الفصل الثالث

الرياضيات مادة وطريقة

أولاً : فلسفة الرياضيات

- طبيعة الرياضيات

- الأنظمة الرياضية

- طرق البرهنة الرياضية

- فى تاريخ الرياضيات

طبيعة الرياضيات

الرياضـيات هى ذلك العلم الذى يتعامل مع الكميات المجردة مثل العدد والشكل والرموز والعمليات . ويرى بعض الرياضيين أن الرياضيات هى الدراسة المنطقية للشكل والتنظيم والكـم وذلك حتى يشمل التعريف موضوعات أكثر تجريداً وعمقاً مثل التوبولوجى الذى يبحث فى دراسة خواص الفراغات بعيداً عن هيئة أشكالها ومقاييس أبعادها.

والرياضـيات علـم من إبداع العقل البشرى والرياضيون فنانون مادتهم العقل ونتاجهم مجموعة من الأفكار والرياضيات فوق ذلك لغة مفيدة فى التعبير الرمزى وأبرز خاصية للرياضيات أنها طريقة للبحث تعتمد على المنطق والتفكير العقلى مستخدمة سرعة البديهة وسعة الخيال ودقة الملاحظة . ولذلك فقد قيل أن الرياضيات هى سيدة العلوم بلا منازع وفى ذات الوقت هى خادمتها وهذا هو موضع العظمة للرياضيات .

ولقـد أهتم رجال الرياضيات قديماً بالبحث عن حلول لمشكلات عملية سواء ما كان منها متصـلاً بالاقتصاد أو الفلك ، أو الفيزياء ولذلك فقد نظر كثير من الناس إلى الرياضيات على أنها وسيلة لحل بعض مشكلات حياتهم ، ولكن خلال القرنين الماضيين تغير الوضع تغيراً جوهرياً فبالإضافة إلى إمكانية استخدام العلوم الرياضية فى حل الكثير من مشكلات الحياة العصرية المعقدة بشكل لم يسبق له مثيل نجد أن البحوث الرياضية قد اتجهت إلى تحلـيل طبيعة الرياضيات ذاتها والبحث عن حلول رياضية لمشكلات رياضية أو ما قد يسـمى بالرياضـيات من أجل الرياضيات ولذلك ظهرت أبحاث الجبر المجرد والتحليل الدالـى والـتوبولوجى والفراغات الريمانية والمصفوفات الفراغية وغير ذلك من ميادين يصعب على أى باحث أن يلم بها .

وفـى الحقـيقة لـم يكـن هذا الاتجاه – الاتجاه نحو التجريد – على حساب الرياضيات التطبيقـية وإمكانـية استخدام العلوم الرياضية لحل مشكلات عالمنا المعاصر الصناعية والزراعـية والتربوية والاقتصادية بل أنه ظهرت وتطورت علوم الإحصاء والاحتمالات وبحوث العمليات وعلوم الحاسب الآلى وكل ذلك يدخل ضمن الرياضيات التطبيقية ومن الغريـب حقـاً أن البحـث العلمـى الرياضـى كلما اتجه إلى التجريد وانطلق من قيود المحسوسات زادت بشكل لم يتصوره الرياضيون أنفسهم تطبيقات ذلك فى الواقع .

أننا نريد أن نؤكد ان الرياضيات علم من صنع العقل البشرى ونتيجة لمعاناة رجال اتعبوا عقولهم وبذلوا كل جهد ليصل علم الرياضيات إلى ما وصل إليه من تقدم وتطور وللرياضيات منهج وطريقة للبحث ولذا على المدرس أن يفهم طبيعة الرياضيات حتى يتمكن من تدريسها بشكل مفهوم .

الرياضيات لغة

الرياضيات لغة مثل كل اللغات

عندما نقول أن الرياضيات لغة مثل كل اللغات فإننا نعنى أن للرياضيات مفردات وعناصر اللغة . وأحياناً نسمع أنها لغة رمزية أو أنها لغة مجردة أن ذلك يعنى أن الرياضيات لغة مختلفة بعض الشئ عن اللغة الكلامية .

أن الرياضيات لغة مقروءة وكذلك مكتوبة لها خصائص محددة . وفى كل لغة قواعد نحوية ومصطلحات لغوية وقواعد اللغة الرياضية تسمى التعبيرات الرياضية مثل :

٣س + ٤

٢/١ ٥ – ٥/١

أما الجمل فى الرياضيات فقد تكون مفتوحة أو مغلقة مثل

س = ٢

٣س + ص < ٥٠

بعض الكتب تسمي التعبيرات ، = ، < ، أفعال وأن اللغة الرياضية المكتوبة هى أصل وليست ثانوية بل أننا نفضل فى اللغة الرياضية اللغة المكتوبة على اللغة الشفوية لقد حدد كولنج (collinge 1990) فى موسوعة اللغة تكوين اللغة على النحو المرتب التالى :

١) اللغة كأصوات متاحة — Available sound

٢) كتنظيم للصوت — Organized Sound

٣) كصيغ وأنماط — Form Pattern

٤) كتكوين عقلى — Facueuy

٥) وأخيراً كوسيط كتابى أو وسيط مقروء .

إن اللغـــة هى وسيط إتصالى للإنسان فى الأول وفى الآخر وعليه فالرياضيات هى لغة خاصة ولكن لها خاصيتها المميزة .

الرياضيات لغة مكتوبة :

لقد قيل كثيراً أن الرياضيات لغة رمزية (Symbolic Language) بمعنى أن الرموز الرياضـــية تشـــبه الحروف اللغوية فى اللغات المعروفة سواء لغة عربية أو إنجليزية أو يابانـــية . بـــل أن اللغـــات تـــأخذ رموز أو حروف من بعضها البعض فمثلاً فى اللغة الإنجليزية تستخدم الحروف الفا " ، B بيتا وهى حروف إغريقية وفى الجبر تستخدم كثير مـــن هـــذه الحروف الإغريقية Γ ، B بل أن كلمات كثيرة فى الرياضة نأخذها من اللغة العاديـــة ســـواء كانت إنجليزية مثل Ellipse ، Parabola ، Hyperbola أو من اللغة الإغريقية والخوارزميات والجبر من اللغة العربية والدائرة ، Circle ، Radius ونصف القطر من اللغة اللاتينية .

الرياضيات لغة شفوية :

إن اللغـــة الشـــفوية أســـاس لتسجيل اللغة المكتوبة فى الذاكرة البشرية ، فالطفل الذى لا يســـتطيع قـــراءة العـــبارة (الجملـــة) الرياضـــية التالـــية (٣س + ٥=١٠) (ثلاثـــة س + ٥) تســـاوى ١٠ يصـــعب علـــيه فهم المقصود من هذه الجملة والمعنى المـــتكون مـــن اللغة الشفوية هام للغاية لفهم المفهوم الرياضى بشكل صحيح لأنه يمكن الطالب من استيعاب اللغة وربطها بالأفكار المعروفة لديه عن ذلك المفهوم .

الرياضيات لغة ليس لها معنى فى الواقع العملى :

إن كثيراً من المفاهيم والمصطلحات التى نراها تدرس فى مدارسنا قد لا تعنى للطلاب أو حـــتى للمدرســـين شيئاً . فعندما نصر على حفظ الطلاب لجدول الضرب دون أن يدرك الطـــلاب معـــنى عملية الضرب ولا حتى القسمة ومن هنا فإننا نعلم لغة ليس لها معنى وكثيراً ما نذكر ويتذكر العقل البشرى أشياء قد لا يكون لها معنى فى الواقع التطبيقى .

الرياضيات لغة مجردة :

إن الرياضيات هى رموز تخضع لقواعد محددة ، والتجريد صفة من صفات الرياضيات ولـــيس بالضرورى أن التجريد يعنى صعوبة فى التعلم فكثير من الصفات حتى فى اللغة

كمجــردات (مــثل الصــدق والأمانة) يتعلمها الطلاب بدون صعوبة ، ولكن صعوبة التجريد الرياضى أننا غالباً ما ندرس تلك المجردات دون معرفة الطرق التى وصلت بها إلى مرحلة التجريد ، فتدريس نظرية المجموعات فى المرحلة الجامعية أو حتى الأشكال الهندســية فى المرحلة الابتدائية دون أن يرى الطالب أمثلة ونماذج للمفاهيم المجردة فإن التعلم فى هذه الحالة سيكون عملية صعبة للغاية .

الرياضيات لغة تعبيرية :

مــن الــبديهى أن الرياضــيات لغة يمكن التعبير عنها بالرسم أو بالرمز أو بالشكل كما يضــاف إلــيها الوســائط التعليمية الرياضية كمكعبات دينز ، وقضبان كوزنير وبعض الأشــكال هــى أشــكال فى حد ذاتها ولا تعبر عن تكوينات رياضية ولذلك يقولون أن الهندسة هى دراسة خواص الأشكال .

الرياضيات لغة أجنبية :

والمقصــود باللغــة الأجنبية أنها ليست لغة قومية يتعلمها الطفل منذ مولده ، بل هى لغة يتعلمها الطفل عند ما يدخل المدرسة وليست لغة يتعلمها فى المنزل وتعلم اللغة الأجنبية عادة أصعب من تعلم اللغة القومية .

الرياضيات لغة حية :

لا يجرؤ أحد أن يقول أن الرياضيات لغة ميتة . بل هى لغة حية حيث تتطور وتتغير باستمرار . بل أنها لغة متطورة متقدمة ولكن إن كنا نصر على تدريس مصطلحات ومفاهيم قديمة عفا عليها الزمن فإنها ستكون لغة ميتة إذا كنا نصر على حساب الجذر التربيعى بطريقة القسمة المطولة مع أنه لدينا الآلات الحاسبة والكمبيوتر ففى هذه الحالة تكون الرياضيات لغة ميتة وإذا كنا نصر على تدريــس القسمة المطولة بثلاثة أرقام فى المقسوم عليه فإن الرياضيات تصبح لغة ميتة . إن عدم متابعة تدريس الرياضيات للجديد فى كل مجال وتحديث المفاهيم وطرق التدريس وإدخال التقنيات فى التدريس يجعل الرياضيات لغة ميتة .

الأنظمة الرياضية :

إن أى نظــام رياضــى يبــنى على أساس مصطلحات غير معرفة ومصطلحات معرفة ومسلمات (أو بديهيات) ونظريات وإليك وصفاً مختصراً لكل من هذه المصطلحات .

١) **المصطلحات غير المعرفة والمعرفة :**

إن أول جزء فى أى نظام رياضى هو المصطلحات غير المعرفة " Undefined terms " فمن الطبيعى ألا نعرف كل مصطلح وكل كلمة فى أى نظام دون أن نتجنب ما يسمى بالتعريفات الدائرية " Circular definition " وأحياناً نسمى المصطلحات غير المعرفة باسم المصطلحات الأولية " Primative terms " فقد عرف (مثلاً) أقليدس " النقطة على أنها قطعة مستقيمة ليس لها طول ولا عرض " ثم عرف القطعة المستقيمة على أنها " مجموعة من النقط " وهذا ما قصدناه بالتعريف الدائرى حيث عرف النقطة باستخدام مفهوم القطعة وعرف القطعة المستقيمة باستخدام النقطة . .

والمصطلحات غير المعرفة ليس لها معنى إلا فى النظام المعرفة عليه ولذلك فلكل نظام مصطلحاته غير المعرفة وأنه عندما تحدد لكل مصطلح غير معرف معنى معين تحصل على نظام مختلف وكمثال على ذلك إذا أخذنا نظرية المجموعات " Group theory " من الممكن أن تعتبر الفئة باعتبارها من المصطلحات غير المعرفة فإذا أخذت الفئة على أنها فئة الأعداد الصحيحة " Integers " والعملية على أنها عملية الجمع العادى يكون لدينا مجموعة الأعداد الصحيحة .

أما إذا اخترنا الفئة على أنها العناصر ١ ، ٢ ، ..... ، ١٢ والعملية هى الجمع المقياس ١٢ فإنه سيكون لدينا مجموعة الجمع الزمنى للساعة وهكذا .

باستخدام المصطلحات غير المعرفة يمكن تعريف بعض المصطلحات فالمعرفات هى كل جملة رياضية أو مصطلح رياضى فى نظام ما تم تعريفه باستخدام اللامعرفات وبعض عبارات النظام

فمثلاً إذا قبلنا النقطة على أنها من اللامعرفات فإننا يمكن تعريف الخط المستقيم على أنه مجموعة من النقط .

ب) **البديهيات أو المسلمات : Axioms**

ينظر بعض الرياضيين على أن البديهيات والمسلمات مترادفات ويعرفانها على أنها جملة رياضية مقبولة بدون برهان إلا أننا نميل إلى اعتبار فرضيات الهندسة بديهيات وفرضيات الجبر مسلمات والبديهيات أو المسلمات جمل رياضية تتضمن مصطلحات معرفة وغير معرفة والبديهية (أو المسلمة) هى قوانين النظرية فمثلاً فى الهندسة الاقليدية نجد أن أحد الأمثلة على البديهيات المثال التالى : " بين أى نقطتين يمكن رسم خط مستقيم واحد "

من هذه البديهية تجد استخدام كلمات " نقطة " كمصطلح غير معرف وكلمات " خط " ، " بيـن " كمصـطلحات معرفة وعليه نلاحظ أنه فى أى بديهية يجب أن تظهر اللامعرفات والمعرفات بشكل مباشر أو غير مباشر فى الصياغة اللغوية .

ج) **النظريات Theorms**

الـنظريات هى جمل رياضية قابلة للبرهان وتتضمن مصطلحات (معرفة وغير معرفة) وتتبع منطقياً من البديهيات (أو المسلمات) ولكى نقرر ما إذا كانت جملة معينة تمثل نظرية أو لا فإن النظرية تتطلب برهاناً رياضياً .

والبرهان " Proof " هو مجموعة من الخطوات أو الأدلة لإثبات قضية أو نظرية معينة . وتتعدد طـرق البرهنة الرياضية ولذلك سوف نعرض بشيء من الاختصار لبعض أشهر طرق البرهنة الرياضية .

د) **شروط الأنظمة الرياضية :**

ليسـت عملـية صـياغة الأنظمة الرياضية للمتعة العقلية ، ولكن الأصل هو بناء نظام رياضـى متسـق متآلف ومستقل مجرد يلعب الاستنباط المنطقى الأصل فيه . ولذلك من أهم خواص النظام الرياضى .

١) **التآلف : Consistency**

الـتآلف هو عدم احتواء النظام الرياضى تناقضات وأن كل عنصر يرتبط منطقياً بالسابق ويؤدى للاحق دون تناقض أو تعارض .

٢) **الاستقلال :**

يكون النظام الرياضى مستقلاً إذا كانت جميع مسلماته مستقلة بعضها عن البعض الآخر .

٣) **الاكتمال Completeness**

يكون النظام الرياضى مكتملاً إذا كانت مسلماته كافية لاثبات أى نظرية تخص النظام ولا يحتاج إلى أى مسلمات إضافية أخرى .

