الفصل السادس

أساليب وطرق تدريس الرياضيات

- طريقة المحاضرة
- طريقة المناقشة
- طريقة الاكتشاف
- أسلوب حل المشكلة

* استراتيجية الأهداف الجزئية فى حل بعض المشكلات الرياضية

طريقة المحاضرة

Lecture Method

طريقة المحاضرة

إن أحـد أهم خصائص الإنسان المثقف أن تكون لديه القدرة على الاستماع بذكاء ، وطريقة المحاضرة تعد من أهم طرق التدريس المعروفة لتنمية هذه القدرة لدى المتعلمين . ولا يعنى ذلك بحـال أن مهـارة الاسـتماع تعـنى القـدرة علـى مجـرد تكـر مـا قالـه المعلـم (المحاضـر) وإنما تعنى أيضاً القدرة على متابعة الملاحظات والتعليقات وإبداء الرأى والتفكير الناقد فيما يقال . ولذلك فإن أحد التبريرات الأساسية التى تقال لاستخدام طريقة المحاضرة هو أن الاستماع مهارة أساسية لكبار الناضجين والمثقفين يجب تدريب المتعلمين عليها .

ولا يقتصـر اسـتخدام أسلوب المحاضرة على مدارسنا فقط بل ذكر د. إبراهيم بسيونى (١٩٧٣) أن بعـض الباحثيـن قد زار سبعين مدرسة ثانوية فى الولايات المتحدة ووجدوا أن المحاضرة مستخدمة فى تدريس العلوم فى عشرين منها " ص ١٨٣ " والمحاضر يدرس لطلابه علـى مستويين فى نفس اللحظة فهو يدرس مادة " Content " كما يدرس مهارة استماع وتفكير ناقد . بمعنى أن المحاضرة بمفهومنا المعاصر تعتبر المدرس قائماً بالتدريس وليس قائماً بالإلقاء اللفظى على مسامع تلاميذه على الرغم من اعتماد طريقة المحاضرة على الإلقاء اللفظى للمعلومة ونحـن نقصـد أيضاً بالمحاضرة هنا المحاضرة التدريسية التى يستخدمها المدرس فى المواقف التعليميـة وليس المحاضرة البسيطة التى يلقى فيها المحاضر موضوعاً على مسامع مجموعة من الناس والفرق كبير بين الطريقتين فالمحاضرة التدريسية لها هدف محدد ومصممة بطريقة معينة وتحقـق نـتائج ذات قيمة تعليمية وذلك عكس المحاضرة البسيطة التى قد تعتمد على الارتجال وعدم التخطيط .

ويذكر روناهايمان (١٩٨٣) ناقلاً عن أميدون وهانتر " Amidon & Hunter " قولهم .

" ... هـناك أنـواع لسوء استعمال التعلم اللفظى جد معروفة منها الاستعمال غير الناضج للأسـاليب الشـفوية مـع تلامـيذ غير ناضجين معرفياً العرض الجاهزة والتعسفى لحقائق غير مـترابطة ... ، ثـم استخدم أساليب التقييم التى تقيس مجرد القدرة على تذكر حقائق منفصلة .. وعلـى الـرغم مـن أنه من المناسب تماماً أن نحذر المدرسين من هذه الأنواع الخاصة بسوء استخدام التعلم اللفظى ، فإنه ليس من العدل أن نعرضها على أنها موجودة ومتضمنة فى الطريقة ذاتهـا (ص٢١١) بمعنى أن العيوب الكثيرة للتدريس الشفوى اللفظى لا يعنى بحال أن الطريقة سـيئة كل السوء بل إن العيب فى جزء كبير منه يقع على من يستخدم الطريقة فالمحاضر الجيد يمكـنه اسـتثارة انتـباه تلامـيذه عـن طريق توجيه واستعمال الأسئلة بكفاءة حيث يعطى ذلك للمحاضرة لوناً مختلفاً ويحفز المتعلمين على الانتباه .

طرق استخدام طريقة المحاضرة فى التدريس

ذكــر كالهان " Callahan, " أن طريقة المحاضرة تعتمد فى جزء كبير منها على القول اللفظى وأنه يمكن تلخيص هذه الطريقة فى المقولة المشهورة التالية :

Tell them what you are going to tell them .
Tell Them
Finally tell them what you have told them .

وهــذا يعــنى أن طــريقة المحاضرة تقوم على أن تقول لتلاميذك ما تنوى أن تقوله لهم (الهــدف من المحاضرة) ، ثم تقول لهم (العرض التدريسى للموضوع) ، وأخيراً قل لهم تلخيصاً للموضوع (الخلاصة) .

ومــن الأساليب المعروفة والجيدة فى استخدام طريقة المحاضرة أن يسأل المحاضر نفســه سؤالاً محدداً هو : إذا كان على طلابى أن يتعلموا شيئاً واحداً على الأقل من هذه المحاضــرة فما هو ذلك الشئ ؟ إننى أعتقد أن ذلك الشئ هو .. وذكر هايمان (مرجع ســابق) أن ودور ويلســون " Woodrow Wilson " كان محاضراً ممتازاً فى جامعة برنيستون وكان يستخدم الطريقة التالية فى محاضراته

يقــرأ فــى بدايــة المحاضرة من ورقة مكتوبة بخط اليد أربعة أو خمسة تعميمات مثيرة يدونها الطلاب حرفياً أمامهم ولم تكن بقية المحاضرة إلا تفسيراً وتوضيحاً لهذه العبارات و اقترح كلارك " Clark, L. 1973 " طريقة جيدة أخرى للمحاضرة التدريسية .

١- ابدأ المحاضرة بسؤال أو مشكلة مثيرة للاهتمام .

٢- حاول أن تكون غامضاً بعض الشئ فى بداية المحاضرة ولمدة دقائق معدودة

٣- قل لتلاميذك ما تريد أن تقوله من معلومات .

٤- حاول إيجاد علاقة بين ما يعرفه تلاميذك فعلاً وما تريدهم أن يعرفوه .

٥- اســتخدام الوســائل التعليمــية لتوضــيح فكــرتك أو تفســير مــا قــد يكون غامضاً من مفاهيم

٦- قدم الطرفة التى تدخل المرح والابتسامة على نفوس تلاميذك .

٧- استخدم الأمثلة كلما سمحت لك الظروف بذلك .

٨- لا تجعل لمحاضرتك روتين محفوظ ثابت وممل .

٩- اختم المحاضرة بملخص سريع وواف للموضوع .

مميزات طريقة المحاضرة

على الرغم من النقد الذى يوجه لطريقة المحاضرة إلا أن لها من المميزات والمغريات ما يدفع كثير من المدرسين إلى استخدامها ومن ذلك :

١- أن فى صوت بعض الناس – مع من يعرفون كيف يستخدمونه – قدرة خارقة على الاقناع والمحاضر الجيد هو ذلك المدرس الذى يعرف كيف يستخدم صوته (ارتفاعاً وانخفاضاً)وتأثيراته استخداماً جذاباً وهذه ميزة جد هامة لطريقة المحاضرة . فالإلقاء اللفظى سهل مع من يحسن استخدامه .

٢- أننا نتعلم حوالى ٥٠% مما نراه ونسمعه ، وأننا نتعلم ١١% بواسطة حاسة السمع وحدها ، ٨٣% بواسطة حاسة البصر (الخطيب ، ١٩٨٦) وطريقة المحاضرة تعتمد على عنصرى السمع والبصر وهما عاملان خطيران فى عملية التعلم ومن ذلك يتضح مدى فائدة المحاضرة لعملية التعليم والتعلم .

٣- إن طريقة المحاضرة أسلوب سهل وسريع للمرور على رؤوس الموضوعات خاصة مع تكدس المناهج بصفة عامة ومناهج الرياضيات بصفة خاصة .

٤- أنها طريقة جيدة للتلخيص والمراجعة تقدم حداً أدنى للمعلومات لكل التلاميذ فى وقت واحد .

٥- تقل فى هذه الطريقة المشكلات النظامية فى الفصل المدرسى لأنه منضبط فى أغلب الأحيان لأن المدرس يتكلم والتلاميذ ينصتون وهذا له دور كبير فى إغراء مدرسينا لاستخدام هذه الطريقة خاصة مع الأعداد الكبيرة من التلاميذ

عيوب الطريقة

١- لا تزود الطريقة المعلم بأسلوب محسوس وعملى للتغذية المرتجعة " Feed Back " فغالباً ما يعتمد المعلم على إحساسه الذاتى فقط من متابعة التلاميذ لموضوع المحاضرة .

٢- يقرر بلوم أن ٣١% من تفكير الطلاب فى المحاضرة ينصرف إلى موضوعات أخرى لا صلة لها بالمحاضرة (اللعب مع الأقران بعد المحاضرة ، أو الامتحان الذى سيلى المحاضرة ، ...) .

٣- من المعروف أننا نتذكر حوالى ٩٠% مما نقوله ونفعله معاً ولما كان الطالب منصتاً طول وقت المحاضرة فهو غالباً لا يقول شيئاً أو أنه يفعل الشئ اليسير فإن قدرة المتعلم على تذكر موضوعات المحاضرة عادة ما تكون ضعيفة للغاية .

٤- لا يستمع المتعلم إلى المحاضرة بانتباه شديد إلا إذا كان المحاضر ممتعاً وماهراً فى استخدام هذا الأسلوب وهى إحدى العيوب الرئيسية للطريقة .

فالنجاح فى هذه الطريقة يتوقف على جاهزية المحاضر نفسه مما لا يتوفر فى كثير من مدرسينا وخاصة مدرسى الرياضيات .

