى العيوب الرئيسية للطريقة . فالنجاح فى هذه الطريقة يتوقف على جهارة المحاضر نفسه مما لايتوفر فى كثير من مدرسينا وخاصة مدرسى الرياضيات .

مقترحات تحسين استخدام الطريقة

وعلى الرغم من هذا النقد الموجه للطريقة ، إلا أنه من الممكن باتباع بعض المقترحات التقليل من تلك العيوب قدر المستطاع .

١- حدد هدف واضح ودقيق لموضوع محاضرتك يعرفه تلاميذك جيداً حيث يبغى أن تكون الفكرة الرئيسية للموضوع واضحة ومحددة .

٢- خطط محاضرتك بأسلوب منظم بحيث يسهل على المتعلمين متابعة الموضوع من كثافة جوانبه وحتى نضمن تياراً متصلاً من التفكير أو المتابعة للموضوع .

٣- حاول ربط حلقات الموضوع بعضها ببعض من حين لآخر خاصة إذا كان وقت المحاضرة طويلاً والموضوع متشعبا كأن تقول مثلاً لقد تكلمنا فى الدقائق الماضية عن .... والآن ننتقل إلى .... .

٤- اجعل بداية المحاضرة مشوقة ومثيرة للانتباه وقد تخدمك وسائل الاتصال التعليمى (السبورة الضوئية ، التسجيلات ، الصوتية ، ...) فى هذا الخصوص كذلك اجعل بداية المحاضرة غامضة بعض الشئ ولمدة دقائق محدودة .

٥- أدخل المرح على نفوس تلاميذك أثناء المحاضرة كلما أمكن ذلك ويجب أن تتذكر أن المرح المقصود هنا هو المرح المنظم والتلقائى فى وقت واحد وليس المتكلف أو المفتعل أو غير المهذب . وأفضل أنواع المرح ما ينبع من الموضوع ذاته .

طريقة المناقشة

The Discussion Technique

ربما يكون أسلوب الحوار المبنى على توجيه الأسئلة أكثر الأساليب التدريسية تفضيلاً بين معظم مدرسى الرياضيات خاصة . بل إن مهارة استخدام وصياغة وتوجيه الأسئلة تعد أحد المهارات التدريسية التى يجب تدريب المدرسين عليها قبل تخرجهم أو أثناء عملهم التدريسى بصفة عامة .

وتستخدم الأسئلة فى مواقف كثيرة ولأغراض متعددة . ذكر منها ليونارد (Leonard & Trving, 1981) الآتى :

١- معرفة شئ لانعرفه .

٢- معرفة إذا كان شخص ما يعرف شيئًا معينًا .

٣- لتنمية قدرات الطلاب على التفكير .

٤- لدفع الطلاب واستثارة اهتمامهم للدرس .

٥- لتقديم التدريبات والتمارين عقب أو أثناء الدرس .

٦- لمساعدة الطلاب على تنظيم وترتيب المواد التعليمية .

٧- لمساعدة الطلاب على اكتساب القدرة على التفسير .

٨- لمساعدة الطلاب على فهم بعض العلاقات (كالسبب والنتيجة) .

٩- للتركيز على بعض النقاط دون غيرها .

١٠- للكشف عن اهتمامات الطلاب وميولهم .

١١- للمراجعة والتلخيص .

١٢- للكشف عن مواضع الاتفاق والاختلاف فى المعلومات .

١٣- للتقويم .

١٤- للتشخيص .

ولقد صنف جلازر (Gallagher, 1963) الأسئلة إلى أربعة أنواع هى :

١- أسئلة التذكر العقلى البسيط Cognitive Memory

وهى تلك الأسئلة المتعلقة بعملية تذكر المعلومات مثل من هو فيثاغورث ؟ وهذه الأسئلة تتعلق بالكلمات السؤالية مثل : من ، متى ، أين ، كيف .

٢- الأسئلة التقاربية Convergent Questions

وهذا النوع من الأسئلة يتعلق بعمليات تفكير أعقد من مجرد تذكر المعلومات وتسميعها كما فى النوع الأول . فهذا النوع من الأسئلة يتطلب أن يقدم الطالب إجابة بعد تفكير عميق فى السؤال . كما أن هذا النوع من الأسئلة تكون الإجابة فيه إما صحيحة أو خاطئة .

مثال

إذا كان نصف قطر دائرة ١٠ سم فما هو محيط تلك الدائرة ؟ وما مساحتها ؟

ففى هذا المثال على الطالب أن يتذكر قانون حساب محيط الدائرة (٢ ط نق) وعليه أيضًا أن يعرف معنى كل من تلك الرموز ، وقيمة ط ($\frac{٢٢}{٧}$ أو ٣,١٤) ثم يطبق هذه القاعدة على الحالة المطلوبة ويصل إلى الإجابة . فإذا حسب حساباته بطريقة مضبوطة وكان فاهمًا لما يفعل حصل على درجة هذا السؤال . وهذا السؤال يختلف عن قولك للطالب ما هو قانون محيط الدائرة ؟ ففى هذه الحالة يكون السؤال من النوع الأول تذكر عقلى بسيط .

٣- الأسئلة التباعدية Divergent Questions

هذا النوع من الأسئلة يسمى بالأسئلة ذات النهايات المفتوحة فلايستطيع أى فرد حتى واضع السؤال أن يتنبأ بالإجابة التى سيقدمها الطالب . بمعنى أن الأسئلة

التباعدية ليست لها إجابة صحيحة وأخرى خاطئة . إنه نوع من الأسئلة يجبر الطالب على التفكير الابتكارى وينطلق إلى أقصى ما تمكنه قدراته فى تخيله وتفكيره .

مثال

ماذا يمكن أن تشكل من الأشكال التالية :

(٤) (٣) (٢) (١)

وعلى الطالب أن يرسم ما شاء له أن يرسم من أشكال ورسومات هندسية أو غير هندسية وكلما كانت الإجابة والشكل ذا معنى وغريب كلما دل ذلك على قدراته الإبداعية .

٤- الأسئلة التقويمية Evaluative Questions

فى الأسئلة التقويمية نسأل الطلاب لإصدار حكم قيمى على شئ معين . وقد يكون ذلك الحكم مبنى على أدلة داخلية أو على أدلة خارجية .

مثال

درست ثلاث طرق لحل معادلة الدرجة الثانية فى متغير واحد . أى من هذه الطرق من وجهة نظرك تعتبرها الأفضل ؟ ولماذا ؟

ولقد أوضح فرانسيس هونكين (Francis Hunkins, 1972) أنه يمكن تصنيف الأسئلة فى الفصل المدرسى طبقًا لتقسيم بلوم للأهداف التربوية (ميدان الأهداف العقلية) . بمعنى أنه يمكن تصنيف أى سؤال يستخدمه المدرس على أى من المستويات ليست للأهداف العقلية (معرفى ، إدراكى ، تطبيقى ، تحليلى ، تركيبى ، تقويمى) .

استخدام طريقة المناقشة فى التدريس

يعود تاريخ الطريقة إلى عهد سقراط حيث كان يستخدمها فى التدريس وتقوم طريقة سقراط هذه على تصميم مجموعة معينة من الأسئلة يجيب عليها الطالب (مينو) ومع النهاية يجبر الطالب على قبول الاستنتاج النهائى :

مثال

ماهو خارج قسمة أى عدد لايساوى صفر على نفسه ؟ بمعنى إذا كان

أ = صفر فإن $\frac{أ}{أ}$ = — ؟

الطالب : $\frac{أ}{أ} = ١$

المعلم : إذا طبقنا قانون الأسس ماذا ستكون النتيجة ؟

الطالب $أ^{١-١} = ١$

المعلم : ماذا فى الطرف الأيمن ؟

الطالب : $أ^{٠}$

المعلم : وماذا فى الطرف الأيسر ؟

الطالب : ١

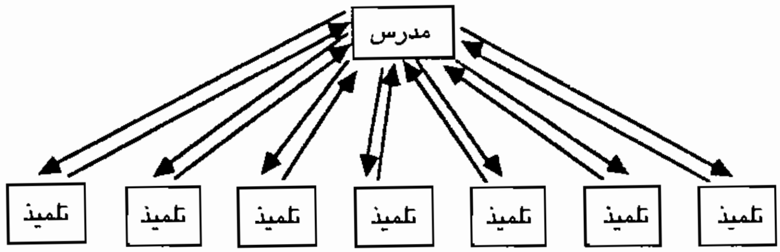
المعلم : ماذا نستنتج

الطالب : $أ^{٠} = ١$.