بعض طرق البرهنة الرياضية :

١- البرهان بالاستنتاج الرياضى

يعتمد الاستنتاج الرياضى (Mathematical Induction) على الخطوات التالية

أ) لأى نظرية (قاعدة أو قانون) أثبت أنها صحيحة فى حالة ن = ١ .

ب) افـــترض صحة القاعدة أو القانون فى حالة ن = ك ثم أثبت صحة تلك القاعدة فى حالة ن = ك + ١ .

مثال : اثبت أن : ١+٣+٥+.....+ (٢ن -١) = ن^{٢} ؟

البرهان :

أ) واضح أن القاعدة صحيحة فى حالة ن = ١ لأن ١= ١ .

ب) افترض أن القاعدة صحيحة فى حالة ن = ك

.... ١+٣+٥+.... (٢ك -١) = ك^{٢}

والمطلوب الآن إثبات صحة القاعدة فى حالة ن = ك + ١

بإضافة (٢ك + ١) إلى كل من الطرفين نحصل على :

١ + ٣ + ٥ + ... +(٢ك -١) + (٢ك+ ١) = ك^{٢}+ (٢ك + ١) = (ك+١)^{٢}وعلـــيه تثبت صحة القاعدة فى الحالة العامة طبقاً لطريقة الاستنتاج الرياضى إذن :

١ + ٣ + ٥ + ... (٢ن – ١) = ن^{٢}

١- البرهان غير مباشر : Indirect Proof

عـــادة مـــا يعـــتمد الـــبرهان غير المباشر على افتراض عكس ما هو معطى وباستخدام المعلومات المعطاة والمنطق الرياضى يتم إيجاد تناقض بين ما توصل إليه الباحث وبين مـــا هـــو معطى ومن ثم يثبت خطأ الفرض الأول وأبسط طريق للبرهان غير مباشر إذا كان كميتين فإما أن يكونان متساويان أو أحدهما أصغر من الثانية فإذا استطعت إثبات أنه لا يكـــن أن تكـــون إحـــدى الكميتين أصغر أو أكبر من الثانية ففى هذه الحالة يجب أن تتساوى الكميتين

مثال (١)

إثبت أن $\sqrt{٢}$ عدد غير قياسى ؟

افترض أن $\sqrt{٢}$ عدد قياسى (عكس ما هو معطى)

$\sqrt{٢} = \frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب أعداد صحيحة ، ب # صفر

(أ ، ب) = ١ (أى أن أ،ب لـــيس بيـــنهما عوامـــل مشتركة غير الواحد الصحيح)

بتربيع الطرفين نحصل على :

$٢ = \frac{أ^٢}{ب^٢}$: $٢ب^٢ = أ^٢$ ⟵ (١)

∴ $أ^٢$ عدد زوجى

إذا كان $أ^٢$ عدد زوجى فأنه يمكن إثبات أن أ عدد زوجى .

سوف نثبت ذلك بطريقة التناقض .

إذا كان " أ " عدد زوجى فإنه يمكن كتابته على صورة أ = ٢م

$أ^٢ = ٤م^٢$ حيث م عدد صحيح # صفر بالتعويض فى (١) نحصل على :

$٤م^٢ = ٢ب^٢$ ——— $٢م^٢ = ب^٢$ ——— (٢)

$ب^٢$ عدد زوجى – إذن" ب " عدد زوجى بنفس طريقة البرهان بالتناقض يمكن إثبات أنه إذا كان " $ب^٢$ عدد زوجى " فإن " ب " عدد زوجى

ب٢ عدد زوجى " أ " عدد زوجى

وعليه فإنه (أ ، ب) = ٢ أى أن هناك " ٢ "

كعامل مشترك على الأقل بين " أ ، ب " وهذا تناقض .

مـــع الفرض الذى افترضناه أولاً من أن (أ ، ب) = ١ ليس بينهما عامل مشترك غير الواحد الصحيح .

وعليه فإن $\sqrt{٢}$ لا يمكن أن يكون عدد قياسى . ∴ إذن $\sqrt{٢}$ عدد غير قياسى

<u>مثال (٢)</u>

اثبت أن الأعداد الأولية أعداد " لا نهائية "؟ باستخدام البرهان غير المباشر . نفترض أن الأعـــداد الأولـــية نهائـــية . إذن يوجد عدد " ن " هو أكبر عدد أولى معروف إذن جميع الأعداد الأولية لا بد أن تكون أقل من (ن)

الآن إذا فرض أننا كتبنا عدد " م " بحيث يكون على الشكل التالى :

م = ١×٢×٣×٥× .... ن + ١

فإمـــا أن يكـــون " م " عـــدداً أولـــياً وإذا استطعنا إثبات ذلك فنكون قد حصلنا على تناقض لأننا افترضنا أن " ن " هو أكبر عدد أولى وطالما أننا أثبتنا أن " م " عدد أولى ومن الطبيعى أن " م " عـــدد أكـــبر من " ن " وعليه يكون الأعداد الأولية لا نهائية وإما أن يكون " م " عدد غير أولى سنحاول الآن إثبات أن " م " يجب ن يكون عدداً أولياً .

العــدد (م) لا يقــبل القسمة على أى عدد أولى بدون باقى (طالما أن كتابة " م " بهذه الصورة تتضمن كافة الأعداد الأولية + ١) .

(م) لا يقبل القسمة إلا على نفسه أو على (١)

وعليه يكون " م " عدداً أولياً . وهذا يتناقض مع كون " ن " أكبر الأعداد الأولية

الأعداد الأولية لا نهائية .

٢) **البرهان بالتناقض**

يعتمد البرهان بالتناقض على القاعدة المنطقية التالية :

(أ ⟵ ب) ≅ (" نفى " ب ⟵ " نفى " أ)

بمعنى إذا كانت " أ " جملة رياضية صحيحة تؤدى إلى " ب " فإن ذلك يكافئ منطقياً أن " معكوس " " ب " يؤدى إلى معكوس " أ " .

ويمكن إثبات صحة ذلك من جداول الصواب والخطأ المنطقية .

مثال :

إثبت باستخدام البرهان بالتناقض أنه :

إذا كان ($أ^٢$) عدداً زوجياً فإن (أ) يكون عدداً زوجياً .

بتطبــيق القــاعدة المنطقة المبنى عليها البرهان بالتناقض نجد أن المراد إثباته فى المثال السابق يكافئ منطقياً الجملة التالية : إثبت أنه إذا كان (أ) عدداً فردياً فإن أ٢ عدداً فردياً

(أ ⟵ ب) ≅ (" نفى " ب ⟵ " نفى " أ)

البرهان :

بما أن " أ " عدداً فردياً إذن أ = ٢م + ١

وعليه يكون $أ^٢$ = $(٢م + ١)^٢$

$أ^٢$ = ٤$م^٢$ + ٤م + ١

$أ^٢$ = ٢ (٢$م^٢$ + ٢م) + ١

$أ^٢$ = ٢ك + ١ حيث ك = (٢$م^٢$ + ٢م)

وعليه يكون أ عدداً فردياً

وعلــيه نقول أن القاعدة الرئيسية صحيحة وهى أنه إذا كان (أ) عدداً زوجياً فإن (أ) يكون عدداً زوجياً كذلك .

ثانياً : بعض التطورات الحديثة
فى العلوم الرياضية

- ما قبل القرن السابع عشر
- القرن السابع عشر
- القرن الثامن عشر
- القرن العشرين

لما كانت التطورات الحديثة فى العلوم الرياضية من الضخامة والتعدد والثراء بحيث يصعب على أى كاتب متتبع لتاريخ الرياضيات من أن يلم بكافة الحقائق وعليه سنعرض فى عجالة سريعة لأبرز الأحداث التاريخية فى هذا العلم ليلم مدرسى الرياضيات خاصة بـــأهم الأحـــداث التاريخـــية ليكونوا على معرفة جيدة بمادتهم التى يدرسونها ومن ناحية أخـــرى قـــد يســـتخدمون ذلك كمقدمة لموضوعاتهم المدرسية إن وجدوا اتصالاً بين ما يدرسونه فى الحصص المدرسية وبين المادة التاريخية المعروضة هنا .

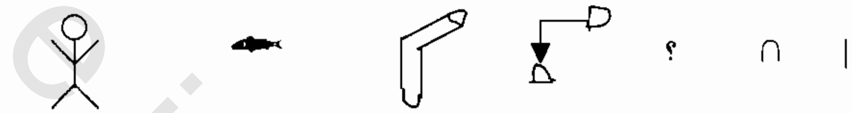
وسوف نقسم تاريخ الرياضيات إلى المراحل التالية :

- المرحلة الأولى :ما قبل القرن السابع عشر .
- المرحلة الثانية : القرن السابع عشر .
- المرحلة الثالثة : القرن الثامن عشر .
- المرحلة الرابعة : القرن التاسع عشر .
- المرحلة الأخيرة : القرن العشرين .

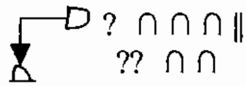
المرحلة الأولى : ما قبل القرن السابع عشر

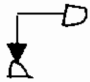
ربمـــا لا يوجد فى تاريخ الرياضيات رجال أثروا العلوم الرياضية أكثر من المصريين القدماء . فـــربما يعـــود إليهم الفضل الأول فى وضع أول نظام عدى عشرى تجميعى معروف فى التاريخ ويعود ذلك إلى حوالى ٣٤٠٠ سنة قبل الميلاد . وكان هذا النظام يعتمد على نظام التجميع بمعنى أنـــه لا يهم وضع الرقم فى المكان . فالمهم هو عدد الرموز المستخدمة بغض النظر عن مكانها كما أن هذا النظام يستخدم النظام العشرى وإليك بعض رموز النظام .

١ ١٠ ١٠٠ ١٠٠٠ ١٠٠٠٠ ١٠٠٠٠٠ ١٠٠٠٠٠٠



فإذا أردت كتابة العدد ١٣٥٢ فإنه يكتب على النحو التالى .



فمن المكن ترتيب أى من الرموز المستخدمة بأى شكل من الأشكال المهم أن يحتوى على || ، وعلى خمس ∩ ، وعلى ثلاث ? وعلى 

كما يعود للمصريين القدماء الفضل فى استخدام الكسور الاعتدادية ولكن كانوا يستخدمون كســوراً بســطها واحـــد صحيح ويمكنهم بهذه الطريقة التعبير عن أى كسر وهذا يسمى الكسور الأحادية " Unit fraction " فمثلاً يمكن التعبير عن $\frac{2}{7}$ بالكسرين $\frac{1}{4} + \frac{1}{28}$

أمـــا فى مجال الهندسة فهناك بعض الأدلة التى تثبت أن المصريين القدماء كانوا يعرفون قانون مساحة الدائرة ، وحجم الاسطوانة القائمة ومعظم البحوث الحديثة فى مجال تاريخ الرياضـــيات أثبتـــت أن المصريين القدماء كانوا يعرفون أن مساحة أى مثلث عبارة عن حاصل ضرب القاعدة × $\frac{1}{2}$ الارتفاع .

وبعـــد أفول الإمبراطورية المصرية القديمة بدأت إمبراطورية اليونان فى الظهور ولأول مـــرة فـــى تاريخ الرياضيات بدأنا نسمع عن الكلمة السؤالية لماذا ؟ مثل لماذا يكون فى المثلث المتساوى الساقين زاويتا القاعدة متساويتان

ويعتـــبر فيـــثاغورث أحد أعظم علماء الإغريق الرياضيين . ويقال أنه ولد فى حدود عام ٥٧٢ مـــيلادى . ويعــود لفيثاغورث وتلاميذه الفضل الأكبر فى تطور نظرية الأعداد . فقد قدم مفهوم الأعـــداد المـــتحابة Amicable ويقـــال لعددين أنهما متحابان إذا كان مجموع القواسم الحقيقية لأحدهما هو العدد الثانى والعكس صحيح فمثلاً العددين ٢٢٠ ، ٢٨٤ يعتبران عددان متحابان لأن القواسم الحقيقية لــ ٢٢٠ هى (١ ، ٢ ، ٤ ، ٥ ، ١٠ ، ١١ ، ٢٠ ، ٢٢ ، ٤٤ ، ٥٥ ، ١١٠) ومجمـــوع هذه الأعداد يساوى ٢٨٤ وأن القواسم الحقيقية للعدد ٢٨٤ هى (١ ، ٢ ، ٤ ، ٧١ ، ١٤٢) ومجموعها ٢٢٠ . ومن الغريب أنه لم يعلن عن أى زوج من الأعداد المتحابة حتى جاء العالم الفرنسى فورمات " Fermat " عام ١٦٣٦ حيث أعلن العددين ١٧٢٩٦ ، ١٨٤١٦ عددان متحابان .

وقدم فيثاغورث مفهوم العدد الكامل الذى يكون مجموع قواسمه الحقيقية تساوى نفس العدد مثل ٦ ، ٢٨ ، ٤٩٦ ، ٥٢١ ، ٦٠٧ ، ١٢٧٩، كمـــا قـــدم فيثاغورث وتلاميذه التمثيل الهندسى للأعداد فـــتكلموا عـــن الأعداد المثلثية والأعداد الرباعية والخماسية وغيرها . وتعتبر نظرية فيثاغورث وثلاثيات فيثاغورث العددية من أشهر ما يذكر عنه تاريخياً

وفى تلك الفترة ظهر واحد من أعظم الرياضيين فى التاريخ وهو أقليدس Euclid وقد عمـــل أقلـــيدس أســـتاذاً للرياضيات فى جامعة الإسكندرية القديمة وقد ألف أقليدس أشهر كتاب للرياضيات فى التاريخ وهو كتاب العناصر " Elements " ويتكون هذا الكتاب من عشرة أجزاء ومـــن الطريف أن كتاب العناصر هذا لم يكن محتوياً على هندسة فقط بل يحتوى على جزء كبير من نظرية الأعداد ومبادئ الجبر . وتعتبر هندسة المرحلة الإعدادية والثانوية فى جزء كبير منها أجـــزاء مـــن كتاب العناصر لأقليدس . ولقد بنى أقليدس نظامه الهندسى والذى يعرف الآن باسم الهندســـة الأقلـــيدية نســـبة إلـــى أقليدس على أساس خمس مسلمات رئيسية . كان أشهرها على الاطلاق المسلمة الخامسة والتى سميت بمسلمة التوازى والتى أدت إلى ظهور الهندسة اللا أقليدية فـــى العصر الحديث وسيأتى الحديث عن ذلك فيما بعد . بعد ذلك تأتى مرحلة الصحوة الإسلامية والـــتى شـــهدت ظهور علماء عظام فى تاريخ الرياضيات . مثل محمد بن موسى الخوارزمى . وكـــتابه الشـــهير حساب الجابر والمقابلة والذى ترجم إلى اللاتينية ومنه اشتق اسم الجبر ويعتبر بحـــق أبـــو الجـــبر ، ولقـــد تـــرجم كتاب الخوارزمى العالم الإيطالى الرياضى الكبير فاباناش Fibanacci إلـــى اللغـــة اللاتينية ولقد كان لعمر الخيام جهد كبير فى تاريخ الرياضيات وربما يكون أفضل ما قدمه هو حله لمعادلة الدرجة الثالثة هندسياً كما أن ناصر الدين " ١٢٥٠م " ليعتبر أحد أهم من وضع أسس حساب المثلثات .