مقترحات تحسين استخدام الطريقة

وعلى الرغم من هذا النقد الموجه للطريقة ، إلا أنه من الممكن باتباع بعض المقترحات التقليل من تلك العيوب قدر المستطاع .

١- حدد هدف واضح ودقيق لموضوع محاضرتك يعرفه تلاميذك جيداً حيث يبغى أن تكون الفكرة الرئيسية للموضوع واضحة ومحددة .

٢- خطط محاضرتك بأسلوب منظم بحيث يسهل على المتعلمين متابعة الموضوع من كافة جوانبه وحتى نضمن تياراً متصلاً من التفكير أو المتابعة للموضوع .

٣- حاول ربط حلقات الموضوع بعضها ببعض من حين لآخر خاصة إذا كان وقت المحاضرة طويلاً والموضوع متشعباً كأن تقول مثلاً لقد تكلمنا فى الدقائق الماضية عن ... والآن ننتقل إلى ..... .

٤- اجعل بداية المحاضرة مشوقة ومثيرة للانتباه وقد تخدمك وسائل الاتصال التعليمى (السبورة الضوئية ، التسجيلات الصوتية ، ....) فى هذا الخصوص كذلك اجعل بداية المحاضرة غامضة بعض الشئ ولمدة دقائق محددة .

٥- أدخل المرح على نفوس تلاميذك أثناء المحاضرة كلما أمكن ذلك ويجب أن تتذكر أن المرح المقصود هنا هو المرح المنظم والتلقائى فى وقت واحد وليس المتكلف أو المفتعل أو غير المهذب . وأفضل أنواع المرح ما ينبع من الموضوع ذاته .

طريقة المناقشة

The Discussion Technique

ربما يكون أسلوب الحوار المبنى على توجيه الأسئلة أكثر الأساليب التدريسية تفضيلاً بين معظم مدرسى الرياضيات خاصة . بل إن مهارة استخدام وصياغة وتوجيه الأسئلة تعد أحد المهارات التدريسية التى يجب تدريب المدرسين عليها قبل تخرجهم أو أثناء عملهم التدريسى بصفة عامة .

وتستخدم الأسئلة فى مواقف كثيرة ولأغراض متعددة . وذكر منها لينوارد (Leonard & Trving, 1981) الآتى :

١- معرفة شئ لا نعرفه .

٢- معرفة إذا كان شخص ما يعرف شيئاً معيناً .

٣- لتنمية قدرات الطلاب على التفكير .

٤- لدفع الطلاب واستثارة اهتمامهم للدرس .

٥- لتقديم التدريبات والتمارين عقب أو أثناء الدرس .

٦- لمساعدة الطلاب على تنظيم وترتيب المواد التعليمية .

٧- لمساعدة الطلاب على اكتساب القدرة على التفسير .

٨- لمساعدة الطلاب على فهم بعض العلاقات (كالسبب والنتيجة) .

٩- للتركيز على بعض النقاط دون غيرها .

١٠- للكشف عن اهتمامات الطلاب وميولهم .

١١- للمراجعة والتخليص .

١٢- للكشف عن مواضع الاتفاق والاختلاف فى المعلومات .

١٣- للتقويم .

١٤- للتشخيص .

ولقد صنف جالهر (Gallagher, 1963) الأسئلة إلى أربعة أنواع هى :

١- أسئلة التذكر العقلى البسيط Cognitive Memory

وهى تلك الأسئلة المتعلقة بعملية تذكر المعلومات مثل من هو فيثاغورث ؟ وهذه الأسئلة تتعلق بالكلمات السؤالية مثل : من ، متى ، أين ، كيف .

٢- الأسئلة التقاربية Convergent Questions

وهذا النوع من الأسئلة يتعلق بعمليات تفكير أعقد من مجرد تذكر المعلومات وتسميعها كما فـــى الـــنوع الأول . فهـــذا النوع من الأسئلة يتطلب أن يقدم الطالب إجابة بعد تفكير عميق فى السؤال . كما أن هذا النوع من الأسئلة تكون الإجابة فيه إما صحيحة أو خاطئة .

مثال

إذا كان نصف قطر دائرة ١٠سم فما هو محيط تلك الدائرة ؟ وما مساحتها ؟

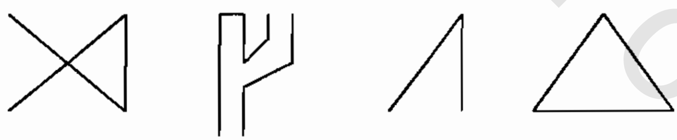
ففـــى هـــذا المثال على الطالب أن يتذكر قانون حساب محيط الدائرة (٢ط نق) وعلـــيه أيضـــاً أن يعرف معنى كل من تلك الرموز ، وقيمة ط ($\frac{22}{7}$ أو 14 ر3) ثم يطبق هذه القاعدة على الحالة المطلوبة ويصل إلى الإجابة . فإذا حسب حساباته بطريقة مضـــبوطة وكان فاهماً لمايفعل حصل على درجة هذا السؤال . وهذا السؤال يختلف عن قولك للطالب ما هو قانون محيط الدائرة ؟ ففى هذه الحالة يكون السؤال من النوع الأول تذكر عقلى بسيط .

٣- الأسئلة التباعدية Divergent Questions

هـــذا الـــنوع من الأسئلة يسمى بالأسئلة ذات النهايات المفتوحة فلا يستطيع أى فرد حـــتى واضع السؤال أن يتنبأ بالإجابة التى سيقدمها الطالب . بمعنى أن الأسئلة التباعدية ليست لها إجابة صحيحة وأخرى خاطئة . إنه نوع من الأسئلة يجبر الطالب على التفكير الابتكارى وينطلق إلى أقصى ما تمكنه قدراته فى تخيله وتفكيره .

مثال

ماذا يمكن أن تصمم من الأشكال التالية :



(١) (٢) (٣) (٤)

وعلى الطالب أن يرسم ما شاء له أن يرسم من أشكال ورسومات هندسية أو غير هندسية وكلما كانت الإجابة والشكل ذا معنى وغريب كلما دل ذلك على قدراته الإبداعية .

٤- الأسئلة التقويمية Evaluative Questions

فـــى الأســـئلة التقويمـــية نسأل الطلاب لإصدار حكم قيمى على شئ معين . وقد يكون ذلك الحكم مبنى على أدلة داخلية أو على أدلة خارجية .

مثال

درســـت ثـــلاث طرق لحل معادلة الدرجة الثانية فى متغير واحد . أى من هذه الطرق من وجهة نظرك تعتبرها الأفضل ؟ ولماذا ؟

ولقـــد أوضـــح فرانسيس هونكين (Francis Hunkins, 1972) أنه يمكن تصنيف الأسئلة فى الفصل المدرسى طبقاً لتقسيم بلوم للأهداف التربوية (ميدان الأهداف العقلية) . بمعنى أنه يمكن تصـــنيف أى سؤال يستخدمه المدرس على أى من المستويات الست للأهداف العقلية (معرفى ، إدراكى ، تطبيقى ، تحليلى ، تركيبى ، تقويمى) .

استخدام طريقة المناقشة فى التدريس

يعود تاريخ الطريقة إلى عهد سقراط حيث كان يستخدمها فى التدريس وتقوم طريقة سقراط هـــذه علـــى تصـــميم مجموعة معينة من الأسئلة يجيب عليها الطالب (مينو) ومع النهاية يجبر الطالب على قبول الاستنتاج النهائى :

مثال ما هو خارج قسمة أى عدد لا يساوى صفر على نفسه ؟ بمعنى إذا كان

أ صفر فإن $\boxed{\frac{\text{أ}}{\text{أ}}}$ = ___ ؟

الطالب : $\boxed{\frac{\text{أ}}{\text{أ}}}$ = ١

المعلم : إذا طبقنا قانون الأسس ماذا ستكون النتيجة ؟

الطالب $\text{أ}^{١-١}$ = ١

المعلم : ماذا فى الطرف الأيمن ؟

الطالب : $\text{أ}^{\text{صفر}}$

المعلم : وماذا فى الطرف الأيسر ؟

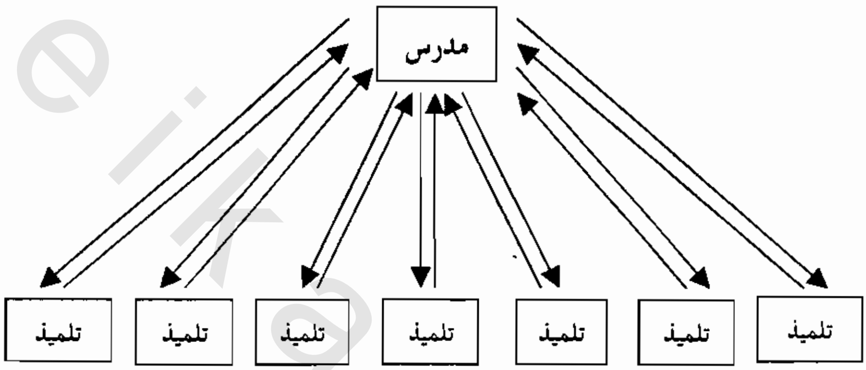
الطالب.: ١

المعلم : ماذا نستنتج

الطالب $\text{أ}^{\text{صفر}}$ = ١

وطــريقة سقراط هذه ليست الطريقة الحديثة فى المناقشة – فهذه الطريقة السقراطية تعــتمد على حمل الطالب أن يجيب على أسئلة حددها المعلم سلفاً ثم قاده بأسئلته إلى أن يقــبل النتيجة التى توصل إليها ويوجد على الأقل نموذجين لاستخدام طريقة المناقشة فى الوقــت الحالى فالنموذج الأول يكون فيه المدرس هو المحرك الأساسى للنشاط والأسئلة الفصلية .[1]

والتفاعل يتم بين كل تلميذ والمدرس على حدة ويوضحه الشكل (٦ – ١)

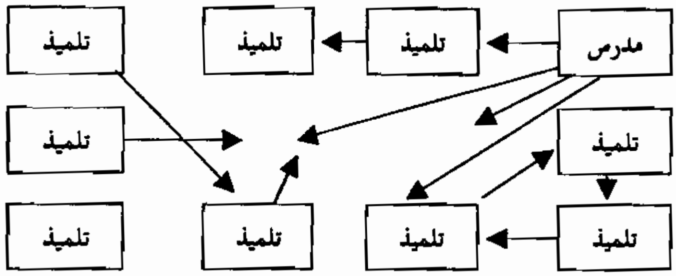


أمــا الــنموذج (٢) فــإن التفاعل والأسئلة والمناقشات تتم بين كافة الأطراف . فالمدرس قد يسأل والطالب يجيب . وقد يسأل الطالب سؤالاً ويجيب عليه زميله .