وطريقة سقراط هذه ليست الطريقة الحديثة فى المناقشة - فهذه الطريقة السقراطية تعتمد على حمل الطالب أن يجيب على أسئلة حددها المعلم سلفًا ثم قاده بأسئلته إلى أن يقبل النتيجة التى توصل إليها ويوجد على الأقل نموذجين لاستخدام طريقة المناقشة فى الوقت الحالى فالنموذج الأول يكون فيه المدرس هو المحرك الأساسى للنشاط والأسئلة الفصلية .

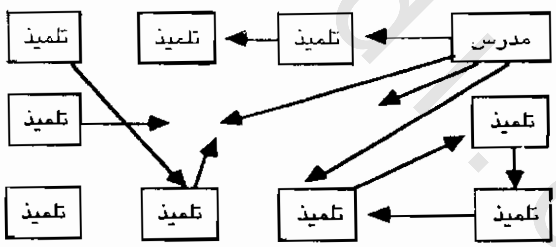
- Francis, Hunkins, Questioning strategies and Techniques (Boston, Mass: Allyn and Bacon, INC. 1972) Chapter. 2.

والتفاعل يتم بين كل تلميذ والمدرس على حدة ويوضحه الشكل (٦ - ١) .



أما النموذج (٢) فإن التفاعل والأسئلة والمناقشات تتم بين كافة الأطراف . فالمدرس قد يسأل والطالب يجيب . وقد يسأل الطالب سؤالاً ويجيب عليه زميله . بمعنى آخر أن التفاعل الصفى هنا ليس شرطًا أن يكون المدرس طرفًا فيه . وفى ذلك إمكانية مشاركة الطالب الإيجابية فى مواقف التعلم . ومن عيوب هذا النظام أن الأسئلة التى سوف تعرض من جانب بعض التلاميذ قد لاتكون جيدة الصياغة . كما قد يحدث سوء نظام فى الفصل لمشاركة أكثر من فرد واحد فى الإجابة والأسئلة فتكثر الضوضاء والإجابات الجماعية والمقاطعات ويتشتت الانتباه وقد تضيع الفائدة المرجوة .

والشكل (٦ - ١) يوضح هذا النموذج الثانى لاحظ وجود أسهم تتجه إلى وسط الفصل وهذا يعنى أن الشخص يتكلم مع كل الفصل سواء كان مدرسًا أو طالبًا .



شكل (٦ - ٢)

نموذج (٢) لطريقة المناقشة الحديثة

- هذا النموذج مأخوذ عن كالاهان .
- Callahan, J. & Leonard C. Teaching in the Middle and Scondary School Muthematics, MacMillan Pub. Comp. New York, 1982 (p. 178) .

مقترحات تحسين استخدام الأسئلة فى التدريس

١- اسأل تلاميذك أولاً ثم ناد على من يعرف الإجابة . وهذا أفضل من أن تنادى على تلميذ معين ليقف ثم تسأله ففى الحالة الأولى هناك فرصة للتفكير فى السؤال والوصول للإجابة أما فى الحالة الثانية فإن الموقف قد يربك التلميذ .

٢- لاتضع حدود زمنية للإجابة كأن تقول فى ثلاث دقائق أجب عن كذا ، خاصة إن كان ذلك شفوياً .

٣- إذا قدم لك أحد التلاميذ جزئية من الإجابة ، ساعده لكى يقدم لك الباقى .

٤- أشرك أكبر عدد ممكن من تلاميذ فصلك فى المناقشة . وزع أسئلتك على كل أركان الفصل وكل مستويات الطلاب ، وتجنب احتكار بعض التلاميذ للأسئلة والإجابة . فقد وجد أن المدرسين يتيحون فرصًا عديدة للطالب الممتاز أكثر من الطالب المتوسط أو الضعيف بمعنى إذا أخطأ الطالب المعروف عنه أنه ممتاز فى الإجابة عن السؤال شفاهة عادة ما يعطى المدرس هذا الطالب فرصة أخرى وهذا ما لايحدث مع الطالب المتوسط أو الضعيف .

٥- عزز دائمًا إجابات طلابك بكلمة طيبة (عظيم ، ممتاز ، ...) وأن تبدى عدم رضاك على الإجابة الخاطئة .

٦- لاتسأل سؤال تدرى مقدمًا أن التلاميذ لايعرفون إجابته أو لم تفكر فيه أنت قبل عرضه على تلاميذك . فهذا الوضع يضعك فى موقف محرج للغاية .

٧- حاول أن تكون حازمًا فى قيادة المناقشة الفصلية ولاتسمح لأحد بأن يخرج عن الخط العام للموضوع ولكن كن فى ذات الوقت مهذبًا فى الاعتراض على وجهات النظر أو بمن يريد أن يخرج عن مجال الحديث .

الطريقة الاكتشافية

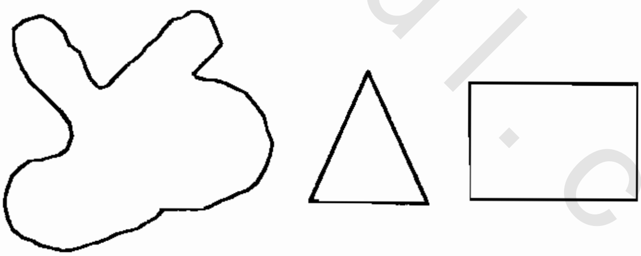
الطريقة الاكتشافية

Discovery Teaching

لايوجد فى الحقيقة طريقة واحدة تسمى بالطريقة الاكتشافية ولكن ينظر البعض إلى الاكتشاف من وجهات نظر مختلفة ، وكل مدرس يساعد طلابه ليكتشفوا المعلومة يستخدم الطريقة الاكتشافية والاكتشاف أو التدريس الاكتشافى نوعان . نوع يسمى بالاكتشاف الحر "Free Discovery" والنوع الثانى يسمى بالاكتشاف الموجه "Guided Discovery" والفرق بين الطريقتين يتعلق بمدى تدخل المدرس فى العمل التدريسى فإن رتب المدرس الموقف التربوى بشكل بحيث يصل الطالب بنفسه لاكتشاف المعلومة فهو فى هذه الحالة يدرس بالطريقة الاكتشافية الحرة .

مثال

إذا أراد المدرس أن يجعل طلابه يكتشفوا السبب وراء اختيار الوحدات المربعة كوحدات مساحية . قد يوزع عليهم استمارة مرسوم عليها الأشكال التالية : احسب مساحة كل شكل من الأشكال التالية بأى طريقة تراها .



أما الاكتشاف الموجه ، فهى الحالة التى يقود فيها المدرس تلاميذه إما باستخدام أسئلة معينة أو بنماذج ووسائل تعليمية معينة ليقودهم إلى الاكتشاف . حيث أ ، ب ، جـ ترتبط بالعلاقة أ^٢ + ب^٢ = جـ^٢ .

ولقد قدم هربات ويلز (Wills, 1970) طريقة جيدة يمكن اتباعها عند القيام بالتدريس الاكتشافى الموجه شكل (٦ – ٣) . ولشرح أهم خطوات هذه الطريقة سنأخذ المثال السابق (ثلاثيات فيثاغورث) .

تبدأ الطريقة بعرض من المدرس بالمثال التالى :

المدخل

نحن نعرف أن الأعداد (٣ ، ٤ ، ٥) تسمى بأعداد فيثاغورث هل تعرفون لماذا سميت هكذا ؟ يقود المدرس المناقشة لكى يعرف أن تلاميذه يعرفون المقصود بالثلاثيات الفيثاغورثية (٣^{٢} + ٤^{٢} = ٥^{٢}) .

