الفصل الرابع

التمثيل البياني للتوزيعات العددية

Graphic Representation of Numerical data

إن الغرض من دراسة التوزيعات العددية أو التكرارية هو تلخيصها وتمثيلها بيانياً، وهذا يجعلها في صورة يسهل بها تعليلها، ويساعد على مقارنتها بتوزيعات أخرى، ولا شك بأن هذا التلخيص ينقص من تعقيد وصعوبة البيانات الأولية ويزيد من فائدتها، وكمثال على ذلك نجد أن البيانات الموجودة في الجدول (٣-٢) والتي توضح كميات الأمطار الساقطة خلال ١٠٠ يوم على مدينة معينة على الرغم من قلتها نسبياً، إلا أنها لا بد وأن تلخص بطريقة يمكن الاستفادة منها عند مقارنتها بتوزيعات أخرى. وقد ذكرنا سابقاً أن تبويب وجدولة هذه البيانات يساعد على فهمها واستيعابها. وإن نظرة على جدول (٣-٤) الذي يمثل في الحقيقة تبويباً للجدول (٣-٢) تبرهن على صدق قولنا في هذا المجال.

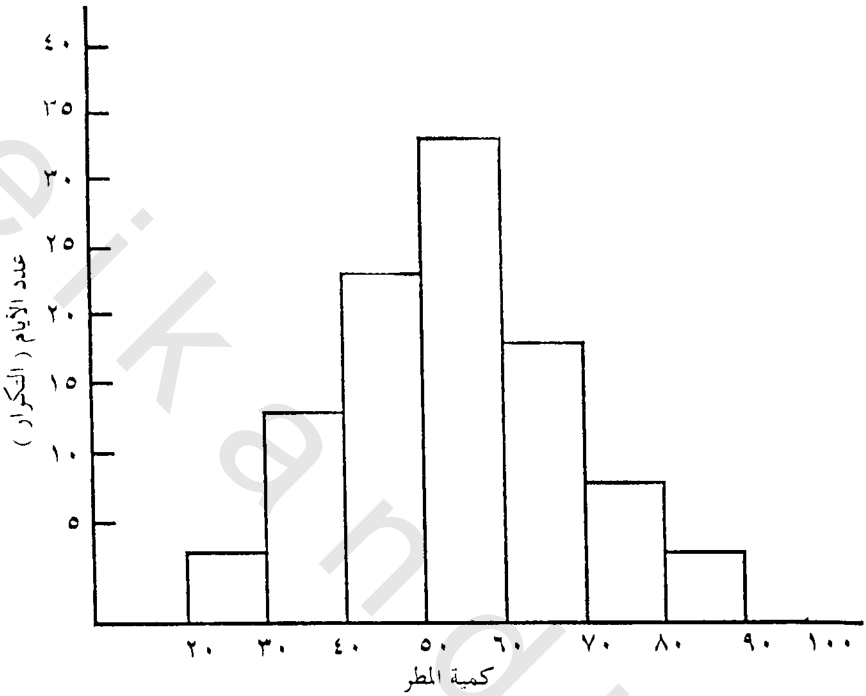
وهناك وسائل أخرى تساعد على عرض البيانات عرضاً مبسطاً يسهل فهمه واستيعابه ألا وهي الأشكال والرسوم البيانية. إن الرسوم البيانية هي أحد الوسائل البصرية التي تساعد على تصوير البيانات تصويراً تقريبياً. وسنعالج من هذه الأشكال والرسوم البيانية: المدرج التكراري، والمضلع التكراري، والمنحنى التكراري والرسوم البيانية الخطية.

المدرج التكراري Histogram:

هو عبارة عن مجموعة من الأعمدة المتلاصقة يمثل ارتفاع كل منها تكراراً معيناً لفئة معينة، وذلك في حالة تساوي فئات التوزيع. فعند تمثيل توزيع كمية الأمطار الساقطة خلال ١٠٠ يوم حسب فئات كمية المطر من واقع البيانات الموجودة في الجدول (٣-٤) بواسطة مدرج تكراري ينتج لدينا الشكل (٤-١) الذي يمكن رسمه عن طريق رسم محورين متعامدين، ونأخذ المحور الأفقي ـ عادة ـ لتمثيل الفئات، والمحور الرأسي لتمثيل التكرارات، ونقوم بتدريج المحور الرأسي حسب مقياس رسم مناسب بحيث يسمح بظهور قيمة أكبر تكرار في الجدول، ويلزم في هذه الحالة أن يبدأ التدريج من الصفر، أما المحور الأفقي فلا يلزم بالضرورة أن يبدأ من نقطة الصفر.

شكل (٤-١)

المدرج التكراري لتوزيع كمية الأمطار



إن أطوال الأعمدة في المدرج التكراري المبين تتناسب مباشرة مع قيمة التكرارات، وذلك فقط لتساوي أطوال الفئات في هذا التوزيع، إذ إن الأساس في رسم المدرج أن تتناسب مساحات الأعمدة فيه مع قيمة التكرارات، ولما كانت مساحة المستطيل هي عبارة عن حاصل ضرب القاعدة في الارتفاع، فإن تساوي القاعدة بين هذه المستطيلات المتعاقبة يجعل في الإمكان أن تتناسب التكرارات مع ارتفاعات هذه المستطيلات.

أما إذا لم تكن الفئات متساوية الطول فلا يصح لنا في هذه الحالة أن نرسم على الفئات مستطيلات تتناسب ارتفاعاتها مع التكرارات، كما هو

الحال في الفئات المتساوية. ولا بد لنا من تعديل التكرارات بحيث تتناسب ارتفاعات المتسطيلات مع التكرارات المعدلة وتتناسب مساحة هذه المستطيلات مع التكرارات الأصلية، ويتم هذا بقسمة التكرار الأصلي على طول الفئة، وتسمى هذه العملية: تعديل التكرارات.

فإذا نحن عدنا إلى مثال كمية الأمطار الساقطة على مدينة ما نفسه ووجدنا التوزيع التكراري على الصورة التالية الواردة في الجدول (٤-١)، ومن الواضح أن أرقام العمود الخامس في الجدول المذكور هي التكرارات المعدلة الواجب تثبيتها على المحور الرأسي كما في الشكل (٤-٢)

جدول (٤-١)

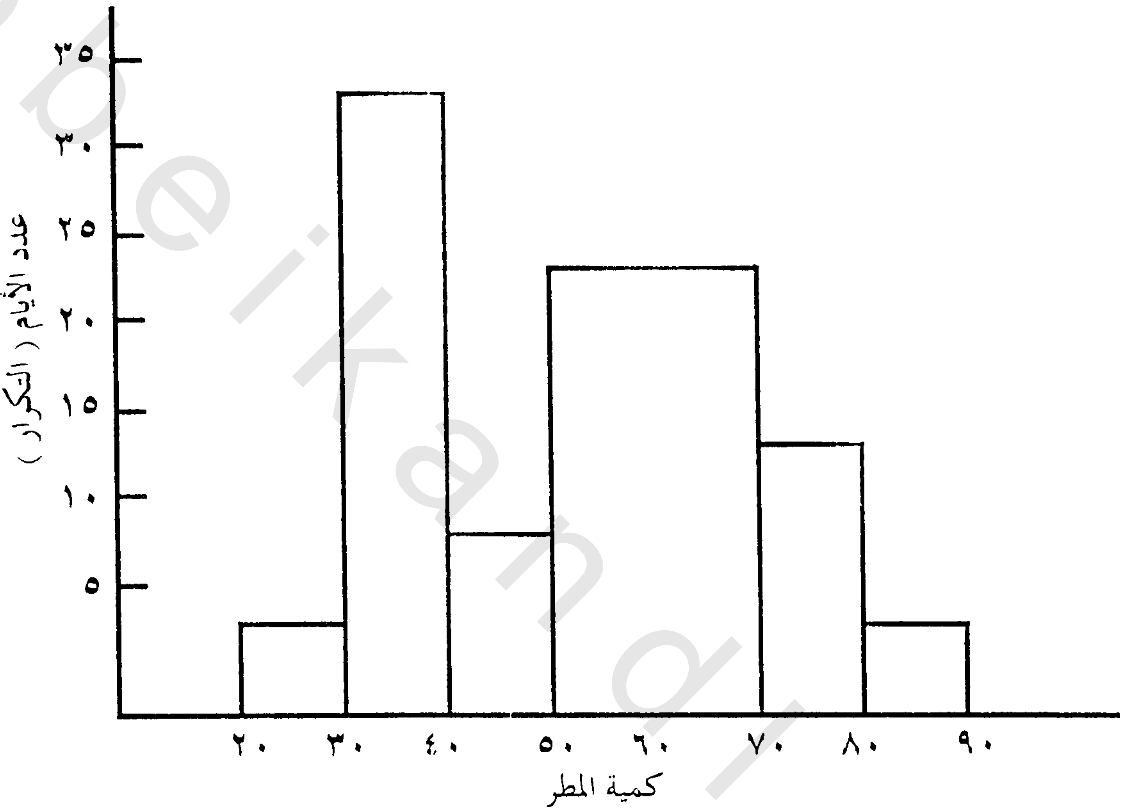
حساب التوزيع التكراري المعدل

الفئات (أ)	التكرارات الأصلية (٢)	أطوال الفئات (٣)	التكرارات المعدلة (٤)=(٢)÷(٣)	ملاءمة التكرارات لمقتضيات الرسم* (٥)
٢٠ -	٤	١٠	٠,٤	٤
٣٠ -	١٥	٥	٣,٠	٣٠
٣٥ -	٢١	١٥	١,٤	١٤
٥٠ -	٤٠	٢٠	٢,٠	٢٠
٧٠ -	١٦	١٠	١,٦	١٦
٨٠ - ٩٠	٤	١٠	٠,٤	٤
المجموع	١٠٠			

* نضرب الأرقام في (١٠) لإزالة العلامة العشرية وذلك تبسيطاً لعملية الرسم، وهذه العملية لا تؤثر كما هو واضح فيما هو كائن بين التكرارات من علاقات تناسبية بعضها ببعض.

شكل (٤-٢)

المدرج التكراري المعدل



إن التكرارات المعدلة لا يقتصر حسابها على المدرج التكراري بل يجب حسابها في حالة تمثيل التوزيعات ذات الفئات غير المتساوية بمضلع أو منحنى أيضاً على النحو الذي سيأتي. وواضح أنه إذا كان التوزيع التكراري مفتوحاً من أحد الطرفين أو من كليهما فإنه لا يمكن تمثيله بيانياً برسم المدرج التكراري، إذ إن طول إحدى الفئتين أو كليهما ليس معروفاً؛ ولهذا لو اضطررنا إلى الرسم نهمل عادة مثل هذه الفئات المفتوحة على أن نشير إليها في أسفل الرسم.

المضلع التكراري Frequency Polygon:

إذا أردنا تمثيل توزيعين تكراريين بيانياً على المحور نفسه عن طريق مدرجيهما التكراريين بقصد إجراء المقارنة بينهما، فإننا نجد أن المستطيلات المتناظرة تتداخل مع بعضها البعض مما يصعب معه إجراء المقارنة والتمييز بين التوزيعين؛ لذلك فإننا نلجأ إلى تمثيل البيانات بما يسمى بالمضع التكراري.

