الفصل السادس

مقاييس التشتت والانتشار

Dispersion

التشتت: معناه التباعد أو التفاوت والاختلاف بين مفردات الظاهرة المدروسة. وهو مقياس لمقدار التجانس.

والتشتت قد يكون قليلاً بمعنى أن الأرقام القريبة من بعضها، تختلف عن بعضها ولكن في حدود ضيقة. وقد يكون التشتت كبيراً، بمعنى أن الأرقام متفاوتة فيما بينها تفاوتاً كبيراً.

ولمقارنة ظاهرتين أو أكثر لا نكتفي بمقاييس المتوسط التي مرت معنا، فقد يكون للظاهرتين المتوسط نفسه ولكنهما يختلفان في درجة التشتت. فإذا أخذنا درجة الحرارة خلال خمسة أشهر في مدينتين فكانتا على النحو التالي:

درجة الحرارة في المدينة (أ): ١٥، ١٨، ٢٠، ٢٣، ٢٤م.

درجة الحرارة في المدينة (ب): ٨، ١٠، ٢٠، ٢٦، ٣٦م.

إن المدينتين السابقتين لهما المتوسط نفسه (٢٠) و الوسيط نفسه (٢٠)، فإذا اكتفينا بمقارنة القيم الوسطى فإننا نستنتج أن درجة الحرارة متماثلة في المدينتين وهذا يخالف الواقع، إذ إن درجة الحرارة في المدينة (أ) متقاربة مع بعضها وتتركز حول وسطها، والمدى بين أشد الأشهر حرارة وأقلها حرارة هو ٢٤ - ١٥ = ٩م، أما المدينة (ب) فدرجة حرارة الأشهر بها غير متقاربة

بل متباعدة ومبعثرة في مدى أكبر من مدينة (أ)، كما أن الفرق بين أعلى شهر وأدنى شهر يعادل ٣٦-٨= ٢٨م وهو يزيد عن ٣ أمثال المدى في المدينة الأولى.

إن تساوي المتوسطات في الظواهر المدروسة يخفي وراءه اختلافات كبيرة في شكل التوزيع؛ مما يجعل الاعتماد على المتوسطات مضللاً في كثير من الأحيان؛ ولذا يجب البحث عن مقاييس تبين مدى تقارب أو تباعد الظواهر عن متوسطاتها، وهذه المقاييس هي مقاييس التشتت.

وتوجد عدة مقاييس تصلح لقياس درجة التشتت أهمها: المدى، الانحراف الربيعي، الانحراف المتوسط، والانحراف المعياري.

١- المدى *Range*:

وهو أبسط مقاييس التشتت، وهو عبارة عن الفرق بين أقل قيمة وأعلى قيمة في التوزيع، فالمدى في درجة حرارة المدينة (أ) = ٩م، وفي مدينة (ب) = ٢٨م.

ومنه نستنتج أن المدى المطلق لدرجة الحرارة في المدينة (أ) قليل في حين أنه في مدينة (ب) كبير.

وفي حالة البيانات المبوبة في جداول تكرارية فإن المدى يكون مساوياً للفرق بين الحد الأعلى لأكبر الفئات والحد الأدنى لأصغر الفئات. أو الفرق بين مركز أكبر الفئات ومركز أصغر الفئات، ويمتاز المدى بالخصائص التالية:

أ) إنه مقياس سهل وسريع الحساب، إذ إنه يستخدم قيمتين فقط، تقع أولاهما عند نهاية التوزيع والأخرى عند بدايته.

ب) وبسبب ذلك فإنه لا يمكن حسابه من توزيع تكراري مفتوح، كما أن اقتصاره على هاتين القيمتين يعني إهماله بقية القيم المتاحة عن الظاهرة.

جـ) ولاعتماد المدى على القيمة الأولى والأخيرة، فهو يتأثر بالقيم المتطرفة، ومن هنا فهو غير حساس بالنسبة للمتغيرات الفردية مما قد يؤدي إلى إعطائه صورة غير صحيحة عن درجة تجانس توزيع الظاهرة، فإذا قارنا بين كميات الأمطار الساقطة على مدينتين مثلاً والموضحة أدناه:

المدينة (أ): ١٢، ١٢، ١٢، ١٢، ١١٦ملم.

المدينة (ب): ١٢، ٦٥، ٩٠، ١٠٠، ١١٦ملم.

فإننا نجد أن المدى في كل منهما = ١٠٤، وواضح أن المدينة الأولى أكثر تجانساً في أمطارها من المدينة الثانية، ولولا القيمة الشاذة الأخيرة لكان المدى = صفراً.

د) ورغم المآخذ السابقة، فإن هناك بعض الحالات التي يستخدم فيها المدى دائماً، مثل: مدى التغير في درجات الحرارة اليومية، ومدى تغير الأسعار في خلال فترة معينة.

٢- الانحراف الربيعي *Quartile Deviation*:

من أهم عيوب المدى اعتماده على القيم العليا والدنيا في التوزيع التي

غالباً ما تكون متطرفة. ويمكن التغلب على هذا العيب بحذف بعض القيم الطرفية، فإذا أهملنا الربع الأول والربع الأخير من هذه القيم فإنه يمكن الحصول على مقياس للتشتت يعتبر أفضل من المدى ويعتمد في حسابه على كل من الربيعين الأدنى والأعلى. إن الفرق بين قيمة الربيع الأعلى والربيع الأدنى تسمى: بالمدى الربيعي Quartile Range، أما الانحراف الربيعي: فهو عبارة عن نصف المدى الربيعي، إن:

$$\text{الانحراف الربيعي} = \frac{\text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى}}{٢}$$

ويمكن اتباع الخطوات التالية لاستخراج الانحراف الربيعي:

أ) ترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً.