المهمة المعيارية

بعد مرحلة التمهيد والدخول إلى الدرس يبدأ المدرس بعرض المهمة التالية :

إذا عرفنا عدداً واحداً فى ثلاثية لفيثاغورث هل يستطيع أحدكم ايجاد العددين الآخرين ؟

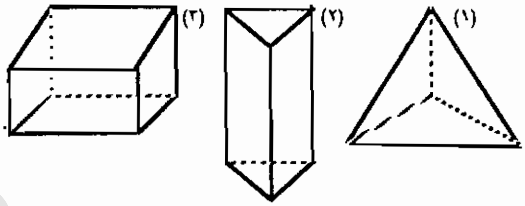
أوجد كلاً من ب ، جـ إذا كانت أ = ٢٩ حيث أ^{٢} + ب^{٢} = جـ^{٢} ؟

التمارين المساعدة

يتم فى هذه المرحلة صياغة بعض التمارين المساعدة المشابهة للمشكلة الأصلية لتقريب الاكتشاف المراد الوصول إليه . وقد تكون الأمثلة الموضحة فيما يلى نماذج جيدة فى هذا الخصوص . ومن الممكن أن يصل الطلاب إلى الاكتشاف مباشرة .

مثال (١)

يريد المدرس أن يعلم طلابه العلاقة بين عدد أسطح مجسم معين وعدد رؤوسه وعدد الأحرف . فقد يوزع عليهم استمارة مرسوم عليها مجموعة من المجسمات مثل تلك المبينة فى الشكل :



عدد الأحرف (جـ) : ٦ ٩ ١٢

عدد الرؤوس (ر) : ٤ ٦ ٨

عدد السطوح (س) : ٤ ٥ ٦

ومن خلال الأسئلة والمناقشات والأمثلة المختلفة يستطيع أن يوجه المدرس تلاميذه ليكتشفوا تلك العلاقة المعروفة .

ر + س − ٢ = ح

مثال (٢)

معروف أن الأعداد (٣ ، ٤ ، ٥) تسمى ثلاثيات فيثاغورث وباستخدام طريقة الاكتشاف الموجه يمكن أن يساعد المدرس تلاميذه ليكتشفوا العلاقة بين هذه الأعداد الثلاثة بحيث إذا عرف عدد واحد من الممكن ايجاد العددين الآخرين . أنظر الجدول التالى :

أ	٣	٥	٧	٩		١٣		١٧
ب	٤	١٢	٢٤	؟		؟		؟
جـ	٥	١٣	؟	؟		؟		؟

تنظيم البيانات

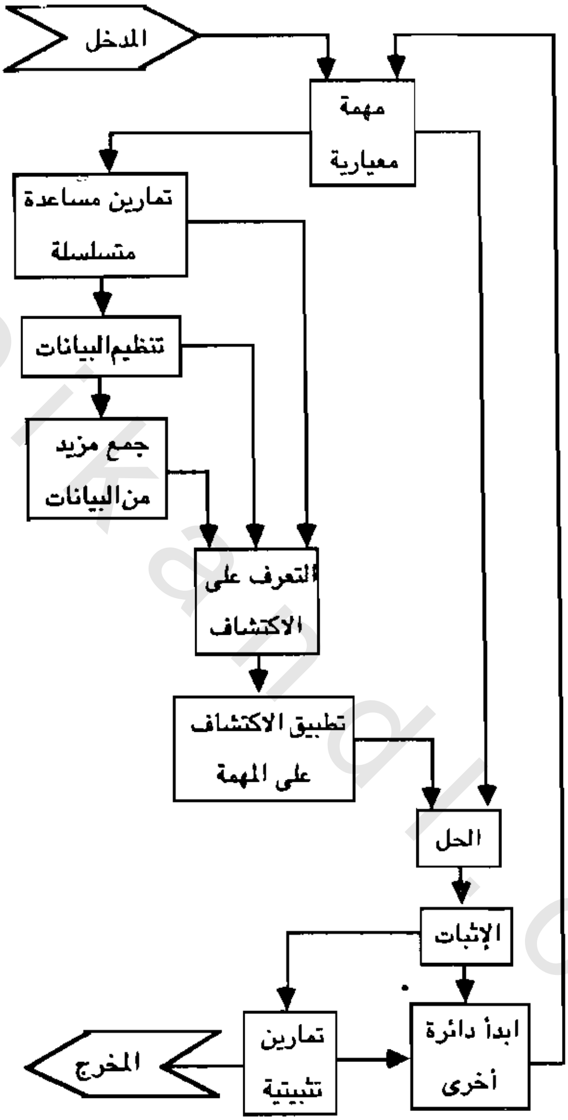
يتم فى هذه المرحلة تنظيم البيانات التى توصلنا إليها من خلال حل التمارين المساعدة لتوضيح العلاقة بين أ ، ب ، جـ وقد يكون ذلك باستخدام جدول معين كما هو موضح فى ص ٧ وقد تؤدى هذه الخطوة إلى توضيح العلاقة بين أ ، ب ، جـ (أ^{٢} = ب + جـ + ، جـ = ب + ١) .

جمع مزيد من البيانات

قد لايتوصل بعض الطلاب إلى العلاقة بعد كل ذلك الجهد هنا نحتاج إلى مزيد من التمارين وحلها ومحاولة الإشارة أو التلميح كأن يقول المدرس مثلاً ماذا تلاحظ عن العلاقة بين «٤ + ٥» ، «٣» . كيف نحصل على «٤ + ٥ = ٩» من «٣» ماهى علاقة ٤ ، ٥ ؟ ماهى علاقة ٤ بالعدد ٣^{٢} ؟ وهكذا قد يتوصل الطلاب إلى الاكتشاف المطلوب .

شكل (٦ - ٢)

رسم تخطيطي لطريقة التدريس باستخدام الاكتشاف الموجه



- Wills, H. Generalizations "From the No. 33. Year Book The Teaching of Secondary Mathematics. 1970. P. 283.

وكقاعدة عامة في هذه المرحلة تجنب تحت أي ظرف أن تعلن الاكتشاف لفظياً سواء منك شخصياً أو من جانب التلاميذ الذين توصلوا إلى ذلك الاكتشاف الآن ذلك الإعلان سيغلق فرصة التفكير أمام جميع التلاميذ الذين يحاولون الوصول إليه .

التعرف على الاكتشاف

بعد أن تتأكد أن كل الطلاب قد عرفوا الاكتشاف أطلب منهم أن يكتبوا العلاقة المطلوبة بين (أ ، ب ، جـ) وقد يكون ذلك على النحو التالي : $\left(ن ، \frac{ن^{٢} - ١}{٢} ، \frac{ن^{٢} + ١}{٢} \right)$

تطبيق الاكتشاف على المهمة

بعد أن يتم الإعلان عن الاكتشاف وتتأكد من أن جميع التلاميذ يفهمون ذلك . أطلب منهم تطبيق ذلك الاكتشاف على المهمة المعيارية المطلوب . وقد يكون ذلك على النحو التالي :

أ = ٣٩ ، ب = ؟ ، جـ = ؟

$$ب = \frac{أ^{٢} - ١}{٢} = \frac{(٣٩)^{٢} - ١}{٢} = ٧٦٠$$

$$جـ = \frac{أ^{٢} + ١}{٢} = \frac{(٣٩)^{٢} + ١}{٢} = ٧٦١$$

الحل

بعد أن يتم الوصول إلى الاكتشاف وتطبيقه على المشكلة المعيارية المراد حلها نصل بعد ذلك إلى الحل وهو :

الثلاثيات الفيثاغورثية هي : (٣٩ ، ٧٦٠ ، ٧٦١) .

الإثبات :

إن أمكن إثبات الاكتشاف بالطرق الرياضية المعروفة فإن ذلك يكون أفضل لأنه من الممكن الوصول إلى اكتشافات ليست صحيحة رياضياً في جميع الحالات .

تمارين تثبيتية

بعد البرهنة فى الحالة العامة يتم تذكير الطلاب بالاكتشاف وطريقة الحل بإعطاء مزيد من التمارين المشابهة للمهمة كنوع من تثبيت المتعلم وبعد حل مثل هذه التمارين إما أن تنتهى الحصة ويحدث الخروج من الدرس أو يبدأ المدرس دائرة أخرى بمهمة أخرى وهكذا .

أسلوب حل المشكلة

أسلوب حل المشكلة

أن تحل مشكلة هذا أمر صعب ، وأن تدرس شخصًا أو مجموعة أشخاص كيف يحلون مشكلة فهذا أصعب . ولقد ركزت معظم المناهج الجديدة للرياضيات فى الولايات المتحدة بصفة خاصة على أسلوب حل المشكلة حتى أن المؤسسة الأمريكية لمدرسى الرياضيات قد قدمت توصياتها لرياضيات الثمانينيات توصية تقول أن أسلوب حل المشكلة يجب أن يكون مركزًا وبؤرة الاهتمام لمناهج رياضيات الثمانينيات "Nctm, 1980" .