ونحصل عليه بتقسيم المحورين كما في حالة المدرج التكراري تماماً، ثم ننصف كل فئة في نقطة تسمى مركز الفئة. ومركز الفئة: هو النقطة الوسطى التي تقع على بعدين متساويين من بداية الفئة ونهايتها، ولتعيين مركز الفئة نتبع أي من القواعد التالية:

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى للفئة}}{\text{٢}}$$

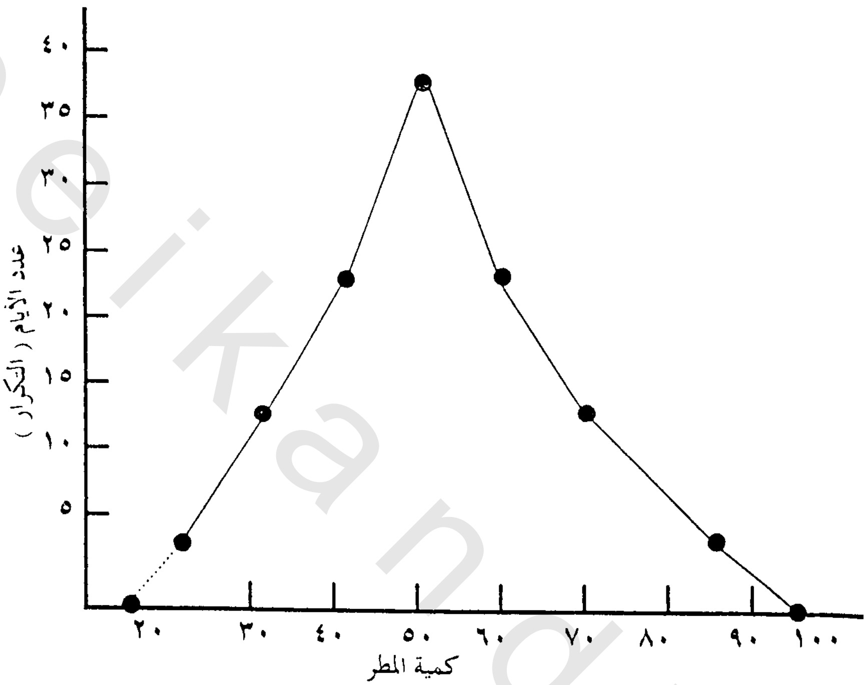
= الحد الأدنى للفئة + نصف طول الفئة

= الحد الأعلى للفئة - نصف طول الفئة

ونحن إذا افترضنا أن مركز كل فئة يصلح لتمثيل الفئة، أي إننا نستطيع بأن نفترض أن تكرار كل فئة مركز عند مركزها، وعليه فإذا رسمنا محورين متعامدين خصصنا الأفقي منهما لمراكز الفئات، والرأسي للتكرارات، ثم قمنا برصد التكرارات المناظرة لمراكز الفئات، ثم وصلنا النقط الناتجة بخطوط مستقيمة فكان الشكل الناتج هو المعروف باسم: المضلع التكراري كما في الشكل (٤-٣).

شكل (٤-٣)

المضلع التكراري لتوزيع كمية الأمطار

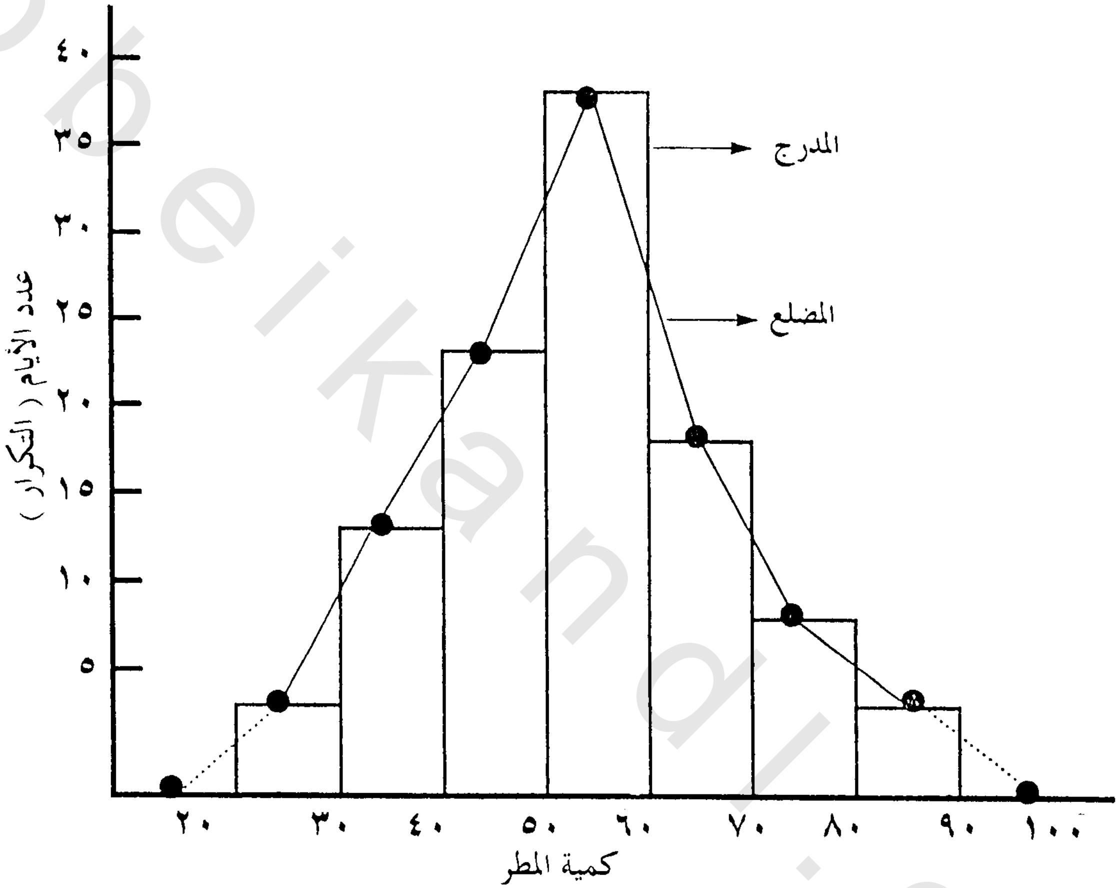


ويحسن إقفال المضلع التكراري مع المحور الأفقي، وذلك بأخذ فئة سابقة للفئة الأولى ومساوية لها في الطول، وفئة لاحقة للفئة الأخيرة ومساوية لها في الطول، وتكرار كل منهما صفر، ونحدد مركز كل منهما ونصلهما بطرفي المضلع فيتم إقفاله.

ويمكن رسم المضلع التكراري من المدرج التكراري، وذلك بتصنيف قمم المستطيلات وتوصيل منتصفات هذه القمم بخطوط مستقيمة، (٤-٤) مع إقفال الشكل عند بدايته ونهايته بالطريقة السابقة نفسها، ويلاحظ أن المساحة المحصورة أسفل المضلع التكراري تساوي تماماً المساحة المحصورة تحت المدرج التكراري.

شكل (٤-٤)

المدرج والمضلع التكراري لتوزيع كمية المطر



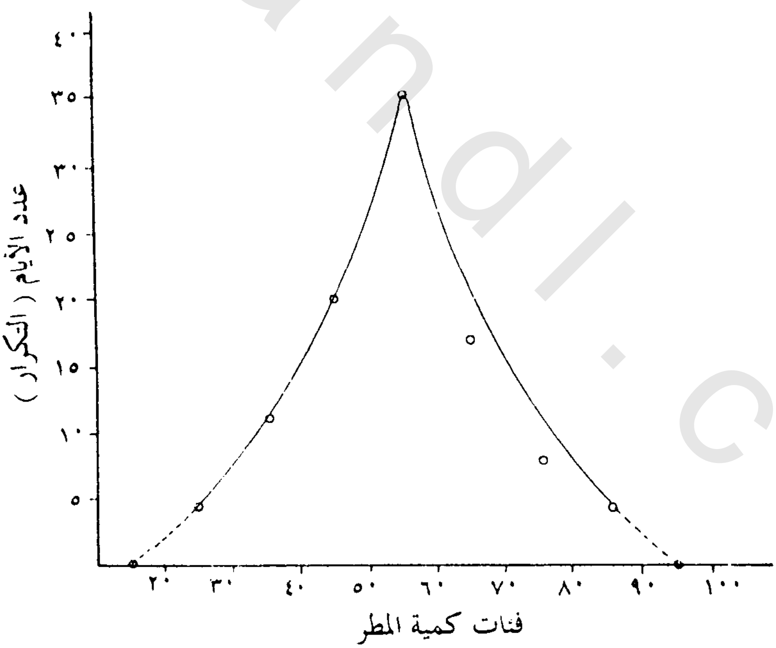
وفي حالة الفئات غير المتساوية، تتبع طريقة التكرارات المعدلة بدلاً من التكرارات الأصلية على المحور الرأسي، وذلك بعد تعديل التكرارات، كما سبق شرحه في حالة المدرج التكراري.

المنحنى التكراري Frequency Curve:

بتمثيل مراكز الفئات على المحور الأفقي، والتكرارات على المحور الرأسي نعين عدداً من النقط تمثل رؤوس المضلع التكراري، ونحاول أن نرسم منحنى ممهد يمر بمعظم النقط ويتوسط بقيمتها خير توسط. ويسمى الشكل الناتج: بالمنحنى التكراري، والملاحظة أنه نتيجة لعملية التمهيد، فإن المساحة الواقعة تحت المنحنى لا تساوي بالضرورة المساحة الواقعة تحت المضلع التكراري (انظر شكل ٤ : ٥).

شكل (٤-٥)

المنحنى التكراري لتوزيع كمية الأمطار



(١) عبداللطيف عبدالفتاح وزميله - المدخل في الإحصاء ورياضياته جـ١ ص ٢٤٠-٢٤١.

إن شكل المنحنى يتوقف على التوزيع التكراري الذي يمثله. ولقد سبق أن بينا كيفية استخدام المضلع التكراري لمقارنة توزيعين تكراريين أو أكثر وإن كنا لم نتعرض بعد إلى الأسس التي ستتم على أساسها المقارنة بين التوزيعات التكرارية المختلفة. وسنستخدم هنا خصائص أربعة محددة يمكن على أساسها تعريف التوزيعات التكرارية، والتفريق بينها، ثم سنستخدم المنحنى التكراري كشكل بياني لعرض نماذج مختلفة من التوزيعات التكرارية التي تختلف فيما بينها على أساس خاصية أو أكثر من هذه الخصائص الأربعة. . وهذه الخصائص هي:

١- القيمة الوسطى أو القيمة المركزية Central Location:

وتشير إلى قيمة محددة تقع عند وسط التوزيع. والمقاييس التي تستخدم لحساب هذه القيمة تعرف بالمتوسطات **Averages** ومنها الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال على نحو ما سيأتي بيانه.