بمعــنى آخر أن التفاعل الصفى هنا ليس شرطاً أن يكون المدرس طرفاً فيه . وفى ذلك إمكانــية مشاركة الطالب الإيجابية فى مواقف التعلم . ومن عيوب هذا النظام أن الأسئلة الــتى سوف تعرض من جانب بعض التلاميذ قد لا تكون جيدة الصياغة . كما قد يحدث سوء نظام فى الفصل لمشاركة أكثر من فرد واحد فى الإجابة والأسئلة فتكثر الضوضاء والإجابات الجماعية والمقاطعات ويتشتت الانتباه وقد تضيع الفائدة المرجوة .

والشــكل (٦ – ١) يوضـــح هذا النموذج الثانى لاحظ وجود أسهم تتجه إلى وسط الفصل وهذا يعنى أن الشخص يتكلم مع كل الفصل سواء كان مدرساً أو طالباً .

- Francis, Hunkins, Questioning strategies and Techniques (Boston, Mass: Allyn and Bacon, INC. 1972) Chapter. 2.



شكل (٦ – ٢)

نموذج (٢) لطريقة المناقشة الحديثة[٢]

مقترحات تحسين استخدام الأسئلة فى التدريس

١-اسأل تلاميذك أولاً ثم ناد على من يعرف الإجابة . وهذا أفضل من أن تنادى على تلميذ معين ليقف ثم تسأله ففى الحالة الأولى هناك فرصة للتفكير فى السؤال والوصول للإجابة أما فى الحالة الثانية فإن الموقف قد يربك التلميذ .

٢- لا تضع حدود زمنية للإجابة كأن تقول فى ثلاث دقائق أجب عن كذا ، خاصة إن كان ذلك شفوياً .

٣- إذا قدم لك أحد التلاميذ جزئية من الإجابة ، ساعده لكى يقدم لك الباقى .

٤- أشرك أكبر عدد ممكن من تلاميذ فصلك فى المناقشة ، وزع أسئلتك على كل أركان الفصل وكل مستويات الطلاب ، وتجنب احتكار بعض التلاميذ للأسئلة والإجابة . فقد وجد أن المدرسين يتيحون فرصاً عديدة للطالب الممتاز أكثر من الطالب المتوسط أو الضعيف بمعنى إذا أخطأ الطالب المعروف عنه أنه ممتاز فى الإجابة عن السؤال شفاهة عادة ما يعطى المدرس هذا الطالب فرصة أخرى وهذا ما يحدث مع الطالب المتوسط أو الضعيف

ـ هذا النموذج عن كالاهان .

- Callahan, J. & Leonard C. Teaching in the Middle and Scondary School Muthematics, MacMillan Pub . Comp. New York, 1982 (p. 178) .

٥- عـــزز دائمـــاً إجابـــات طلابـــك بكلمـــة طيبة (عظيم ، ممتاز ، ....) وأن تبدى عدم رضاك على الإجابة الخاطئة .

٦- لا تســأل ســؤال تـــدرى مقدمـــاً أن التلاميذ لا يعرفون إجابته أو لم تفكر فيه أنت قبل عرضه على تلاميذك . فهذا الوضع يضعك فى موقف محرج للغاية .

٧- حـــاول أن تكـــون حازمـــاً فـــى قيادة المناقشة الفصلية ولا تسمح لأحد بأن يخرج عـــن الخـــط العـــام للموضوع ولكن كن فى ذات الوقت مهذباً فى الاعتراض على وجهات النظر أو بمن يريد أن يخرج عن مجال الحديث .

الطريقة الاكتشافية

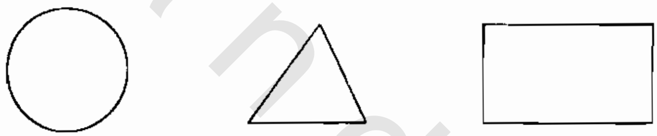
الطريقة الاكتشافية

Discovery Teaching

لا يوجد فى الحقيقة طريقة واحدة تسمى بالطريقة الاكتشافية ولكن ينظر البعض إلى الاكتشاف من وجهات نظر مختلفة ، وكل مدرس يساعد طلابه ليكتشفوا المعلومة يستخدم الطريقة الاكتشافية والاكتشاف أو التدريس الاكتشافى نوعان . نوع يسمى بالاكتشاف الحر " Free Discovery " والنوع الثانى يسمى بالاكتشاف الموجه " Guided Discovery " والفرق بين الطريقتين يتعلق بمدى تدخل المدرس فى العمل التدريسى فإن رتب المدرس الموقف التربوى بشكل بحيث يصل الطالب بنفسه لاكتشاف المعلومة فهو فى هذه الحالة يدرس بالطريقة الاكتشافية الحرة .

مثال

إذا أراد المدرس أن يجعل طلابه يكتشفوا السبب وراء اختيار الوحدات المربعة كوحدات مساحية . قد يوزع عليهم استمارة مرسوم عليها الأشكال التالية : احسب مساحة كل شكل من الأشكال التالية بأى طريقة تراها .



أما الاكتشاف الموجه ، فهى الحالة التى يقود فيها المدرس تلاميذه إما باستخدام أسئلة معينة أو بنماذج ووسائل تعليمية معينة ليقودهم إلى الاكتشاف .

ولقد قدم هربات ويلز (Wills, 1970) طريقة جيدة يمكن اتباعها عند القيام بالتدريس الاكتشافى الموجه شكل (٦ – ٣) . ولشرح أهم خطوات هذه الطريقة سنأخذ المثال السابق (ثلاثيات فيثاغروث) .

تبدأ الطريقة بعرض من المدرس بالمثال التالى :

المدخل

نحـــن نعـــرف أن الأعداد (٣ ، ٤ ، ٥) تسمى بثلاثية فيثاغورث هل تعرفون لماذا سميت هكـــذا ؟ يقود المدرس المناقشة لكى يعرف أن تلاميذه يعرفون المقصود بالثلاثيات الفيثاغورثية ($٣^٢ + ٤^٢ = ٥^٢$) .

المهمة المعيارية

بعد مرحلة التمهيد يبدأ الدخول إلى الدرس حيث يقوم المدرس بعرض المهمة التالية

إذا عرفنا عدداً واحداً فى ثلاثية لفيثاغورث هل يستطيع أحدكم ايجاد العددين الآخرين ؟

أوجد كلاً من ب ، جـ إذا كانت أ = ٣٩ حيث $أ^٢ + ب^٢ = جـ^٢$ ؟

التمارين المساعدة

يتم فى هذه المرحلة صياغة بعض التمارين المساعدة المشابهة للمشكلة الأصلية جيدة فى هذا الخصوص . ومن الممكن أن يصل الطلاب إلى الاكتشاف مباشرة .

ومن خلال الأسئلة والمناقشات والأمثلة المختلفة يستطيع أن يوجه المدرس تلاميذه ليكتشفوا تلك العلاقة المعروفة .