يعد جورج بولياى "Polya" أحد أفضل من كتب أسلوب حل المشكلة فى تدريس الرياضيات . ولذلك فسوف نورد طريقة حل للمشكلة فقد ذكر أن الفرد يكون فى مشكلة إذا كان لديه هدف يريد الوصول إليه وفى استطاعته ذلك ولديه من الدوافع ما يمكنه البحث الواعى للوصول إلى ذلك الهدف والاستمرار فيه . ولكن ولو مؤقتًا توجد بعض العوائق التى تمنعه من الوصول إلى هدفه بسرعة يجب عليه التغلب عليها "Polya, 1945" .

ويتضمن حل أى مشكلة مجموعتين رئيسيتين من العوامل :

أ) المعرفة العقلية .

ب) استراتيجية الحل .

- **المجموعة الأولى (المعرفة العقلية)** تتضمن الحقائق والمفاهيم والقوانين والنظريات بمعنى أن هذه المجموعة من العوامل تتضمن كافة المعارف العقلية الضرورية واللازمة لحل المشكلة والتى بدونها لايستطيع أن يحل الطالب المشكلة .

- **المجموعة الثانية (استراتيجيات الحل)** تتعلق بالعمليات أو الخطوات التى يقوم بها الفرد مستخدمًا معارفه العقلية (المجموعة الأولى) للوصول إلى الحل المطلوب للمشكلة . وهذا هو صلب العملية . ولذلك فقد كان برونر (Bruner, 1969) يقول ليس المهم حل المشكلة بل الأهم هو طريقة الحل .

وفى ذلك يقول بولياى "Polya" أن أسلوب حل المشكلة نوع من الفن العملى مثل السباحة أو التزحلق أو العزف على البيانو ، يمكنك تعلمه من خلال التقليد والتدريب .

"... Solving problems is a practical art like swimming, skiing, or playing the piano; do you can learn it, only by initation and practice". (Polya, 1962, P. vi).

وليس التدريب والمحاكاة وحدهما يمكنان الفرد من أن يكون حلاً للمشاكل بل إن انتباه الطالب يجب أن يركز ويوجه نحو أسلوب الحل وأن يتعلم حالات وظروف استخدام كل حل ممكن للمشكلة .

وهناك طرق وأساليب عديدة لحل المشكلة تسمى بالاستراتيجيات والاستراتيجية هى خطة عامة محددة المعالم للوصول إلى حل المشكلة . ومن أمثلتها :

١- المحاولة والخطأ Trail & Error .

٢- القائمة المنظمة Organized Listing .

٣- البحث عن قاعدة Look for a pattern .

٤- التبسيط - حل مشكلة مشابهة ولكن أبسط .

٥- التجريب .

٦- استبعاد بعض الحالات أو الشروط ولو مؤقتاً .

٧- العمل من النهاية للبداية .

٨- ايجاد مثال لاينطبق Counter example .

٩- الحل العددى .

١٠- الاستنتاج .

ومن الاستراتيجيات المساعدة للاستراتيجيات السابقة :

١- الرسوم التخطيطية Diagrams .

٢- الجداول Tables .

٣- الأشكال Graphs .

وقد حدد دالتون (Dalton, 1985) عدة خصائص للمشكلة فى حصص الرياضيات والتى منها :

١- أن لها علاقة ببعض المشكلات السهلة والمشابهة والتى من الممكن للطالب أن يحلها بسهولة .

٢- أنه يمكن حلها بأكثر من طريقة واحدة فى ضوء معلومات الطالب وقدراته .

٣- أن تقود الطالب إلى مشكلات أخرى أكثر عمومية من هذه المشكلة .

٤- أن تحتوى بيانات يمكن تنظيمها فى جدول أو رسمها فى شكل تخطيطى .

٥- يمكن حلها بواسطة الرسوم التوضيحية أو التخطيطية .

٦- تلمس اهتمامات الطلاب وميولهم وتشجعهم للوصول إلى الحل .

٧- يمكن حلها من خلال التعرف على قانون أو قاعدة معينة .

٨- لها إجابة شيقة وممتعة لكل من الطالب والمعلم .

مثال (١)

- **المشكلة** : افترض أن هناك سبعة أفراد حضروا حفلة وأن كل فرد سلم على كل الحاضرين مرة واحدة ، كم عدد السلامات التى تمت فى هذه الحفلة ؟

الاستراتيجيات العامة

١- البحث عن قاعدة .

٢- تحل مشكلة أبسط (التبسيط) .

٣- تنظيم البيانات (القائمة المنظمة) .

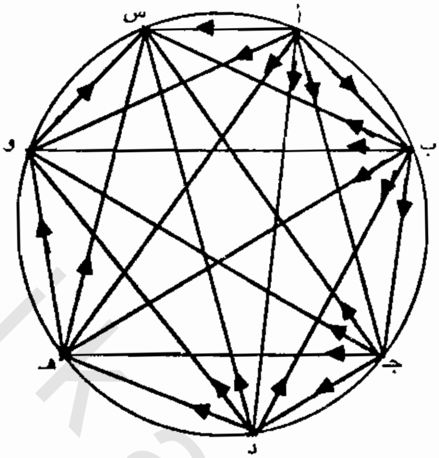
الاستراتيجيات المعينة

١- استخدام الرسوم التخطيطية .

٢- استخدام الجداول .

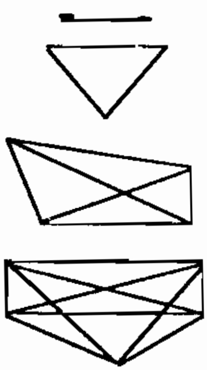
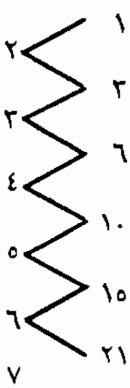
الحل

استخدم الدائرة المبينة كتمثيل للمشكلة حيث تعبر كل نقطة عن كل فرد . وتمثل الخطوط بين النقط عدد السلامات بين الأفراد وتمثل الأسهم اتجاه السلام أ ←— ب وعدد الأسهم = عدد السلامات .



لاحظ أن الشخص «أ» قد سلم على ستة أفراد والشخص «ب» سلم على «٥» وهكذا فيكون المجموع = ٦ + ٥ + ٤ + ٣ + ٢ + ١ = ٢١ .

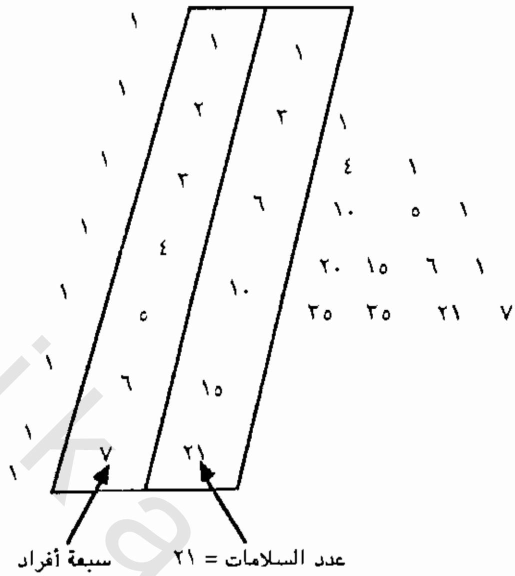
الحل (٢)

عدد النقط (الأشخاص)	الشكل	عدد السلامات
٢		
٣		
٤		
٥		
٦		
٧		

بعد هذه الأمثلة والتمارين تلاحظ أن عدد السلامات = ٢١ .

الحل (٣)

باستخدام مثلث باسكال :



التعميم

١- إذا كان عدد السلامات م فإن م = ن ق ٢ حيث ن عدد الأفراد .. م = $\frac{ن (ن - ١)}{٢}$

∴ م = $\frac{ن^٢}{٢} - \frac{ن}{٢}$

٢- طريقة أخرى باستخدام المتسلسلات ، لاحظ أن الحدود هى ١ ، ٢ ، ٣ ، ٦ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢١ ، ٢٨ ، ....

والحد العام لهذه المتسلسلة ممكن اكتشافه $\frac{١}{٢}$ ن^٢ − $\frac{١}{٢}$ ن

٣- إذا كانت «م» عبارة عن عدد السلامات ، « ن » عدد الأفراد أوجد عدد السلامات فى حالة ن = ١٠ ، ن = ٢٠ ، ن = ١٠٠ .