٢- التشتت أو الاختلاف Variation:

ونعني بذلك درجة تركز أو عدم تركز القيم المختلفة للظاهرة المدروسة حول قيمتها الوسطى، وكلما ازداد تركز المفردات حول القيمة الوسطى كلما قل تشتتها، وكلما كانت مفردات الظاهرة أكثر تجانساً. وهناك عدد من مقاييس التشتت مثل: المدى، والانحراف المتوسط، والانحراف المعياري، وسنتعرض لها فيما بعد.

٣-الالتواء Skewness :

وتشير هذه الخاصية إلى مدى تماثل التوزيع أو بعده عن التماثل . والتوزيع المتماثل **Symmetrical** هو التوزيع الذي تقسمه القيمة الوسطى إلى قسمين متطابقين، ويكون تزايد أو تناقص التكرارات متشابهاً ومنتظماً على جانبي المحور المقام عند وسط التوزيع .

أما التوزيعات غير المتماثلة **Asymmetrical Distributions** فهي التي تتزايد أو تتناقص فيها التكرارات بشكل غير منتظم على جانبي المحور المقام عند وسط التوزيع . وإذا كانت التكرارات الكبيرة فيه تميل إلى التركز عند فئاته الدنيا، قيل : إن هذا التوزيع غير متماثل، وبالتالي فإن الظاهرة التي يمثلها هذا التوزيع موجبة الالتواء **Positive Skewness**، وعلى العكس إذا كانت التكرارات الكبيرة تميل إلى التركيز عند فئات التوزيع العليا فإن هذا التوزيع يكون سالب الالتواء **Negative Skewness** .

٤- التفرطح Kurtosis:

ونعني بذلك مدى اختلاف التوزيع التكراري للظاهرة عن التوزيع المعروف : بالتوزيع العادي **Normal Distributions**، فإذا كان التوزيع التكراري أكثر تحدباً عند قمته أو قيمته المركزية وكانت تلك القيمة أعلى منها للتوزيع المعتاد قيل : إن هذا التوزيع مدبباً **Leptokurtic**، وعلى العكس إذا كانت قيمة التوزيع التكراري للظاهرة أكثر استقامة وأدنى قيمة منها للتوزيع العادي قيل : إن هذا التوزيع مفرطحاً **Platykurtic** .

جدول (٤-٢)

توزيعات تكرارية فرضية

(١) الفئات	(٢) متماثل	(٣) مدبب	(٤) مفرطح	(٥) ذو قمتين	(٦) نوني	(٧) موجب الالتواء	(٨) سالب الالتواء	(٩) أسّي موجب	(١٠) أسّي سالب
صفر-	١	٣	٥	٥	٣٠	١٠	٢	٢	٥٠
١٠-	٧	٨	١٤	١٠	٢٠	٢٥	٦	٤	٣٠
٢٠-	٢١	١٣	٢٠	٣٥	١٠	٤٠	١٠	٥	٢٠
٣٠-	٣٥	٤٠	٢٥	١٤	٤	٢٠	١٥	٧	١٠
٤٠-	٣٥	٤٠	٢٥	١٤	٤	١٥	٢٠	١٠	٧
٥٠-	٢١	١٣	٢٠	٣٥	١٠	١٠	٤٠	٢٠	٥
٦٠-	٧	٨	١٤	١٠	٢٠	٦	٢٥	٣٠	٤
٧٠-	١	٣	٥	٥	٣٠	٢	١٠	٥٠	٢
المجموع	١٢٨	١٢٨	١٢٨	١٢٨	١٢٨	١٢٨	١٢٨	١٢٨	١٢٨

المصـــدر : Ferguson, G.A. “Statistical Analysis in Psycology and Education”, Macraw - Hill Book Co., N.Y., 2nd ed. p. 40.

(نقلاً عن عبداللطيف عبدالفتاح وزميله - مرجع سابق ص ٢٤٢).

إن الجدول (٤ : ٢) يحتوي على مجموعة من البيانات الفرضية التي تمثل أنواعاً مختلفة من التوزيعات التكرارية. وبمقارنة هذه التوزيعات يتضح لنا ما يلي:

١- إن التوزيع الذي أدرجت تكراراته بالعمود رقم (٢) هو توزيع متماثل؛ لأن توزيع التكرارات منتظماً على جانبي المحور المار من وسط المنحنى. أما التوزيع الذي أدرجت تكراراته بالعمود رقم (٣) فله تكرارات مركزية أكبر من التوزيع السابق. ويزداد تركز التكرارات قريباً من الفئات الوسطى؛ لذلك فهو توزيع مدبب، في حين أن التوزيع الذي أدرجت تكراراته بالعمود رقم (٤) تقل تكراراته المركزية عن تلك التي في العمود (٢) وتنتشر تكراراته على مدى أكبر حول الفئات الوسطى؛ لذلك فهو توزيع مفرطح. ومن المعلوم أن الأشكال الثلاثة السابقة هي متماثلة في الشكل حول وسطها، ويبين الشكل (٤-٦) بعض هذه التوزيعات التكرارية وهي كالتالي:

(أ) هو لتوزيع متماثل من النوع المعروف بالتوزيع العادي **Normal Distribution**.

أما التوزيع (ب) فهو أكثر استواءً عند قمته من التوزيع العادي، وهو مثال لتوزيع مفرطح.

وأما التوزيع الثالث (ج) فقمته أكثر تحدباً من التوزيع العادي(أ) فهو توزيع مدبب.

٢- إن التوزيع الذي أدرجت تكراراته بالعمود رقم (٥) من الجدول (٤-٢) توزيع له قمتان: إحداهما داخل الفئة ٢٠ - والثانية داخل الفئة ٥٠ - وتوزيع كهذا له أكثر من قمة في منحناه التكراري يدل على عدم تجانس

مفردات الظاهرة المدروسة، أي أن البيانات قد تمثل ظاهرتين متداخلتي التوزيع.

مثال ذلك: أننا لو قمنا بدراسة أجور العمال في مصنع وكانت أجور العمال الذكور تتركز حول ٥٠ ريالاً بينما تتركز أجور العمال الإناث حول ٣٠ ريالاً، فإذا ما رسمنا المنحنى لمثل هذا التوزيع نجد له قمتين: إحداهما بالقرب من ٥٠، والأخرى بالقرب من ٣٠؛ وذلك لعدم تجانس الأجور كلها، ويمكن في هذه الحالة فصل التوزيع إلى توزيعين مختلفين[1] (انظر شكل ٤-٦-د).

٣- إن العمود رقم (٦) يبين توزيعاً تتركز فيه التكرارات الكبيرة عند فئاته الدنيا والعليا أي عند طرفيه، وأما تكراراته المركزية وهي التي تتوسط التوزيع فهي أقلها. ويعرف هذا المنحنى بالمنحنى النوني، أو على شكل حرف **U - Shape, U Curve**، وهو على عكس المنحنى المعتدل (انظر شكل ٤-٦-هـ).

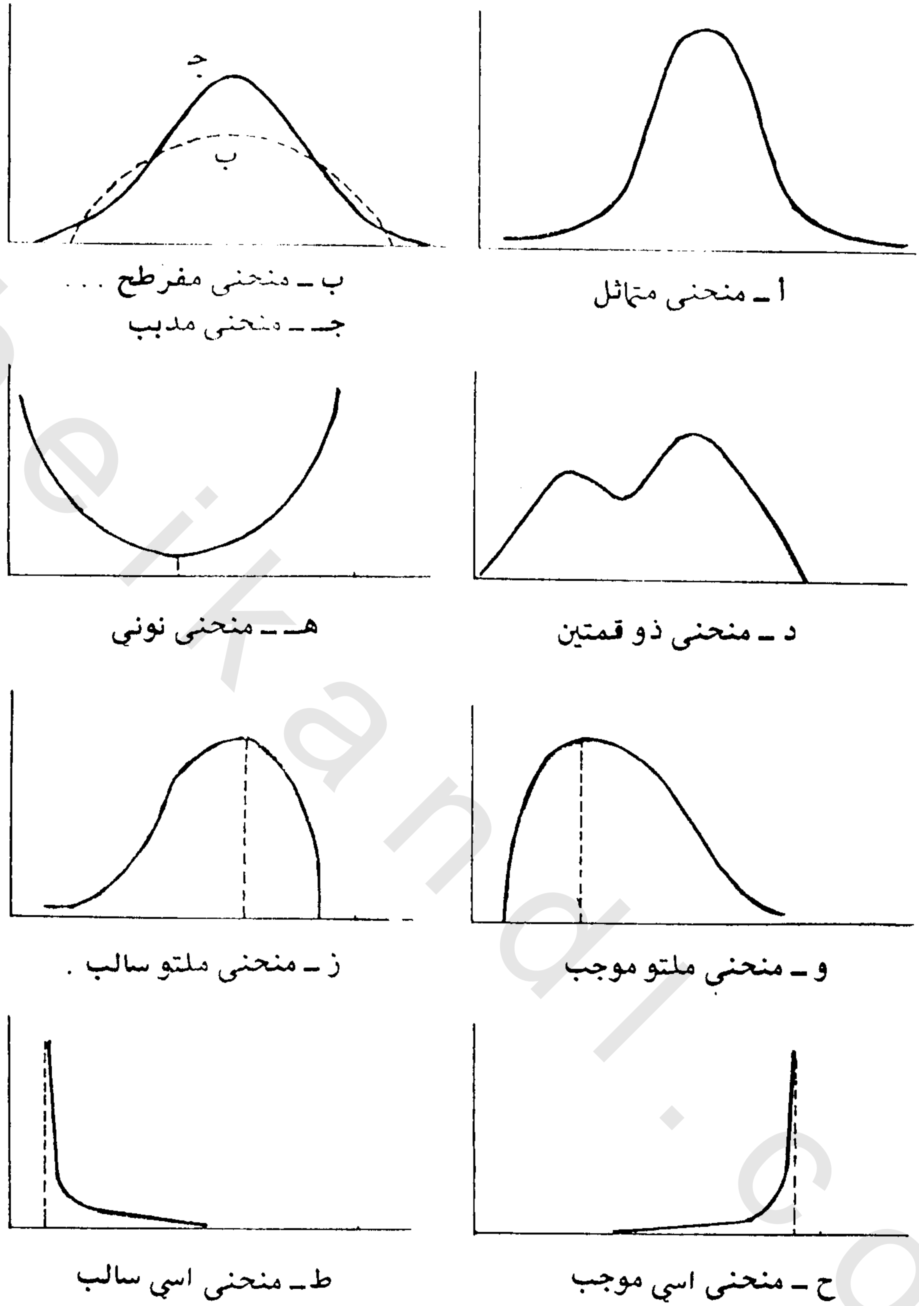
إن توزيع الوفيات حسب السن يكون قريباً جداً من هذا الشكل. فمن المعروف أن عدد المتوفين من الأطفال كبير جداً، وكذلك عدد المتوفين من الشيوخ، وأما المتوفون من الشبان ذوي الأعمار المتوسطة فعددهم قليل؛ ولهذا فيكون توزيع الوفيات مشابهاً للمنحنى النوني[2].