لمحات

من تاريخ الرياضيات

عند العرب والمسلمين

الرياضيات عند العرب والمسلمين :

لقـد أثبتـت كثير من الأبحاث الحديثة الغربية أن الغرب مدين فى إنجازاته وتقدمه العلمى إلى عدد كبير من العلماء المسلمين، بل أن كثير من الإبداعات الرياضية التى كان يعـتقد قديمـاً أن علماء الغرب هم أصحابها وخاصة فى القرون السادس عشر والسابع عشـر والثامـن عشـر الميلادى تبين من خلال أبحاث علماء الغرب المنصفين أن تلك الإبداعـات فـى مجال الرياضيات تعود إلى علماء عرب ومسلمين أنجزوها فى القرن الـرابع المـيلادى: بل أن بعض الإبداعات فى العلوم الرياضية التى كان يظن أنها من أعمال علماء اليونان تبين أن أصلها عربى أو إسلامي.

لقـد امـتدت الإمـبراطورية الإسلامية من تركيا شمالا فى وسط أوربا إلى الأندلس (أسبانيا) فى أقصى غرب أوربا، وإلى أقصى الشرق في الصين وقد كانت بغداد حاضرة الخلافة الإسلامية والتى تمركزت حولها كل الإنجازات الحضارية بل كانت كعبة العلماء والباحثيـن يحجون إليها من كل حدب وصوب وقد جذبت بغداد علماء مسلمين من كافة أرجاء المعمورة من الهند وإيران وتركيا ومختلف أصقاع المعمورة وكانت السنوات التى بـدأت من عام ٨٠٠ ميلادية وما تلاها أزهى عصور الحضارة الإسلامية و لقد سميت هـذه الفترة بالعصر الذهبى للخلافة العباسية وكانت في عصر هارون الرشيد ومن تبعه مـن أولاده. فقـد حكم هارون الرشيدى وهو خامس الخلفاء العباسيين فى حوالى ٧٨٦ مـيلادية. حيـث شجع العلماء والباحثين وأغدق عليهم العطايا والهبات، وخاصة ترجمة العلوم والكتب الإغريقية إلى اللغة العربية، بل أنه من شدة إعجابه وإغداقه على الباحثين كان يعطى المترجم بوزن كتابه المترجم ذهباً ومن الطريف أن أحدهم جاء بكتاب مترجم محمولا على جمل (وقد كانت الكتب فى ذلك الوقت تكتب على الجلد أو العظام أو سعف النخيل، ...) .

وبعد وفاة هارون الرشيدى جاء ابنه المأمون كخليفة للمسلمين وسار على نفس النهج بـل قـيل أنـه زاد على والده في هذا الاتجاه فأنشأ دار الحكمة وكانت هذه الدار بمثابة أكاديمـية للبحـث العلمى بالمفهوم العصرى، حيث جمع فيها العلماء والباحثين لإجراء الـبحوث العلمـية وقد عمل أغلب المسلمين في تلك الدار وخاصة الكندى وعمر الخيام

والخـــوارزى وابن إسحق المترجم العظيم في ذلك الوقت ومن الجدير بالذكر أنه لم يكن المترجميــن فـــي ذلــك الوقت يقومون بترجمة اللغات بل كانوا علماء يترجمون العلوم الرياضـــية والفلك والطبيعة وغيرها، ولم تكن الترجمة بهدف الترجمة ولكن كانت لديهم عقـــيدة راسخة أن الترجمة هى أساس التقدم العلمى، فكل العلوم والفنون الإغريقية تمت ترجمـــتها إلـــى اللغـــة العربية وكانت تلك الحركة هى الأساس الذى بنيت عليه النهضة الإسلامية فى ذلك الوقت.

وقـــد ترجمت أعمالا عظيمة فى تلك الفترة مثل كتب أقليدس العناصر (Elements البـــيانات، البصريات، الظواهر). وكذلك ترجمت أعمال أرشميدس (الكرة والأسطوانة) وكل أعمال أبولونيوس، ويوفيتش (الحساب) بل إن أهم انجازات العلوم الرياضية في تلك الفـــترة كانت أعمال الخوارزمى وخاصة كتابة حساب الجابر والمقابلة وكان هذا الكتاب يمـــثل ثـــورة علمية رياضية على الموروثات الاقليدية الاغريقية القديمة والتى كانت تعد الهندسة أساس العلوم الرياضية.

١-معالجة الخوارزمى للجبر تناولت معالجة الأعداد بطريقة رمزية أى علاقة العدد بالرمز كذلك بحث علاقة الجبر بالهندسة فيما سمى فيا بعد بالهندسة التحليلية ولأول مرة فـــى الـــتاريخ يدخـــل الخوارزمى مفهوم المعادلة وكثيرات الحدود، والمعالجات العددية للمعادلات والتحليل العددى كذلك بعض مفاهيم نظرية الأعداد كل تلك المفاهيم لم يكن لها وجـــود قـــبل الخوارزمـــى بل أنها تعد الأساس العلمى للأبحاث الحديثة في مجال الجبر الحديث.

وتبع الخوارزمى فى انجازاته في الجبر المهانى (٨٢٠م) حيث حول مشكلة مضاعفة المكعب إلى مشكلة جبرية وحاول حلها. ثم جاء أبو كامل (٨٥٠م) حيث أوجد علاقة بين جبر الخوارزمى والكـــرجى حيـــث اســـتخدم لأول مرة مفهوم "الأس"وكتابة الرمز "س" بدلا من الكلام الذى كان يستخدمه الخوارزمى في التعبير عن المعادلة . كما كان الكرجى أول من تكلم عن القانون $س^{ن} \times س^{م} = س^{ن+م}$ (قانون الأسس)

ويعد الكرجى (٩٥٣م) أول من قام بتحرير الجبر بالكامل من الهندسة وإحلال ذلك العلميات الحسابية على الرموز الجبرية وكان له باع فى تعريف كثيرات الحدود س ، س٢ ، س٣، ......

وكذلــك الدوال الجبرية $\frac{١}{س^٢}$ ، $\frac{٢}{س^٢}$ ، $\frac{٣}{س^٢}$ ...ثم كان عمر الخيام (١٠٤٨م) وهو أحد أعظم علماء الرياضيات فى تلك الفترة .

فلأول مرة فى التاريخ يتمكن عالم رياضيات من إيجاد حلول لمعادلات الدرجة الثالثة باســتخدام الرســوم الهندسية (هندسة القطاعات المخروطية) بل أنه حاول إثبات مسلمة الــتوازى لأقليدس وأول من أعد تقويما سمى بتقويم الجلالى وسوف نفصل أهم إنجازاته في الصفحات التالية.

أمــا شــريف الدين الطوسى (١١٣٥م) فقد قدم حلولا جيدة لمعادلات الدرجة الثالثة وكان صاحب فضل فى تقديم ما سمى بالهندسة الجبرية أو المعالجات الهندسية للمعادلات الجبرية.

ولا يمكــن لمنصــف أن ينســى فضل ابن قورة (٨٣٦م) وهو ثابت بن قورة العالم الرياضى الشهير الذى قدم شرحاً رائعا للأعداد المتحابة وأهم ما أنجزه في نظرية الأعداد (العــددان المتحابان هما العددان اللذين يكون مجموع القواسم الحقيقية بعدد تساوى العدد الآخر وهكذا مثلا (٢٢٠ ، ٢٨٤) تسميان عددان متحابان لأن مجموع قواسم ٢٢٠ تعطى ٢٨٤ ومجموع قواسم ٢٨٤ مجموعها ٢٢٠).

وجــاء ابــن الهيــثم كأحد أهم المبدعين الرياضيين (٩٦٥م) وهو أول من تكلم عن الأعــداد الكاملة (العدد "٦" عدد كامل لأن مجموع قواسمه الحقيقية (١ + ٢ + ٣ = ٦) تســاوى العدد نفسه) وأوجد العلاقة $٢^{ك-١}$ ($٢^{ك}$ – ١) التى تعطى عدداً كاملا إذا كان ($٢^{ك-١}$) عدداً أولياً (prime number).

ويعد ابن الهيثم أول من تكلم عن نظرية ولسن المعروفة لدينا حاليا والتى تنص على إذا كان "ن" عدداً أوليا فإن ١ + (ن – ١) بقبل القسمة على عدد أولى وهذه النظرية لم يكن لها حل معروف وقــد قيل أن "ولسن" هو الذى أوجد حل لهذه النظرية لكن الهيثم كان له الفضل فى إثارة النظرية قبل "ولسن".

وجــاء الفارســـى (١٢٦٠م) وقــدم أول برهان رياضى لنظرية ثابت بن قورة حول الأعداد المــتحابة كمــا قدم مفهوم المفكوك الرياضى كما ذكر العددين المتحابين (١٨٤١٦، ١٧٢٩٦) والتى نسبت خطأ إلى أيلور والتاريخ المنصف العادل ينسبها إلى ثابت ابن قورة.

وفي القرن السابع عشر قدم الرياضي العربي الشهير محمد بكر يازدى زوجين آخرين لعددين متحابين هما (٩٤٣٧٠٥٦، ٩٣٦٣٥٨٤) قبل أيلور بسنتين.

وعلـــى الرغم من أن الرياضيين المسلمين كانوا معروفين بإبداعاتهم فى علم الجبر إلا أن لهـــم إنجازات هائلة فى مجال نظرية الأعداد والتى يرى الغرب أنهم (أى الغرب) هـــو الـــذى أوجـــد نظرية الأعداد. كما قدم المسلمون إبداعات هائلة فى مجال الهندسة وحســـاب المثلثات والرياضيات المتعلقة بعلم الفلك، بل أن إبراهيم بن سنان (٩٠٨م) قدم طـــريقة للـــتكامل أكثر تقدماً وإبداعية من طريقة أرشميدس وقدم البيرونى (٩٧٣م) دالة الجيب والظل.

إن كـــل تلـــك الإبداعات لا يستطيع أن يغفلها إلا حاقد أو جاهل ولكن المنصفين من العلماء المدققين الغربيين يرجعون الفضل إلى أهله.

وسوف نقدم فى الصفحات التالية عينات من جوانب إبداعات علماء المسلمين (عرب وعجـــم) كان لهم باعاً لا ينكر فى مجال الرياضيات ننصف من ظلمة الحاقدين ويعطى لكـــل ذى حق حقه بلا مجاملة أو تهويل مؤيدين كلامنا بالمستند الصحيح والوثيقة العلمية الـــتى لا تقبل التأويل أو التهويل إننا لا نريد أن نعطى لا أحد أكثر مما يستحق ولكن لا نبخث الناس أشياؤهم.

الخوارزمى

Khwarizmi

المولود فى عام ١٦٤ هجرية حوالى ٧٨٠ ميلادية

والمتوفى في عام ٢٣٢ هجرية حوالى ٨٤٨ ميلادية

الخـــوارزمى

هــو عبدالله محمد بن موسى الخوارزمى وكنيته أبو جعفر الخوارزمى ولد في مدينة خـــوارزم (كييف حالياً) التى تقع على بحيرة آرال فى تركستان. وقد عاش الخوارزمى ثمانـــية وستون عاماً كانت حافلة بالبحث والعلم فى مجالات الرياضيات والفلك . ولذلك يعـــد الخوارزمى من أعظم الرياضيين المسلمين على الإطلاق بل يعده البعض من أعظم الرياضيين فى التاريخ .

لقـــد عاش الخوارزمى فى عصر ازدهار الحضارة الإسلامية، فقد عاش فى عصر هـــارون الرشـــيد خـــامس الخلفاء العباسيين الذى تولى الحكم فى حوالى ٧٨٦ ميلادية (٧٨٦/٩/١٤ ميلادية) وكان عمر الخوارزمى حوالى ست سنوات.

لقـــد عاش الخوارزمى فى بغداد حاضرة الحضارة الإسلامية فى ذلك الزمان وعمل مـــع زملائه من العلماء فى دار الحكمة (بيت الحكمة) وهى تمثل أكاديمية البحث العلمى فى ذلك الزمان حيث تمت ترجمة معظم العلوم الإغريقية وأعمال الفلاسفة اليونانيين فى تلك الدار، بل أن معظم ما نعرفه من علوم تم وضع أسسه فى تلك الدار.

ولقـــد توفـــى هـــارون الرشـــيدى فـــى عام ٨٠٩ ميلادية وتولى ابنه المأمون حكم الإمـــبراطورية الإســـلامية فـــى ذلك الزمان وسار على درب والده فى الاهتمام بالعلم والعلماء بل أنه أضاف إليها فأنشأ مكتبة بغداد التى كانت أعظم مكتبة عرفها التاريخ بعد مكتبة الإسكندرية فى مصر القديمة وأنشأ مرصد بغداد الذى استخدمه الفلكيون والباحثون ومـــنهم الخوارزمى الذى كان له باعاً كبيراً فى علم الفلك بالإضافة إلى أعماله فى مجال الهندسة والجبر.

الخوارزمى وعلم الجبر:

يعـــد الخوارزمـــى أول مـــن ألـــف كتاباً فى علم الجبر بل أن هذا العلم سمى باسم الخوارزمـــى بل أنه يكنى بأبوالجبر، وذلك بسبب كتابته لكتاب "حساب الجابر والمقابلة" وقـــد ترجمـــت كلمة الجابر إلى اللاتينية فكتبت على أنها "الجبر" ومن هنا جاء التسمية الجبر.

وقد ترجم كتاب حساب الجابر والمقابلة إلى اللاتينية عدة مرات كان إحداها التى قام بهـا المترجم المعروف "جيرادو Gherado"، والأخرى التى ترجمها الإنجليزى روبرت تشستر وهذه النسخة تمت ترجمتها إلى اللغة الإنجليزية فى عام ١٩١٥ على يد الرياضى الشـهير "كارننسكى Karpinski " وهذه هى النسخة الموجودة حالياً فى معظم مكتبات أوروبا وأمريكا.

ولـم يكـن الجبر عند الخوارزمى لم يكن رمزاً كما نفعل الآن بل كان الجبر يكتب كلامـاً ولـيس رمـوزاً وقد ذكر بن الياسمين شارحاً جبر الخوارزمى فى صورة أبيات شعرية كالتالى: (وليم عبيد وآخرون)

علـى ثلاثـة يـدور الجبر — المـال والأعـداد والجذور

فالمـال كـل عـدد مربع — وجـذره أحد تلك الأضلاع

والعـدد المطلق ما لم ينسب — للمال أو للجذر فإنهم نصب

والمال يقصد به الرمز (س٢) والجذر هو الرمز (س) والعدد هو الحد المطلق.