ب) نحسب ترتيب الربيع الأدنى ر١ وهو يساوي $\frac{\text{ن} + ١}{٤}$

جـ) نستخرج قيمة الربيع الأدنى ر١.

د) نحسب ترتيب الربيع الأعلى ر٣ وهو يساوي $\frac{٣ (\text{ن} + ١)}{٤}$

هـ) نستخرج قيمة الربيع الأعلى ر٣.

و) نحسب المدى الربيعي وهو يساوي ر٣-ر١.

obeikandl.com

ز) الانحراف الربيعي = ٢/ ١ المدى الربيعي = ٢/ ١ (ر٣-ر١).

فإذا طلب إلينا استخراج الانحراف الربيعي من واقع البيانات الموجودة في جدول (٦ : ١) الذي يبين عدد سكان مقاطعات المملكة الإدارية نقوم بترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً، وقد آثرنا هنا استخدام الترتيب التصاعدي، ولما كان عدد المقاطعات ١٤ فإن ترتيب الربيع الأدنى (ر١) = ١٤ + ١ ÷ ٤ = ١٥ ÷ ٤ = ٣,٧٥.

أي إن ترتيب الربيع الأدنى يزيد على الترتيب الثالث، أي إنه يقع في الترتيب الرابع التي تناظر مقاطعة نجران والتي يبلغ عدد سكانها ١٤٧٩٨٠

أما ترتيب الربيع الأعلى (ر٣) = ٣ (١٤+١)÷٤=٤٥÷٤=١١,٢٥ أي إن الترتيب يقع في الفئة ١١ التي تناظر منطقة عسير والتي عدد سكانها ٦٨١٣٦١.

إن المدى الربيعي يساوي الفرق بين ر٣، ر١.

= ٦٨١٣٦١ - ١٤٧٩٨٠ = ٥٣٣٣٨١.

أما الانحراف الربيعي = نصف القيمة السابقة، أي ٢٦٦٦٩٠.

وفي حالة البيانات المبوبة، أو الجداول ذات التوزيعات التكرارية يستخرج قيمة الربيع الأدنى والأعلى بالطريقة التي ذكرناها عند استخراج قيمة الوسيط، ويكون ذلك باتباع الخطوات التالية:

١- نحسب ترتيب الربيع الأدنى وذلك من واقع القانون:

ر١ = مجـ ك÷٤

ثم ترتيب الربيع الأعلى ر٣ من واقع القانون: ٣ (مجـك) ÷ ٤ .

٢- نعمل التوزيع المتجمع الصاعد.

٣- نستخرج قيمة الربيع الأدنى من واقع القانون التالي.

جدول (٦-١)

الانحراف الربيعي لعدد سكان مقاطعات المملكة الإدارية

١- القريات	٦١٤٠٤
٢- الجوف	٦٥٤٩٤
٣- الحدود الشمالية	١٢٨٧٤٥
٤- نجران	١٤٧٩٨٠ - الربيع الأدنى
٥= الباحة	١٨٥٩٠٥
٦- تبوك	١٩٣٧٦٣
٧- حائل	٢٥٦٩٢٩ - الوسيط
٨- القصيم	٣١٦٦٤٠
٩- جيزان	٤٠٣١٠٦
١٠- المدينة المنورة	٥١٩٢٩٤
١١- عسير	٨٦١٣٦١ - الربيع الأعلى
١٢- المنطقة الشرقية	٧٦٩٦٤٨
١٣- الرياض	١٢٧٢٢٧٢
١٤- مكة المكرمة	١٧٥٤١٠٨

قيمة الربيع الأدنى = الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى +

$$\frac{\text{ترتيب الربيع الأدنى - التكرار الصاعد السابق لترتيب الربيع الأدنى}}{\text{التكرار المتجمع الصاعد اللاحق - التكرار المتجمع الصاعد السابق}} \times \text{طول الفئة}$$

٤- نستخرج قيمة الربيع الأعلى من واقع القانون السابق بالطريقة نفسها.

٥- بعد حصولنا على قيمة الربيع الأدنى والربيع الأعلى نحسب الانحراف الربيعي بالشكل التالي:

$$\text{الانحراف الربيعي} = \frac{\text{ر٣} - \text{ر١}}{٢}$$

وكمثال على استخراج الانحراف الربيعي أخذت الأرقام التي تمثل كميات الأمطار الساقطة على مدينة ما خلال ١٠٠ يوم وحسب لها الانحراف الربيعي على النحو التالي (انظر جدول ٦-٢).

جدول (٦-٢)

الجدول التكراري المتجمع الصاعد لكمية الأمطار الساقطة على مدينة ما خلال ١٠٠ يوم

فئات كمية الأمطار	عدد الأيام (التكرارات ك)	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد	
٢٠ -	٤	أقل من ٣٠	٤	
٣٠ -	١١	أقل من ٤٠	١٥	
٤٠ -	٢٠	أقل من ٥٠	٣٥	فئة الربيع الأدنى (ر١)
٥٠ -	٣٦	أقل من ٦٠	٧١	
٦٠ -	١٧	أقل من ٧٠	٨٨	فئة الربيع الأدنى (ر٣)
٧٠ -	٨	أقل من ٨٠	٩٦	
٨٠ - ٩٠	٤	أقل من ٩٠	١٠٠	
المجموع	ك = ١٠٠			

١- إن ترتيب الربيع الأدنى في الجدول (٦-٢) =مجـك ÷ ٤ = ١٠٠ ÷ ٤ = ٢٥ ومنه نجد أن فئة الربيع الأدنى = (٤٠-).