٤- إن التوزيع المبين تكراراته في العمود رقم (٧) تزداد تكراراته عند فئاته الدنيا وتقل عند فئاته العليا، ويعرف هذا التوزيع بأنه موجب الالتواء، وعلى العكس فإن التوزيع الذي تزداد تكراراته عند فئاته العليا كما هو مبين بالعمود رقم (٨) وتقل عند حدوده الدنيا فهو توزيع سالب الالتواء.

---

(١) أحمد عبادة سرحان ـ طرق التحليل الإحصائي ١٩٧١م، ص ٧٢.

(٢) المصدرنفسه: ص ٦٨.



شكل (٦:٤) بعض أنواع التوزيعات التكرارية

و إذا نظرنا إلى الشكل (٤-٦-أ) تبين لنا أن التوزيع (أ) متماثل حول قمته الوسطى، في حين (و)، (ز) غير متماثلين في التوزيع. فإذا كان الفرع الأيمن للمنحنى أطول من الأيسر، كالمنحنى (و) سمي المنحنى بموجب الالتواء أو ملتوياً جهة اليمين، وفي هذه الحالة تكون تكرارات القيم الصغيرة كثيرة بينما تكرارات القيم الكبيرة قليلة. وعلى العكس نجد أن المنحنى (ز) الفرع الأيسر فيه أطول من الأيمن، أي أن تكرارات القيم الصغيرة قليلة بينما تكرارات القيم الكبيرة كثيرة؛ ولذا يسمى منحنى سالب الالتواء، أو ملتوياً جهة اليسار.

ومن أمثلة المنحنيات الملتوية، المنحنيات التكرارية التي تمثل دخل الفرد في أي دولة غالبية أفرادها فقراء، وفي هذه الحالة فالالتواء موجب لتركز التكرارات في الفئات الدنيا، أو غالبية أفرادها أغنياء، وفي هذه الحالة فالالتواء سالب لتركز التكرارات في الفئات العليا.

٥- إن العمودين ٩، ١٠ في الجدول (٤-٢) يظهران تكرارات لتوزيعين شديدي الالتواء، وفيهما تكون أكبر التكرارات عند أحد طرفي التوزيع، وتقل التكرارات في اتجاه الطرف الآخر، وبذلك يكون لها فرع واحد؛ (ولهذا تسمى أحياناً بالمنحنيات ذات الفرع الواحد) وقد يصعد المنحنى من اليسار إلى اليمين فتكون القيم الصغيرة قليلة، والقيم الكبيرة كثيرة، والمنحنى في هذه الحالة يشبه حرف (ر)؛ ولهذا يسمى: بالمنحنى الرائي **J- Shaped Curve** (عمود ٩)، وقد ينزل المنحنى من اليسار إلى اليمين حيث تكون التكرارات كبيرة عند القيم الصغيرة، وصغيرة عند القيم

الكبيرة، وشكل هذا المنحنى عكس المنحنى السابق؛ ولهذا فيسمى أحياناً: (منحنى رائي مقلوب).

وهذان النوعان يسميان بالمنحنى الأسي **Exponential** الموجب والسالب على الترتيب [1]، انظر شكل (٤-٦-ح، ط)، وهذه المنحنيات توجد في ميادين مختلفة في الحياة العملية. ففي النواحي الاقتصادية نجده يمثل توزيع الثروة في المجتمع مثل: توزيع الملكية، توزيع الدخل، توزيع الضرائب.. إلخ. ففي توزيع المجتمع مثلاً يزداد عدد الملاك الزراعيين ذوي الملكيات الصغيرة ويقل عددهم عند فئات الملكية الزراعية الكبيرة.

إن المنحنى التكراري لمثل هذه الظاهرة يمثل توزيع أسي سالب.

المنحنيات التكرارية المتجمعة Cummulative Frequency Curves:

تتطلب بعض التحليلات تحويل أرقام جداول التوزيع التكراري إلى أرقام متجمعة تصاعدياً أو تنازلياً، فينشأ عن ذلك جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد، ويمكن تمثيله بالمنحنى المتجمع الصاعد **Ascending Ogive** أو جدول التوزيع التكراري المتجمع النازل ويمكن تمثيله بالمنحنى المتجمع النازل **Descending Ogive**.

فإذا أردنا عمل الجداول التكرارية المتجمعة للبيانات المتعلقة بكميات الأمطار الساقطة على مدينة ما، نقوم بعمل جدولين على النمط الآتي من واقع التوزيع التكراري البسيط السابق ذكره أنظر جدول (٤-٣).

(١) أحمد عبادة سرحان، مرجع سابق، ص ٧٠-٧١.

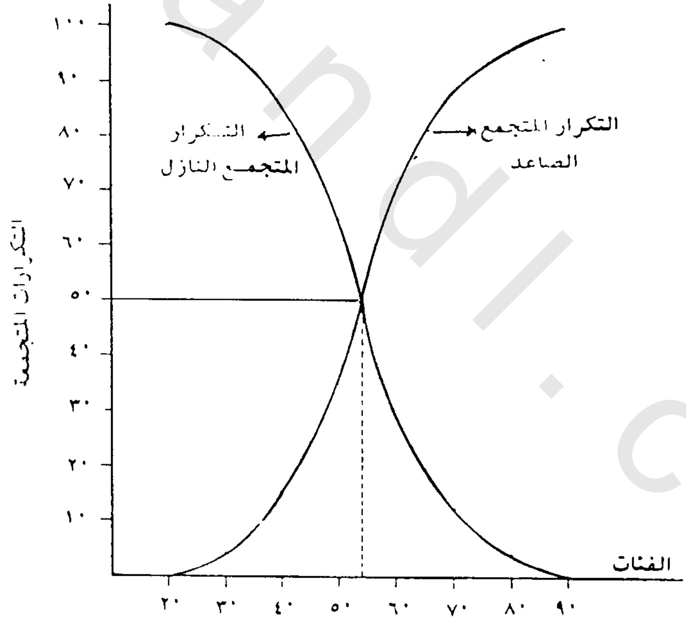
جدول (٤-٣)

جدول التوزيعات التكرارية البسيطة والمتجمعة لكميات الأمطار الساقطة على مدينة ما

جدول التوزيع التكراري البسيط		جداول التوزيع التكراري المتجمعة			
الفئات	التكرارات	الصاعدة		النازلة	
		الحدود الدنيا للفئات	تكرارات صاعدة	الحدود العليا للفئات	تكرارات نازلة
٢٠ –	٤	أقل من ٢٠	٠٠	٢٠ فأكثر	١٠٠
٣٠ –	١١	أقل من ٣٠	٤	٣٠ فأكثر	٩٦
٤٠ –	٢٠	أقل من ٤٠	١٥	٤٠ فأكثر	٨٥
٥٠ –	٣٦	أقل من ٥٠	٣٥	٥٠ فأكثر	٦٥
٦٠ –	١٧	أقل من ٦٠	٧١	٦٠ فأكثر	٢٩
٧٠ –	٨	أقل من ٧٠	٨٨	٧٠ فأكثر	١٢
٨٠ – ٩٠	٤	أقل من ٨٠	٩٦	٨٠ فأكثر	٤
		أقل من ٩٠	١٠٠	٩٠ فأكثر	٠٠
المجموع	١٠٠				

ويمكن تمثيل أي من هذين التوزيعين المتجمعين ببساطة في الرسم، وذلك أن يخصص المحور الأفقي للفئات كما هو الحال في التوزيع

التكراري، وكـذلك الإحـداثي الرأسي للتكرارات بحيث يتسع لمجموع التكرارات ثم نرصد النقط على الرسم كالمعتاد أمام الحدود العليا أو الدنيا للفئات حسب نوع المنحنى الذي نريد الحصول عليه صاعداً أو نازلاً، ونصل بين هذه النقط بمنحنى ممهد فنحصل على المنحنى المتجمع الصاعد والنازل على النحو الموجود في شكل (٤-٧) ونلاحظ أن نغلق الرسم في طرفي المنحنى وذلك على اعتبار أن التكرار يساوي صفراً لكل من الفئتين أقل من ٢٠ (في حالة المنحنى الصاعد) و ٩٠ فأكثر (في حالة المنحنى النازل) ومعنى هذا أن المنحنى الصاعد لا بد أن يلامس المحور الأفقي عند ٢٠، وأن المنحنى النازل يلامسه عند٩٠ .



شكل (٤:٧) التكرار المتجمع الصاعد والنازل لكمية الأمطار الساقطة في ١٠٠ يوم

ولمقارنة منحنيين متجمعين على الرسم نفسه لا يشترط أن تكون الفئات متساوية في التوزيعين على غير الحال عند مقارنة مضلعين تكراريين ولكن

يشترط تحويل القيم إلى نسب مئوية ؛ وذلك لإزالة أثر الاختلاف في المجموع الكلي بتوحيده في التوزيعين ؛ وذلك بمساواته بمائة .

استخدامات المنحنى المتجمع الصاعد أو النازل:

١- الحصول على تقديرات معينة:

من فوائد المنحنى المتجمع الصاعد والنازل في أي توزيع أنه يمكن معرفة عدد التكرارات التي تقل قيمتها عن حد معين في حالة المنحنى الصاعد أو تزيد عن قيمة معينة في حالة المنحنى النازل . فإذا أردنا معرفة عدد الأيام التي سقطت فيها كمية من المطر أقل من ٤٢ ملم، وهي قيمة ليست في الجدول الأصلي، أقمنا عموداًعلى المحور الأفقي عند ٤٢ إلى أن يلتقي بالمنحنى الصاعد في نقطة نرسم منها عموداً على المحور الرأسي ونقرأ التكرار المواجه لهذه النقطة على هذا المحور . وكذلك يمكن بالطريقة نفسها وباستخدام المنحنى النازل معرفة عدد الأيام التي سقطت فيها كمية من المطر أكثر من ٤٢ ملم . ويمكن استخدام المنحنيين بطريقة عكسية لمعرفة كمية المطر التي سقطت في عدد معين من الأيام، وفي هذه الحالة نقيم العمود من المحور الرأسي عند التكرار الذي نختاره فيقابل المنحنى عند نقطة نسقط منها عموداً على المحور الأفقي فتدلنا على كمية المطر التي نبحث عنها .

٢- **إيجاد الوسيط :** إذا رسمنا المنحنيين التكراريين المتجمعين الصاعد والنازل في شكل واحد وبمقياس الرسم نفسه على المحورين نفسيهما فإنهما يتلاقيان في نقطة يكون بعدها عن المحور الرأسي يساوي نصف مجموع

التكرارات كلها، أما بعدها عن المحور الأفقي فيساوي قيمة الوسيط، وسنعود للكلام على هذه النقطة عند دراسة المتوسطات.