ومن الجدير بالذكر أن كلمة "الجابر" التى جاءت فى عنوان كتاب الخوارزمى كانت تستخدم فى الأندلس لتعنى جبر الكسور فى العظام المكسورة وقد كان يسمى الحلاق فى الأندلـــس باسم الجابر لأن من وظائفه كما كان فى الريف المصرى جبر الكسور وفصد الـــدم. وقـــد عـــنى الخوارزمى بكلمة الجابر فى عنوان كتابه هو عملية نقل الرموز من طرف وجمعها فى طرف واحد ونقل الأعداد إلى الطرف الآخر.

وبلغة أخرى إذا كانت المعادلة ٣س – ٥ = ٢ س + ٣

فـــإن الجابـــر بالنســـبة للخوارزمـــى هـــى عملـــية جمـــع الـــرموز معـــاً هكـــذا

٣ س – ٢س = ٥ + ٣

أما المقابلة فهى عملية إيجاد قيمة "س" وما يقابلها من عدد آخر ما يعرف بالحل. أى أن المقابلة هى (س= ٨)

وقـــد كـــان الخوارزمـــى متقدماً فى فكرة فكان يعنى بالجبر هو المزاوجة بين العدد والرمز وقد تضمن كتاب حساب الجابر والمقابلة عدة فصول جاءت على النحو التالى:

(١) **الفصـــل الأول**: يتناول الخوارزمى فى هذا الفصل مفهوم العدد وكتب عن النظام العشرى المعروف لدينا ومن الطريف أن كلمة "Algorthm" التى نستخدمها فى الحساب الحديث ونعنى بها روتين الحساب لإيجاد الناتج، جاءت هذه الكلمة من اسم الخوارزمى.

(٢) **الفصـــل الثانى**: تناول فيه حل المعادلات وقد تناول فى ذلك الفصل حلول معادلة الدرجـــة الأولى والدرجة الثانية، وكل حلول الخوارزمى للمعادلات كانت كلامية وليست رمزية.

فمعادلة الدرجة الأولى: كانت كالتالى:

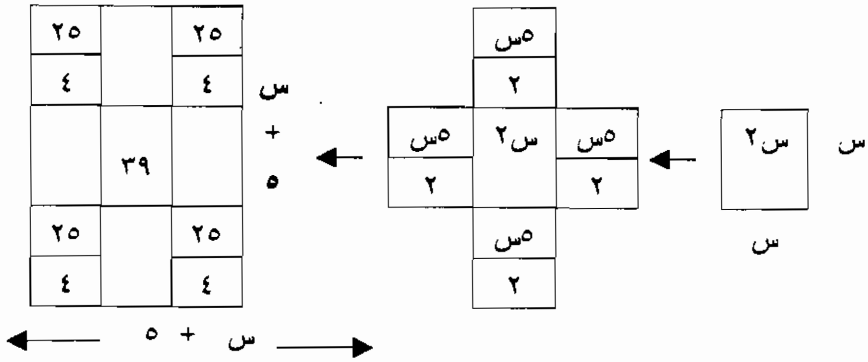
"ما هو الشئ الذى إذا أضيف إلى سبعة أمثاله ٥ يكون المجموع ٤٠"

٧ س + ٥ = ٤٠

أما معادلة الدرجة الثانية (س^{٢} + ١٠س = ٣٩).

فقد استخدم الخوارزمى طريقتين لحلها طريقة هندسية وطريقة جبرية:

الحـــل الهندســـى: المعادلة س^{٢} + ١٠ س = ٣٩ يمكن التعبير عنها بالشكل التالى وهذه الطريقة تسمى إكمال المربع.



(٣) (٢) (١)

∴ ٤ × $\frac{٢٥}{٤}$ + ٣٩ = ٢٥ + ٣٩ = ٦٤

وعليه فإن (س + ٥) طول ضلع المربع =٨

∴ س= ٣ ∴ أحد جذور المعادلة ٣

<u>الحل الجبرى</u> :

خذ نصف الجذر والجذر هنا هو (١٠س) ∴ نصفه = ٥ ومربعه = ٢٥ أضف إليه العدد المطلق (٣٩) يكون الناتج ٦٤ خذ الجذر التربيعى $\sqrt{٦٤}$ = ٨ أطرح منها نصف الجذر "٥" يكون الحل هو ٣ وعليه فإن أحد الجذور هو ٣.

وقد قدم الخوارزمى فى هذا الفصل من كتابه حلولا لستة أنواع من المعادلات وهى :

١-المربعات تساوى الجذر ($س^{٢}$ = ٥ س) .

٢-المربعات تساوى العدد ($س^{٢}$ = ٦٤) .

٣-الجذور تساوى العدد (٥س = ٢٠) .

٤-المربعات الجذور تساوى عدد ($س^{٢}$ + ١٠س = ٣٩) .

٥-المربعات والعدد تساوى الجذور (س + ٥ = ٢س) .

٦-الجذور والعدد تساوى المربعات (٥س + ٨ = ٢ س٢) .

كما أوجد الخوارزمى حاصل الضرب (أ + ب س) (جـ + د س)

مثال لمسألة جبر من كتاب الخوارزمى:

"مالان وعشرة أجزاء تعدل ثمانية وأربعون درهما".

وقد كتب الخوارزمى الحل على النحو التالى:

ترد المالين إلى مال واحد، وقد علمت أن مالاً هو نصف مالين. فرد كل جزء فى المسألة إلى نصفها. وعليه فإن مال وخمسة أجزاء تساوى أربع وعشرون درهم.

ومعـــناه مال إذا زاد عليه خمسة أجزاء بلغ أربع وعشرون نصف الأجزاء فتكون اثنين ونصف يبقى ثلاثة وهو جذر مال والمال نسبته.

ومعنى ذلك أن الخوارزمى حل المسألة على النحو التالى:

$$\text{س}^{٢} + \text{ب س} = \text{حـ} \quad \text{بالقانون} \quad \text{س} = \sqrt{\left(\frac{\text{ب}}{٢}\right)^{٢} + \text{جـ}} - \frac{\text{ب}}{٢}$$

ففى المسألة السابقة

$$\text{س}٢ + ٥\,\text{س} = ٢٤$$

$$\therefore \text{س} = \sqrt{\left(\frac{٥}{٢}\right)^{٢} + ٢٤} - \frac{\text{ب}}{٢} = \sqrt{\frac{١٢١}{٤}} - \frac{٥}{٢}$$

$$= \frac{١١}{٢} - \frac{٥}{٢} = \frac{٦}{٢} = ٣$$

يلاحظ إهمالهم للجذر السلبى أو الحل السالب للمعادلة.

(مثال ٢)

مال وواحد وعشرون من العدد يعدل عشرة أجزار.

$$\text{س}٢ + ٢١ = ١٠\text{س}$$

وقد حلها الخوارزمى على النحو التالى:

$$س = \frac{ب}{٢} + \sqrt{\left(\frac{ب}{٢}\right)^{٢} - جـ}$$ والحل هو س = (٣ ، ٧)

وجاء نص الخوارزمى فى صورة شعرية كالتالى:

واطــرح مــن التربـيـع فى — وجــذر مــا يــبقى علـيه يعـتمد

فاطرحه من تصنيفك الأجذار — وإن تشــأ أجمعــه اختــيار

فــذاك جــذر المال بالنقصان — وذلــك جــذر المــال بــالحملان

فالبيت الأول يعنى $\left(\frac{١٠}{٢}\right)^{٢} - ٢١ = ٤$ $\sqrt{٤} = ٢$

والبيت الثانى ٥ – ٢ = ٣   ٥ + ٢ = ٧

والبيت الثالث يعنى الجذران هما ٣ ، ٧

لقد كتب أحد مؤرخى الغرب (Sarton) أن الخوارزمى هو أحد أعظم الرياضيين فى التاريخ وذلك لو أخذن الظروف والملابسات التى كانت تحيط به فى ذلك الزمن.

إنجازات الخوارزمى الأخرى :

لقــد تضمن الجزء الثانى من كتاب الخوارزمى بالإضافة إلى الجبر بعض التطبيقات الرياضية وأمثلة كثيرة تطبيقية. ثم انتقل إلى إيجاد القوانين لحساب بعض المساحات مثل إيجاد مساحة الدائرة، وحجم بعض المجسمات مثل الكرة والمخروط والهرم وهذا الجزء من الكتاب له ارتباط كبير بأعمال الرياضيين الهنود أكثر من اليونانيين أما الجزء الأخير من الكتاب فيتناول قواعد لعلم المواريث طبقاً للشريعة الإسلامية وهذا يتطلب معرفة بعلم الجبر أكثر من مجرد حل معادلة من الدرجة الأولى.

كمــا كتب الخوارزمى أكثر الكتابات ثراء وذلك فى النظام العدى (العربى الهندى) Hindy – Arabic والكــتاب العــربى لــم يعثر عليه المؤرخين بل فقد ولكن الترجمة اللاتينية هى

Algorit mi de numero Indorum

وباللغة الإنجليزية

Al – Khwarizmi on the Hindo Art of Reckoning

وفـــى هـــذا الكتاب يصف الخوارزمى نظام العد العشرى والقسمة المكانية ويحدد الرموز العددية المعروفة لدينا وهى

1 . 2 . 3 . 4 ….. , 8 . 9 . 0

ويعد الخوارزمى أول من استخدم الصفر كحافظ للخانة الخالية فى النظام العشرى ، كما يعود للخوارزمى الفضل فى إيجاد الحذر التربيعى.

كما يعد كتاب الخوارزمى فى الفلك من أوائل الكتب التى كتبت فى ذلك الوقت وقد اسماه سندهندزيج Sind hind Zij وأهم ما احتواه هو التقويم السنوى، وحساب الموقع الصحيح للشمس والقمر والكواكب، جداول الجيوب والظلال وجداول فلكية كما وضع أهم أســـس علم حساب المثلثات الكروى Spherical Trigonometry كما كتب الخوارزمى كتاباً فى الجغرافيا حيث حدد فيه خطوط الطول والعرض وحدد عليه ٢٤٠٢ موقع كانت الأســـاس فـــى أعداد أول خريطة للعالم حيث حدد الجبال والهضاب والبحار والمحيطات والأنهار.

عمر الخيام

المولد فى نيسابور (إيران حاليا) فى

١٠٤٨/٥/١٨ م والمتوفى فى ١١٣١/١٢/٤م

عمر الخيام

هـو العـالم الرياضـى والفلكى والفيلسوف والأديب والشاعر المعروف باسم عمر الخـيام. واسـمه الكـامل هو غايس الدين أبو الفتح عمر بن إبراهيم النيسابورى الخيام وسمى الخيام لأن صنعه والده هى صناعة الخيام والنيسابورى نسبة إلى بلدته نيسابور.

ولد عمر الخيام فى بلدة نيسابور (تقع فى ايران حاليا) وكانت عاصمة إقليم خراسان وذلك فى ١٨/٥/ ١٠٤٨م وتعلم فى نيسابور وعاش فى سمرقند معظم حياته، وسافر إلى البصـرة بالعـراق وكذلك أصفهان وكانت تلك المدن مراكز للعلم والثقافة والمعرفة فى العـالم فى ذلك الزمان وعلى الرغم من أنه يعد من العلماء الفارسيين أولاً أن له أصول عربية وتعود إلى قبائل الخيام التى استقرت فى بلاد فارس.

عـاش عمر الخيام فى عصر السلاجقة الأتراك الذين كونوا الإمبراطورية العثمانية فـيما بعد واحتلوا سوريا وفلسطين ومعظم الأراضى الإيرانية، ولما تولى "توجرايل بيج" جعـل مـن مديـنة أصفهان الإيرانية عاصمة لملكه، وعمل عمر الخيام فى بلاط الملك وبلاط ابنه ملك شاه من بعد وفاة أبيه.

وقـد كلفـه الملك بعمل مرصد أصفهان وعمل فيه عمر الخيام لمدة ١٨ سنة ومعه فريق كبير من علماء الفلك والرياضيات وقدموا أعظم الأعمال فى تاريخ البشرية ومنها أعـداد أول تقويـم عرفه التاريخ وذلك فى عام ١٠٧٩م وسمى تقويم عمر الخيام باسم "الجلالـية" نسبة إلى الملك جلال الدين وفي هذا التقويم حدد عمر الخيام أيام السنة على أنهـا ٣٦٥,٢٤٢١٩٦ يوما وهو أدق تحديد لأيام السنة بل أنه لا يختلف عن التقويم الذى نسـتخدمه الآن والمعـروف باسم التقويم الجريجورى نسبة إلى البابا جريجورى الثالث عشـر والـذى يحدد فيه أيام السنة أنها ٣٦٥,٢٤٢١٩٠ يوميا وهذا يوضح إلى أى مدى كـان تقويـم عمـر الخيام تقويما دقيقا رغم بساطة وبداءة الأدوات المستخدمة فى ذلك الوقـت. ومـن أشهر الميادين التى اسهم فيها عمر الخيام هو الرياضيات وخاصة الجبر حيـث يعـود له الفضل كأول عالم تمكن من حل معادلة الدرجة الثالثة وذكر أنه يوجد (١٣) نوعـا من تلك المعادلات . وجاء ذلك فى كتابة "مقالات فى الجبر والمقابلة" قدم

مفكوك ذات الحدين فى حالة الأعداد الصحيحة الموجبة ويعد أول من قدم هذا المفهوم فى الجبر فى التاريخ.

ولعمـــر الخيام إسهامات كثيرة فى الهندسة ومن أهم تلك الإنجازات محاولته لإثبات مسلمة التوازى لأقليدس وقام الخيام بتأليف عشرة كتب وثلاثين ورقة بحثية منشورة

وقـــدم الخيام أسس الهندسة التحليلية وكان متقدما فى معالجته الهندسة التحليلية على ديكارت الذى يعتبر فى الغرب أول من أسس علم الهندسة التحليلية.

وقــد قدم عمر الخيام أحد حلول معادلة الدرجة الثالثة ($س^{٣} + ٢٠٠س = ٢٠س^{٢} + ٢٠٠٠$) وهو الجذر الموجب وأشار إلى وجود جذور أخرى لكنه لم يتمكن من إيجادها. ويعــد عمـــر الخـــيام هو أول عالم رياضى يقدم حلا مفصلا لمعادلة الدرجة الثالثة فى التاريخ .

كمـــا تكلـــم عمر الخيام عن نظريه ذات الحدين واتخذ مثلثا يشبه مثلث بسكال وهو المثلث التالى.