٤- أوجد عدد السلامات إن كان عدد الأفراد ١٥ .

امثلة لمشكلات ممكن استخدامها فى حصص الرياضيات

١- ماهى حالات توزيع ٢٥ قطعة من الشيكولاته بين ثلاث أفراد بشرط حصول كل فرد على الأقل على قطعة واحدة ؟

٢- إذا كان أ ب جـ د هـ

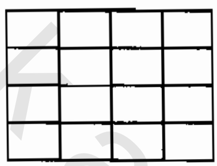
× ٤

هـ د جـ ب أ

فإن أ = ---- ، ب = ---- ، جـ = ---- ، د = ---- ، هـ = ----

حيث أ ، ب ، جـ ، د ، هـ أعداد طبيعية موجبة ١٠ .

٣- كم عدد المربعات فى الشكل ؟



٤- حل المعادلة الأسية الآتية : $٥ = ٣^{-س} + ٣^{-٢س}$ ؟

ولقد ذكر كثير من الباحثين بعض الاستراتيجيات الهامة فى حل المشكله وألتى من الممكن أن يستخدمها مدرسى الرياضيات فى هذا الخصوص .

ذكر ويتلى "Wheatley, 1980" أحد الاستراتيجيات التدريسية فى حل المشكلة وتتلخص هذه الطريقة فى الخطوات التالية :

١- اقرأ المشكلة بدقة .

٢- أعد صياغة المشكلة بلغتك أنت .

٣- قسم المشكلة إلى عناصرها وحدد ما هو معطى وما هو مطلوب ؟

٤- حاول الوصول إلى الحل بالتقريب .

٥- استخدم طريقة أخرى للحل إن فشلت الطريقة الأولى .

٦- ابحث عن قاعدة أو قانون معين .

٧- أعد قائمة بالبيانات التى توصلت إليها .

٨- نظم تلك البيانات فى جدول لتتضح العلاقة بشكل أفضل .

٩- استخدم جميع المعلومات المتاحة .

١٠- اكتب جملة أو صيغة رياضية للمشكلة بلغتك .

١١- راجع الحل والمشكلة ومدى ارتباط الاثنان .

وذكر شونفيلد "Schoenfield, 1979" استراتيجية أخرى مكونة من خمس خطوات :

١- ارسم شكلاً توضيحيًا للمشكلة كلما أمكن .

٢- إذا عرضت لك مشكلة ذات متغيرات نونية ابحث عن طريقة الاستنتاج الرياضى كأسلوب للحل .

مثال : أوجد مجموع المتسلسلة :

$$\frac{١}{١ \times ٢} + \frac{١}{٢ \times ٣} + \frac{١}{٣ \times ٤} + \ldots\ldots + \frac{١}{ن\,(ن + ١)}$$

٣- استخدم البرهان غير المباشر فى حالة عدم وضوح البداية الصحيحة .

مثال (١) : إثبت أن الأعداد الأولية لانهائية .

مثال (٢) : إثبت أن ٢ عدد غير قياسى .

٤- أنظر إلى المشكلة مع استبعاد بعض المتغيرات مؤقتًا ثم حل المشكلة فى شكلها البسيط . ثم ارجع للمشكلة الأصلية وحاول تطبيق الحل فى الحالة المبسطة على الحالة العامة .

مثال : إذا كان أ ، ب ، جـ ، د ١ ٠ إثبت أن (١ - أ) (١ - ب) (١ - جـ) (١ - د) ١ - أ - ب - ج - د .

٥- اختر أهدافًا جزئية فى بداية الحل تتطور بعد ذلك إلى أهداف عامة بمعنى أنه يكفيك أن تصل فى أول الأمر إلى حل جزء من المشكلة ثم تنطلق إلى حل باقى المشكلة .

مثال (١) :

إثبت أنه إذا كان $أ^٢ + ب^٢ + جـ^٢ + د^٢ = أ ب + ب جـ + جـ د + د أ$

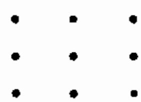
فإن أ = ب = جـ = د .

مثال (٢) :

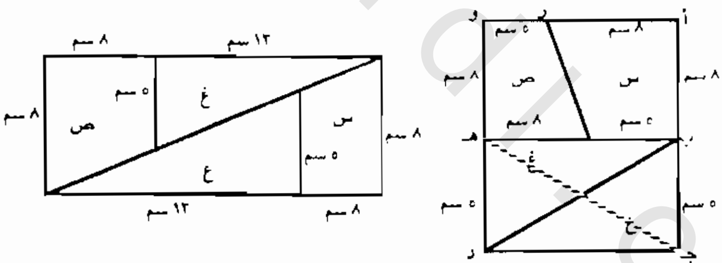
إثبت أن إذا كـان أ ، ب ، جـ ، أعداد حقيقية موجبة وضح أن أى من الحدود الثلاثة الآتية لاتزيد قيمها عن $\frac{١}{٤}$ أ (١ − ب) ، ب (١ − جـ) ، جـ (١ − أ) .

أمثلة أخرى لمشكلات رياضية

١- ارسم أربع خطوط مستقيمة متصلة بين التسع نقط المبينة بشرط المرور على كل نقطة مرة واحدة .



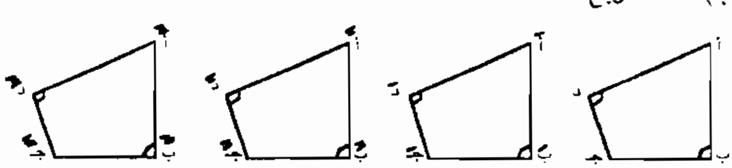
٢- فى هذا المربع الذى طول ضلعه ١٣ سم تم قصة طبقًا للخطوط الموضحة فى الشكل بحيث تم إنشاء المستطيل التالى . لاحظ أن مساحة المرابع ١٦٩ سم٢ ومساحة المستطيل ١٦٨ سم ماهو السبب ؟ اشرح ذلك بالتفصيل .



٣- باستخدام هذه الأشكال الأربع :

(أ) أنشأ متوازى أضلاع

(ب) أنشأ مربع .



أمثلة ودروس على استراتيجية الأهداف الجزئية فى تدريس الرياضيات

الموضوع الأول

الضرب بمجرد النظر

الهدف

تهدف هذه الدروس إلى :

١- تعريف الطلاب بأسلوب حل المشكلة بشكل عام وبعض الأمثلة على ذلك .

٢- التدريب على إجراء بعض عمليات الضرب بمجرد النظر كدروس تمهيدية لاستخدام استراتيجية الأهداف الجزئية فى حل بعض المشكلات الرياضية .

- **الزمن** : حصتان

- **العرض** : بعد التقديم وشرح فكرة الطريقة وأهميتها وأهم الموضوعات التى سيتم مناقشتها وزع استمارة المشكلة (١) .

مشكلة تدريسية (١)

(أ) بمجرد النظر دون استخدام الآلة الحاسبة
أو الضرب المطول أوجد مجموع أرقام $(111111)^2$ ؟

ومن خلال مناقشة الطلاب يتم تحديد ما هو معطى بالضبط وذلك من خلال قراءة العدد قراءة صحيحة والتأكد من تحقق الشروط . بعد ذلك يتم مناقشة المطلوب وهو ايجاد :

١- مربع العدد (١١١١١١) .

٢- مجموع أرقام ناتج الضرب .

× هذه الموضوعات جزء من بحث قام به المؤلف تحت عنوان « أثر استراتيجية الأهداف الجزئية على التحصيل الرياضى والاتجاهات » .

يوجه الطلاب إلى ضرورة البحث عن أمثلة أبسط ولكن علي نفس النمط والشكل وذلك من خلال التمارين الآتية :

أ) أوجد حاصل ضرب العدد (١١) فى نفسه ؟ وأوجد مجموع أرقام الناتج ؟

ب) أوجد حاصل ضرب العدد (١١١) فى نفسه ؟ وأوجد مجموع أرقام الناتج ؟

جـ) أوجد حاصل ضرب العدد (١١١١) فى نفسه ؟ وأوجد مجموع أرقام الناتج ؟

وخلال حل تلك التمارين المساعدة يمكن للطالب استخدام طريقة الضرب المطولة ويوجه الطلاب إلى ضرورة تنظيم تلك البيانات فى جدول كالتالى :

العدد	حاصل الضرب	مجموع أرقام الناتج
$(١١)^٢$	١٢١	٤
$(١١١)^٢$	١٢٣٢١	٩
$(١١١١)^٢$	. . . .	.
$(١١١١١)^٢$	. . . .	.