٢- إن ترتيب الربيع الأعلى = ٣ مـجـك ÷ ٤ = ٣ × ١٠٠ ÷٤ = ٧٥ ومنه نجد أن فئة الربيع الأعلى = (٦٠-).

$$\text{٣- قيمة الربيع الأدنى من واقع القانون} = ٤٠ + \frac{١٥-٢٥}{١٥-٧١} \times ١٠$$

$$= ٤٠ + \frac{١٠}{٥٦} \times ١٠$$

$$= ٤٠ + ١,٧٩$$

$$= ٤١,٧٩$$

$$\text{٤- قيمة الربيع الأعلى} = ٦٠ + \frac{٧١-٧٥}{٧١-٩٦} \times ١٠$$

$$= ٦٠ + \frac{٤}{٢٥} \times ١٠$$

$$= ٦٠ + ١,٦$$

$$= ٦١,٦$$

وعلى ذلك نجد أن قيمة نصف المدى الربيعي (الانحراف الربيعي) =

$$\frac{ر٣ - ر١}{٢} = \frac{٦١,٦ - ٤١,٧٩}{٢} = \frac{١٩,٨}{٢} = ٩,٩ \text{ ملم}$$

ويمكن إيجاد الانحراف الربيعي بالرسم، وذلك من التوزيع المتجمع الصاعد أو النازل. حيث نخصص المحور الأفقي للفئات والمحور الرأسي للتكرارات الصاعدة، ثم نمد خطاً أفقياً أمام ترتيب الربيع الأول والذي يعادل مجك ÷ ٤ فيقطع المنحنى المتجمع الصاعد في نقطة، نسقط منها عموداً على المحور الأفقي يقابله في نقطة هي قيمة ر١. وبالطريقة نفسها نحدد قيمة ر٣، والمسافة بينهما هي المدى الربيعي. نصفها هو الانحراف الربيعي.

إن هذا المقياس سهل الحساب والتطبيق ولا يتأثر بالقيم المتطرفة الكبيرة أو الصغيرة؛ ولذلك فهو مفيد جداً إذا ما احتوت البيانات على قيم متطرفة، وكذلك في التوزيعات التكرارية المفتوحة، غير أنه يؤخذ على هذا المقياس أنه غير حساس للقيم الأقل من الربيع الأدنى والتي تزيد عن الربيع الأعلى.

٣- الانحراف المتوسط *Mean Deviation*:

لما كان المقياسان السابقان للتشتت يعتمدان على رقمين فقط من أرقام الظاهرة المدروسة، فقد أوجد الإحصائيون مقياساً ثالثاً يعتمد في حسابه على قيم جميع الأفراد في الظاهرة.

وحيث إن أسهل طريقة لتقدير تبعثر قيم الظاهرة حول نقطة معينة هي أخذ متوسط المسافة بين هذه القيم وتلك النقطة، فقد أمكن استغلال المسافة

بين قيم الظاهرة المدروسة والوسط الحسابي لها كوسيلة لقياس تشتت هذه القيم؛ لذلك يمكننا أن نأخذ متوسط القيمة العددية لانحرافات القيم عن وسطها الحسابي كمقياس للتشتت وهذا المقياس يعرف بالانحراف المتوسط، أي إن:

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{\text{مجموع انحرافات القيم عن الوسط الحسابي}}{\text{عدد قيم الظاهرة}} = \frac{\text{مجـ}(س - \bar{س})}{ن}$$

ولما كان مجموع انحرافات القيم عن الوسط الحسابي يساوي صفراً مهما كانت درجة التشتت، فإننا نلجأ إلى إهمال الإشارة ونأخذ القيمة العددية المطلقة بدون النظر إلى الإشارة الحسابية (+)، (-).

إن الجدول (٦-٣) يبين مساحة المناطق الإدارية بالمملكة، فإذا أردنا استخراج الانحراف المتوسط لقيم المساحة لهذه المناطق نقوم بما يلي:

١- نحسب المتوسط الحسابي لمساحة المناطق، ويكون ذلك بجمع مساحات المناطق الإدارية وقسمتها على عددها. ومن الجدول السابق يتضح لنا أن متوسط المساحة = ٢١٩٤٠٠٠ ÷ ١٤ = ١٥٦٧١٤,٣ كم٢.

٢- نحسب انحراف مساحة كل منطقة عن الوسط الحسابي كما هو مبين بالعمود رقم ٣ من الجدول السابق.

٣- نهمل إشارات الانحراف، وذلك باستبعاد الإشارات السالبة وتصور أن جميع القيم هي موجبة.

٤- نجمع الانحرافات ونقسم الناتج على عدد القيم (ن) فنحصل على الانحراف المتوسط الذي يساوي ١٦٥٢٥٨٤,٤ ÷ ١٤ = ١١٨٠٤١,٧ كم٢.

جدول (٦-٣)