معروف أن الأعداد (٣ ، ٤ ، ٥) تسمى ثلاثيات فيثاغورث وباستخدام طريقة الاكتشاف الموجه يمكـــن أن يســـاعد المدرس تلاميذه ليكتشفوا العلاقة بين هذه الأعداد الثلاثة بحيث إذا عرف عدد واحد من الممكن ايجاد العددين الآخرين . أنظر الجدول التالى

أ	٣	٥	٧	٩		١٣		١٧
ب	٤	١٢	٢٤	؟		؟		؟
جـ	٥	١٣	؟	؟		؟		؟

تنظيم البيانات

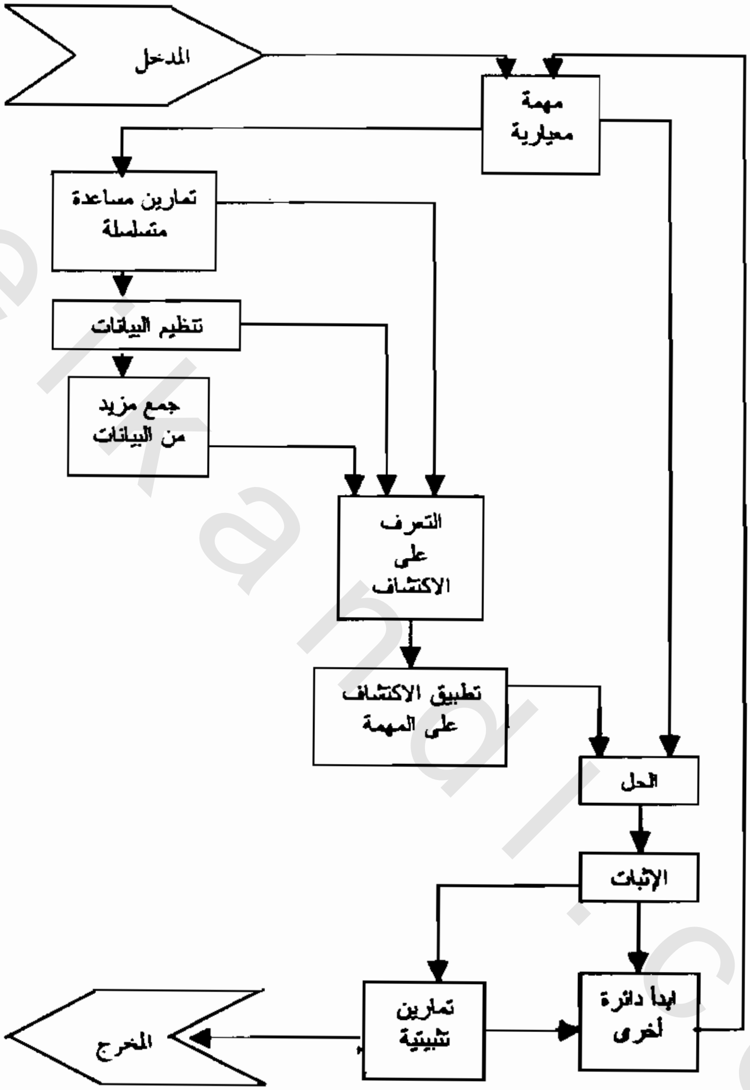
يـــتم فـــى هـــذه المرحلة تنظيم البيانات التى توصلنا إليها من خلال حل التمارين المساعدة لتوضـــيح العلاقة بين أ ، ب ، جـ وقد يكون ذلك باستخدام جدول معين وقد تؤدى هذه الخطوة إلى توضيح لعلاقة بين أ ، ب ، ج ($أ^٢$ = ب + جـ ، جـ = ب + ١) .

جمع مزيد من البيانات

قد لا يتوصل بعض الطلاب إلى العلاقة بعد كل ذلك الجهد هنا نحتاج إلى مزيد من التمارين وحلها ومحاولة الإشارة أو التلميح كأن يقول المدرس مثلاً ماذا تلاحظ عن العلاقة بين " ٤ + ٥ " ، " ٣ " . كـــيف نحصل على " ٤ + ٥ = ٩ " من " ٣ " ما هى علاقة ٤ ، ٥ ؟ ما هى علاقة ٤ بالعدد $٣^٢$ ؟ وهكذا قد يتوصل الطلاب إلى الاكتشاف المطلوب .

شكل (٦ – ٣)

رسم تخطيطي لطريقة التدريس باستخدام الاكتشاف الموجه [٣]



- Wills, H. Generalizations "From the No. 33 Year Book The Teaching of Secondary Mathematics. 1970 . P. 283.

وكقاعدة عامة فى هذه المرحلة تجنب تحت أى ظرف أن تعلن الاكتشاف لفظياً سواء منك شخصياً أو من جانب التلاميذ الذين توصلوا إلى ذلك الاكتشاف لأن ذلك الإعلان سيغلق فرصة التفكير أمام جميع التلاميذ الذين يحاولون الوصول إليه .

التعرف على الاكتشاف

بعد أن تتأكد أن كل الطلاب قد عرفوا الاكتشاف أطلب منهم أن يكتبوا العلاقة المطلوبة بين (أ ، ب ، جـ) وقد يكون ذلك على النحو التالى :

(أ٢ ، $\frac{1-/}{2}$ ، $\frac{1+/}{2}$)

تطبيق الاكتشاف على المهمة

بعد أن يتم الإعلان عن الاكتشاف وتتأكد من أن جميع التلاميذ يفهمون ذلك ، أطلب منهم تطبيق ذلك الاكتشاف على المهمة المعيارية المطلوب . وقد يكون ذلك على النحو التالى :

أ = ٣٩ ، ب = ؟ ، جـ = ؟

الحل

بعد أن يتم الوصول إلى الاكتشاف وتطبيقه على المشكلة المعيارية المراد حلها نصل بعد ذلك إلى الحل وهو :

الثلاثيات الفيثاغورثية هى (٣٩ ، ٧٦ ، ٧٦١) .

الإثبات :

إن أمكن إثبات الاكتشاف بالطرق الرياضية المعروفة ذلك يكون أفضل لأنه من الممكن الوصول إلى اكتشافات ليست صحيحة رياضياً فى جميع الحالات .

تمارين تثبيتية

بعد البرهنة فى الحالة العامة يتم تذكير الطلاب بالاكتشاف وطريقة الحل بإعطاء مزيد من التمارين المشابهة للمهمة كنوع من تثبيت المتعلم وبعد حل هذه التمارين إما أن تنتهى الحصة ويحدث الخروج من الدرس أو يبدأ المدرس دائرة أخرى بمهمة أخرى وهكذا .

أسلوب حل المشكلة

أسلوب حل المشكلة

أن تحــل مشــكلة هذا أمر صعب ، وأن تدرس شخصاً أو مجموعة أشخاص كيف يحلون مشكلة فهذا أصعب . ولقد ركزت معظم المناهج الحديثة للرياضيات فى الولايات المــتحدة بصــفة خاصــة على أسلوب حل المشكلة حتى أن الرابطة الأمريكية لمدرسى الرياضيات قد قدمت توصية لرياضيات الثمانينات تقول أن أسلوب حل المشكلة يجب أن يكون مركز وبؤرة الاهتمام لمناهج رياضيات الثمانينيات " NCTM, 1980 " .

يعــد جــورج بولــياى " Polya " أحد أفضل من كتب فى أسلوب حل المشكلة فى تدريس الرياضيات . ولذلك فسوف نورد طريقته حل للمشكلة فقد ذكر أن الفرد يكون فى مشــكلة إذا كــان لديه هدف يريد الوصول إليه وفى استطاعته ذلك ولديه من الدوافع ما يمكــنه البحث الواعى للوصول إلى ذلك الهدف والاستمرار فيه . ولكن ولو مؤقتاً توجد بعــض العوائــق الــتى تمنعه من الوصول إلى هدفه بسرعة يجب عليه التغلب عليها " Polya, 1945 " .

ويتضمن حل أى مشكلة مجموعتين رئيسيتين من العوامل

أ) المعرفة العقلية .

ب) استراتيجية الحل .

– المجموعــة الأولى (المعرفة العقلية) تتضمن الحقائق والمفاهيم والقوانين والنظريات بمعنى أن هذه المجموعة من العوامل تتضمن كافة المعارف العقلية الضرورية واللازمة لحل المشكلة والتى بدونها لا يستطيع أن يحل الطالب المشكلة

– المجموعــة الثانية (استراتيجيات الحل) تتعلق بالعمليات أو الخطوات االتى يقوم بها الفرد مستخدماً معارفه العقلية (المجموعة الأولى) للوصول إلى الحل المطلوب للمشكلة . وهــذا هو صلب العملية . ولذلك فقد كان برونر (Bruner, 1969) يقول ليس المهم حل المشكلة بل الأهم هو طريقة الحل .

وفى ذلك يقول بولياى " Polya " أن أسلوب حل المشكلة نوع من الفن العملى مثل السباحة أو التزحلق أو العزف على البيانو ، يمكنك تعلمه من خلال التقليد والتدريب .

... Solving problems is a practical art like swimming, skiing, or playing the piano, do you can learn it, only by initation and practice. (Polya, 1962, P. vi) .

ولـيس التدريب والمحاكاة وحدهما يمكنان الفرد من أن يكون حالاً للمشاكل بل إن انتباه الطالب يجب أن يركز ويوجه نحو أسلوب الحل وأن يتعلم حالات وظروف استخدام كل حل ممكن للمشكلة .

وهناك طرق وأساليب عديدة لحل المشكلة تسمى بالاستراتيجيات والاستراتيجية هى خطة عامة محددة المعالم للوصول إلى حل المشكلة . ومن أمثلتها :

١- المحاولة والخطأ Trail & Error .

٢- القائمة المنظمة Organized Listing .

٣- البحث عن قاعدة Look for a pattern .

٤- التبسيط – حل مشكلة مشابهة ولكن أبسط .

٥- التجريب .

٦- استبعاد بعض الحالات أو الشروط ولو مؤقتاً .

٧- العمل من النهاية للبداية .

٨- إيجاد مثال لا ينطبق Counter example .

٩- الحل العددى .

١٠-الاستنتاج .

ومن الاستراتيجيات المساعدة للإستراتيجيات السابقة :

١- الرسوم التخطيطية Diagrams .

٢- الجداول Tables .

٣- الأشكال Graphs .

وقد حد دالتون (Dalton, 1985) عدة خصائص للمشكلة فى حصص الرياضيات والتى منها :

١- أن لهـا علاقة ببعض المشكلات السهلة والمشابهة والتى من الممكن للطالب أن يحلها بسهولة .

٢- أنه يمكن حلها بأكثر من طريقة واحدة فى ضوء معلومات الطالب وقدراته .

٣- أن تقود الطالب إلى مشكلات أخرى أكثر عمومية من هذه المشكلة .