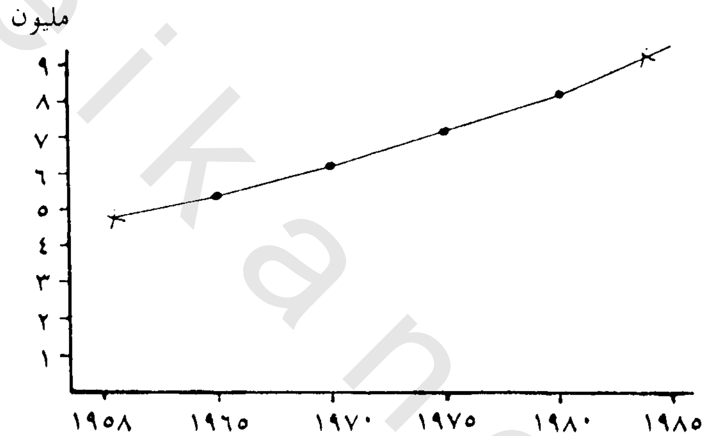
إيجاد منحنى لورنز: و هو المنحنى الذي يبين مدى العدالة أو المساواة في توزيع بعض الظواهر الاقتصادية. ويمكن إيجاد منحنى لورنز باستخدام المنحنى المتجمع الصاعد على النحو الذي سيرد بيانه تالياً.

الرسوم البيانية الخطية Line Graphs :

إن الرسوم البيانية الخطية تستعمل لإظهار العلاقة بين الظاهرة (المتغير) المدروسة ومدى ارتباطها بعنصر الزمن؟ بحيث تظهر أي نقطة على الرسم البياني حجم هذه الظاهرة خلال فترة زمنية معينه، مثال ذلك: الرسم البياني الذي يمثل درجات الحرارة الشهرية أو المطر السنوي أو عدد المواليد في العام.. إلخ.

إن من أهم صفات الرسوم البيانية المستعملة لتحليل البيانات المتعلقة بعنصر الزمن أنها سهلة في رسمها ويمكن رسم عدد من الخطوط التي تمثل ظواهر مختلفة على الشكل نفسه لإظهار العلاقة بينها وربطها معاً بعنصر الزمن ثم استخدامها لدراسة الاتجاه العام للظاهرة المدروسة، وفي هذه الحالة يجب دراسة الخط البياني الذي يوصل بين مجموعة النقاط للظاهرة المدروسة.

إن الشكل (٤-٨) يبين التطور العددي لسكان السعودية خلال الفترة الممتدة بين ١٩٥٨-١٩٨٥ موضحة بواسطة الرسم البياني الخطي.



شكل (٤:٨) النمو السكاني في المملكة في الفترة من ١٩٥٨م - ١٩٨٥م

في هذا الشكل نجد أن المحور الأفقي يبين الفترة الزمنية المدروسة الممتدة بين عام ١٩٥٨-١٩٨٥ ، أما المحور العمودي يمثل عدد السكان بالمليون في كل سنة من السنوات السابقة مأخوذة من الجدول (٤-٤) الذي يبين تقدير نمو سكان السعودية في النصف الثاني من القرن العشرين .

ولتحديد السنوات على المحور الأفقي نقسم هذا المحور إلى أقسام متساوية (**Intervals**) وليكن كل قسم بطول ١ سم مثلاً، ثم نوقع السنوات على النقاط التي تحدد هذه الأقسام، ثم نقسم المحور العمودي الذي يبين توزيع عدد السكان إلى عدد آخر من الأقسام المتساوية تعطى الأرقام ١ و ٢ و ٣ . . إلخ . . ، ولما كانت الأرقام الموجودة لدينا بالملايين لا بد أن نشير في أعلى المحور العمودي إلى ذلك .

جدول (٤-٤)

تقدير نمو سكان السعودية في النصف الثاني

من القرن العشرين سنة الأساس (١٩٧٤)

السنة	عدد السكان
١٩٥٨	٤٦٤٩١٠٠
١٩٦٥	٥٣٦٢٢٨٤
١٩٧٠	٦١٩٩١٧٤
١٩٧٥	٧٢١٦٠٠٩
١٩٨٠	٨٢٩٨٤٠٩
١٩٨٥	٩٥٨٤٦٦٤

المصدر : محمد أحمد الرويثي : سكان المملكة العربية السعودية ص : ٣٥ .

ولتحديد الرسم البياني نبدأ بإقامة عمود على المحور الأفقي من النقطة التي تمثل عام ١٩٥٨، ثم نحدد النقطة التي تمثل عدد السكان ١٠٠، ٦٤٩، ٤ على المحور الرأسي ونقيم من هذه النقطة أيضاً عموداً على المحور الرأسي موازياً للمحور الأفقي، وعند التقاء العمودين تتحدد نقطة بداية الرسم البياني. ثم نفعل الشيء نفسه ببقية النقاط، ثم نصل جميع هذه النقاط بخط واحد نطلق عليه الرسم البياني الخطي.

إن كل نقطة من النقاط على هذا الخط البياني تبين لنا حجم الظاهرة المدروسة وهي عدد السكان في المملكة خلال فترة زمنية محددة. كما أن الخط البياني نفسه يعطينا فكرة عن الاتجاه العام للسكان في المملكة خلال الفترة المدروسة، وهذا الاتجاه يبدو فيه تزايد السكان بصورة مضطردة مع الزمن، فقد تضاعف عدد السكان خلال هذه الفترة، إذ ارتفع العدد من ٦,٤ مليون نسمة إلى ٩,٥ مليون نسمة.

الرسوم البيانية الخاصة بالنمو:

هناك طريقتان لتمثيل الرسوم البيانية الخاصة بالنمو المضطرد لظاهرة معينة (**Growth**) أو اضمحلال هذه الظاهرة وتقهقرها (**Decline**) ويجب أن نفرق بين أمرين أساسيين:

١- التغيرات العددية (Numerical Change):

وهي التي تطرأ على الظاهرة المدروسة سواء أكانت هذه التغيرات موجبة بمعنى أن الظاهرة تنمو باضطراد، أو تغيرات سالبة بمعنى أن الظاهرة

تتناقص باستمرار، أو تغيرات عشوائية لا نظام لها بعضها موجب والآخر سالب. إن الرسوم البيانية المرتبطة بالتغيرات العددية المبنية على الأرقام الفعلية للظاهرة المدروسة قد تقودنا إلى نتائج مضللة أحياناً خاصة إذا كان الهدف هو مقارنة هذه النتائج العددية مع غيرها من الظواهر الأخرى.

إن تمثيل التغيرات العددية للظاهرة المدروسة لا يتعدى الرسم البياني الذي يمثل محوره الأفقي عدد السنوات المشمولة بالدراسة ومحوره الرأسي المتغيرات العددية للظاهرة خلال هذه السنوات. فإذا فرضنا أن لدينا الأرقام التالية (انظر جدول ٤-٥) التي تبين لنا تطور عدد الأغنام والماشية في بلد ما خلال أحد عشر عاماً ابتداء من عام ١٩٤٦ وحتى عام ١٩٦٦ وأردنا أن نمثل ذلك بيانياً نرسم محورين: أحدهما: رأسي لتمثيل حجم القطيع بالملايين، والثاني: أفقي لتبيان تطور هذا القطيع خلال الفترة المدروسة، ثم نقوم بتوقيع النقاط التي تمثل حجم القطيع على النحو الذي شرحناه سابقاً.

إن الشكل (٤-٩) يبين لنا الرسم البياني الخاص بتطور أعداد الأغنام والماشية من واقع الجدول (٤-٥) ومن هذا الشكل يمكن أن نلاحظ أمرين أساسيين:

١- أن أعداد الأغنام على العموم قد تزايدت بسرعة أكبر من تزايد أعداد الأبقار.

٢- أن هناك تذبذباً في أعداد الأغنام بين سنة وأخرى تدل عليه القفزات في الرسم البياني الخاص بالأغنام بالمقارنة مع الرسم البياني الخاص بالأبقار.

جدول (٤-٥)

عدد الأبقار والأغنام في دولة ما للفترة من ١٩٤٦-١٩٦٦

السنة	الأبقار		الأغنام	
	العدد (بالمليون)	الأرقام القياسية	العدد (بالمليون)	الأرقام القياسية
١٩٤٦	١٤٧٢	١٠٠	٦٢٥٤	١٠٠
١٩٤٨	١٤٩٩	١٠٢	٦١٣١	٩٨
١٩٥٠	١٦١٦	١١٠	٧٣٣٧	١٠٦
١٩٥٢	١٥٧٦	١٠٧	٧٢٧٣	١٠٥
١٩٥٤	١٧١٠	١١٦	٧٤٢٩	١٠٧
١٩٥٦	١٧٣٦	١١٨	٧٥٢٥	١٠٨
١٩٥٨	١٨٢٠	١٢٤	٧٩٢٩	١١٤
١٩٦٠	٢٠٠٣	١٣٦	٨٤٠٧	١٢١
١٩٦٢	٢٠١٧	١٣٧	٨٦٣٩	١٢٤
١٩٦٤	١٩٩٠	١٣٥	٨٥٣١	١٢٣
١٩٦٦	٢٠٩١	١٤٢	٨٣٧٧	١٢٠

المصـــدر : **Hammond & Mc callagh, Quantitative Techniques in Geography .**

إن هذه الاستنتاجات الي تبدو واضحة من الرسم البياني يجب أن تؤخذ بحذر شديد؛ لأنها وإن ظهرت في الرسم إلا أنها في الغالب غير حقيقية؛ لأن وحدة القياس هي الرقم الفعلي للظاهرة المدروسة، وفي هذه الحالة يجب استخدام التغيرات النسبية وليس التغيرات العددية. وخاصة في حالة المقارنة بين ظاهرتين مختلفتين.

٢- التغيرات النسبية (Proportional Change):

إن إحدى الطرق المتبعة لقياس وتمثيل التغير النسبي هي استخدام الأرقام القياسية **(Index Numbers)**، وللحصول على الأرقام القياسية نختار سنة الأساس **(Base Year)** وتعطى رقم ١٠٠، ونحول كافة الأرقام الأخرى إلى نسب مئوية منسوبة إلى سنة الأساس.

فإذا أردنا تحويل الأرقام العددية الموجودة في الجدول ٤-٥ إلى أرقام قياسية نتبع الخطوات التالية:

١- نختار سنة الأساس ولتكن سنة ١٩٤٦ ونعطيها رقماً قياسياً مقداره ١٠٠، ويمكن اختيار أي سنة من سنوات الدراسة لتكون سنة أساس، وقد يؤخذ متوسط عدد من السنين كسنة أساس.