الانحراف المتوسط لمساحة المناطق الإدارية بالمملكة

المنطقة الإدارية (١)	المساحة (٢)	الانحراف عن المتوسط (٣)	الانحراف عن المتوسط مع إهمال الإشارة (٤)
مكة المكرمة	١١٩٥٧٣	-٣٧١٤١,٣	٣٧١٤١,٣
الرياض	٤١٨٨٣٥	+٢٦٢١٢٠,٧	٢٦٢١٢٠,٧
المنطقة الشرقية	٧٠٨٠٠٤	+٥٥١٢٨٩,٧	٥٥١٢٨٩,٧
عسير	٩٨٧٣٠	-٥٧٩٨٤,٣	٥٧٩٨٤,٣
المدينة المنورة	١٤٣٠٤٩	-١٣٦٦٥,٣	١٣٦٦٥,٣
جيزان	١٣٨٢٢	-١٤٢٨٩٢,٣	١٤٢٨٩٢,٣
القصيم	٧٦٧٩٠	-٧٩٩٢٤,٣	٧٩٩٢٤,٣
حائل	١٦٩٥٩٦	+١٢٨٨١,٧	١٢٨٨١,٧
تبوك	٩٨٧٣٠	-٥٧٩٨٤,٣	٥٧٩٨٤,٣
الباحة	١٤٩١٩	-١٤١٧٩٥,٣	١٤١٧٩٥,٣
نجران	٨٧٧٦٠	-٦٨٩٥٤,٣	٦٨٩٥٤,٣
الحدود الشمالية	١١٥٦٢٤	-٤١٠٩٠,٣	٤١٠٩٠,٣
الجوف	٧٤٥٩٦	-٨٢١١٨,٣	٨٢١١٨,٣
القريات	٥٣٩٧٢	١٠٢٧٤٢,٣	١٠٢٧٤٢,٣
المجموع	٢١٩٤٠٠٠	صفر تقريباً	١٦٥٢٥٨٤,٤
المتوسط (س-)	١٥٦٧١٤,٣		

ولحساب الانحراف المتوسط من البيانات التكرارية ولتكن قيم درجات الحرارة في مدينة جدة خلال ١٢ شهراً نقوم بعمل ما يلي:

١- إيجاد الوسط الحسابي (س-) بأية طريقة من الطرق السابق شرحها والموضحة في الجداول (٥-٢)، (٥-٣).

٢- نوجد مراكز الفئات (س).

٣- نحسب انحراف كل قيمة من قيم الجدول عن الوسط الحسابي (س-س-).

٤- نضرب كل انحراف في التكرار المناظر له فنحصل على ك (س - س-) ثم نستخرج المجموع العام مجـ ك (س - س-).

٥- نقسم هذا المجموع الأخير على مجموع التكرارات (مجـ ك) أي مجـ ك (س - س-) ÷ مجـ ك فنحصل على الانحراف المتوسط لدرجات الحرارة خلال ١٢ شهراً.

٤- الانحراف المعياري Standard Deviation:

وهو من أهم مقاييس التشتت وأكثرها استخداماً؛ وذلك لدخوله في حساب كثير من المقاييس الإحصائية الأخرى، وهو مثل الانحراف المتوسط في اعتماده على كل قيم المجموعة ونحصل عليه بتربيع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي وقسمتها على عدد هذه القيم كالتالي:

$$ع^{٢} = \frac{مجـ (س - س-)^{٢}}{ن}$$

إن المعادلة السابقة تعطينا ما يسمى بالتباين Variance وهو عبارة عن متوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي . ولكي نحصل على مقياس للتشتت يكون مقيساً بوحدات المتغير س نفسها نأخذ الجذر التربيعي فنحصل على الانحراف المعياري :

$$ع = \sqrt{\frac{مجـ (س - س-)^{٢}}{ن}}$$

فإذا أردنا معرفة الانحراف المعياري لعدد الأيام المطيرة في بعض محطات المملكة لعام ١٩٧٣م مثلاً نقوم بما يلي (انظر جدول ٦-٤) :

١- نحسب الوسط الحسابي لعدد الأيام المطيرة (س-) وهو يساوي :

$$\frac{\text{عدد الأيام}}{\text{عدد المحطات}} = \frac{١٠٨}{١٠} = ١٠,٨$$

٢- نحسب انحرافات القيم عن الوسط الحسابي (س - س-) عمود ٣ في الجدول المذكور .

٣- نربع القيم (س - س-) الموجودة في عمود (٤) ونجمعها معاً فنحصل على مجـ (س - س-)^{٢} = ٧٠٧,٦ .

٤- نقسم مجـ (س - س-)^{٢} على عدد القيم ن أي مجـ (س - س-)^{٢} ÷ ن فينتج التباين ع٢ = ٧٠,٧٦ .

٥- الجذر التربيعي للتباين هو الانحراف المعياري = $\sqrt{٧٠,٧٦}$ = ٨,٤

جدول (٦-٤)

الطريقة الأولى لاستخراج الانحراف المعياري لعدد الأيام المطيرة لبعض مدن المملكة عام ١٩٧٣م

المنطقة	عدد الأيام ك٠	الانحراف عن المتوسط (س-س-)	مربع الانحرافات (س-س-)٢
الوجه	١	- ٩,٨	٩٦,٠٤
جدة	٧	- ٣,٨	١٤,٤٤
تبوك	٢	- ٨,٨	٧٧,٤٤
المدينة	٢	- ٨,٨	٧٧,٤٤
الطائف	٢٣	+ ١٢,٢	١٤٨,٨٤
خميس مشيط	٢٧	+ ١٦,٢	٢٦٢,٤٤
حائل	١٢	+ ١,٢	١,٤٤
القصيم	١٣	+ ٢,٢	٤,٨٤
الرياض	١٤	+ ٣,٢	١٠,٢٤
الظهران	٧	- ٣,٨	١٤,٤٤
المجموع	١٠٨	صفر	مجـ(س-س-)٢
المتوسط	س- = ١٠,٨		= ٧٠٧,٦٠

إن حساب الانحراف المعياري بالطريقة السابقة يحتاج لعمليات حسابية كثيرة وخاصة إذا كبر عدد المفردات (ن) وإذا احتوى الوسط الحسابي (س-)

على كسور مما ينجم عنه احتواء الانحرافات (س ـ س-) على كسور أيضاً، ومن ثم صعوبة حساب مربعاتها؛ لذلك كان من الأفضل أن نستخدم صيغة أخرى لا تتضمن هذه العمليات الحسابية.

إن الصيغة الأخرى تستخدم البيانات الأصلية مباشرة وتتلخص خطواتها فيما يلي: (انظر جدول ٦-٥).