١

١ ٢ ١

١ ٣ ٣ ١

١ ٤ ٦ ٤ ١

١ ٥ ١٠ ١٠ ٥ ١

١ ٦ ١٥ ٢٠ ١٥ ٦ ١

١ ٧ ٢١ ٣٥ ٣٥ ٢١ ٧ ١

١ ٨ ٢٨ ٥٦ ٧٠ ٥٦ ٢٨ ٨ ١

١ ٩ ٣٦ ٨٤ ١٢٦ ١٢٦ ٨٤ ٣٦ ٩ ١

١ ١٠ ٤٥ ١٢٠ ١١٠ ٢٥٢ ٢١٠ ١٢٠ ٤٥ ١٠ ١

١ ١١ ٥٥ ١٦٥ ٣٣٠ ٤٦٢ ٤٦٢ ٣٣٠ ١٦٥ ٥٥ ١١

وهـذا المثلـث يستخدم فى إيجاد معاملات مفكوك ذات الحدين فمثلا الصف الثالث (١، ٢، ١) هو معاملات (س + ص)^{٢} كذلك الصف الرابع (١ ،٣ ،٣ ،١) هو معاملات (س + ص)^{٣} وهكذا.

ولقـد كتـب عمر الخيام أربعة كتب فى الرياضيات وثلاثة فى الفيزياء وثلاثين بحثا فى مختلف مجالات المعرفة كان من أشهرها "مقالات فى الجبر والمقابلة" وهذا أفضل كتاب فى علـم الجـبر فى التاريخ بعد كتاب "حساب الجابر القابلة" الخوارزمى. وقد قدم عمر الخيام تصنيفا للمعادلات الجبرية بحسب درجاتها حسب عدد الجذور وأوضح أن عدد الجذور يقابل درجـة المعادلـة، كما انه حل معادلات الدرجة الثالثة والرابعة بواسطة استخدام القطاعات المخروطـية وتعـد معالجته هذه أرقى معالجة لحل المعادلات عرفها الإنسان حتى بما فيهم العلماء المحدثين.

ويعد كتاب عمر الخيام "أهم مشكلات (مصادرات) أقليدس" من أهم كتب الخيام عامة حيث تتناول فيه محاولة إثبات صحة مسلمة التوازى لأقليدس [إذا قطع خط خطان وكان مجمـوع الزاويتين الداخلتين فى جهة واحدة من القاطع = ١٨٠° كان الخطان متوازيان] وقـد حاول الخيام إثبات صحة هذه المسلمة على أساس أنها نظرية هندسية يمكن إثباتها باستخدام المسلمات الأربع الأخرى لأقليدس وقد استنتج الخيام خلال محاولاته لإثبات تلك

المســلمة العديــد من خصائص الهندسة اللا أقليدية (التى ظهرت فيما بعد) وخصائص الأشــكال والــزوايا فــى تلك الهندسة التى تنبأ بوجودها والتى لم تكتمل إلا فى العصر الحديث على يد كل من "يوباتشفيسكى" الروسى "وجاوس" الألمانى "وريمان" المجرى وقد بــرع عمر الخيام فى الفلك، كما كان أديباً وشاعراً عرفت أشعاره باسم "رباعيات الخيام" والتى ترجمت إلى الإنجليزية على يد المترجم الإنجليزى "Edward Fitzgerald" عام ١٨٥٩م، وتتضــمن حوالــى ٦٠٠ بيــت كل أربع أبيات لها قافية وسجع معين وتسمى الارباعــيات لهذا السبب وقد غطت شهرته كشاعر وأديب على شهرته كعالم رياضيات وتوجــد نسخة من رباعيات الخيام باللغة الفارسية ترجمها الشاعر المصرى الكبير أحمد رامى وتغنت بها السيدة أم كلثوم فيما سمى برباعيات الخيام.

البوزجانى

المولود فى رمضان سنة ٣٢٨ هـ الموافق ١٠/٦/٩٤٠م

والمتوفى فى ٣ رجب ٣٨٨ هـ الموافق ١٥/٧/٩٩٨م

هو أبو الوفا محمد بن يحيى بن إسماعيل بن العباس البوزجانى، ولد فى بوزجان وهى بلدة صغيرة قرب نيسابور (إيران حاليا) ومن هنا سمي بالبوزجانى من أعظم علماء الرياضيات المسلمين العرب وكان له الفضل الأول فى نشر كثير من العلوم الرياضية.

كان البوزجانى من ألمع علماء عصره فى الفلك والرياضيات وله مؤلفات قيمة للغاية كان من أشهرها ما كتبه فى الجبر حيث زاد على أعمال الخوارزمى حيث وضع أسس العلاقة بين الجبر والهندسة وهو ما يسمى فيما بعد بالهندسة التحليلية. وهو أول من تكلم عن النسبة التقريبية (ط) وأول من استخدمها فى حل بعض المسائل الهندسية وبعض النسب الهندسيه وخاصة جيب الزاوية ٣٠ °. وكان حسابه صحيحاً لهذه النسبة لثمانية أرقام عشرية. كما كتب عن بعض النسب المثلثية مثل جا(أ+ب).

وألف كتاباً فى الهندسة سماه "كتاب فى عمل المسطرة والفرجال والكونيا) وكان يقصد بالكونيا المثلث القائم الزاوية. وكتب كتابا فى الحساب سماه "منازل الحساب"، وكتب كتاباً سماه تفسير كتاب حساب الجابر والمقابلة للخوارزمى. ويعد البوزجانى من مؤسسى علم الهندسة التحليلية.

أحمد بن يوسف المصرى

المولود فى ٨٣٥ ببغداد

والمتوفى فى ٩١٢ بمصر

هــو أحمد بن يوسف وكنيته أحمد بن يوسف المصرى وهو أحد عظماء الرياضيين عــاش فــى بغــداد ثم انتقل إلى دمشق فى حوالى ٨٣٩م ثم جاء إلى القاهرة وعاش فى عصر بن طولون.

– أبو كامل ابن إسلام الحاسب المصرى

المولود فى ٨٥٠ ميلادية فى مصر

والمتوفى فى ٩٣٠ ميلادية

هو أبو كامل ابن إسلام بن محمد بن شاجى المصرى وكنيته بالحاسب المصرى وهو عالم رياضى كتب أهم كتبه فى الجبر وهو يعد ثانى رياضى فى التاريخ تكلم عن الجبر بعد الخوارزمى وتعد أعمال أبو كامل المصرى فى الجبر الأساس العلمى الذى بنى عليه العــالم الإيطالى الشهير "فاباناشى Fibancci" أعماله المتقدمة فى الجبر ويعد أحد الذين قدمــوا علــم الجــبر إلى أوربا. ومن أهم مسلسلات فاباناشى المسلسلة المشهورة باسم متسلسلة الأرانب ١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨، ١٣، ٢١، ٣٤، .... والتى يمكن من خلال إيجــاب العدد غير النسبى المشهور Ø من تقريب الأعداد النسبية $\frac{١}{١}$ ، $\frac{٢}{١}$ ، $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٥}{٣}$ ، $\frac{٨}{٥}$ ، $\frac{١٣}{٨}$ ، $\frac{٢١}{١٣}$ ، $\frac{٣٤}{٢١}$

والــتى تعطــى القــيم ١، ٢، ١,٥، ١,٦٧٧، ١,٦، ١,٦٢٥، ١,٦١٥، ١,٦١٩، .... وهذه القيم تقــترب مــن ١,٦١٨٠٣ وهى تساوى $\frac{(١ + \sqrt{٥})}{٢}$ والمعروف أن النسبة الذهبية "golden Raito" هى النسبة بين ١ والتى لها علاقة بمساحات وريقات الزهور وسداسيات النحل، وغيرها والــتى يعــرفها المهندسين المدنيين فى التعبير عن مساحة الأشكال والفتحات فى تلك المساحات بحيــث تكــون مساحة الفتحة فى الحائط إلى مساحة الحائط كالنسبة الذهبية للوصول إلى اجمل حائط ممكن.

وقد تكون كتاب أبوكامل المصرى فى الجبر من ثلاثة أجزاء:

(أ) الجزء الأول يتناول حل معادلة الدرجة الثانية.

(ب) الجزء الثانى يتناول تطبيقات الجبر على الأشكال الخماسية.

(ج) الجزء الثالث يتناول معادلات ديوفنتش.

ومن أشهر معالجات أبوكامل الرياضية هى حلوله لمعادلات الدرجة الثالثة والرابعة واستخدم أبوكامل مفهوم تربيع الجذر التربيعى للقيمة $س^{٥} = س^{٢} . س^{٢}.س$ ، والمكعبات $س^{٦} = س^{٣} \times س^{٣}$.

واستخدم أبوكامل قوى الأسس حتى القوة الثامنة

س٨ = (س٢× س٢× س٢ × س٢) وقد تضمن كتاب أبوكامل فى الجبر ٦٩ مشكلة رياضية منها حوالى ٤٠ مشكلة من كتاب الخوارزمى ولكن تمت معالجتها بطريقة مختلفة عن معالجة الخوارزمى أما أهم إنجازات أبوكامل المصرى فى الهندسة فقد جاءت فى كتابه المشهور "الأنقاذ والهندسة" "Surveying & Geometry" ولم يكتب أبوكامل هذا الكتاب للرياضيين ولكن كتبه للحكومة ولذلك لم يتضمن هذا الكتاب أى براهين هندسية ولكن قدم مجموعة من القواعد العامة ومعظمها يعطى حلولاً عددية للمشكلات الهندسية ومن تلك المشكلات ما يتعلق بالمساحات والمحيط وذلك لبعض الأشكال الهندسية مثل المربع والمستطيل والمثلثات بأشكالها المختلفة. كما قدم فى هذا الكتاب أيضاً طرق متعددة لحساب حجم بعض المجسمات مثل المنشور القائم والهرم الرباعى والمخروط واستخدم أبو كامل فى ذلك النسبة التقريبية "ط" واستخدمها بقيمة $\frac{٢٢}{٧}$. كما تناول كتابه فى الهندسة حساب أطوال أضلاع الأشكال المختلفة سواء المرسوم داخل دائرة أو خارجها وتعددت أعداد أضلاعها من ٣، ٤، ٥، ٦، ٨، ١٠. وألف كتاباً ثالثاً سماه الأشياء النادرة Rare Things فى فن الحساب وقد تتضمن حلولاً لمعادلات غير محددة وهى تعد أول مرة يحاول فيها رياضى مسلم عربى حل المعادلات غير المحددة كما كان أبوكامل أول عربى مسلم درس كتاب ديوفيتنش دراسة عميقة فى كتابه ولكن هنا كانت أول المحاولات للبحث عن الحل وإيجاد حلول رياضية لمثل تلك المعادلات.

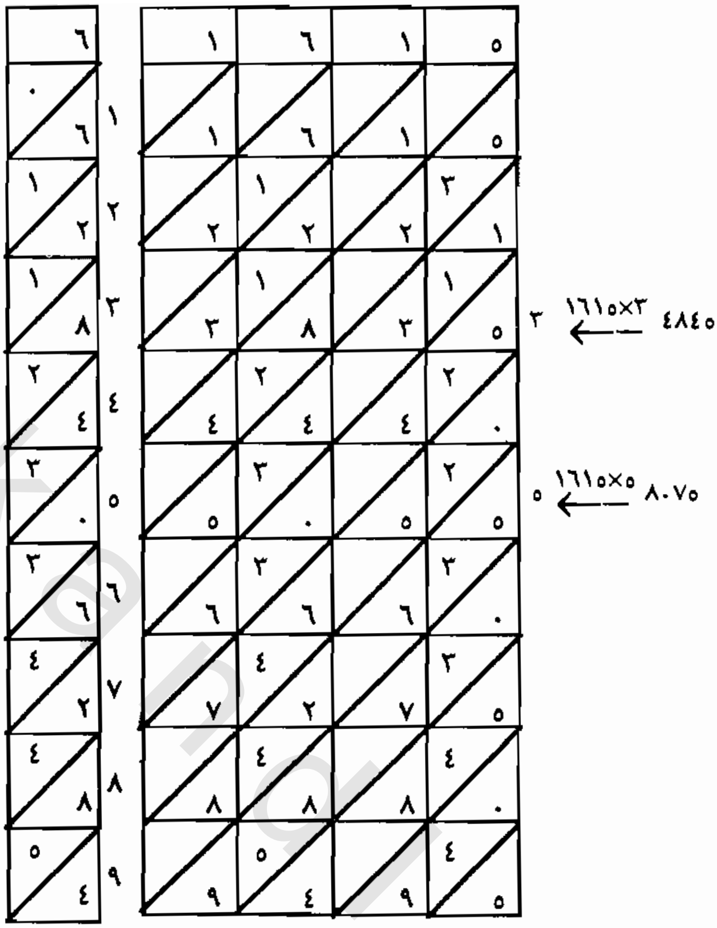
ولقد ظهرت في تلك الفترة في حوالى القرن الثالث عشر جامعات أوربا الشهيرة مثل أكسفورد وكمبردج والتى كانت إحدى العلامات البارزة فى تاريخ الفكر الرياضى .

ومع تقدم القرن الخامس عشر وصحوة أوربا من غفوتها ، ظهرت الطباعة التى غيرت شكل الحياة وظهرت مشاكل رياضية كثيرة ومعقدة وزاد الاهتمام بالرياضيات ومن ثم تطورت الكثير من المفاهيم الرياضية ولقد ظهر فى هذه الفترة (١٥٠٠م) كتاب للرياضيات للرياضى الإنجليزى الكبير روبت ركورد " R. Record " ويعتبر أهم اكتشافات القرن السادس عشر اكتشاف الحل الجبرى لمعادلات الدرجة الثالثة والرابعة على يد الرياضى الكبير كاردان " Cardano " وتلميذه الشهير فريبر " Ferrai " كما قدمت العديد من الأعمال حول الأعداد القياسية وغير القياسية وكذلك الأعداد التخيلية .

القرن السابع عشر :

لقد شهد القرن السابع عشر تطوراً هائلاً فى العلوم الرياضية كما ظهرت الكثير من الأسماء الشهيرة فى عالم الرياضيات . فمثلاً قدم نابير " Napier " اللوغاريتمات للأساس " هـ " ولقد زار العالم الرياضى برجز " Briggs " نابير وقدم له اللوغاريتمات للأساس " هـ " فعملا معاً لتقديم اللوغاريتمات للأساس " ١٠ " والى نابير يعود الفضل فى استخدام طريقته المعروفة باسم أعمدة نابير فى الضرب الموضحة فى الشكل (٣ – ١) .