٢- نحول أعداد الماشية والأغنام إلى نسبة مئوية، فعلى سبيل المثال عدد الأبقار في عام ١٩٤٦ = ١,٤٧٢,٠٠٠ وعددها عام ١٩٥٠ = ١,٦١٦,٠٠٠، ونسبة عدد الأبقار في عام ١٩٥٠ إلى عددها ١٩٤٦ = ١,٦١٦,٠٠٠ ÷ ١,٤٧٢,٠٠٠ × ١٠٠ = ١٠٢ ويراعى عند تحويل

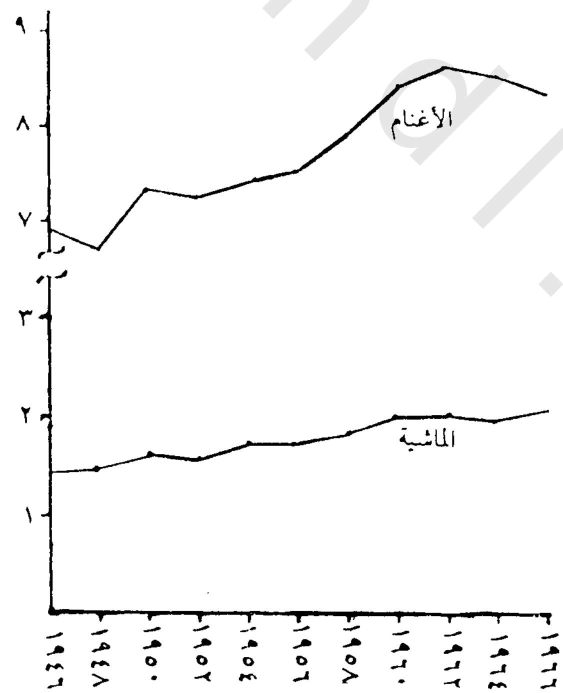
الأرقام إلى نسب مئوية أن نقسم الأعداد على نسبة الأساس وتضرب في ١٠٠ لاستخراج النسبة المئوية.

٣- باستخدام الطريقة الموجودة في (٢) نحصل على الأرقام القياسية لأعداد الأغنام والماشية باعتبار سنة ١٩٤٦ هي سنة الأساس لكل من الماشية والأغنام.

٤- نقوم بتمثيل الأرقام القياسية على المحور الرأسي وسنوات الدراسة على المحور الأفقي بالطريقة السابقة فنحصل على الشكل (٤-١٠) الذي يمثل الأرقام القياسية لعدد الماشية والأغنام من عام ١٩٤٦ - ١٩٦٦ .

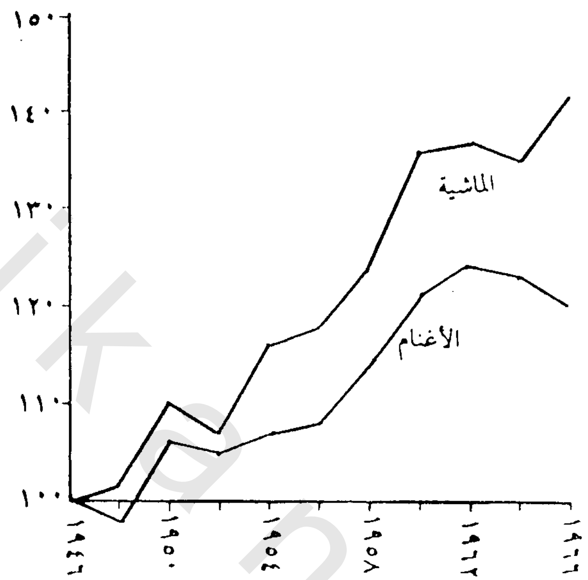
شكل (٤-٩)

التمثيل البياني لتطور أعداد الأغنام والماشية



شكل (٤-١٠)

التمثيل البياني للأرقام القياسية لتطور أعداد الأغنام والماشية



إن أهم ميزة للأرقام القياسية هي أنها تلغي الرقم الفعلي المجرد للظاهرة وتحوله إلى نسبة مئوية من سنة الأساس؛ مما يجعل المقارنة سهلة بين جميع الأرقام. إن الشكل (٤-١٠) يبين بوضوح أن قطيع الأبقار قد ازداد باضطراد خلال سني الدراسة بسرعة أكبر من سرعة تزايد قطيع الأغنام وهو عكس ما ظهر لنا عند دراسة الرسم البياني العددي، وهذا يؤكد أن الرسوم البيانية المرتبطة بالتغيرات العددية المبنية على الأرقام الفعلية للظاهرة قد تكون مضللة أحياناً.

وهناك أمر آخر هو سهولة قراءة وملاحظة التغير النسبي خلال سني الدراسة، فالرقم القياسي ١٣٦ يعطينا دلالة على نمو مقداره ٣٦٪ عن سنة الأساس. والرقم القياسي ٢١٧ يعني نمواً مقداره ١١٧٪، أما الرقم

القياسي ٨٨ فيعني نقصان الظاهرة المدروسة بمقدار ١٢٪.

إن من أهم عيوب الأرقام القياسية هي أنها لا تظهر لنا إلا التغير النسبي بين سنوات الدراسة وسنة الأساس فقط، وعلى هذا فالتغير بين سنتين من سنوات الدراسة لا يمكن معرفته إلا عن طريق التغير الحاصل على سنة الأساس. ولتوضيح ذلك نرى أن الأرقام القياسية للأغنام والماشية قد ارتفعت بمقادر ٦ نقاط بين عام ١٩٥٦ وعام ١٩٥٨ (من ١٠٨ - ١١٤) للأغنام ومن (١١٨ - ١٢٤ للأبقار). إن الانحدار في الرسم البياني للأغنام والماشية متشابه بين هذين التاريخين. غير أن الحقيقة الفعلية أن هناك اختلافاً واضحاً بين القيمتين وهو أن ٦ نقاط من أصل ١٠٨ تمثل زيادة قدرها ٦٪ تقريباً في عدد الأغنام، في حين أن ٦ نقاط من أصل ١١٨ لا تمثل إلا زيادة ٥٪ فقط في عدد قطيع الماشية. إن هذه الحقيقة يجب التنبه لها عند دراسة وتحليل الرسوم البيانية المرسومة بالطريقة القياسية.

٣- النمط اللوغاريتمي:

من أحسن المقاييس المستعملة لتبيان التغير النسبي الذي يطرأ على ظاهرة معينة خلال فترة زمنية هو الرسم البياني اللوغاريتمي، إذ إن أساس فكرة الرسم البياني اللوغاريتمي هي أننا نقسم المحورين بطريقة تجعل المسافات المتساوية على المحور تمثل نسباً متساوية وليس كميات متساوية كما هو الحال في الرسم العادي؛ لأن المقياس اللوغاريتمي يقيس الاختلافات النسبية، في حين أن المقياس العددي يقيس الاختلافات العددية.

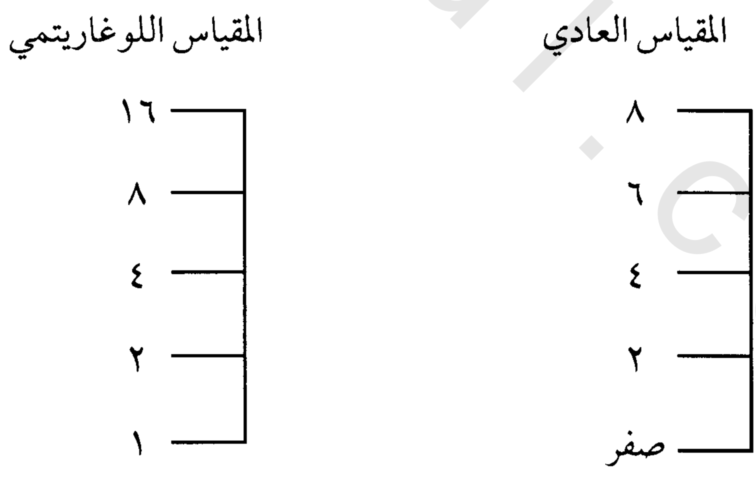
إن الشكل (٤-١١) يبين نمطين من القياس أحدهما عادي والآخر لوغاريتمي، فالمقياس العددي يقيس ظاهرة تزداد طردياً بعدد ثابت مقداره

٢ ، حيث نجد الأرقام تبدأ من الصفر عند نقطة الأساس، ثم تتصاعد الأرقام الموضوعة أمام التقسيمات المتساوية على المحور على شكل متوالية عددية (٢، ٤، ٦، ٨ إلخ . .) أما في الرسم البياني اللوغاريتمي، فإن الزيادة نسبية، والتغير يزداد طردياً بنسبة ١٠٠٪ على شكل متوالية هندسية، فإذا كان حجم الظاهرة المدروسة (١) ارتفعت إلى (٢) ثم زادت إلى الضعف فأصبحت (٤) ثم (٨) ثم (١٦) وهكذا.

والتقسيم اللوغاريتمي يبدأ القياس فيه من أي رقم خلاف الصفر؛ لأن وجود الصفر في مقام أي نسبة معناه رياضياً أن هذه النسبة تساوي ما لا نهاية. أي أنه لا يمكن قياس التغير النسبي من أساس مقداره صفر بل لا بد من أن يكون الأساس عدداً حقيقياً صحيحاً؛ لأن القياس اللوغاريتمي قياس نسبي دائماً[1].

شكل (٤-١١)

المقياس العادي والمقياس اللوغاريتمي



(١) محمد عبدالرحمن الشرنوبي: خرائط التوزيعات البشرية، مكتبة الأنجلو، ص ١٠٨.

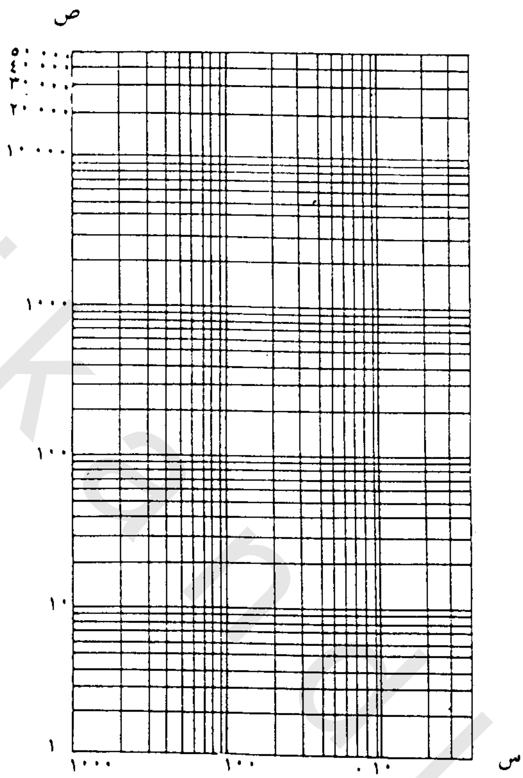
ويظهر على التقسيم العادي أن المسافة بين ٤ ، ٦ ولتكن سنتيمتراً واحداً ـ مثلاً ـ تعادل المسافة بين ٦ و ٨ وكذلك ، بين ٨ و ١٠ وهكذا ، أي أن كل سنتيمتر واحد يمثل ٢ وحدة . أما التقسيم اللوغاريتمي فيظهر منه أن المسافة بين ٤ و ٨ ولتكن سنتيمتراً واحداً تعادل المسافة بين ٨ و ١٦ كما تعادل المسافة بين ١٦ و ٣٢ وهكذا ، أي أن كل سنتيمتر يمثل نسبة مقدارها ١٠٠٪ ، فالزيادة ثابتة ومقدارها ١٠٠٪ ، بمعنى : أن التغير نسبي في قيم الظواهر وليس تغيراً في القيم المطلقة لها .