١- نحسب مربعات القيم (س) فنحصل على (س^{٢}).

٢- نجمع القيم فنحصل على (مجـ س)، ونجمع مربعات القيم فنحصل على (مجـ س٢) ثم نطبق القانون التالي:

$$ع = \sqrt{\frac{مجـ\ س^{٢}}{ن} - \left(\frac{مجـ\ س}{ن}\right)^{٢}}$$

٣- باستخدام الأرقام الموجودة في الجدول (٦-٥) تكون ع =

$$\sqrt{\frac{١٨٧٤}{١٠} - \left(\frac{١٠٨}{١٠}\right)^{٢}} = \sqrt{١١٦,٦٤ - ١٨٧,٤} = \sqrt{٧٠,٧٦} = ٨,٤$$

وهي النتيجة نفسها.

وإذا أردنا إيجاد الانحراف المعياري من بيانات مبوبة في جداول تكرارية فإننا نلجأ إلى الخطوات التالية (انظر جدول ٦-٦).

١- نحسب مراكز الفئات (س).

جدول (٦-٥)

الطريقة الثانية لاستخراج الانحراف المعياري

لعدد الأيام المطيرة المحطات المملكة ١٩٧٣م

المحطة	س	س٢
الوجه	١	١
جدة	٧	٤٩
تبوك	٢	٤
المدينة	٢	٤
الطائف	٢٣	٥٢٩
خميس مشيط	٢٧	٧٢٩
حائل	١٢	١٤٤
القصيم	١٣	١٦٩
الرياض	١٤	١٩٦
الظهران	٧	٤٩
المجموع	١٠٨	١٨٧٤

٢- نطرح من كل مركز وسطاً فرضياً مناسباً (و) ونكتب البواقي في عمود (ح) أي أن (ح = س - و).

٣- نضرب كل (ح) في (ك) المناظرة، ونكتب حواصل الضرب في عمود ح ك الذي نجمعه لنحصل على (مجـ ح ك).

obeikandl.com

٤- نضرب كل (ح) في (ح ك) المناظرة لنحصل على عمود (ح^{٢} ك) الذي نجمعه لنحصل على (مجـ ح^{٢} ك).

٥- نطبق القانون:

$$ع = \sqrt{\frac{مجـ ح^{٢} ك}{مجـ ك} - \left(\frac{مجـ ح ك}{مجـ ك}\right)^{٢}}$$

ويمكن حساب البيانات الموجودة في الجدول السابق (٦-٦) بهذه الطريقة على النحو التالي:

مجـ ح^{٢} ك = ٧٧٥، مجـ ك = ١٠، مجـ ح ك = ٣٥

وبتطبيق القانون يكون ع $= \sqrt{\frac{٧٧٥}{١٠} - \left(\frac{٣٥}{١٠}\right)^{٢}} = \sqrt{٧٧,٥ - ١٢,٥} = ٨,٠٨$

وإذا وجدنا أن الانحرافات عن الوسط الفرضي (س - و) والمشار إليها بـ (ح) في الجدول السابق (٦-٦) تقبل القسمة على عدد ثابت (ث)، فنقسم (ح ÷ ث) لنحصل على العمود حَ في الجدول التالي (٦-٧) ونكمل الجدول بالطريقة السابقة.

وفي هذه الحالة سيكون قانون الانحراف المعياري=

$$ع = ث \sqrt{\frac{مجـ \bar{ح}^{٢} ك}{مجـ ك} - \left(\frac{مجـ \bar{ح} ك}{مجـ ك}\right)^{٢}}$$

والبيانات الموجودة في جدول (٦ : ٧) تعطينا ث = ٥، مجـ $\bar{ح}^{٢}$ ك = ٣١، مجـ ك = ١٠ مجـ $\bar{ح}$ ك = ٧ وبتطبيق القانون يكون الانحراف المعياري:

مجـ ح - ك = ٧ وبتطبيق القانون يكون الانحراف المعياري:

$$ع = ٥ \sqrt{\frac{٣١}{١٠} - \left(\frac{٧}{١٠}\right)^{٢}}$$

$$= ٥ \sqrt{٣,١ - ٠,٤٩}$$

$$٥ \sqrt{٢,٦١ = ٨,٠٨}$$

جدول (٦-٦)

حساب الانحراف المعياري لبيانات مبوبة عن عدد الأيام المطيرة

في بعض مدن المملكة

الفئات	مراكز الفئات (س)	عدد التكرار (ك)	الانحراف عن الوسط الفرضي ح (س - و)	ح ك	ح٢ ك
١ - ٥	٣	٣	- ٥	١٥	+ ٧٥
٦ - ١٠	٨	٢	صفر	صفر	صفر
١١ - ١٥	١٣	٣	٥	١٥	٧٥
١٦ - ٢٠	١٨	--	١٠	صفر	صفر
٢١ - ٢٥	٢٣	١	١٥	١٥	٢٢٥
٢٦ - ٣٠	٢٨	١	٢٠	٢٠	٤٠٠
المجموع		١٠		٣٥	٧٧٥

obeikandl.com

جدول (٦-٧)

حساب الانحراف المعياري لبيانات مبوبة عن عدد الأيام المطيرة في بعض مدن المملكة

الفئات	مراكز الفئات (س)	عدد التكرار (ك)	الانحراف عن و = ح (س - و)	ح - (ح÷ث)	ح- ك	ح-٢ك
١ - ٥	٣	٣	- ٥	- ١	- ٣	٣
٦ - ١٠	٨	٢	صفر	صفر	صفر	صفر
١١ - ١٥	١٣	٣	٥	١	٣	٣
١٦ - ٢٠	١٨	--	١٠	٢	--	--
٢١ - ٢٥	٢٣	١	١٥	٣	٣	٩
٢٦ - ٣٠	٢٨	١	٢٠	٤	٤	١٦
		١٠			٧	٣١