ومن خلال الحوار والمناقشة يتضح للطلاب العلاقة بين مجموع أرقام الناتج وعدد أرقام العدد وكذلك ترتيب الأرقام فى حاصل الضرب . وبعد التأكد من فهم الطلاب لتلك لحلول الجزئية انتقلنا إلى حل المشكلة الأصلية وأوجدنا حاصل الضرب وهو (١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٤ ٣ ٢ ١) ومجموع الأرقام = ٣٦ .

وبعد التأكد من حصول كل تلميذ على الإجابة المطلوبة طلبنا منهم ايجاد حاصل الضرب ومجموع أرقام الناتج فى حالة سبعة أرقام وثمانية أرقام كنوع من تثبيت الاكتشاف المتوصل إليه .

انتقلان بعد ذلك إلى مناقشة المشكلة التالية :

مشكلة تدريسية (٢)

(ب) بمجرد النظر وبدون استخدام

الضرب المطول أو الآلة الحاسبة

أوجد : ٩٩٩٥ × ٩٩٩٥

بنفس الطريقة تم تهيئة أذهان الطلاب إلى ضرورة البحث عن مشكلات مشابهة لكنها أبسط ومن خلال حل تلك المشكلات الأبسط يمكن التعرف على طريقة حل المشكلة الأصلية . وقد تم استخدام التمارين المساعدة الآتية :

١٥	٢٥	٣٥	٩٥	١١٥	١٢٥	١٩٥
١٥ ×	٢٥ ×	٣٥ ×	٩٥ ×	١١٥ ×	١٢٥ ×	١٩٥ ×

ومن خلال الحصول على نواتج الضرب هذه باستخدام الضرب المطول وتوجيه نظر الطلاب إلى العلاقة بين ناتج الضرب والعدد ذاته وتقسيم الناتج إلى جزئين الأول يحتوى (٢٥) والثانى باقى الناتج اتضح للطلاب العلاقة المبسطة . ثم طلب منهم حل المشكلة الأصلية مستخدمين ما اكتشفوه من علاقة من خلال تلك التمارين ثم التأكد من صحة استنتاجهم بإجراء عملية الضرب العادى . بعد التأكد من الحل والاكتشاف المتوصل إليه تم تعميم المشكلة على مواقف مشابهة .

بمجرد النظر أوجد :

١٨٣	١٩٦	١١٢	١٢٢٤
١٨٧ ×	١٩٤ ×	١١٨ ×	١٢٢٦ ×

وبمناقشة الطلاب والإجابة عن الأسئلة : هل ينطبق الاكتشاف المتوصل إليه سابقًا على مثل تلك الحالات ؟ وما العلاقة بين مثل هذه التمارين وماسبق شرحه ؟

ومن خلال الإجابة على مثل هذه الأسئلة وغيرها توصلنا إلى إجابات هذه التمارين . تلى ذلك إعطاء بعض التمارين التأكيدية لتثبيت الاكتشافات المتوصل إليها . ومع نهاية الدرس الثانى أعطيت الواجبات التالية :

أوجد نواتج كلاً مما يأتى دون استخدام الآلة الحاسبة أو الضرب بالطريقة المطولة .

(أ) ١٤١ × ٩٩ = .

(ب) ٣٤٣ × ٩٩ =

(ج) ٢٩٦٩ × ٩٩ =

الموضوع الثانى

المربعات والمستطيلات

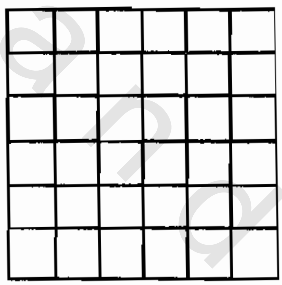
الهدف

تهدف هذه الدروس إلى التدريب على استخدام استراتيجية الأهداف الجزئية فى ايجاد عدد المربعات والمستطيلات لبعض الأشكال .

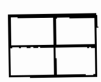
- **الـزمـن** : حصتان
- **العـرض** : بعد التذكير بما تم عرضه فى الحصص الماضية وجمع الواجبات المنزلية ومناقشتها يتم عرض نموذج المشكلة (٣) .

مشكلة تدريسية (٣)

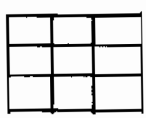
كم عدد جميع المربعات فى هذا الشكل ؟



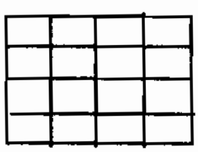
بعد مناقشة الطلاب وحوارهم والتأكد من مدى فهمهم للمشكلة والمطلوب حيث أسرع معظمهم ليقول أن عدد تلك المربعات ٣٦ - قام الباحث بتوضيح أن العدد أكبر بكثير وأوضح أمثلة لتلك المربعات المتداخلة . تلى ذلك توزيع استمارة مرسوم عليها الأشكال الآتية :



شكل (أ)



شكل (ب)



شكل (جـ)

والمطلوب إيجاد عدد جميع المربعات فى كل شكل من هذه الأشكال وبعد مناقشة الطلاب وحوارهم تم إعداد جدول كالتالى :

الشكل	عدد المربعات وحدة × وحدة	عدد المربعات وحدتين × وحدتين	عدد المربعات ٣ وحدات × ٣ وحدات	عدد المربعات ٤ وحدات × ٤ وحدات	عدد المربعات ٥ وحدات × ٥ وحدات	المجموع
أ	٤	١	–	–	–	٥
ب	٩	٤	١	–	–	١٤
جـ	١٦	٩	٤	١	–	٣٠
د	٢٥	–	–	–	–	٢٥
هـ	–	–	–	–	–	–
و	–	–	–	–	–	–
ز	–	–	–	–	–	–

وبعد أن تم حل الأمثلة الثلاثة السابقة وتفريغ البيانات فى الجدول السابق تم تكليف الطلاب برسم الشكل (٤) هو عبارة عن مربع منقسم إلى ٢٥ وحدة مربعة وطلب منهم ايجاد عدد تلك المربعات وكتابة البيانات فى جدول .

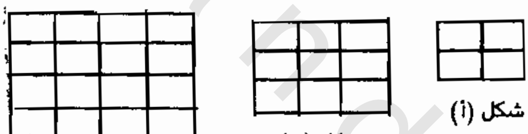
وجه بعد ذلك الطلاب إلى المشكلة الأصلية (مربع منقسم إلى ٣٦ وحدة مربعة) ثم اسأل الطلاب عن القاعدة أو القانون الذى يربط بين مجموع تلك المربعات وشكل المربع ووحداته وقد استنتجها الطلاب على النحو التالى :

عدد المربعات المكونة لـ « ن × ن » من الوحدات الجزئية هو :

$$١^٢ + ٢^٢ + ٣^٢ + ٤^٢ + ٥^٢ + ٦^٢ + ... + ن^٢$$

وبعد ذلك طلب من الطلاب ايجاد عدد تلك المربعات فى حالة المربع المنقسم إلى ٤٩ وحدة مربعة سواء بالعدد أو بالقانون العام السابق .

بعد ذلك نوقشت فكرة تعميم ذلك فى حالة المستطيلات بمعنى هل يمكن ايجاد قاعدة أو قانون تربط عدد المربعات وعدد المستطيلات فى أى شكل مشابه لما سبق مناقشته ؟ وباعتبار أن كل مربع مستطيل عرضت التمارين التالية :



شكل (أ)

شكل (ب)

شكل (جـ)

ومن خلال الحوار والمناقشة واتباع نفس الطريقة السابقة حدثت الإجابات على النحو التالى :

شكل (أ)

عدد جميع المربعات : ٥

عدد المستطيلات ١ × ٢ : ٢

عدد المستطيلات ٢ × ١ : ٢

مجموع المستطيلات الكلى : ٩

شكل (ب)

عدد المربعات : ١٤

عدد المستطيلات ١ × ٢ : ٦

عدد المستطيلات ٢ × ١ : ٦

عدد المستطيلات ١ × ٣ : ٣

عدد المستطيلات ٣ × ١ : ٣

عدد المستطيلات ٣ × ٢ : ٢

عدد المستطيلات ٢ × ٣ : ٢

المجموع ٣٦

وبنفس الطريقة تم استنتاج عدد المستطيلات فى الشكل (٦) فوجد أنه = ١٠٠ ، ومن خلال ترتيب البيانات ستحصل عليها حتى الآن وهى ٩ ، ٣٦ ، ١٠٠ فى حالة «ن × ن» ، ٢ ، ٣ ، ٤ على الترتيب وجد أنه من السهل إثبات أن عدد المستطيلات يرتبط بالعلاقة :

$$١^٣ + ٢^٣ + ٣^٣ + ... + ن^٣ = (١ + ٢ + ٣ .... + ن)^٢ .$$

بعد ذلك طلب من الطلاب ايجاد عدد جميع المستطيلات فى حالة المربع المنقسم إلى ٢٥ وحدة مربعة بطريقتين بالقانون والعد بالطريقة التى تعلمها الطلاب .