بعد الحصول على
حواصل الضرب يتم
الجمع بالطريقة
التالية
الآحاد (٥) ٨٠٧٥
٩٦٩٠
العشرات(٦) ٤٨٤٥
المئات (٣) ٥٨٩٤٧٥
هذه هى الإجابة



شكل (٣ – ١)

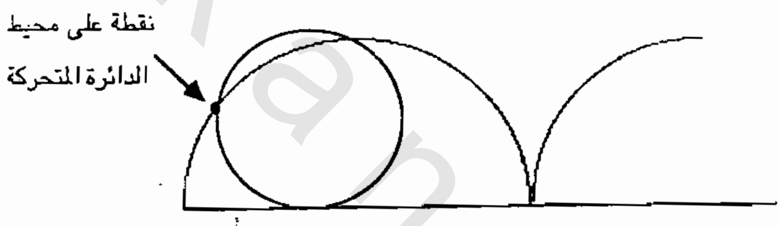
أعمدة نابير فى الضرب

لاحظ فى الشكل أن العمود المكتوب علية " ٦ " قد وضع هنا لتوضيح كيفية الحصول على أى عمود من أعمدة نابير ويتم إعداد أعمدة لكل رقم (٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ....) بنفس الطريقة . فإذا فرض أننى أردت إيجاد حاصل ضرب ١٦١٥ × ٣٦٥ فإننى

أجهــز أعمدة نابير الخاصة بالأرقام ٥ ، ١ ، ٦ ، ١ كما هو موضح فى الشكل وأضعها جنـباً إلــى جنــب كما هو مبين وأقرأ فى الصفوف ٥ ، ٦ ، ٣ النتيجة وأجمع الأعداد المتحصل عليها يعطينا حاصل ضرب ٣٦٥ × ١٦١٥ كما هو مبين فى الشكل (٣-١)

كمــا ظهر علماء عظام فى الفلك والرياضيات مثل جاليليو وكبلر كما فتح باسكال " Pscal " ميداناً جديداً للهندسة (ولد فى فرنسا فى عام ١٦٢٣) حيث قدم أعظم ما كتب عــن هندســة القطاعــات المخروطــية . وذلــك بمناقشــة بعض أعمال ديسرجوز " Desargues " الذى قدم أيضاً الهندسة الإسقاطية .

كمــا كــان باسكال أول من قدم أول آلة حاسبة فى التاريخ وذلك فى عام ١٦٤٢ – كما يعــود له الفضــل فــى تقديم منحنى السيكولويد " Cycloid Curve " وهو عبارة عن المنحنى الذى ترسمه نقطة على محيط دائرة عند حركة الدائرة على خط مستقيم .



وبعــد اكتشــاف باســكال للآلة الحاسبة قدم ليبنتز Leibnitz العالم الألمانى الشهير آلة حاسبة أخرى فى عام ١٦٧١ دون أن يكون عارف بما قدمه باسكال . كما قدم الإنجليزى مورلانــد Morland آلــة حاسبة أخرى فى عام ١٦٧٣ . وكانت كل هذه الآلات بطيئة وغير عملية إلا أنها كانت البدايات فى صناعة الآلات الحاسبة.

كمــا ظهــرت فى ذلك القرن الهندسة التحليلية على يد ديسكارت Descarts والفرنسى الشهير فورمات Fermat التى حولت الأشكال الهندسية إلى معادلات جبرية .

ويعتبر من العلامات البارزة لهذا القرن ظهور التفاضل والتكامل قرب نهاية القرن السابع عشــر . ولقد كان للعلامة الكبير إسحق نيوتن Newton والعالم الألمانى الشهير ليبنتز Leibnitz الفضل الأعظم فى ظهور ذلك العلم .

ولقــد عمــل نيوتن وليبنتز كلاً منفصلاً عن الآخر فى تجميع كل المعلومات التى كانت معروفة حتى ذلك التاريخ لإظهار علم التفاضل والتكامل فى شكل متكامل .

إلا أن اتجــاه نيوتــن كان مختلفاً عن اتجاه ليبنتز فلقد اهتم نيوتن بحل بعض المشكلات العملــية رياضــياً . إلا أن ليبنتز كان مهتماً بالبحث التجريدى والتحليل الرياضى بصفة خاصة . وكانت محاولات ليبنتز هذه أساس صحيح لعلم التحليل الرياضى والجبر البولى الــذى قدمـــه جورج بول Boole (١٨١٥ – ١٨٦٤) كما كان العالم الرياضى الكبير برتراند رسلى الفضل الكبير فى تقديم الجبر البولى لنا فى القرن العشرين .

وإذا نظــرنا إلـــى الدوريـــات التى نشرت فيها بحوث علوم الرياضيات قبل عام ١٧٠٠ لوجدناهـــا ١٧ دوريـــة فقط لا غير وفى عام ١٨٠٠ زاد العدد إلى أن وصل إلى ٢١٠ دورية أما فى القرن التاسع عشر فقد وصل ذلك العدد إلى ٩٥٠ دورية (Eves,1969) وهذا العدد من الدوريات أصبح غدداً هائلاً مع دخول القرن العشرين ولا يمكن أن ننسى فضــل العالم الفرنسى الأشهر فورمات Fermat الذى قدم العديد من الأعمال فى مجال نظرية الأعداد وغيرها . ففى مجال الأعداد الأولية ذكر الكثير من النظريات التى لاتزال تحمــل اســمه مثل : أى عدد أولى فردى يمكن التعبير عنه بالفرق بين مربعين بطريقة واحدة وواحدة فقط .

إذا كان " o " عدداً أولياً فردياً فمن السهل إثبات أن

$$o = \left(\frac{1+o}{2}\right)^{٢} - \left(\frac{1-o}{2}\right)^{٢}$$

أما إذا كان و = س٢ – ص٢ ∴ و = (س – ص) (س + ص) ولكن (و) عدداً أولـــــياً إذن عواملــــــه هـــــى (١ ، و) وعلــــــيه فــــــإن (س + ص) = و (س – ص) = ١

أى أن س = $\frac{1+o}{2}$ ، ص = $\frac{1-o}{2}$ ومــن أشـــهر ما قدمه فورمات ما يسمى بنظرية فورمـــات الأخـــيرة " Format,s last theorem " وهـــى تنص على أنه لا يوجد عدد صحيح موجب س ، ص ، ع ، ن بحيث (س ^{ن} + ص ^{ن}) = ع ^{ن} حيث ن عدد صحيح موجب .

فقد قرأ فورمات كتاب دى فوناتيس " Diophantus " العالم الرياضى المصرى القديم وكان أن وصل إلى هذه النظرية فى ذلك الكتاب فكتب يقول لقد وجدت برهاناً رائعاً لإثبات هذه النظرية لكن الهامش لا يتسع للكتابة هنا وسواء كان فورمات – قد وجد البرهان أو لم يجده ، فقد شغلت هذه المشكلة عقول كثير من علماء الرياضيات ، فقد أوجد أيلور برهاناً لهذه النظرية فى حالة ن = ٣ . وفى حوالى عام ١٨٢٥ أوجد لاجندر " Legendre " برهاناً لها فى حالة ن = ٥ . ومع دخول عصر الحاسبات الآلية السريعة تم إثبات صحة نظرية فورمات هذه فى حالة ن = ٤٠٠٣ (Eves, 1969) .

<u>القرن الثامن عشر</u>

لقد شهد القرن الثامن عشر تطوراً هائلاً فى العلوم الرياضية خاصة بعد اكتشاف التفاضل والتكامل والهندسة التحليلية فى القرن السابع عشر وأثبت كل منهما قدرتهما على حل الكثير من المشكلات الرياضية المعقدة إلا أن من أشهر رياضى القرن الثامن عشر دموفوار " De Moivre " الذى ولد فى فرنسا فى الفترة (١٦٦٧ – ١٧٥٤) ولكن قضى معظم أيام حياته فى إنجلترا صديقاً عزيزاً لنيوتن . ويعود إلى دموفوار الفضل فى معالجة التكامل الخاص بالمنحنى الاعتدالى المعروف فى الإحصاء .

كذلك الصيغة الرياضية المشهورة باسم قانون دموفوار

(حا س + ت جتا س)^{ن} = جتا ن س + ت حا ن س .

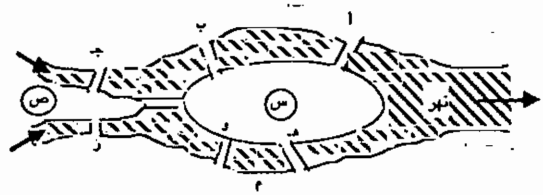
كما يعتبر أيلور من عظماء رياضيات القرن الثامن عشر وإليه يرجع الفضل فى كثير من الأعمال فإليه يعود الفضل فى اكتشاف العلاقة بين عدد أسطح أى مجسم وأحرفه ورؤوسه .

ر – ح + س = ٢ حيث ر " عدد الرؤوس " ح " عدد الأحرف " س " عدد السطوح "

كما يعود الفضل لأيلور إلى الصيغة الرياضية المشهورة

هـ$^{ت س}$ = جتا س + ت حا س

وهناك حل أيلور لمعادلات الدرجة الثانية والدالة " هـ " لأيلور كما حل أيلور مشكلة كوبرى كسونبرج " Konigsberg " ، الشهيرة والتى يوضحها الشكل (٣ – ٣) .



شكل (٢-٣)

رسم تخطيطي لمشكلة كوبرى كسونبيرج

والمشكلة ببساطة توجد جزيرة س فى مدينة كسونبيرج الألمانية والتى أصبحت بعد الحرب العالمية الثانية فى الاتحاد السوفيتى الآن وتسمى ستالنجراد وأن هناك سبع كبارى (أ ، ب ، جـ ، د ، هـ ، و ، ذ) فكيف يمكن لك أن تعبر النهر من أى جهة وتمر على السبع كبارى كل واحد مرة واحدة وتعود إلى المكان الذى بدأت منه ولقد أثبت أيلور رياضياً استحالة حدوث ذلك .

لقد تميزت رياضيات القرن الثامن عشر بالبحث التجريدى للرياضيات مثل التقارب والتباعد والاتصال والانفصال واللانهائيات .

ويعتبر بيرونالى " J. Bernoulli " أحد رواد علم الفيزياء الرياضية " mathenematical physics " فى ذلك العصر . كما قدم لاجرانج أول نظرياته فى المتغير الحقيقى " Real Variable " كما يعود له الفضل فى تقديم نظرية المجموعات " Group Theory " كما كانت أفضل وأعظم إنجازاته محاولاته لتقديم التحليل الحقيقى " Real Analysis " .

ومن الطريف أن كلمة دالة " Function " تعنى باللاتينى المكافئ وقد قدمها على أنها تعبير مكون من متغيرات وبعض القيم الثابتة ونظر ايلور إلى الدالة على أنها معادلة تتضمن متغيرات وثوابت . وجاء فورير " Fourier " (١٧٦٨ – ١٨٣٠) الذى تابع دراسة المتسلسلات بشكل عام ومتسلسلات حساب المثلثات خاصة واستخدم مفهوم الدالة بشكل أعم وأشمل من مفهوم ايلور على أنها علاقة بين مجموعة من المتغيرات .

ثم جاءت نظرية الفئات وعممت مفهوم الدالة أكثر ليشمل العلاقة بين مجموعتين من الفئات بمعنى أن الدالة د (س) فى نظرية الفئات تعرف على أنها فئة من الأزواج المرتبة بحيث إذا كان (أ ، ب) د (س) ، (حـ ، د) د (س) وكان أ = حـ فإن ب = د وتسمى الفئة التى تحتوى كافة العناصر (أ ، ب ، أ١ ، ب١ ، ..) بالنطاق ،

وتسمى الفئة التى تحتوى العناصر (جـ ، د ، ج١ ، د١ ، ....) بالنطاق المصاحب وتتحول الدالة إلى ما يسمى بالراسم " Mapping " وهكذا نلاحظ أن مفهوماً واحداً مثلاً الدالة قد تطور بشكل ملفت للنظر وكلما تطور العلم لاحظ مدى التصميم والتوسع فى فهم الرياضيين للمفهوم نفسه وكلما ازداد فهم الناس زادت تطبيقات المفهوم على حالات أعم وأشمل .

القرن التاسع عشر

لقد شهد القرن التاسع عشر تغيراً عظيماً فى أسلوب و محتوى الرياضيات فلم تعد تعتمد الرياضيات على الشكل والعدد كما كان سائداً طوال العصور الماضية بل اتجهت إلى مزيد من التجريد الذى شهدنا بوادره فى القرن الثامن عشر على يد ايلور وغيره .

ولكن يتميز القرن التاسع عشر بثلاث تغيرات رئيسية غيرت مسار التفكير الرياضى . ويسمى الرياضيون المحدثون القرن التاسع عشر بالعصر الذهبى للرياضيات .

الاتجاه الأول :

وهذا الاتجاه يتمثل فى أهم الاكتشافات فى ميدان الهندسة فلقد ارتبطت الهندسة وحتى ذلك التاريخ بالمفهوم الاقليدى على الرغم من ظهور الهندسة التحليلية والإسقاطية وهندسة القطاعات المخروطية وغير ذلك .

ولقد شهد القرن التاسع عشر مولد الهندسة اللاإقليدية وذلك نتيجة محاولات علماء الرياضيات خلال عصور التاريخ المختلفة إثبات مسلمة التوازى الخامسة فى كتاب أقليدس على أساس أنها تشبه النظرية وليست مسلمة لاختلاف الصياغة عن باقى المسلمات الأخرى . وهذه المسلمة تقول " إذا قطع خط خطين وكان مجوع الزوايا الداخلة فى جهة واحدة من القاطع ١٨٠° كان الخطان متوازيين " وفى محاولات العلماء البحث عن إثبات هذه المسلمة كنظرية مستخدمين المسلمات الأخرى الأربع توصل ثلاثة من كبار الرياضيين كل منفصل عن الآخر إلى أن مسلمة التوازى لا يمكن إثباتها كنظرية باستخدام المسلمات الأخرى لاقليدس .

وهؤلاء العلماء الرياضيون بولياى " Bolyai " المجرى والرياضى الروسى المشهور لوباتشفيسكى " Lobachevsky " وجاوس " Gauss " الألمانى .

ونـــتج عـــن تلـــك المحاولات ظهور هندسات أخرى مختلفة عن هندسة الاقليدية سميت بالهندسة اللاقليدية .

ومـــن أمـــثلة الهندسات اللاقليدية الهندسة التناقصية والهندسة الزائدية وهندسة السطوح الريمانية .

وبعـــيداً عـــن ذلك وجدنا فيلكس كلاين " Felix Klein " (١٨٤٩ – ١٩٢٥) الذى قدم برنامجاً للهندسة مختلفاً كل الاختلاف وهو المتعلق بهندسة التحويلات

الاتجاه الثانى

إن أعظـــم الاكتشافات فى القرن التاسع عشر كان فى ميدان الجبر فقبل ذلك القرن كان الجبر يعتمد على أنه تعميم لدراسة العلاقات وخواص العدد إلا أن هذا القرن شهد عصر البـــناءات الرياضـــية " Mathematical Structure " ففـــى عام ١٨٤٣ قدم الرياضى الأيرلـــندى الشـــهير وليم هاملتون " Hamilton " أول نظام جبرى رياضى ضربى لا ينطبق عليه قانون الإبدال . وهذا النظام يسمى الأرباعيات " Quarternions " وتعرف الأرباعيات الحقيقية على أنها أرباع مرتبة (أ ، ب ، جـ ، د) حيث أ ، ب ، جـ ، د أعداد حقيقية وتعرف عمليات الضرب والجمع والتساوى على أساس :

١- (أ ، ب ، جـ ، د) = (هـ ، و ، م ، ن) أ = هـ ب = و جـ = م ، د = ن .