إن الشكل (٤-١٢) يبين لنا التقسيم اللوغاريتمي ، فالخطوط في هذا الشكل تمثل وحدات مرسومة وفق نظام حسابي معين ، أما سلسلة الأرقام الموجودة أمام هذه التقسيمات المحددة على المحور فهي متناسبة مع الدورات اللوغاريتمية المعروفة . فمن الواضح أن المسافة بين لوغاريتم (١) ولوغاريتم (١٠) على الرسم تعتبر دورة لوغاريتيمة كاملة ، فإذا كانت قيم الظاهرة أكثر من ذلك تبدأ بدورة أخرى وهذه تبدأ من ١٠-١٠٠ ، وإذا كان القياس يمتد إلى ١٠٠٠ فإنه يكون مكوناً من ثلاث دورات ، وتكون الدورة الثالثة من ١٠٠- ١٠٠٠ .

ويلاحظ أن تقسيم الدورات اللوغاريتمية الثانية والثالثة والرابعة . . إلخ يكون مماثلاً للدورة الأولى . والتقسيم يكون دائماً حسب لوغاريتمات الأعداد الطبيعية من (١) إلى (١٠) مهما كانت طريقة الترقيم .

شكل (٤-١٢)

التقسيم اللوغاريتمي



والتقسيم اللوغاريتمي الكامل عبارة عن تقسيم المحورين الأفقي والرأسي تقسيماً لوغاريتمياً كما في الشكل السابق. وهذا عندما نريد دراسة العلاقة بين لوغاريتم قيم المتغير الأول، ولوغاريتم قيم المتغير الثاني (لو س، لو ص)، وعموماً فإن استخدام الورق اللوغاريتمي يغنينا عن استخدام لوغاريتمات المتغيرات المختلفة حينما نريد بيان التوزيع النسبي لقيم هذه المتغيرات نظراً للوقت والجهد الذي يستلزم ذلك، فيقوم هذا الورق المقسم لوغاريتمياً مقام الجدول ويعطي مباشرة النتائج المطلوبة.

٤- النمط النصف لوغاريتمي:

لا يختلف هذا النمط من أنماط التمثيل البياني كثيراً عن سابقه إلا في أن أحد المحاور لا يقسم تقسيماً لوغاريتيماً، أي ليس وفق متوالية هندسية وإنما وفق متوالية حسابية وعادة ما يكون التقسيم اللوغاريتمي على المحور الرأسي فقط.

ويسود استخدام هذا النمط عندما يراد تمثيل معدلات النمو لأي ظاهرة من الظاهرات والتي تتغير تغيراً زمنياً مثل: ظاهرة نمو السكان. فإذا أردنا أن نصور التغير الذي يحدث على الظاهرة المدروسة عبر الزمن لابد من استعمال النمط النصف لوغاريتمي بحيث يكون المحور الرأسي يمثل تزايد الظاهرة لوغاريتمياً والمحور الأفقي لقياس الزمن بالطريقة الحسابية (انظر الشكل ٤ : ١٣).

في الشكل السابق نجد أن المحور الأفقي مقسم حسب عدد السنوات في حين أن المحور الرأسي مقسم بطريقة لوغاريتمية. ويبدو في الرسم عدداً من الدورات اللوغاريتمية، فعلى يمين الشكل نجد أن المحور مقسم إلى دورتين لوغاريتميتين: إحداهما تبدأ بـ ١٠٠ وتنتهي بـ ١٠٠٠، والأخرى تبدأ من ١٠٠٠ وتنتهي بـ ١٠,٠٠٠ أما الجانب الأيسر فمقسوم إلى ثلاث دورات لوغارتمية تبدأ الأولى من ١٠٠٠ إلى ١٠,٠٠٠ والثانية من ١٠,٠٠٠ - ١٠٠,٠٠٠، والثالثة تبدأ من ١٠٠,٠٠٠ - ١,٠٠٠,٠٠٠ ولكنها ليست كاملة وتنتهي عند الرقم ٣٠٠,٠٠٠ .

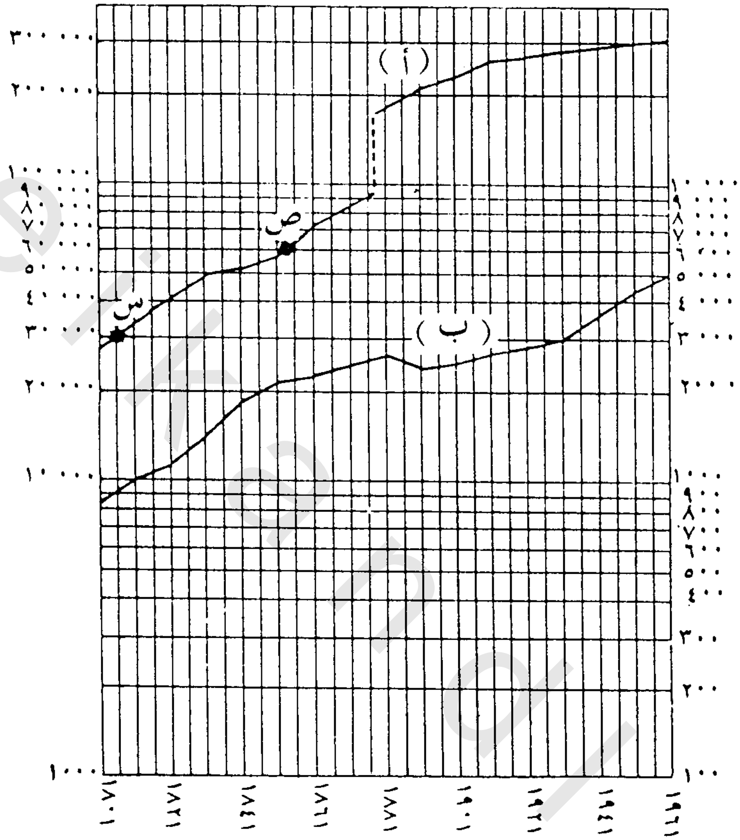
إن هذا الترقيم يساعد على سهولة المقارنة بين ظاهرتين أو أكثر أحدهما

كبيرة جداً والأخرى صغيرة جداً، ففي الشكل السابق نجد رسمين بيانيين يظهران تطور عدد السكان في مدينتين : إحداهما ازداد عدد سكانها من ٨٠٠ نسمة إلى ٥٠٠٠ نسمة، بينما الأخرى ازداد عدد سكانها من ٢٨,٠٠٠ نسمة إلى ٣٠٠,٠٠٠ نسمة، وهو لا شك لا يتوفر بسهولة في غير المقياس اللوغاريتمي أو النصف لوغاريتمي.

هناك ظاهرة أخرى تميز الأشكال اللوغاريتمية، وهي أن المسافة على المحور الرأسي الواقع بين الرقمين ١٠٠٠ و ٢٠٠٠ هي نفسها التي تقع بين الرقمين ٣٠٠٠ و ٦٠٠٠ ، والرقمين ٤٠٠٠ و ٨٠٠٠ ، أو الرقمين ٤٠,٠٠٠ و ٨٠,٠٠٠ ، أي أن المسافة واحدة بين أي رقمين النسبة بينهما ١:٢ . إن هذا يفيدنا في الرسوم البيانية النصف لوغاريتمية خاصة لمعرفة الفترة الزمنية التي تتضاعف فيها حجم الظاهرة. فإذا أردنا معرفة الفترة الزمنية التي يتضاعف فيها عدد سكان المدينة(أ) في الشكل السابق نأخذ نقطتين على الرسم البياني : إحداهما تمثل عدد سكان المدينة في فترة ما، ثم نحدد النقطة الأخرى على الخط البياني نفسه حينما يتضاعف عدد السكان، فالنقطة س تمثل عدد سكان المدينة (أ) البالغة ٣٠,٠٠٠ نسمة، والنقطة ص تمثل عدد سكان المدينة (أ) حينما وصلوا إلى ٦٠,٠٠٠ نسمة، فإذا أنزلنا عمودين من هاتين النقطتين إلى المحور الأفقي وجدنا أن المسافة بينهما تقع بين عام ١٨٠٦ وعام ١٨٥١ ، وبذلك نستنتج أن عدد السكان في مدينة (أ) قد تضاعف في النصف الأول من القرن التاسع عشر خلال فترة زمنية مقدارها (٤٥) عاماً.

شكل (٤-١٣)

النمو السكاني لمدينتين



بعض الاستعمالات الجغرافية للأشكال التكرارية:

١- وصف الظواهر الجغرافية

ذكرنا فيما سبق أن المنهج الكمي يستخدم الجداول الإحصائية والأرقام بغرض تلخيص ووصف الظاهرة التي تهم الباحث. والجداول الإحصائية بالرغم من دقتها في تلخيص الظواهر وعرض ما بينها من علاقات إلا أنها لا تستهوي القارئ العادي، وفي كثير من الأحيان لا يستطيع قراءتها أو

استقراءها واستيعابها إلا القارئ المتخصص؛ لذلك كان العرض البياني أو التصويري أكثر جاذبية وسهولة. فعند دراسة درجة الحرارة في مختلف أشهر السنة في منطقة ما نجد أنه من الأيسر فهمها إذا وضعت بشكل بياني كالمدرج أو المضلع أو المنحنى التكراري، وكذلك الحال بالنسبة لكمية المطر، أو حركة المرور في مختلف ساعات النهار، أو توزيع السكان على فئات السن المختلفة.

إن التمثيل البياني لمثل هذه الظواهر وغيرها من الظواهر الجغرافية يسهل فهمها واستيعابها وقراءتها.

٢- مقارنة الظواهر الجغرافية بيانياً:

إذا أريد مقارنة ظاهرتين مختلفتين، أو ظاهرة واحدة في تاريخين مختلفين يمثل توزيع كل منهما بمدرج تكراري أو مضلع تكراري، ومن ثم تسهل المقارنة بين التوزيعين من حيث شكل التوزيع وتماثله أو بعده عن التماثل ومن حيث درجة انتشار مفردات كل من التوزيعين.

فمثلاً عند مقارنة المواليد بالوفيات في بلد ما خلال فترة معينة أو مقارنة الوفيات في فئات السن المختلفة في بلدين أو أكثر، أو مقارنة الواردات مع الصادرات خلال فترة معينة، أو أجور العمال في مصنعين مختلفين. . . إلخ، فإننا نقوم برسم المدرج أو المضلع التكراري لهاتين الظاهرتين، وطبيعي أنه في حالة استخدام شكل المدرج التكراري للمقارنة، فإنه يفضل رسم مدرجين تكراريين في اتجاهين: يخصص أحدهما لأحد التوزيعين، ويخصص الثاني للتوزيع الآخر، إذ إن رسم المدرجين في اتجاه واحد يؤدي إلى تداخل الشكلين ومن ثم يصعب مقارنة التوزيعين.