ولتثبت الاكتشافات المتوصل إليها تم إعطاء الطلاب الواجبات المنزلية الآتية :

أوجد عدد جميع المربعات والمستطيلات فى حالة المربع المنقسم إلى ٤٩ وحدة مربعة بطريقتين (العد ، القانون) .

الموضوع الثالث

الأنظمة العددية

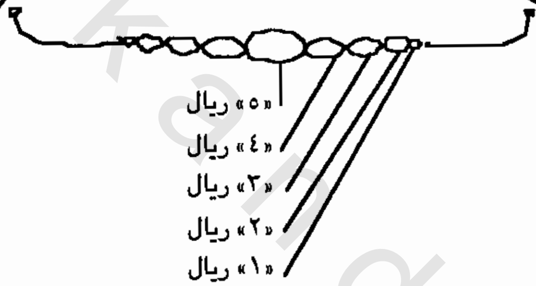
الهدف

تهدف هذه الدروس إلى التدريب على استخدام استراتيجية الأهداف الجزئية فى مواقف مختلفة بغض النظر عما سبق دراسته (الأنظمة العددية) .

- **الزمن** : حصتان

- **العرض** : تم عرض نموذج المشكلة الآتى مع بداية الحصة الأولى .

مشكلة تدريسية (٤)



كم يكون ثمن هذا العقد ؟ وكم يكون ثمن عقد مشابه مكون من ٢٥ حبة ؟

وطلب من كل تلميذ شرح ما يراه ومعرفة ما هو معطى بالضبط وما هو مطلوب أولاً ، وما هو مطلوب ثانيًا . وقد ترك الحرية للطلاب كلٌ بطريقته لايجاد ثمن العقد فى الحالة الأولى وبعد التأكد من أن كل طالب حصل على الحل الصحيح ناقش الباحث الحلول المختلفة على السبورة ثم طلب من كل تلميذ حل المشكلة فى الحالة الثانية سواء بالرسم أو بأى طريقة يراها الطلاب بعد ذلك طلب من كل تلميذ ذكر إجابته وتمت مناقشة الإجابات المختلفة والتأكد من أن كل طالب وصل للإجابة الصحيحة .

بعد ذلك عرض السؤال الثانى : أوجد مجموع أول مائة عدد فردى ؟ ومن خلال الحوار والمناقشة يتم العرف على ما هو مطلوب ومفهوم الطلاب للأعداد الفردية تلى ذلك سؤال الطلاب عن :

(أ) ايجاد مجموع أول عددين فرديين .

(ب) ايجاد مجموع أول ثلاثة أعداد فردية .

(جـ) ايجاد مجموع أول أربعة أعداد فردية .

وقد تم تنظيم البيانات المتحصل عليها فى جدول كالتالى :

	المكونـــات	المجمـوع
(أ)	مجموع أول عددين فرديين ١ + ٣	٤
(ب)	مجموع أول ثلاثة أعداد فردية ١ + ٣ + ٥	٩
(جـ)	مجموع أول أربعة أعداد فردية ١ + ٣ + ٥ + ٧	١٦
(د)	مجموع أول خمسة أعداد فردية ١ + ٣ + ٥ + ٧ + ٩	؟
(هـ)	مجموع أول عشرة أعداد فردية	؟
(و)	مجموع أول خمسون عدداً فردياً	؟
(ز)	مجموع أول مائة عدد فردى	؟

ومن خلال ملاحظة العلاقة بين عدد الأعداد الفردية المراد ايجاد مجموعها والمجموع يكتشف الطلاب العلاقة الآتية :

١ + ٣ + ٥ + ٧ + ... + (٢ن + ١) = م٢

حيث «م» هو عدد الأعداد الفردية المراد جمعها بدأ من أولها .

وبعد أن تأكدنا من أن غالبية الطلاب وصلوا إلى الحل المطلوب للسؤال الرئيسى تم عرض السؤال التالى :

وبنفس الطريقة تم توجيه الطلاب لاكتشاف قانون جمع الأعداد الزوجية والحصول على إجابة السؤال السابق وهى $\frac{(١٠٠)(١٠١)}{٢} = (٥٠٥٠)$.

تلى ذلك تحديد الواجبات المنزلية الآتية لتثبيت الاكتشافات المتوصل إليها ولمزيد من التدريب على الطريقة المستخدمة فى الحل .

١- أوجد مجموع أول مائة عدد طبيعى ؟

٢- أوجد مجموع الأعداد : $١^٢ + ٢^٢ + ٣^٢ + ٤^٢ + \cdots + ن^٢$ ؟

٣- أوجد مجموع الأعداد : $١^٣ + ٢^٣ + ٣^٣ + ٤^٣ + \cdots + ن^٣$ ؟

الموضوع الرابع

الاحتمالات

الهدف

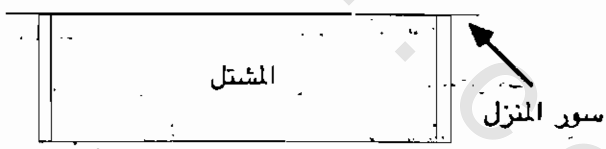
تهدف هذه الدروس إلى التدريب على استخدام استراتيجية الأهداف الجزئية من خلال ايجاد احتمالات ترتيب مجموعة من الأعداد للوصول إلى حل بعض المشكلات .

- **الزمن** : حصتان

- **العرض** : بعد مراجعة الواجبات المنزلية والتأكد من أن كل طالب وصل إلى الإجابات الصحيحة والمطلوبة وطريقة الحل . تم توزيع المشكلة التالية :

مشكلة تدريسية (٥)

أراد أحد الأشخاص عمل مشتل على شكل مستطيل فى حديقة منزله بجانب سور منزله كما هو مبين فماذا كان لديه « ١٠٠ » متر من سلك الأسوار كم تكون أبعاد ذلك المستطيل بحيث يحصل على أكبر مساحة ممكنة .



بعد التأكد من أن كل الطلاب فهموا المشكلة بالضبط وما هو المطلوب ؟ وماهو معطى ؟ وزع عليهم الجدول التالي لتكملته .

العرض (بعدين)	الطول (بعد واحد)	المساحة	العرض (بعدين)	الطول (بعد واحد)	المساحة
١	٩٨	٩٨	١٥	..	..
٢	٩٦	١٩٢	..	٦٥	..
٣	٩٤	٢٨٢	..	٦٠	..
٤	٩٢	٣٦٨	٢١	..	..
٥	..	..	٢٣	..	..
٦	..	..	٢٤	..	..
٧	..	..	٢٥	..	..
١٠	..	..	٢٦	..	..
١٢	..	..	٣٠	..	..

وبإكمال هذا الجدول استنتج الطلاب أن أكبر مساحة = ١٢٥٠ وتتعلق بالأبعاد « ٢٥ ، ٥٠ » .

بعد الانتهاء من هذه المشكلة والتأكد من أن كل طالب فهم الطريقة والحل يتم الانتقال إلى المشكلة الخامسة المشابهة للسابقة فى طريقة الحل وإن اختلفت عنها فى الصياغة .

مشكلة تدريسية (٦)

شاهد أحمد فى المطار «٣٦» طائرة منها ست طائرات لها أربع محركات والباقى إما بمحركين أو بثلاث محركات فإذا كان عدد جميع المحركات « ١٠٠ » محرك كما طائرة لها محركين ؟ وكم طائرة لها ثلاثة محركات ؟

وبعد مناقشة الطلاب والتأكد من إدراكهم وفهمهم للشكلة وتحديد ماهو معطى وما هو مطلوب وزع على الطلاب الجدول التالى لتكملته للوصول إلى الحل المطلوب من خلال ايجاد احتمالات توزيع « ٣٠ » عدداً بين مجموعتين .