٢- (أ ، ب ، جـ ، د) + (هـ ، و ، م ، ن) = (أ + هـ ، ب + و ، جـ + م ، د + ن) .

٣- (أ ، ب ، جـ ، د) (هـ ، و ، م ، ن) = أ هـ – ب و – جـ م – د ن ، أ و + ب هـ + جـ ن – د م ، أ م + جـ هـ + د و – ب ن ، أ ن + ب م + د هـ – جـ و) .

بعد ذلك قدم كيلى " Cayley " المصفوفات عام ١٨٥٧ وهو نظام جبرى أيضاً لا يتحقق قانون الإبدال على الضرب فيه .

الاتجــاه الثالث : فى ميدان التحليل " Analysis " ويعتبر كوشى " Cauchy " وأبحاثه المشـهورة فــى تقارب وتباعد المتسلسلات والنهايات أحد أهم الرياضيين الذين وضعوا أســاس التحليل كما كانت هناك إسهامات لكوشى فى مجال المعادلات التفاضلية والمتغير المركب كما ظهر فى نفس هذا القرن الرياضى الكبير آبل " Abel " والذى ترتبط باسمه المجموعــات الإبداعــية كمــا يعــود إليه الفضل فى إثبات أنه لا يوجد حل جبرى عام لمعادلات الدرة الخامسة بدلالة معاملات حدودها .

ويعتــبر جــورج كانــتور " G. Cantor " أحد أهم رياضى القرن التاسع عشر والقرن العشــرين . فلقــد ولــد كانتور فى عام ١٨٤٥ ودرس فى جامعة ببرلين ومات فى عام ١٩١٨ وقد نشر أهم أبحاثه حول نظرية الفئات فى عام ١٨٧٤ ونظرية اللانهائيات .

وفى القرن العشرين أثبت الكثير من الرياضيين أن الأعداد الطبيعة يمكن تعريفها فى ظل مفاهــيم نظرية الفئات .وعليه فإن معظم النظريات الرياضية من الممكن تعريفها فى ظل ذلك المفهوم .

ولقــد دفع برتران رسل " Bertran Russell " (١٨٧٢ – ١٩٧٠) الرياضى الشهير الرياضــيات فى القرن العشرين دفعة أخرى فقد توصل إلى أن نظرية الفئات من الممكن اســتنتاجها باســتخدام المــنطق علــى الرغم من عدم موافقة عدد كبير من الرياضيين المعاصرين لهذا الاتجاه .

القــرن العشرين لقد شهد القرن العشرين تطوراً آخراً فى مجال الرياضيات فبعد وضع أسس التحليل الرياضى مع نهاية القرن التاسع عشر تم وضـع أسس جديدة وتعارف جديدة وتعــاريف جديــدة للمفاهيم الرياضية طبقاً لهذا التطور فى ميدان التحليل فعرفت مفاهيم قابلية التفاضل والتكامل والنهايات والدوال والاتصال والانفصال وغير ذلك فى ضوء هذا التطور الهام فى علوم الرياضيات .

لقــد شهد القرن العشرين مولد الفراغلات المجردة " Abstract spaces " التى أدت فى الــنهاية إلــى ظهور التوبولوجى بمعنى أنه مع الفهم العميق لمفاهيم نظرية الفئات ولدت علوم جديدة وأبدعت أفكار معاصرة .

ولا يمكـــن أن نختم حديثنا عن القرن العشرين دون أن نتكلم عن أهم أحداث ذلك العصر وهـــو الخاص بتطور علوم الحاسب الآلى . إن كثيراً من رجال تدريس الرياضيات فى عصرنا الحالى لا يكفيهم أن يتعلم طالب المرحلة الثانوية بعض مبادئ علوم الحاسب لكى نمحـــوا أميتهم حول ذلك العلم الجديد بل ينادون بضرورة تدريب الطلاب على استخدام وتصـــميم وإعداد بعض برنامج الكومبيوتر ليس فقط بلغة الباسيك بالاضافة إلى ذلك لغة الكوبل أو لغة الباسكال " Pascal " .

إن دراسة الطالب في المرحلة الثانوية لفصل دراسى كامل على الأقل لأهم أساسيات علم الحاسـب الآلـــى بالاضافة إلى فصل دراسى كامل للبرمجة يمثل الحد الأدنى المطلوب لطالب المرحلة الثانوية .

ولقد تطورت علوم الحاسب الآلى تطوراً سريعاً فى مدة زمنية قصيرة فإذا عرفنا أن أول آلة حاسبة بمعنى الكلمة قد صممت في لندن أثناء الحرب العالمية الثانية نجد إلى أى حد هـــذا العلـــم سريع التطور والنمو ولقد كانت هذه الآلة تعتمد على الصمامات وكانت تلك الصـــمامات كثيرة حتى أنه قد وصل فى بعضها إلى ١٨ ألف صمام وفى الخمسينات تم اختراع الترانزستور فى الولايات المتحدة فحلت تلك الترانزستورات محل الصمامات مما ســـهل العمـــل وقلل التكلفة . ومع بداية الستينات خلت الولايات المتحدة ثورة الرقائق " Chips " التى أدت إلى ثورة فى عالم الالكترونيات .

ولقـــد مـــرت قصـــة الكومبيوتر فى أربعة مراحل أو أجيال كان أولها كما ذكرنا فى مطلع عام ١٩٤٥ وسمى " ENIAC " أما الجيل الثانى فقد استخدمت فيه " الترانزستورات " والجيل الثالث اســـتخدمت فيه رقائق السليكون . والجيل الرابع هو جيل الميكروكومبيوتر . ولقد حدثت الطفرة الكبـــيرة فى عالم الميكروكومبيوتر فى عام ١٩٧١ . ويتم الآن تصنيع الجيل الخامس فى اليابان والـــذى يطلقون عليه الذكاء الاصطناعى . وفى ذلك النوع يطمعون فى إنتاج كومبيوتر لا يقوم فقـــط بإجـــراء الحســـابات والعمليات بسرعة وبدقة فقط ، بل يفكر فى الاختيارات المتاحة لحل المشكلة ويقدم حلولاً لكل احتمال . ومهما حاولنا أن نعرض بالتفصيل فإن قصة الرياضيات هى قصة الجنس البشرى وأى مجلد مهما اتسع صفحاته لا يستطيع أن يحصى أهم إنجازات ذلك العلم السريع التطور الغنى برجاله وأفكاره .

ثالثاً : اتجاهات حديثة فى
مناهج الرياضيات

- بعض مناهج الرياضيات الحديثة (SMSG, UICSM)
- نقد المناهج الحديثة للرياضيات .
- برنامج مقترح لرياضيات التسعينات فى المرحلة الثانوية
- مراجع الفصل .

اتجاهات حديثة فى مناهج الرياضيات

لقــد بدأت حركة الرياضيات الحديثة" New math " فى الولايات المتحدة الأمريكية مع بداية الستينات وكرد فعل مباشر للثورة التى اجتاحت الولايات المتحدة فى ذلك الوقت بعــد إطـــلاق الاتحاد السوفييتى لمركبة الفضاء الأولى سبوتنك " Sputnik " فى أكتوبر ١٩٥٧ وعليه بدأت حركة واسعة فى تصميم وإعداد وتنفيذ العديد من برامج الرياضيات فى ذلك الوقت كان من أشهرها وأكثرها استخداماً فى المدارس الثانوية الأمريكية برنامج

" University of Illinois committee on school Mathematics " " UISM "

بــرنامج جامعــة اليــنوى للرياضيات المدرسية تحت قيادة " ماكس بيبرمسان " وكذلك برنامج جامعة " بيل " " SMSG "

" School Mathematics study Group "

تحت قيادة ادوارد بيجل " E. Begle " وغير ذلك من برامج انتشرت واشتهرت فى ذلك الوقت مما لا يتسع معه المجال لعرضها هنا .

إلا أن ما يهمنا فى هذا الخصوص هو أن حالة الرياضيات المدرسية فى الولايات المتحدة فـــى منتصف الثمانينيات تشبه والى حد كبير حالتها فى عام ١٩٥٧ فبعد ثلاثين عاماً من البحــث والتجريب وتنفيذ العديد من البرامج نجد أن هناك عدم رضا سواء كان ذلك من المتخصصـــين أو أولــياء الأمـــور أو المسئولين السياسيين على نوعية الرياضيات التى تقدمهـــا المـــدارس الثانوية . وبالقطع فإن ذلك فيه بعض المؤشرات لرياضيات المدرسة الـثانوية والإعدادية عندنا فى مصر وفى غيرها من الدول العربية التى لا تزال تستخدم المناهج الحديثة للرياضيات .

ولقد لخص يسوسكن " Z. Usiskin, 1985 " الوضع :

The similarities between the situation of the 1950 and 1970 were well Known to the leader of mathematics . Education ... these leaders saw a return, not to on era in which students were mathematically capable, but to an era where neither skills nor understanding was achieved (P. 12)

بمعـــنى أنـــنا فـــى حالـــة مشـــابهة للحالـــة فـــى عـــام ١٩٥٧ بـــل نحـــن الآن كمـــا يـــرى كثير من

قـــادة طــرق تدريس الرياضيات فى أمريكا فى حالة أسوأ بمعنى أننا فى عصر لم يعد الطالب يعرف المهارات الرياضية فقط . بل إنه لا يعرف ولا يفهم الرياضيات .

وأبسط دليل على ذلك هو نتائج اختبار (SAT - M) .

" The scholastic Aptitude test of mathematics "

وهــو أشـــهر اختــبار للرياضيات يعطى للطلاب الحاصلين على الثانوية العامة لدخول الجامعـــة . ولا يقــيس هــذا الاختبار المهارات الرياضية بل هو اختبار يعتمد على حل المشـــكلة أكــثر مــن اعتماده على الحسابات الرياضية ويمكن تلخيص أهم أهداف هذا الاختبار فى :

١ــ قــياس إلــى أى مــدى يفهــم ويطــبق الطالــب معلوماتــه الرياضية سواء كان ذلك على المستوى الابتدائى أو الإعدادى أو الثانوى .

٢ــ قياس كيف يستطيع الطالب استخدام معلوماته فى مواقف جديدة عليه .

٣ــ قــياس كيف يستطيع الطالب استخدام معلوماته الرياضية فى مواقف ومشكلات غير روتينية (مواقف واقعية) .

وإلــيك متوســط درجات الطلاب الذين أخذوا هذا الاختبار فى الولايات المتحدة منذ عام ١٩٥١ وحتى عام ١٩٨٣ لترى الصورة كاملة ومدى التغير فى الأداء .

جدول (٣ – ١)

متوسط درجات الطلاب فى اختبار " SAT - M " (×)

السنة	متوسط	السنة	متوسط
١٩٥١ – ١٩٥٢	٤٩٤	١٩٦٧ – ١٩٦٨	٤٩٤
١٩٥٢ – ١٩٥٣	٤٩٥	١٩٦٨ – ١٩٦٩	٤٩١
١٩٥٣ – ١٩٥٤	٤٩٠	١٩٦٩ – ١٩٧٠	٤٨٨
١٩٥٤ – ١٩٥٥	٤٩٦	١٩٧٠ – ١٩٧١	٤٨٧
١٩٥٥ – ١٩٥٦	٥٠١	١٩٧١ – ١٩٧٢	٤٨٢
١٩٥٦ – ١٩٥٧	٤٩٦	١٩٧٢ – ١٩٧٣	٤٨١
١٩٥٧ – ١٩٥٨	٤٩٦	١٩٧٣ – ١٩٧٤	٤٧٨
١٩٥٨ – ١٩٥٩	٤٩٨	١٩٧٤ – ١٩٧٥	٤٧٣
١٩٥٩ – ١٩٦٠	٤٩٨	١٩٧٥ – ١٩٧٦	٤٧٠
١٩٦٠ – ١٩٦١	٤٩٥	١٩٧٦ – ١٩٧٧	٤٧١
١٩٦١ – ١٩٦٢	٤٩٨	١٩٧٧ – ١٩٧٨	٤٦٩
١٩٦٢ – ١٩٦٣	٥٠٢	١٩٧٨ – ١٩٧٩	٤٦٦
١٩٦٣ – ١٩٦٤	٤٩٨	١٩٧٩ – ١٩٨٠	٤٦٧
١٩٦٤ – ١٩٦٥	٤٩٦	١٩٨٠ – ١٩٨١	٤٦٨
١٩٦٥ – ١٩٦٦	٤٩٦	١٩٨١ – ١٩٨٢	٤٦٨
١٩٦٦ – ١٩٦٧	٤٩٥	١٩٨٢ – ١٩٨٣	٤٦٧

وقبل الدخول فى تحليل بيانات هذا الجدول لبيان دلالتها يجدر بنا أن نلاحظ أن الحصول عل درجات اختبار " SAT - M " عملية ليست سهلة فهى عملية معقدة إلا أننا

(×) هذه البيانات مأخوذة من :

- National Council of Teachers of mathematics " 1985 Year BOOK " NCTM. The secondary school curriculum . P . 4 .

نجـد علــى ســبيل المثال درجات عام ١٩٨٢ – ١٩٨٣ ومتوسطها ٤٦٧ مأخوذة من مجموعــة مــن طــلاب الصف الثالث الثانوى وعددهم ٧٤٨٣٦٠ وعدد ٥٩٦٧٦٠ من طــلاب الصف الثانى الثانوى وغيرهم من طلاب آخرين قد يكونوا فى مراحل أخرى أو أنهوا الدراسة الثانوية وعدد هؤلاء ١٤٢٦٠٩ .

لاحــظ من الجدول (١) أن الانحدار فى المتوسط للدرجات قد بدأ مع بداية ١٩٦٧ – ١٩٦٨ كما نلاحظ أن أعلى متوسط وهو ٥٠٢ فى بداية الحركة وفى زروة الاهتمام بها وذلــك فى عام ١٩٦٢ – ١٩٦٣ وأن أقل متوسط ٤٦٦ فى عام ١٩٧٨ – ١٩٧٩ وأن أكــبر فــرق حدث بين عامى (١٩٦٢ – ١٩٦٣) ، (١٩٧٨ – ١٩٧٩) حيث وصل ذلك الفرق إلى ٣٦ درجة .

وباعتــبار أن اختــبار " SAT - M " هو اختبار فى الفهم قبل المهارة يتضح للقارئ أن المناهج الحديثة للرياضيات قد فشلت والى حد كبير فى تدريب الطلاب على الفهم وعلى المهارة فى ذات الوقت والدليل واضح على مستوى الولايات المتحدة ككل .

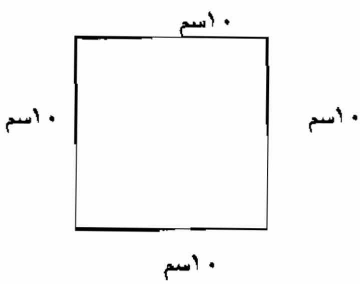
وقــد يــبدو أن الذيــن استفادوا حقاً من المناهج الحديثة هم الصفوة من الطلاب وليسوا المتوسطين أو البطىء التعلم .