٤- أن تحتوى بيانات يمنكن تنظيمها فى جدول أو رسمها فى شكل تخطيطى

٥- يمكن حلها بواسطة الرسوم التوضيحية أو التخطيطية .

٦- تلمس اهتمامات الطلاب وميولهم وتشجيعهم للوصول إلى الحل .

٧- يمكن حلها من خلال التعرف على قانون أو قاعدة معينة .

٨- لها إجابة شيقة وممتعة لكل من الطالب والمعلم .

مـــثال (١) : المشكلة : افترض أن هناك سبعة أفراد حضروا حفلة وأن كل فرد سلم على كل الحاضرين مرة واحدة ، كم عدد السلامات التى تمت فى هذه الحفلة ؟

الاستراتيجيات العامة

١- البحث عن قاعدة .

٢- تحل مشكلة أبسط (التبسيط) .

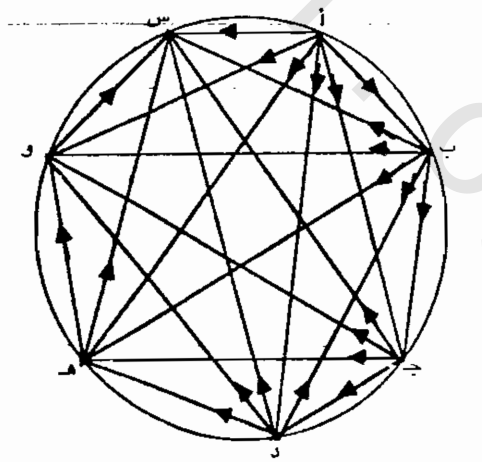
٣- تنظيم البيانات (القائمة المنظمة) .

الاستراتيجية المعينة

١- استخدام الرسوم التخطيطية .

٢- استخدام الجداول .

الحل : استخدم الدائرة المبينة كتمثيل للمشكلة حيث تعبر كل نقطة عن كل فرد . وتمثل الخطوط بيـــن الـــنقط عـــدد الســـلامات بيـــن الأفـــراد وتمـــثل الأســـهم اتجـــاد الســـلام أ ـــــــ ب وعدد الأسهم = عدد السلامات .

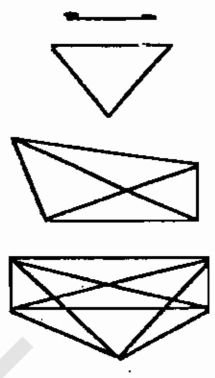


لاحــظ أن الشــخص " أ " قد سلم على ستة أفراد والشخص " ب " سلم على " ٥ "

وهكذا فيكون المجموع = ٦ + ٥ + ٤ + ٣ + ٢ + ١ = ٢١

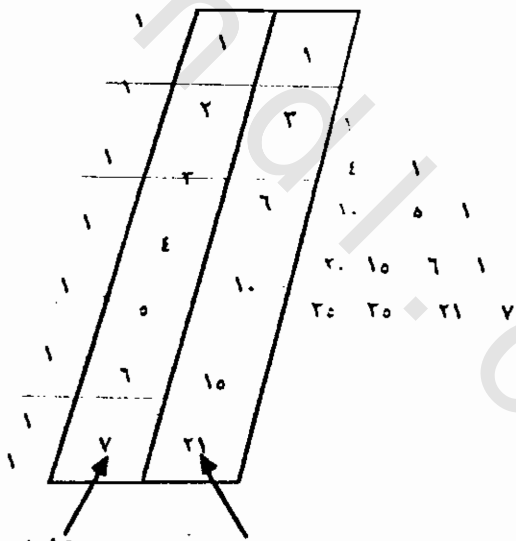
الحل (٢)

عدد النقط (الأشخاص)	الشكل	عدد السلامات
٢		
٣		
٤		
٥		
٦		
٧		



الحل (٣) بعد هذه الأمثلة والتمارين تلاحظ أن عدد السلامات = ٢١ .

باستخدام مثلث باسكال :



التعميم

١- إن كان عدد السلامات م فإن م = ن ق٢ حيث ن عدد الأفراد ..

$م = \frac{ن(ن-١)}{٢}$

$\therefore م = \frac{ن^٢}{٢} - \frac{ن}{٢}$

٢- طريقة أخرى باستخدام المتسلسلات ، لاحظ أن الحدود هى ١ ، ٢ ، ٣ ، ٦ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢١ ، ٢٨ ، ..

والحد العام لهذه المتسلسلة ممكن اكتشافه $\frac{١}{٢}ن^٢ - \frac{١}{٢}ن$

٣- إذا كانت " م " عبارة عن عدد السلامات ، " ن " عدد الأفراد أوجد عدد السلامات فى حالة ن = ١٠ ، ن = ٢٠ ، ن = ١٠٠ .

٤- أوجد عدد السلامات إن كان عدد الأفراد ١٥ .

أمثلة لمشكلات ممكن استخدامها فى حصص الرياضيات

١- ما هى حالات توزيع ٢٥ قطعة من الشيكولاته بين ثلاث أفراد بشرط حصول كل فرد على الأقل على قطعة واحدة ؟

٢- إذا كان أ ب جـ د هـ

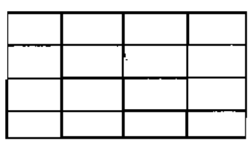
× ٤

هـ د جـ ب أ

فإن أ = ــــــ ، ب = ــــــ ، جـ = ــــــ ، د = ــــــ ، هـ = ــــــ

حيث أ ، ب ، جـ ، د ، هـ أعداد طبيعية موجبة ١٠ .

٣- كم عدد المربعات فى الشكل ؟



٤- حل المعادلة الأسية الآتية : $٥ = ٣^{س} + ٣^{٢-س}$ ؟

ولقد ذكر كثير من االباحثين بعض الاستراتيجيات الهامة فى حل المشكلة والتى من الممكن أن يستخدمها مدرسى الرياضيات فى هذا الخصوص .

ذكــر ويتلى " Wheatley, 1980 " أحد الاستراتيجيات التدريسية فى حل **المشكلة وتلخص هذه الطريقة فى الخطوات التالية :**

١- اقرأ المشكلة بدقة .

٢- أعد صياغة المشكلة بلغتك أنت .

٣- قسم المشكلة إلى عناصرها وحدد ما هو معطى وما هو مطلوب ؟

٤- حاول الوصول إلى الحل بالتقريب .

٥- استخدم طريقة أخرى للحل إن فشلت الطريقة الأولى .

٦- ابحث عن قاعدة أو قانون معين .

٧- أعد قائمة بالبيانات التى توصلت إليها .

٨- نظم تلك البيانات فى جدول لتتضح العلاقة بشكل أفضل .

٩- استخدم جميع المعلومات المتاحة .

١٠-اكتب جملة أو صيغة رياضية للمشكلة بلغتك .

١١-راجع الحل والمشكلة ومدى ارتباط الاثنان .

وذكر شونفيلد " Schoenfield " استراتيجية أخرى مكونة من خمس خطوات :

١- ارسم شكلاً توضيحياً للمشكلة كلما أمكن .

٢- إذا عرضــت لــك مشــكلة ذات متغــيرات نونية ابحث عن طريقة الاستنتاج الرياضى كأسلوب للحل .

مثال : أوجد مجموع المتسلسلة :

$$\frac{١}{١ \times ٢} + \frac{١}{٢ \times ٣} + \frac{١}{٣ \times ٤} + \dots \frac{١}{\text{ن}\,(\text{ن} + ١)}$$

٣- استخدم البرهان غير المباشر فى حالة عدم وضوح البداية الصحيحة .

مثال (١) : إثبت أن الأعداد الأولية لا نهائية .

مثال (٢) : إثبت أن ٢ عدد غير قياسى .

٤- أنظـر إلـى المشـكلة مع استبعاد بعض المتغيرات مؤقتاً ثم حل المشكلة فى شكلها البسـيط ، ثم ارجع للمشكلة الأصلية وحاول تطبيق لحل فى الحالة المبسطة على الحالة العامة .

مـثال : إذا كـان أ ، ب ، جـ ، د ا. إثبت أن (١ – أ) (١ – ب) (١ – جـ) (١ – د) = ١ – أ – ب ـ ج ـ د .

٥- اختر أهدافاً جزئية فى بداية الحل تتطور بعد ذلك إلى أهداف عامة بمعنى أنه يكفيك أن تصل فى أول الأمر إلى حل جزء من المشكلة ثم تنطلق إلى حل باقى المشكلة .

مثال (١) :

إثبت أنه كان أ^{٢} + ب^{٢} + جـ^{٢} + د^{٢} = أ ب + ب جـ + جـ د + د أ

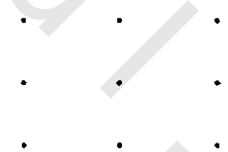
فإن أ = ب + جـ = د .

مثال (٢) :

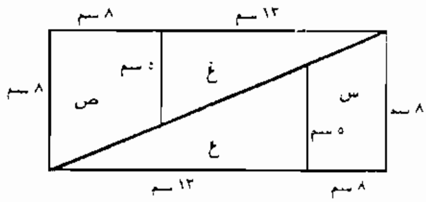
إثبت أن كان أ ، ب ، جـ ، أعداد حقيقية موجبة وضح أن أى من الحدود الثلاثة الآتية لا تزيد قيمها عن $\frac{1}{4}$ أ (١ – ب) ، ب (١ – جـ) ، جـ (١ – أ)

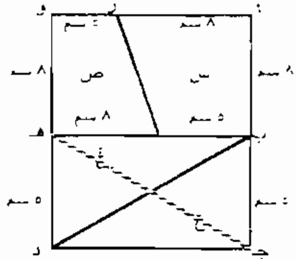
أمثلة أخرى لمشكلات رياضية

١- ارسـم أربـع خطوط مستقيمة متصلة بين التسع نقط المبينة بشرط المرور على كل نقطة مرة واحدة .