مزايا وعيوب الانحراف المعياري:

١- إن الانحراف المعياري هو أهم وأدق مقاييس التشتت المعروفة حتى الآن، وله استخدامات إحصائية كثيرة، أهمها استخدامه كجزء من معادلة المنحنى المعتاد. فإذا نحن قسمنا مسافات مختلفة تختلف أطوالها بين انحراف معياري واحد إلى انحرافين إلى ثلاثة تقريباً عن يمين المتوسط الحسابي ويساره على المحور الأفقي لمنحنى معتاد، فإننا سوف نجد أن

٧٣ , ٩٩٪ من المفردات التي يضمها المنحنى تقع في المسافة بين الوسط الحسابي وثلاثة انحرافات معيارية على الجانبين، بينما المساحة التي يحددها تحت المنحنى مسافة تبعد عن الوسط الحسابي بانحرافين معيارين يميناً ويساراً تحصر تحتها ٤٥ , ٩٥٪ من عدد المفردات التي يمثلها المنحنى، وكذلك نجد أن ٢٥ , ٢٨٪ من عدد المفردات لا يقل قياسها عن الوسط الحسابي ولا يزيد إلا بمقدار انحراف ميعاري واحد.

٢- في البيانات المبوبة نجد أن افتراض كل القيم متركزة في منتصف الفئة أمر لا يخلو من الخطأ، وإذا كان هذا الخطأ في مقاييس الموضع عرضة لأن يعوض بعضه بعضاً إلى حد بعيد فإنه ليس كذلك عند حساب مقاييس التشتت. وقد قام شبرد بدراسة هذه الظاهرة وعمل تصحيحاً للانحراف المعياري المحسوب من بيانات مبوبة لمتغير متصل على النحو التالي:

الانحراف المعياري المصحح = الانحراف المعياري - ف٢ ÷ ١٢ حيث ف طول الفئة، وهناك تصحيحات أخرى أكثر تعقيداً من هذا للتوزيعات الأخرى.

٣- الانحراف المعياري لا يصلح في حالة الجداول المفتوحة وغير المحددة، وفي هذه الحالة يحسن استخدام الانحراف الربيعي.

٤- يرتبط الانحراف المعياري كثيراً بالمتوسط الحسابي، فكلما كان المتوسط الحسابي كبيراً كلما ازداد الانحراف المعياري حتى لو لم يكن انتشار المشاهدات كبيراً، كذلك فإن الوحدات التي يعبر عنها الانحراف المعياري هي الوحدات نفسها المستخدمة للتعبير عن المتوسط الحسابي؛ ولهذا فإن

الانحراف المعياري لا يصلح للموازنة بين توزيعات تكرارية ذات وحدات قياس مختلفة، كمجموع الأمطار التي تقاس بالمليمتر وبين إنتاجية المحصول التي تقاس بالطن.

ففي المثال السابق كان الانحراف المعياري لعدد الأيام المطيرة لمحطات المملكة هو ٨,٤ وكان المتوسط الحسابي هو ١٠,٨ وعلى هذا يكون معامل الاختلاف

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{٨,٤}{١٠,٨} \times ١٠٠ = ٧٧,٧$$

العلامة المعيارية Standard Scores :

وهي عبارة عن القيم الناتجة عن قسمة انحرافات القيم عن متوسطاتها الحسابية على انحرافاتها المعيارية. ويستخرج من خلال المعادلة التالية:

$$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$$ ، حيث

ز = العلامة المعيارية

س = مقادير القيم

$\bar{س}$ = متوسط القيم

ع = الانحراف المعياري.

مثال: ما هي العلامة المعيارية لأحد محطات المملكة المناخية التي يبلغ

obeikandl.com

عدد الأيام المطيرة فيها ٢٣؟ حيث إن المتوسط الحسابي هو ١٠,٨ ، والانحراف المعياري هو ٨,٤ .

$$\text{العلامة المعيارية (ر)} = \frac{٢٣ - ١٠,٨}{٨,٤} = \frac{١٢,٢}{٨,٤} = ١,٤٥$$

والعلامة المعيارية هي التي تستخدم في المقارنة بين الحالات التي تقاس بمعايير مختلفة، كأن تكون قياسات المطر بالملم، أو أن تكون قياسات الأبعاد والمسافات بالكيلومترات، أو مقدار الإنتاجية بالأطنان وهكذا.

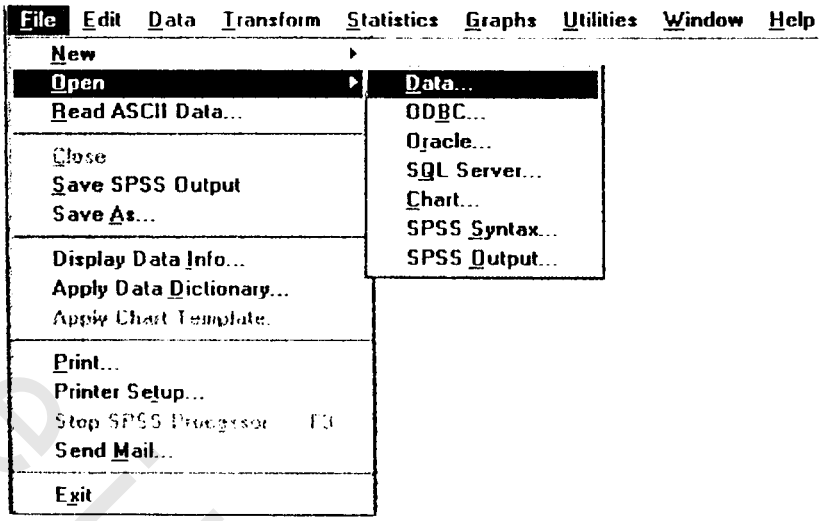
حساب مقاييس النزعة المركزية والتشتت باستخدام الحاسوب:

نستخدم في استخراج مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت عن طريق الحاسوب البرنامج Frequencies .