٤ محركات	٣ محركات	محركين	عدد الطائرات	عدد المحركات	٤ محركات	محركين	٣ محركات	عدد الطائرات	عدد المحركات
٦	٢٩	١	٣٦	٨٥	٦	٢٠	١٠	٣٦	
٦	٢٨	٢	٣٦	٨٦	٦	٢٥	٥	٣٦	
٦	٢٧	٣	٣٦	٨٧	٦	..	..		
٦	٢٥	٥			٦	..	..		
٦	..	.			٦	١٥	١٥		
٦	..	.			٦	١٤	١٦		
٦	..	..			٦	١٦	١٤		
٦	١٨	١٢			٦				
٦	١٧	١٣			٦				
٦	١٣	١٧			٦				
٦	١٤	١٦			٦				

وبإكمال هذا الجدول خطوة خطوة وحساب عدد المحركات في كل حالة تم التوصل إلى أن عدد الطائرات ذات المحركين ١٤ طائرة وعدد الطائرات ذات الثلاث محركات هو ١٦ .

وبحصول كل تلميذ على الحل الصحيح انتهت الحصة الثانية وتم تحديد الواجبات المنزلية الآتية :

١- باستخدام معادلات الدرجة الأولى فى متغيرين حل كلاً من المشكلتين السابقتين دون استخدام الجداول السابقة ؟

الموضوع الخامس

الدائـرة

الهدف

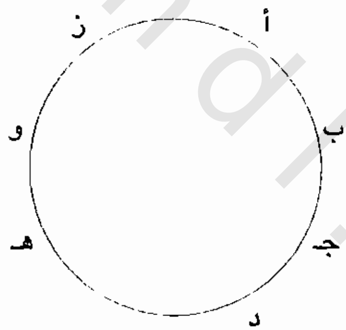
١- التدريب على استخدام استراتيجية الأهداف الجزئية فى ايجاد عدد المساحات المنفصلة (غير المتداخلة) المتكونة داخل دائرة من تقاطع الأوتار الموصلة بين عدد من النقاط على محيط هذه الدائرة .

٢- التدريب على عدم إصدار أحكام أو تعميمات دون ملاحظة عدد كافٍ من الأسئلة والتمارين .

- **الـزمـن** : حصتان

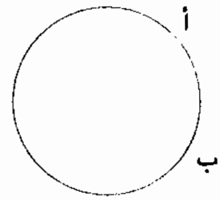
- **العرض** : تم توزيع نموذج المشكلة السادس التالى :

مشكلة تدريسية (٧)

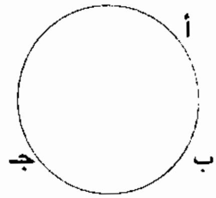


كم عدد المساحات المتكونة داخل هذه الدائرة الناشئة من تقاطع الأوتار الموصلة بين السبع نقاط المبينة على هذه الدائرة ؟

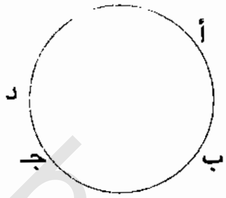
بعد التأكد من فهم الطلاب للمشكلة والمطلوب ، وقيامهم ببعض المحاولات التجريبية لايجاد المطلوب ، طلب من كل تلميذ رسم الدوائر الآتية وايجاد عدد المساحات المتكونة على النحو التالى :



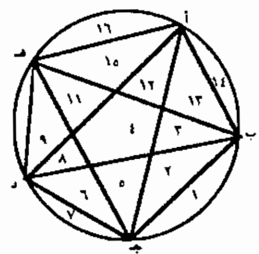
عـــدد النقط : ٢
عدد المساحات : ٢



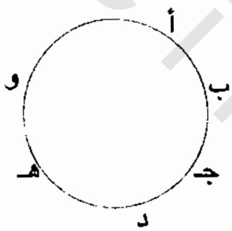
عـــدد النقط : ٣
عدد المساحات : ٤



عـــدد النقط : ٤
عدد المساحات : ٨



عـــدد النقط : ٥
عدد المساحات : ١٦

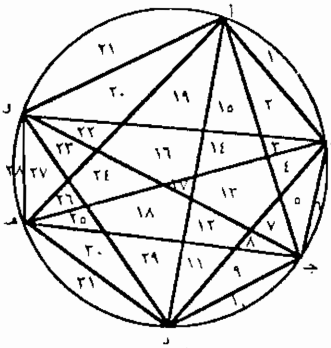


عـــدد النقط : ٦
عدد المساحات : ؟

ومن خلال حل التمارين الأربعة السابقة طلب من الطلاب ايجاد المساحات فى الحالة الأخيرة (ست نقاط) دون القيام بالرسم ومن خلال ملاحظة البيانات والنتائج المبينة فى الجدول التالى :

عـــدد النقط :	٢	٣	٤	٥	٦	٧
عدد المساحات : ؟	٢	٤	٨	١٦	؟	؟

وقد تسرع غالبية الطلاب فكتبوا أن عدد تلك المساحات «٣٢» وهنا طلب من الطلاب القيام برسم الدائرة التالية وعدد المساحات بدلاً من استنتاجها للتأكد من مدى صحة استنتاجهم .



عـــدد النقط : ٦
عدد المساحات : ٣١

وعليه اتضح للطلاب مدى تسرعهم فى الاستنتاج غير الصحيح من مجرد ملاحظة وحل عدد غير كاف من التمارين .

وقد بدأ التساؤل هل هناك قانون يربط عدد النقط (ن) على محيط الدائرة وعدد تلك المساحات غير القانون (٢ن-١) الذى ثبت عدم صحته فى حالة (ن = ٦) .

وقد تم متابعة العمل والحوار والمناقشة ومحاولة ربط النتائج بعضها بالبعض حتى تم التوصل إلى القانون التالى :

إذا كانت «ن» عدد النقط على دائرة فإن عدد تلك المساحات هو :

$$١ + \frac{ن\,(ن-١)}{٢ \times ١} + \frac{ن\,(ن-١)\,(ن-٢)\,(ن-٣)}{٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}$$

وبعد اكتشاف ذلك القانون تم تطبيقه فى حالة (ن = ٧) .

$$\text{عدد المساحات} = ١ + \frac{٧\,(٦)}{٢} + \frac{٧\,(٦)\,(٥)\,(٤)}{٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}$$

بعد حساب عدد المساحات من القانون تم رسم دائرة وعليها سبع نقاط (المشكلة الأصلية) وحسب عدد تلك المساحات والتأكد من أن عددها الفعلى ٥٧ مساحة تلى ذلك تكرار نفس العمل فى حالة ثمانى نقاط وايجاد عدد تلك المساحات بالقانون وبالعد على الرسم . ثم حددت الواجبات المنزلية .

- ارسم دائرة وعليها تسع نقاط أوجد عدد المساحات المتكونة بطريقتين مختلفتين .

مراجع الفصل

المراجع العربية

١- إبراهيم بسيونى عميرة ، وفتحى الديب ، تدريس العلوم والتربية العلمية ، دار المعارف ، القاهرة ، ١٩٧٣ .

٢- أحمد الخطيب ورداح الخطيب : اتجاهات حديثة فى التدريب ، مطابع الفرزدق ، الرياض ، ١٩٨٦ .

٣- رونالد هايمان ، ترجمة إبراهيم الشافعى ، طرق التدريس ، مطبعة جامعة الملك سعود ، الرياض ، ١٩٨٣ .

المراجع الاجنبية

4- Bruner, J. ***Toward a Theory of Instruction*** New York: W. W. Nurton & Company, INC. 1966.

5- Callahan, J. & Clark, L. ***Teaching in the Middle and Secondary School***. 2nd. Ed. New York: Macmillan Pul. Co. INC. 1982.

6- Clark, L. ***Teaching Social Studies in Secondary School***. New York: Macmillan Pub. Co. INC., 1973.

7- Dalton, L., ***Aplan for Incor porating problem solving throughout the Advanced Algebra Curriculum in the NCTM***, 1985, Year Book. The Scondary School Mathematics Curriculum NCTM, Reston, Virginva, 1985.