٣- فى هذا المربع الذى طول ضلعه ١٣سم تم قصة طبقاً للخطوط الموضحة فى الشكل بحيـث تم إنشاء المستطيل التالى . لاحظ أن مساحة المربع ١٦٩سم^{٢} ومساحة المستطيل ١٦٨سم ما هو السبب ؟ اشرح ذلك بالتفصيل .

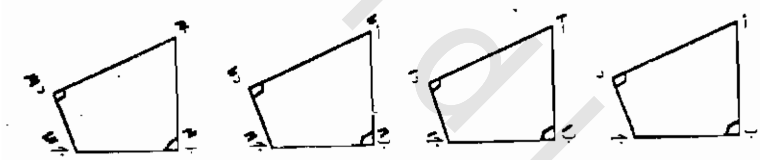




٣- باستخدام هذه الأشكال الأربع

(أ) أنشأ متوازى أضلاع .

(ب) أنشأ مربع .



أمثلة ودروس على استراتيجية الأهداف

الجزئية فى تدريس الرياضيات

الموضوع الأول

الضرب بمجرد النظر

الهدف

تهدف هذه الدروس إلى :

١- تعريف الطلاب بأسلوب حل المشكلة بشكل عام وبعض الأمثلة على ذلك .

٢- التدريب على إجراء بعض عمليات الضرب بمجرد النظر كدروس تمهيدية لاستخدام استراتيجية الأهداف الجزئية فى حل بعض المشكلات الرياضية .

- الزمن : حصتان .

- العـرض : بعـد التقديم وشرح فكرة الطريقة وأهميتها وأهم الموضوعات التى سيتم مناقشتها وزع استمارة المشكلة (١) .

مشكلة تدريسية (١)

(أ) بمجرد النظر دون استخدام الآلة الحاسبة

أو الضرب المطول أوجد مجموع أرقام (١١١١١١)^{٢} ؟

ومـن خلال مناقشة الطلاب يتم تحديد ما هو معطى بالضبط وذلك من خلال قراءة العدد قراءة صحيحة والتأكد من تحقق الشروط . بعد ذلك يتم منقشة المطلوب وهو ايجاد

١- مربع العدد (١١١١١١) .

٢- مجموع أرقام ناتج الضرب .

يوجـه الطلاب إلى ضرورة البحث عن أمثلة أبسط ولكن على نفس النمط والشكل وذلك من خلال التمارين الآتية :

أ) أوجد حاصل ضرب العدد (١١) فى نفسه ؟ وأوجد مجموع أرقام الناتج ؟

ب) أوجد حاصل ضرب العدد (١١١) فى نفسه ؟ وأوجد مجموع أرقام الناتج ؟

جـ) أوجد حاصل ضرب العدد (١١١١) فى نفسه ؟ وأوجد مجموع أرقام الناتج ؟

وخلال حل تلك التمارين المساعدة يمكن للطالب استخدام طريقة الضرب المطولة

ويوجه الطلاب إلى ضرورة تنظيم تلك البيانات فى جدول كالتالى :

العدد	حاصل الضرب	مجمومع أرقام الناتج
$(١١)^{٢}$	١٢١	٤
$(١١١)^{٢}$	١٢٣٢١	٩
$(١١١١)^{٢}$	.....	.
$(١١١١١)^{٢}$	.....	.

ومـــن خلال الحوار والمناقشة يتضح للطلاب العلاقة بين مجموع أرقام الناتج وعدد أرقام العدد وكذلك ترتيب الأرقام فى حاصل الضرب . وبعد التأكد من فهم الطلاب لتلك الحلول الجزئية انتقلنا إلى حل المشكلة الأصلية وأوجدنا حاصل الضرب وهو (١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٤ ٣ ٢ ١) ومجموع الأرقام = ٣٦ .

وبعـــد الـــتأكد من حصول كل تلميذ على الإجابة المطلوبة طلبنا منهم إيجاد حاصل الضـــرب ومجمـــوع أرقـــام الـــناتج فى حالة سبعة أرقام وثمانية أرقام كنوع من تثبيت الاكتشاف المتوصل إليه .

انتقلنا بعد ذلك إلى مناقشة المشكلة التالية :

مشكلة تدريسية (٢)
(ب) بمجرد النظر ودون استخدام الضرب المطول أو الآلة الحاسبة أوجد
٩٩٩٥ × ٩٩٩٥

بـــنفس الطـــريقة تم تهيئة أذهان الطلاب إلى ضرورة البحث عن مشكلات مشابهة لكنها أبسط ومن خلال حل تلك المشكلات الأبسط يمكن التعرف على طريقة حل المشكلة الأصلية . وقد تم استخدام التمارين المساعدة الآتية :

١٥ ٢٥ ٣٥ ٩٥ ١١٥ ١٢٥ ١٩٥

×١٥ ×٢٥ ×٣٥ ×٩٥ ×١١٥ ×١٢٥ ×١٩٥

ومـــن خـــلال الحصول على نواتج الضرب هذه باستخدام الضرب المطول وتوجيه نظـــر الطلاب إلى العلاقة بين ناتج الضرب والعدد ذاته وتقسيم الناتج إلى جزئين الأول

يحـــتوى (٢٥) والـــثانى باقى الناتج اتضح للطلاب العلاقة المبسطة . ثم طلب منهم حل المشـــكلة الأصلية مستخدمين ما اكتشفوه من علاقة من خلال تلك التمارين ثم التأكد من صـــحة اســـتنتاجهم بإجـــراء عملـــية الضرب العادى . بعد التأكد من الحل والاكتشاف المتوصل إليه تم تعميم المشكلة على مواقف مشابهة .

	١٨٣	١٩٦	١١٢	١٢٢٤
بمجرد النظر أوجد :	١٨٧ ×	١٩٤×	١١٨×	١٢٢٦×

وبمناقشـــة الطلاب والاجابة عن الأسئلة : هل ينطبق الاكتشاف المتوصل اليه سابقاً على مثل تلك الحالات ؟ وما العلاقة بين مثل هذه التمارين وما سبق شرحه ؟

ومن خلال الاجابة على مثل هذه الأسئلة وغيرها توصلنا إلى إجابات هذه التمارين . تلى ذلك إعطاء بعض التمارين التأكيدية لتثبيت الاكتشافات المتوصل إليها .

ومع نهاية الدرس الثانى أعطيت الواجبات التالية :

أوجد نواتج كلاً مما يأتى دون استخدام الآلة الحاسبة أو الضرب بالطريقة المطولة .

(أ) ١٤١ × ٩٩ =

(ب) ٣٤٣ × ٩٩ =

(جـ) ٢٩٦٩ × ٩٩ =

الموضوع الثانى

المربعات والمستطيلات

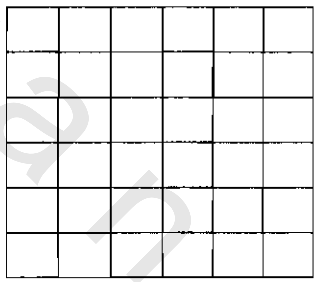
الهدف

تهـــدف هـــذه الدروس إلى التدريب على استخدام استراتيجية الأهداف الجزئية فى إيجاد عدد المربعات والمستطيلات لبعض الأشكال .

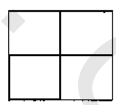
- الزمن : حصتان .
- العرض : بعد التذكير بما تم عرضه فى الحصص الماضية ، وجمع الواجبات المنزلية ومناقشتها يتم نموذج المشكلة (٣) .

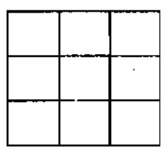
مشكلة تدريسية (٣)

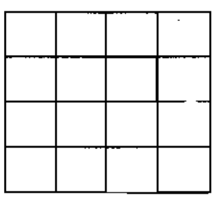
كم عدد جميع المربعات فى هذا الشكل ؟



بعـــد مناقشــــة الطلاب وحوارهم والتأكد من مدى فهمهم للمشكلة والمطلوب حيث أســـرع معظمهم ليقول أن عدد تلك المربعات ٣٦ – قام الباحث بتوضيح أن العدد أكبر بكثـــير وأوضــــح أمثلة لتلك المربعات المتداخلة . تلى ذلك توزيع استمارة مرسوم عليها الأشكال الآتية :







شكل (أ)　　　**شكل(ب)**　　　**شكل (جـــ)**

والمطلوب إيجاد عد جميع المربعان فى شكل من هذه الأشكال وبعد مناقشة الطلاب وحوارهم تم إعداد جدول كالتالى :

الشكل	عدد المربعات وحدة × وحدة	عدد المربعات وحدتين × وحدتين	عدد المربعات ٣ وحدات × ٣ وحدات	عدد المربعات ٤ وحدات × ٤ وحدات	عدد المربعات ٥ وحدات × ٥ وحدات	المجموع
أ	٤	١	—	—	—	٥
ب	٩	٤	١	—	—	١٤
جـ	١٦	٩	٤	١	—	٣٠
د	٢٥	—	—	—	—	٢٥
هـ	—	—	—	—	—	—
و	—	—	—	—	—	—
ز	—	—	—	—	—	—

وبعـد أن تم حل الأمثلة الثلاثة السابقة وتفريغ البيانات فى الجدول السابق تم تكليف الطـلاب برسم الشكل (٤) هو عبارة عن مربع منقسم إلى ٢٥ وحدة مربعة وطلب منهم إيجاد عدد تلك المربعات وكتابة البيانات فى جدول .