فإذا أردنا حساب مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت لمتغير سكان المدن في مصفوفة البيانات الخاصة بسكان بعض البلاد العربية والموجودة في جدول رقم (٣-٦) والتي قمنا بتخزينها في الحاسب في ملف أسميناه .Pop Sav نقوم بالخطوات التالية :

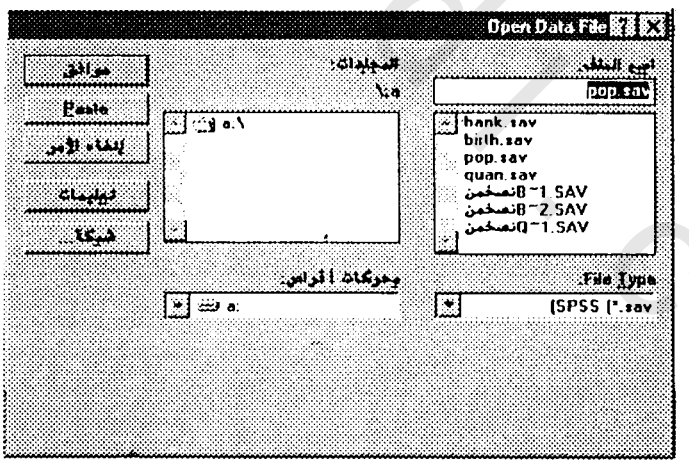
١- نفتح برنامج Spss ومن قائمة file نختار open ثم نختار Data (شكل ٦-١)

٢- نطلب الملف Pop. Save من الملفات المخزنة في برنامج Spss وذلك بالنقر عليه بزر الفأرة ثم اختيار موافق (شكل ٦-٢).



شكل (٦-١)

طريقة فتح الملف (Spss)



شكل (٦-٢)

اختيار الملف المطلوب فتحه

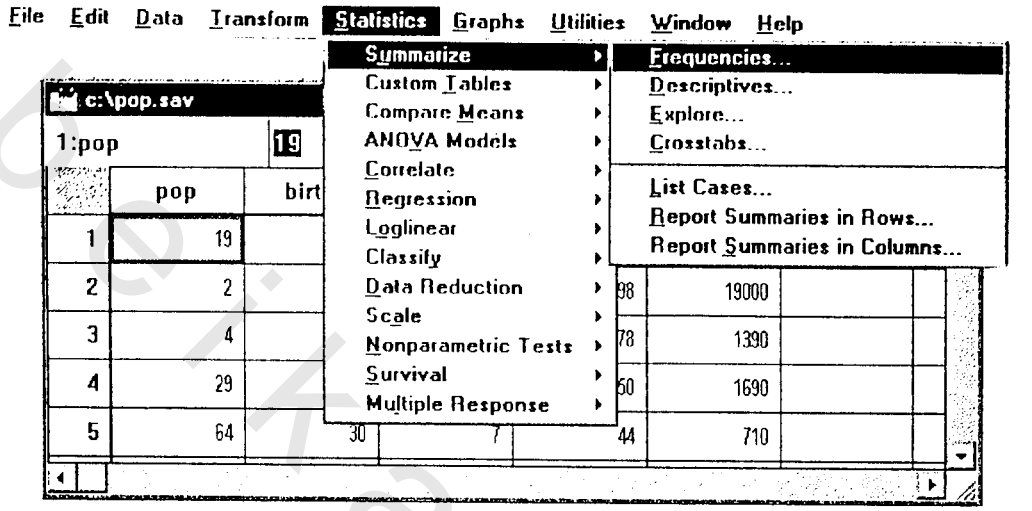
٣- ننقر Statistics من قائمة الأوامر، فتظهر قائمة جديدة نختار منها العنوان Summarize فتظهر قائمة ثالثة نختار منها Frequencies .

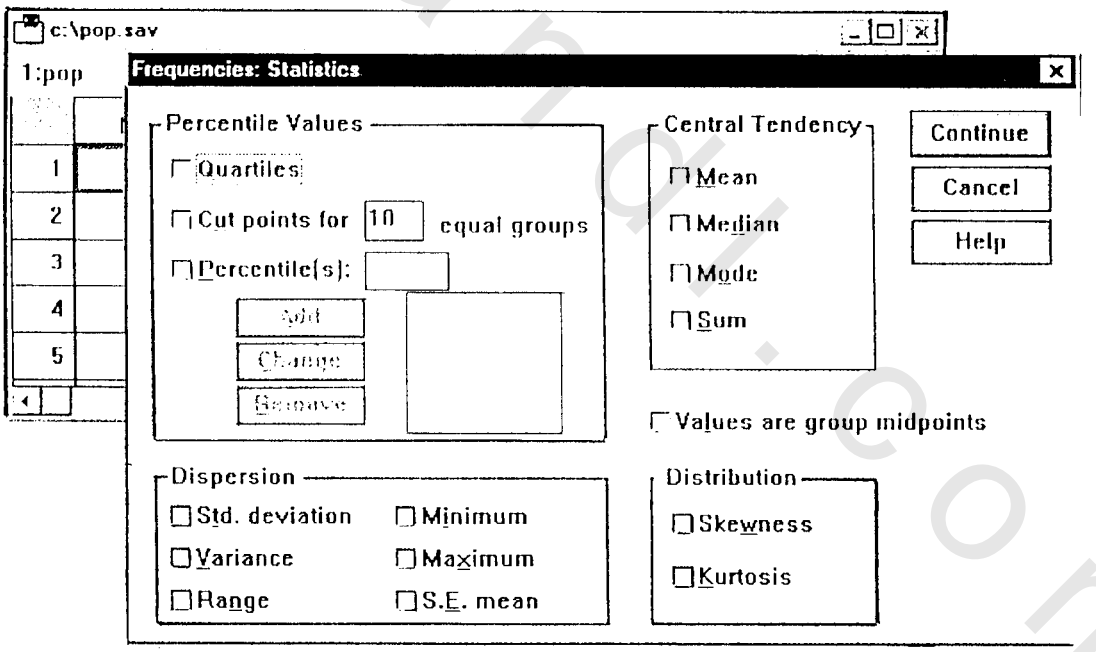
٤- قائمة Frequencies تحتوي قائمة المتغيرات الموجودة في الملف نختار أحد المتغيرات وليكن متغير سكان المدن (Urban) وندخله إلى المستطيل الأيمن لاختياره، ثم ننقر كلمة Frequencies في أسفل اللوحة (شكل رقم ٦-٣).