وإليك عينة من الأمثلة التى تدلك على ذلك :

١- أن أبســط المسائل الرياضية المتعلقة بمناهج المرحلة الإعدادية يصعب على طلاب المــرحلة الثانوية حلها . فعلى سبيل المثال نجد أن ٣٥% من طلاب المرحلة الثانوية لم يستطيعوا الإجابة عن المثال التالى . وأن ٥٢% من عدد الطلاب الذين درسوا مقرر فى الهندســة لمــدة عام (سواء فى المرحلة الإعدادية أو الثانوية) هم فقط الذين استطاعوا الإجابة عن هذا المثال رغم بساطته " Usiskin, 1985 " .

مساحة المربع المبين هى :

١- ٢٠سم٢
٢- ٤٠سم٢
٣- ٤٠سم
٤- ١٠٠سم٢
٥- ١٠٠سم



مــاذا يعــنى ذلــك ؟ نعــتقد أن الدليل واضح على مدى تمكن التلاميذ من المفاهيم الأساسية للرياضيات .

وفى دراسة أخرى لسنك (Senk, 1983) تضمنت ٨٤ فصلاً يدرسون هندسة وجد أن ٢٩% مــن طــلاب هذه الفصول لا يستطيعون تكملة برهان مشكلة بسيطة مثل تطابق المثلثات وبشكل عام فقد وجد أن ٥١% من هؤلاء الطلاب هم الذين يستطيعون حل مثل هذه المشكلة .

والصورة تتضح أكثر إذا عرفنا أن من بين جميع الطلاب الذين كان عمرهم ١٧ سنة فى ربــيع ١٩٨٢ وجد أن ٧١% قد حصل على فصل دراسى واحد فى الجبر ، ٥٢% منهم قــد حصل على فصل دراسى واحد فى الهندسة . وأن حوالى ٢٥% من طلاب المرحلة الثانوية لا يحصلون على أى مقرر فى الجبر أو الهندسة سواء كان ذلك فى الصف الأول أو الثانى أو الثالث الثانوى (NAEP, 1983, Carpenter, 1983) .

وعلى ذلك فقد بدأ الفكر الرياضى التربوى يعيد النظر فى المناهج الرياضية وقد أوصت لجنة (NACOME, 1975) .

" The National Advisory Committee on Mathematics Education "

بضرورة أن يتضمن أى محتوى منهجى للرياضيات الأساسيات التالية :

١ــ أن التركيــب المــنطقى للرياضــيات وأصــولها ينــبغى أن يؤخــذ فــى الاعتبار فى أى منهج للرياضيات المدرسية .

٢ــ أن الخــبرات المحسوســة لابــد أن تــتكامل مــع تلــك المجردة لتوضح المفاهيم الرياضية .

٣ــ أن تعطــى كــل فرصــة للطــلاب لتطبــيق المعلومــات الرياضــية علــى مدى متسع (مجال العلوم ، الاقتصاد ، الهندسة ، ومشكلات الحياة العامة) .

٤ــ أن اســتخدام الــرموز وصــياغتها وفهــم معــناها وحــدود استخدامها عامل مهم فى فهم الرياضيات ذاتها .

٥- ويجب قبل دخول الطالب للمرحلة الثانوية وعلى الأقل فى الصف الثانى الإعدادى أن يتعلم الطالب كيف يستخدم الآلة الحاسبة فى معظم حصص الرياضيات بما فى ذلك الاختبارات .

٦- أن على جميع طلاب المرحلة الثانوية أن يتعلموا شيئاً عن علوم الحاسب الآلى وليس هذا الشئ من الجانب النظرى فقط بل يجب عليهم أن يتعلموا لأصول البرمجة والتدريب العملى على ذلك .

٧- أن مجرد الاعتماد على محو الأمية فيما يتعلق بعلوم الحاسب الآلى يعد كافيا فى هذا العصر بل إن لغة الباسك ليست اللغة الوحيدة التى يجب أن يعرفوها .

٨- أن الإحصاء ونظرية الاحتمالات لابد وأن تحتويها مناهج المرحلة الإعدادية والثانوية على حد سواء .

وفى ذلك اقترح كلاً من كان ، كارى ، لاب (R. Cain, Carry, C. lamb. 1985) اقترحوا برنامجاً للرياضيات يعتمد على أربع مكونات رئيسية لطلاب المرحلة الثانوية وهذه المكونات الأربع هى :

١- المهارات الأساسية Basic skill

٢- المفاهيم الرياضية Conceptual math

٣- الرياضيات التطبيقية Applied math

٤- الرياضيات البحتة Pure math

ونقدم لك شرحاً مختصراً لكل مكون .

١ - المهارات الرئيسية :

يتضح من الاستعراض السابق مدى قصور المناهج الحديثة للرياضيات فى معالجة هذا الجانب حتى أنه فى منتصف السبعينيات بدأت الدعوة إلى العودة إلى المهارات الرئيسية " Back to Basic " وعليه فلا يمكن بالقطع العودة إلى الوراء ولكن يمكن تشكيل

الحاضر ليحقق ويعالج عيوب المناهج الموجودة والهدف الرئيسى للمحتوى المنهجى لهذا المكـــون هـــو تمكين الطلاب من معرفة واستخدام المهارات الأساسية للرياضيات بشكل عملى وبسهولة .

٢- المفاهيم الرياضية :

إن هـــذا المكـــون وما يتضمنه من محتويات وموضوعات رياضية يجب أن يركز على تعرف المفاهيم الرياضية وفهمها ، فالرياضيات ليست محتوى منهجى فقط بل هى طريقة وأسلوب تفكير ، هناك فرق بين الطريقة والأسلوب . فالطريقة هى عملية تنظيم المحتوى المـــنهجى أما الأسلوب فهو عملية عرض تلك المادة داخل الفصل (Young, 1965) وعلـــيه فـــتدريس المفاهيم هنا والمحتوى المنهجى يجب أن يركز على مستوى الإدراك خاصـــة فـــيما يتعلق بالعلاقات الرياضية والمفاهيم الفراغية ويعتبر المنهج الحلزونى هو أفضـــل أسلوب لعرض ذلك المحتوى المنهجى كما أن دور المدرس يجب أن يكون دور الموضح والمفسر وليس الناقل أو المردد للمعلومة كما فى (١) إن القدرة على التصميم والاستخدام فى مواقف جديدة تعد الهدف الأساسى من وراء هذا المكون المنهجى .

٣- الرياضيات التطبيقية :

إن أحـــد أهـــم عـــيوب المناهج الحديثة للرياضيات هو عدم قدرة الطلاب على استخدام معلوماتهم الاستخدام التطبيقى فى مواقف الحياة وعليه فإن هدف هذا المكون هو تدريب الطـــلاب على استخدام معلوماتهم الرياضية فى مواقف تطبيقية لحل مشكلات حقيقية فى الاقتصاد والهندسة والعلوم وغير ذلك من ميادين المعرفة التى تساعد الطالب بعد تخرجه ليعيش حياته ويختار نوع التخصص الملائم له فى الجامعة فيما بعد .

وهـــذا المكون يحتاج إلى نوع أرقى فى التفكير من المستويات الأخرى فها الجانب يركز علـــى أسـلوب حل المشكلة والإبداع والابتكار . ودور المعلم هنا هو الانتقاء والتوجيه والإرشـــاد إلى بعض الأساليب المتبعة فى حل المشكلات من خلال خبرته ومعرفته .إلا أن العبء الأكبر يقع على المتعلمين .

٤- الرياضيات البحتة :

يعــتقد الــبعض وهــم على حق أن أرقى مستوى للرياضيات للمرحلة الثانوية هو ذلك المــتعلق بالرياضــيات البحــتة فالهدف الأساسى لذلك المكون هو تدريب الطلاب على اســتخدام التحليل الرياضى والوصول إلى اكتشافات أو تعميمات جديدة . ولذلك فإن هذا المستوى يجب أن يقتصر على الطلاب الذين يمتلكون المهارات والقدرات العقلية العالمية الــتى تمكــنهم مــن الدراسة فى هذا الميدان ومتابعة الدراسة فيما بعد . فنظرية الأعداد والتفاضل والتكامل وبعض مبادئ التحليل والمتسلسلات وغيرها مكونات أساسية . ودور المدرس يجب أن يقتر على اختيار الأمثلة وتقويم السلوك والعبء الأكبر يقع على الطالب

جدول (٣- ٢)

تصور منهجي لرياضيات المرحلة الثانوية

	المهارات الأساسية	المفاهيم الرياضية	الرياضيات التطبيقية	الرياضيات البحتة
الأهمية	الاستخدام العام للرياضيات كمواطنين صالحين	الاستخدام العقلي وتربية التفكير	الاستخدامات في حل بعض المشكلات التخصصية	الرياضيات من أجل الرياضيات
الأهداف	معرفي إدراكي تطبيق تحليل	إدراكي تطبيقي معرفي تحليلي	تطبيقي معرفي إدراكي تحليلي	تحليلي إدراكي تطبيقي معرفي
المنهج	الترتيب الهرمي والمنطقي	الحلزوني Spiral	أسلوب حل المشكلة	نظام المسلمات Axiomatic
التدريس	العمل على تمكين التلميذ مهارياً	فهم المكونات والعلاقات	التدريب على أسلوب حل المشكلة	التحليل العقلي والمنطقي
المعلم	الشرح ، التوضيح التشخيصي	تربية وتكوين المفاهيم . أمثلة مختلفة وتدريبات مختارة	الحصول على المشكلات وعرضها وتدريب الطلاب عليها والتصميم من جانبهم	استخدام أسلوب الدور النموذجي
المسئوليات	المعلم عليه يقع العبء الأكبر	معلم ثم تلميذ	تلميذ ثم معلم	تلميذ
الطلاب	كل الطلاب	٧٥% من مجتمع الطلاب	أعلى ٢٥%من مستوى الطلاب	أعلى ١٠% من مستويات الطلاب

وفـــى ضـــوء هـــذا التصور المنهجى لرياضيات المرحلة الثانوية يمكننا وضع المقررات التالية التى تحقق تلك الأهداف .

نموذج مقترح

لمقرر الصف الأول الثانوى

المهارات الأساسية :

أ) معلومات رئيسية عن الهندسة والجبر:

١ــ خصائص نظام الأعداد القياسية .

٢ــ جمع وضرب وقسمة كثيرات الحدود .

٣ــ حل المعادلات الخطية واللامتساويات فى متغيرين من الدرجة الأول .

٤ــ قـياس الــزوايا وتصـــنيفها واســـتخدام المـــنقلة والفــرجال والمســـطرة الغـــير مرقمة .

٥ــ المساحات (مساحة شبه المنحرف ، متوازى الأضلاع ، المثلث) .

٦ــ الحجوم (المنشور ، متوازى المستطيلات ، الهرم الثلاثى) .

٧ــ النسبة والتناسب (جمع وطرح وضرب وقسمة الكميات المتناسبة) .

٨ــ التشابه والتطابق للأشكال الهندسية .

ب) المنطق :

١- الجمل المنطقية – جداول الصواب والخطأ ، الروابط و ، أو .

٢- الاشتراطات (إذا كان فإن ، إذا كان وكان فقط) .

٣- النفى والتناقض .

٤- التتولوجى (تحصيل الحاصل) .

٥- أمثلة رياضية وغير رياضية لاستخدام المنطق .

٢ - المفاهيم الرياضية :

١- مفاهيم الاحتمال، العينة ، الإحصاء .

٢- الهندســة التحليلــية والتمثيل البيانى للأشكال الهندسية والمعلومات الإحصائية الهيستوجرام .

٣- المعادلات : معادلة لخط المستقيم فى مستوى معادلة الدائرة والممارس والقاطع .

٤- حل المعادلة : الحل البيانى لمعادلات الدرجة الأولى الحل البيانى للامتساويات فى متغيرين خطياً .

٣- الرياضيات التطبيقية :

١- معدل تغير الكمية .

٢- قوانين الجاذبية وحركة الأجسام .

٣- مراكز الثقل لبعض الأشكال الهندسية .

٤- نظرية الاحتمالات .

٥- نظرية ذات الحدين وتطبيقاتها .

٦- الإحصاء .

أ) معنى الإحصاء – الإحصاء الوصفى – الإحصاء الاستدلالى .

ب) التمثيل البيانى للمعلومات الإحصائية على مشكلات واقعية (معدلات نمو السكان ، نمو الصناعات الوطنية) .

ج) مقاييس النزعة المركزية (المتوسط ، الوسيط ، المنوال) وباستخدام أمثلة تطبيقية .

د) الأرباعيات واستخدام أمثلة تطبيقية .

٧- نظرية فيثاغورث واستخداماتها فى الإنشاءات الهندسية .

٨- تطبيقات ومشكلات واقعية تحتاج إلى رياضية البرمجة الخطية ، بحوث العمليات .

٩- برامج الكومبيوتر بلغة الباسك كمقدمة وتعريف بأصول لغة الباسيك وكتابة بعض البرامج البسيطة مثل حساب مساحات المثلث والدائرة

٤- الرياضيات البحتة :

أ) الفئات ، الاتحاد ، التقاطع .

ب) المجموعات : خصائص المجموعات ، أنواع المجموعات (المجموعات الأبلية) .

جـ) نظام الأعداد الحقيقية :

١- أهمية توسعة النظام العدى .

٢- أمثلة لأعداد غير قياسية .

د) الهندسة الاقليدية :

١- مناقشة نظام المسلمات ، اللامعرفات ، المعرفات ، النظريات .

٢- البينية Betwenness

هـ) هندسة التحويلات :

١- الدوران ، التعاكس ، الانتقال .

٢- ربط مفاهيم التحويلات بالمجموعات .

و) نظرية الأعداد :

١- الأعداد الأولية والكاملة والناقصة والزائدة .

٢- الأعداد الحقيقية والأعداد المركبة .

٣- الرباعيات كتوسعة لنظام الأعداد المركبة .

مراجع الفصل

أولاً : المراجع العربية :

١- فـــريدريك هـــــ . بل : طرق تدريس الرياضيات - ترجمة وليم عبيد ومحمد أمين المفتى وممدوح سليمان ، الجزء الثانى ، الدار العربية للنشر والتوزيع ، ١٩٦٠ .

٢- وليم عبيد وآخرون ، تاريخ الرياضيات . وزارة التربية والتعليم .

ثانياً : المراجع الأجنبية :

2- Eves, H. history of Mathematics, N. Y : Holt & Rinhart Winston pub. 1969 .

3- Exner, R. M. & M. F. Rosskopf " Proof " in The Teaching of Secondary School Mathematics. Thirty - third year book . NCTM, 1970 .

4- Usiskin, R. " The Status of Secondary School Mathematics " in the 1985 year book . The Secondary School Mathematics Curriculum . NCTM. 1985 .

5- Young, N. in NCTM. 1985 year book .