وجه بعد ذلك الطلاب إلى المشكلة الأصلية (مربع منقسم إلى ٣٦ وحدة مربعة) ثم اسأل الطلاب عن القاعدة أو القانون الذى يربط بين مجموع تلك المربعات وشكل المربع ووحداته وقد استنتجها الطلاب على النحو التالى :

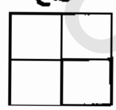
عدد المربعات المكونة لـ " ن × ن " من الوحدات الجزئية هو :

$١^٢ + ٢^٢ + ٣^٢ + ٤^٢ + ٥^٢ + ٦^٢ + ... + ن^٢$

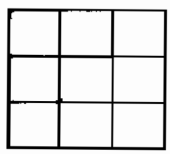
وبعـد ذلك طلب من الطلاب ايجاد عدد تلك المربعات فى حالة المربع المنقسم إلى ٤٩ وحدة مربعة سواء بالعدد أو بالقانون العام السابق .

بعد ذلك نوقشت فكرة تعميم ذلك فى حالة المستطيلات بمعنى هل يمكن ايجاد قاعدة أو قـانون تـربط عـدد المـربعات وعدد المستطيلات فى أى مشابه لما سبق مناقشته ؟

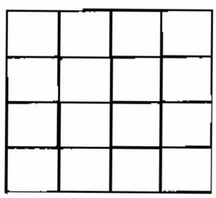
وباعتبار أن كل مربع مستطيل عرضت التمارين التالية :



شكل (أ)



شكل(ب)



شكل (جـ)

ومـــن خـــلال الحوار والمناقشة واتباع نفس الطريقة السابقة حددت الإجابات على النحو التالى :

شكل (أ)	شكل (ب)
عدد جميع المربعات : ٥	عدد المربعات : ١٤
عدد المستطيلات ١ × ٢ : ٢	عدد المستطيلات ١ × ٢ : ٦
عدد المستطيلات ٢ × ١ : ٢	عدد المستطيلات ٢ × ١ : ٦
مجموع المستطيلات الكلى : ٩	عدد المستطيلات ١ × ٣ : ٣
	عدد المستطيلات ٣ × ١ : ٣
	عدد المستطيلات ٣ × ٢ : ٢
	عدد المستطيلات ٢ × ٣ : ٢
	المجموع ٣٦

وبنفس الطريقة تم استنتاج عدد المستطيلات فى الشكل (٦) فوجد أنه = ١٠٠ ، ومن خلال ترتيب البيانات ستحصل عليها حتى الآن وهى ٩ ، ٣٦ ، ١٠٠ فى حالة " ن × ن " ، ٢ ، ٣ ، ٤ على الترتيب وجد أنه من السهل إثبات أن عدد المستطيلات يرتبط بالعلاقة :

$$١^{٣} + ٢^{٣} + ٣^{٣} + \ldots\ldots + ن^{٣} = (١ + ٢ + ٣ + \ldots\ldots ن)^{٢} .$$

بعد ذلك طلب من الطلاب ايجاد عدد جميع المستطيلات فى حالة المربع المنقسم إلى ٢٥ وحدة مربعة بطريقتين بالقانون والعد بالطريقة التى تعلمها الطلاب .

ولتثبيت الاكتشافات المتوصل اليها تم إعطاء الطلاب الواجبات المنزلية الآتية :

أوجـــد عـــدد جميع المربعات والمستطيلات فى حالة المربع المنقسم إلى ٤٩ وحدة مربعة بطريقتين (العد ، القانون) .

الموضوع الثالث

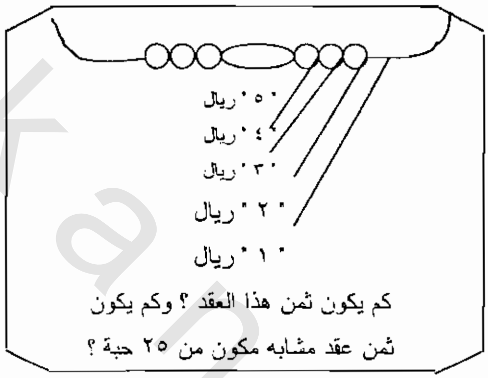
الأنظمة العددية

الهدف

تهـدف هـذه الدروس إلى التدريب على استخدام استراتيجية الأهداف الجزئية فى مواقف مختلفة بغض النظر عما سبق دراسته (الأنظمة العددية) .

- الزمن : حصتان .
- العرض : تم عرض نموذج المشكلة الآتى مع بداية الحصة الأولى .

مشكلة تدريسية (٤)



وطلـب من كل تلميذ شرح ما يراه ومعرفة ما هو معطى بالضبط وما هو مطلوب أولاً ، وما هو مطلوب ثانياً . وقد ترك الحرية للطلاب كلٌ بطريقته لايجاد ثمن العقد فى الحالـة الأولـى وبعـد التأكد من أن كل طالب حصل على الحل الصحيح ناقش الباحث الحلـول المختلفة على السبورة ثم طلب من كل تلميذ حل المشكلة فى الحالة الثانية سواء بالرسـم أو بـأى طـريقة يراها الطلاب بعد ذاك طلب من كل تلميذ ذكر إجابته وتمت مناقشة الاجابات المختلفة والتأكد من أن كل طالب وصل للإجابة الصحيحة .

بعـد ذلك عرض السؤال الثانى : أوجد مجموع أول مائة عدد فردى ؟ ومن خلال الحوار والمنقشة يتم العرف على ما هو مطلوب ومفهوم الطلاب للأعداد الفردية تلى ذلك سؤال الطلاب عن :

(أ) ايجاد مجموع أول عددين فرديين .

(ب) ايجاد مجموع أول ثلاثة أعداد فردية .

(جـ) ايجاد مجموع أول أربعة أعداد فردية .

وقد تم تنظيم البيانات المتحصل عليها فى جدول كالتالى :

	المكـــونـــــات	المجموع
(أ)	مجموع أول عددين فرديين ١ + ٣	٤
(ب)	مجموع أول ثلاثة أعداد فردية ١ + ٣ + ٥	٩
(جـ)	مجموع أول أربعة أعداد فردية ١ + ٣ + ٥ + ٧	١٦
(د)	مجموع أول خمسة أعداد فردية ١ + ٣ + ٥ + ٧ + ٩	؟
(هـ)	مجموع أول عشرة أعداد فردية	؟
(و)	مجموع أول خمسون عدداً فردياً	؟
(ز)	مجموع أول مائة عدد فردى	؟

ومـــن خـــلال ملاحظـــة العلاقـــة بين عدد الأعداد الفردية المراد ايجاد مجموعها والمجموع يكتشف الطلاب العلاقة الآتية :

$$1+3+5+7+......+(2ن+1) = م^2$$

حيث " م " هو عدد الأعداد الفردية المراد جمعها بدأ من أولها .

وبعد أن تأكدنا من أن غالبية الطلاب وصلوا إلى الحل المطلوب للسؤال الرئيسى تم عرض السؤال التالى :

وبنفس الطريقة تم توجيه الطلاب لاكتشاف قانون جمع الأعداد الزوجية والحصول على إجابة السؤال السابق وهى $\frac{(100)(101)}{2}$ = (5050)

تلى ذلك تحديد الواجبات المنزلية الآتية لتثبيت الاكتشافات المتوصل إليها ولمزيد من التدريب على الطريقة المستخدمة فى الحل .

١- أوجد مجموع أول مائة عدد طبيعى .

٢- أوجد مجموع الأعداد : $1^2+2^2+3^2+4^2$ + ... + ن^2

٣- أوجد مجموع الأعداد : $1^3+2^3+3^3+4^3$ + ... + ن^2

الموضوع الرابع

الاحتمالات

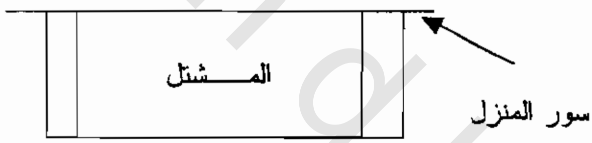
الهدف

تهـدف هـذه الدروس إلى التدريب على استخدام استراتيجية الأهداف الجزئية من خلال ايجاد احتمالات ترتيب مجموعة من الأعداد للوصول إلى حل بعض المشكلات .

- الزمن : حصتان .
- العـرض : بعد مراجعة الواجبات المنزلية والتأكد من أن كل طالب وصل إلى الإجابات الصحيحة والمطلوبة وطريقة الحل . تم توزيع المشكلة التالية :

مشكلة تدريسية

أراد أحـد الأشـخاص عمل مشتل على شكل مستطيل فى حدية منزله بجانب سور منزله كما هو مبين فماذا كان ليه " ١٠٠ " مـتر مـن سـلك الأسـوار كم تكون أبعاد ذلك المستطيل بحيث يحصل على أكبر مساحة ممكنة .



بعـد التأكد من أن كل الطلاب فهموا المشكلة بالضبط وما هو المطلوب ؟ وما هو معطى ؟ وزع عليهم الجدول التالى لتكملته .