٥- تظهر شاشة جديدة تتضمن قائمة بمختلف مقاييس النزعة المركزية والتشتت شكل رقم (٦-٤)، نختار من تلك الشاشة المقاييس التي نرغب في استخدامها ، ثم نعطي الأمر بالموافقة، فتظهر تلك المقاييس مكتوبة في أسفل الجدول التكراري شكل رقم (٦-٥)، فالمتوسط الحسابي (mean) يساوي ٦١، والوسيط (median) ٥٧,٥ ، والمنوال (mode) ٢٧ ، والمدى range ٧١، وأصغر قيمة (Minimun)، وأعلى قيمة (Maximum) ٩٨ ، والتباين Variance ٥٣٧,١٤٣ ، والانحراف المعياري Std.dev ٢٣,١٧٦ ، والربيع الأدنى (Percentile 25) ٤٤,٧٥ ، والربيع الأعلى Percentile 75 = ٧٨,٧٥ .

شكل (٦-٣)

أوامر الدخول إلى تحليل التكرارات Frequencies





شكل (٦-٤)

مقاييس النزعة المركزية والتشتت

شكل (٦-٥)

نتائج مقاييس النزعة المركزية والتشتت

Value Label	Value	Frequency	Percent	Valid Percent	Cum Percent
	27	1	8.3	12.5	12.5
	44	1	8.3	12.5	25.0
	47	1	8.3	12.5	37.5
	50	1	8.3	12.5	50.0
	65	1	8.3	12.5	62.5
	78	1	8.3	12.5	75.0
	79	1	8.3	12.5	87.5
	98	1	8.3	12.5	100.0
	.	4	33.3	Missing	
	Total	12	100.0	100.0	

Mean	61.000	Median	57.500	Mode	27.000
Std dev	23.176	Range	71.000	Minimum	27.000
Maximum	98.000				

* Multiple modes exist. The smallest value is shown.

Valid cases	8	Missing cases	4

obeikandi.com

أسئلة وتطبيقات

س١ : فيما يلي متوسط أمطار شهر يناير (بالملم) في مدينة ما لمدة عشر سنوات وهي :

٢٠، ٢١، ١٩، ٢٥، ٢٢، ٢٠، ٢٧، ٢٦، ٢٠، ٢٤

احسب المدى، والانحراف الربيعي، والانحراف المتوسط، والتباين، والانحراف المعياري لكميات الأمطار الساقطة على المدينة المذكورة.

س٣ : الجدول التالي يبين توزيع عدد من الشقق حسب إيجارها في موسم الحج في أحد المناطق القريبة من الحرم المكي الشريف (بآلاف الريالات) :

فئة الإيجار	عدد الشقق
٢٠-	٦
٣٠-	٨
٤٠-	١٥
٥٠-	١٠
٦٠-	١١

١- احسب الانحراف الربيعي والانحراف المعياري لإيجارات الشقق.

٢- استخرج الانحراف الربيعي بالرسم.

س٣ : اختيرت عينة من (١٠) مكالمات دولية بعد الساعة الحادية عشرة

مساءً وقبل الساعة الثامنة صباحاً فكانت أطوالها بالدقائق هي :

١٠ ، ٣، ٩، ٤، ٨، ١٥، ٢٠، ٦، ١٠، ١٢

١- احسب الانحراف المعياري بالطريقتين الأولى والثانية .

٢- استخرج قيمة المدى بالدقائق .

٣- احسب التباين لأطوال المكالمات .

٤- احسب الانحراف المتوسط للقيم السابقة .

٦- احسب باستخدام برنامج (Spss) المقاييس السابقة وقارن بين النتائج .

س٤ : لدينا مجموعتان من البيانات عن تباعد الأسواق المركزية عن بعضها البعض في مدينتين متجاورتين . وفيما يلي المسافات التي تفصل بينها (بالكم) .

المدينة الأولى ٣، ٨، ٤، ٢، ٩ .

المدينة الثانية ٤، ٦، ٥، ٣، ١٢

١- حدد المدينة ذات التشتت الأكبر من حيث الأسواق المركزية باعتبار أن الوسيط هو نقطة القياس .

٢- احسب الانحراف المعياري لتباعد الأسواق المركزية في المدينة الأولى .

٣- احسب الانحراف المتوسط لتباعد الأسواق المركزية في المدينة الثانية .

٤- قارن بين المدى والمتوسط في كل من المدينتين .

obeikandl.com