العرض (بعدين)	الطول (بعد واحد)	المساحة	العرض (بعدين)	الطول (بعد واحد)	المساحة
١	٩٨	٩٨	١٥	٠٠	٠٠
٢	٩٦	١٩٢	٠٠	٦٥	٠٠
٣	٩٤	٢٨٢	٠٠	٦٠	٠٠
٤	٩٢	٣٦٨	٢١	٠٠	٠٠
٥	٠٠	٠٠	٢٣	٠٠	٠٠
٦	٠٠	٠٠	٢٤	٠٠	٠٠
٧	٠٠	٠٠	٢٥	٠٠	٠٠
١٠	٠٠	٠٠	٢٦	٠٠	٠٠
١٢	٠٠	٠٠	٣٠	٠٠	٠٠

وبإكمال هذا الجدول استنتج الطلاب أن أكبر مساحة = ١٢٥٠ وتتعلق بالأبعاد " ٢٥ ، ٥٠ " .

بعد الانتهاء من هذه المشكلة والتأكد من أن كل طالب فهم الطريقة والحل يتم الانتقال إلى المشكلة الخامسة المشابهة للسابقة فى طريقة الحل وإن اختلفت عنها فى الصياغة .

مشكلة تدريسية (٦)

> شاهد أحمد فى المطار " ٣٦ " طائرة منها ست طائرات لها أربع محركات والباقى إما بمحرين أو ثلاث محركات فإذا كان عدد جميع المحركات " ١٠٠ " محرك كما طائرة لها محركين ؟ وكم طائرة لها ثلاثة محركات ؟

وبعد مناقشة الطلاب والتأكد من إدراكهم وفهمهم للمشكلة وتحديد ما هو معطى وما هو مطلوب وزع على الطلاب الجدول التالى لتكملته للوصول إلى الحل المطلوب من خلال ايجاد احتمالات توزيع " ٣٠ " عدداً بين مجموعتين .

٤ محركات	٣ محركات	محركين	عدد الطائرات	عدد المحركات	٤ محركات	محركين	٣ محركات	عدد الطائرات	عدد المحركات
٦	٢٩	١	٣٦	٨٥	٦	٢٠	١٠	٣٦	
٦	٢٨	٢	٣٦	٨٦	٦	٢٥	٥	٣٦	
٦	٢٧	٣	٣٦	٨٧	٦	٠٠	٠٠		
٦	٢٥	٥			٦	٠٠	٠٠		
٦	٠٠	٠			٦	١٥	١٥		
٦	٠٠	٠			٦	١٤	١٦		
٦	٠٠	٠٠			٦	١٦	١٤		
٦	١٨	١٢			٦				
٦	١٧	١٣			٦				
٦	١٣	١٧			٦				
٦	١٤	١٦			٦				

وبإكمال هذا الجدول خطوة خطوة وحساب عدد المحركات فى كل حالة تم التوصل إلـــى أن عدد الطائرات ذات المحركين ١٤ طائرة وعدد الطائرات ذات الثلاث محركات هو ١٦ .

وبحصـــول كل تلميذ على الحل الصحيح انتهت الحصة الثانية وتم تحديد الواجبات المنزلية الآتية :

١- باستخدام معادلات الدرجة الأولى فى متغيرين حل كلاً من المشكلتين السابقتين دون استخدام الجداول السابقة ؟

الموضوع الخامس

الدائرة

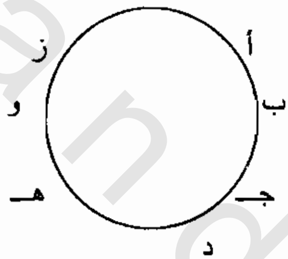
الهدف

١- التدريـــب على استخدام استراتيجية الأهداف الجزئية فى ايجاد عدد المساحات المنفصـــلة (غير المتداخلة) المتكونة داخل دائرة من تقاطع الأوتار الموصلة بين عدد من النقاط على محيط هذه الدائرة .

٢- التدريـــب علـــى عـــدم إصدار أحكام أو تعميمات دون ملاحظة عدد كافٍ من الأسئلة والتمارين .

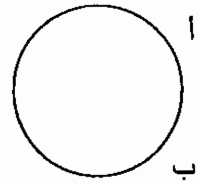
- الزمن : حصتان .
- العرض توزيع نموذج المشكلة السادسة التالى :

مشكلة تدريسية (٧)



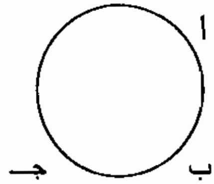
كـــم عدد المساحات المتكونة داخل هذه الدائرة الناشئة من تقـــاطع الأوتار الموصلة بين السبع نقاط المبينة على هذه الدائرة ؟

بعد التأكد من فهم الطلاب للمشكلة والمطلوب ،وقيامهم ببعض المحاولات التجريبية لايجاد المطلوب ، طلب من كل تلميذ رسم الدوائر الآتية وايجاد عدد المساحات المتكونة على النحو التالى :



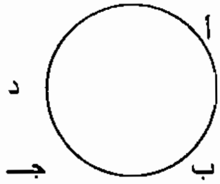
عــدد النقط : ٢

عدد المساحات : ٢



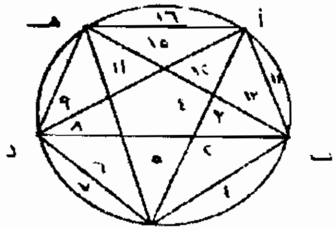
عــدد النقط : ٣

عدد المساحات : ٤



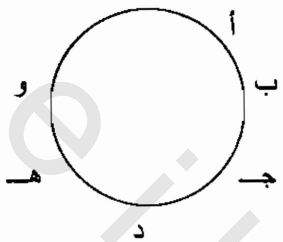
عــدد النقط : ٤

عدد المساحات : ٨



عــدد النـقط : ٥

عدد المساحات : ١٦



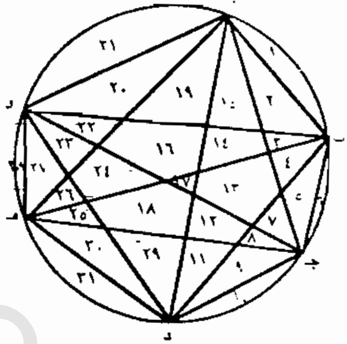
عدد النقط : ٦

عدد المساحات : ؟

ومــن خــلال حل التمارين الأربعة السابقة طلب من الطلاب ايجاد المساحات فى الحالة الأخيرة (ست نقاط) دون القيام بالرسم ومن خلال ملاحظة البيانات والنتائج المبينة فى الجدول التالى :

عدد النقط	٢	٣	٤	٥	٦	٧
عدد المساحات : ؟	٢	٤	٨	١٦	؟	؟

وقــد تســرع غالبــية الطلاب فكتبوا أن عدد تلك المساحات " ٣٢ " وهنا طلب من الطــلاب القــيام برسم الدائرة التالية وعدد المساحات بدلاً من استنتاجها للتأكد من مدى صحة استنتاجهم .



عدد النقط : ٦

عدد المساحات : ٣١

وعليه اتضح للطلاب مدى تسرعهم فى الاستنتاج غير الصحيح من مجرد ملاحظة وحل عدد كاف من التمارين .

وقد بدأ التساؤل هل هناك قانون يربط عدد النقط (ن) على محيط الدائرة وعدد تلك المساحات غير القانون (2ن - 1) الذى ثبت عدم صحته فى حالة (ن = 6) .

وقد تم متابعة العمل والحوار والمناقشة ومحاولة ربط النتائج بعضها بالبعض حتى تم التوصل إلى القانون التالى

إذا كانت " ن " عدد النقط على دائرة فإن عدد تلك المساحات هو :

$$1+\frac{N(N-1)}{1\times 2}+\frac{N(N-1)(N-2)(N-3)}{1\times 2\times 3\times 4}$$

وبعد اكتشاف ذلك القانون تم تطبيقه فى حالة (ن = 7)

عدد المساحات $= 1+\frac{(6)7}{2}+\frac{(4)(5)(6)7}{1\times 2\times 3\times 4} = 57$

بعد حساب عدد المساحات من القانون تم رسم دائرة وعليها سبع نقاط (المشكلة الأصلية) وحسب عدد تلك المساحات والتأكد من أن عددها الفعلى ٥٧ مساحة تلى تكرار نفس العمل فى حالة ثمانى نقاط وإيجاد عدد تلك المساحات بالقانون وبالعد على الرسم .

ثم حددت الواجبات المنزلية .

- ارسم دائرة وعليها تسع نقاط أوجد عدد المساحات المتكونة بطريقتين مختلفتين .

مراجع الفصل

المراجع العربية

١- إبراهـيم بسيوني عميرة ، فتحي الديب ، تدريس العلوم والتربية العلمية ، دار المعارف ، القاهرة ، ١٩٧٣ .

٢- أحمد الخطيب ورداح الخطيب : اتجاهات حديثة في التدريب ، مطابع الفرزدق ، الرياض ، ١٩٨٦ .

٣- رونـالد هايمـان ، ترجمة إبراهيم الشافعي ، طرق التدريس ، مطبعة جامعة الملك سعود ، الرياض ، ١٩٨٣ .

4- Bruner. J Toward a Theory of Instruction New York : W. W. Nurton & Company INC. 1966 .

5- Callahan. J & Clark. L. Teahing in the Middle and Secondary School . 2 nd Ed. New York Macmillan Pul. Co. INC. 1982.

6- Clark. L. Teaching Social Studies in Secondary School. New York Macmillan Pub Co. INC.. 1973 .

7- Dalton. L.. Aplan for Incor porating problem solving throughout the Advanced Algebra Curriculum in the NCTM, 1985. Year Book. The Scondary School Mathematics Curriculum NCTM. Reston, Virginva. 1985.