أما إذا استخدم شكل المضلع التكراري للمقارنة فإنه لا حاجة لرسم مضلعين في اتجاهين مختلفين، وإنما يكتفي بتمييز كل من المضلعين بإحدى طرق الرسم المناسبة وبذلك تتيسر عملية المقارنة، ومن ثم نستطيع القول بأننا إذا أردنا مقارنة ثلاثة توزيعات أو أكثر فإنه من الأفضل في هذه الحالة استخدام شكل المضلع التكراري أو المنحنى التكراري، إذ تتعذر المقارنة البصرية بين مدرجات تكرارية في أكثر من اتجاهين.

هذا وإذا اختلف المجموع الكلي للتكرارات في التوزيعين بشكل واضح فإنه يفضل استخدام النسب المئوية بدلاً من التكرارات، أي نستخدم التوزيعات التكرارية النسبية مع تخصيص المحور الرأسي في الرسم للتكرارات النسبية.

وسنتناول هنا بالتفصيل ظاهرة يكثر الجغرافيون من استعمالهما بغرض المقارنة بين التوزيعات المختلفة وهي الهرم السكاني.

الهرم السكاني:

يحتاج الباحث في الجغرافيا البشرية إلى تمثيل التوزيع العمري لسكان بلد ما أو منطقة جغرافية معينة بحسب النوع؛ وذلك إما لمقارنة الاختلاف في التوزيع العمري بين الذكور والإناث للبلد نفسه أو المنطقة الجغرافية، أو لمقارنته بالتوزيع العمري لسكان بلد آخر أو منطقة جغرافية أخرى. ويستخدم الشكل المعروف بالهرم السكاني لهذا الغرض، وذلك بأن يخصص المحور الرأسي لبيان فئات العمر، وأما المحور الأفقي على يمين ويسار المحور الرأسي فيخصص لبيان عدد أو نسبة الأفراد في كل فئة عمرية، ويخصص أحد جانبي الشكل للذكور والجانب الآخر للإناث. وبإقامة مستطيلات متلاصقة على جانبي المحور الرأسي المخصص لفئات

الأعمار المختلفة يكون الشكل الناتج هو الهرم السكاني الذي لا يخرج عن كونه مدرجين تكرارين متقابلين عند قاعدتيهما مع ملاحظة أن طول كل من هذه المستطيلات يمثل الذكور والإناث أو نسبة الذكور والإناث[1].

وبطبيعة الحال فإننا نستطيع استخدام التكرارات أي أعداد الذكور والإناث في كل فئة عمرية، كما نستطيع استخدام النسب المئوية بدلاً من التكرارات، مما يسهل عملية المقارنة خاصة بين سكان دول مختلفة أو مناطق جغرافية مختلفة. والمثال التالي يبين استخدام شكل الهرم السكاني لتمثيل التوزيع العمري لمنطقة مكة المكرمة عام ١٩٧٤م، وكذلك دراسة هذا التوزيع بالنسبة للنوع.

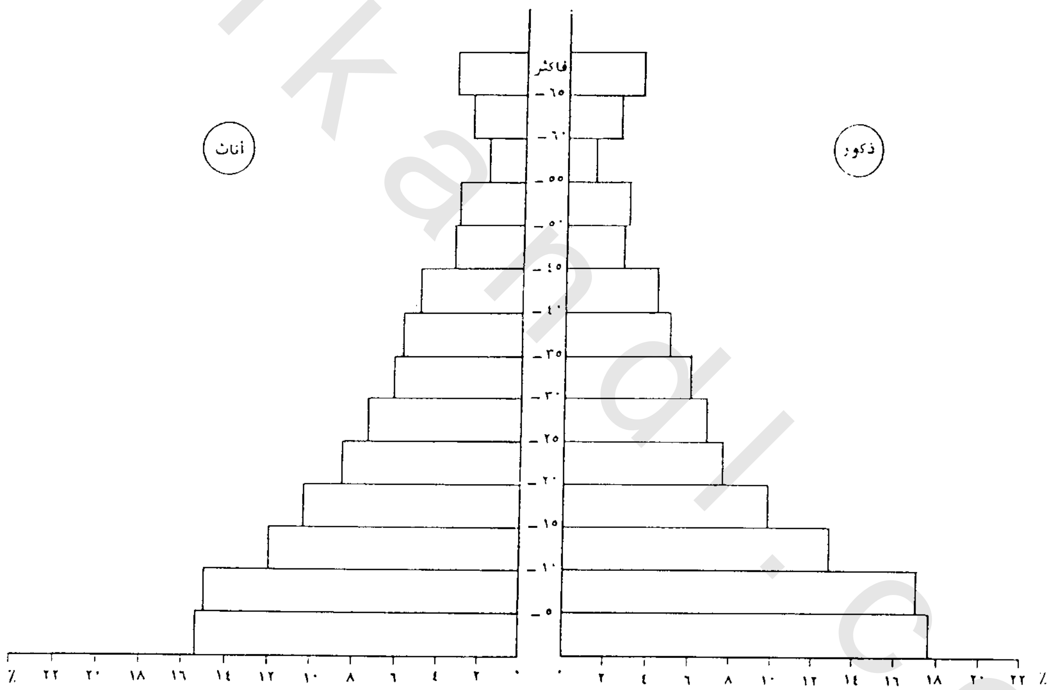
إن الجدول (٤ : ٦) يبين فئات السن المختلفة مع ما يقابلها من تكرارات للذكور والإناث، مع تحويل الأرقام الفعلية إلى نسب مئوية لتسهيل عملية المقارنة، وقد رسمت المعلومات الواردة في هذا الجدول بالشكل (٤ : ١٤) الذي خصص فيه الجانب الأيمن من المحور الأفقي لنسب الذكور، والجانب الأيسر لنسب الإناث، كما خصص المحور الرأسي لفئات السن المختلفة.

ويلاحظ من الشكل (٤ : ١٤) أنه عبارة عن شكل هرمي تتناقص أطواله ودرجاته تدريجياً تجاه فئات العمر العليا، وأن معدل التناقص يختلف باختلاف معدلات الوفاة من فئة عمر إلى فئة العمر التالية. ويلاحظ على الشكل أن قاعدته عريضة، وهذا يعني وجود نسبة كبيرة من السكان في سن الشباب، كما يلاحظ أيضاً وجود عدم انتظام في بعض الفئات، وعادة تفسر هذه الملاحظة إما بسبب أخطاء في التبليغ عن الأعمار أو عوامل أخرى تؤثر على عدد السكان كالحروب والأوبئة الشديدة والهجرة، أو تغيرات ملموسة في المعدلات الحيوية (معدلات المواليد ومعدلات

(١) عبداللطيف عبدالفتاح وزميله ـ المدخل في الإحصاء ورياضياته، ١٩٧٢م، جـ١، ص٢٣٩.

شكل (٤-١٤)

الهرم السكاني لمنطقة مكة المكرمة



الوفيات) ومن الجدير بالملاحظة أن الهرم السكاني يظهر تفوق عدد الذكور على الإناث في مختلف فئات السن.

جدول (٤:٦)

عدد السكان والنسبة المئوية لمنطقة مكة المكرمة

موزعين حسب الجنس وفئات السن المختلفة

فئات السن	الذكور	الإناث	٪ ذكور	٪ إناث
٠٠ - ٤	١٤٦٤٣٠	١٤٢١٦٣	١٥,٤	١٧,٦
٥ - ٩	١٤٢٤٠٢	١٣٦٦٠٠	١٥	١٦,٩
١٠ - ١٤	١١٤٤٨٨	١٠٢١٦٢	١٢	١٢,٧
١٥ - ١٩	٩٧٩١١	٧٩١٠٤	١٠,٣	٩,٨
٢٠ - ٢٤	٨٢٢٦٥	٦٠٤٩٩	٨,٦	٧,٥
٢٥ - ٢٩	٧٠٤٧١	٥٥٠٧٣	٧,٤	٦,٨
٣٠ - ٣٤	٥٩٤٢٩	٤٨٧٠٢	٦,٢	٦
٣٥ - ٣٩	٥٤٧٨٨	٤١٠٠٧	٥,٨	٥
٤٠ - ٤٤	٤٦٣١٧	٣٥٧٢٩	٤,٩	٤,٤
٤٥ - ٤٩	٣٣٣٧٦	٢٢٠٥٠	٣,٥	٢,٧
٥٠ - ٥٤	٣٠٢٢٦	٢٤٣٤٨	٣,٢	٣
٥٥ - ٥٩	١٧٣٢٧	١١١٦٩	١,٨	١,٥
٦٠ - ٦٤	٢٤٧٦٧	١٩٨٥٦	٢,٥	٢,٥
٦٥ - فأكثر	٣٢٢١٣	٢٩٠٢٠	٣,٤	٣,٦
غير مبينين	٢٥٤	٧٠	٠,٠٣	٠,٠٠٨
الإجمالي	٩٥٢٦٦٤	٨٠٧٥٥٢	٪١٠٠	٪١٠٠

المصدر: مصلحة الإحصاءات العامة - التعداد العام للسكان ١٩٧٤م - منطقة مكة المكرمة (النسب المئوية من حساب الباحث).

التمثيل البياني باستخدام الحاسوب : تستخدم الرسومات لتمثيل البيانات الإحصائية، ويأخذ التمثيل البياني أشكالاً ورسوماً مختلفة، والهدف منه إعطاء صورة إجمالية بصرية عن البيانات وتوزيعاتها. وقد جرت العادة على رسم تلك الأشكال من قبل رسامين محترفين، إلا أنه أصبح ممكناً الآن عمل تلك الرسومات من خلال الحاسب الآلي، حيث يمكن إنجاز العديد منها خلال فترة قصيرة وبشكل دقيق جداً.

يأخذ تمثيل البيانات في الحاسوب أبعاداً مختلفة، فهناك البعد الأفقي لتوزيع الظواهر، والبعد الرأسي المتعلق بنمو الظاهرة، والبعد الزمني المرتبط بتطور الظاهرة عبر الزمن. وتعرض البيانات على هيئة أعمدة بيانية أو رسوم دائرية أو خطوط أو منحنيات تكرارية : (المدرج التكراري، المضلع التكراري، المنحنى المتجمع) وأشكال الانتشار، وغير ذلك من وسائل العرض البصرية المتنوعة.

تكثر البرامج الخاصة بالرسوم Graphs من خلال الحاسوب. ومن أشهرها : برامج الأوتوكاد Autocad ويحوي برنامج إكسل Excel ومايكروسوفت ورد Microsoft Word إمكانيات عالية للرسومات البيانية، غير أننا سنستخدم الإمكانات الموجودة في حزمة البرامج الإحصائية للعلوم الاجتماعية Spss؛ لأنها بسيطة وعملية.

١- تتنوع الرسومات البيانية في برنامج Spss ويمكن الوصول إليها من خلال شريط القوائم من الأمر Graphs. فعندما ننقر هذا الأمر تظهر قائمة منسدلة تحوي العديد من الرسومات، منها الرسومات الخاصة بالأعمدة

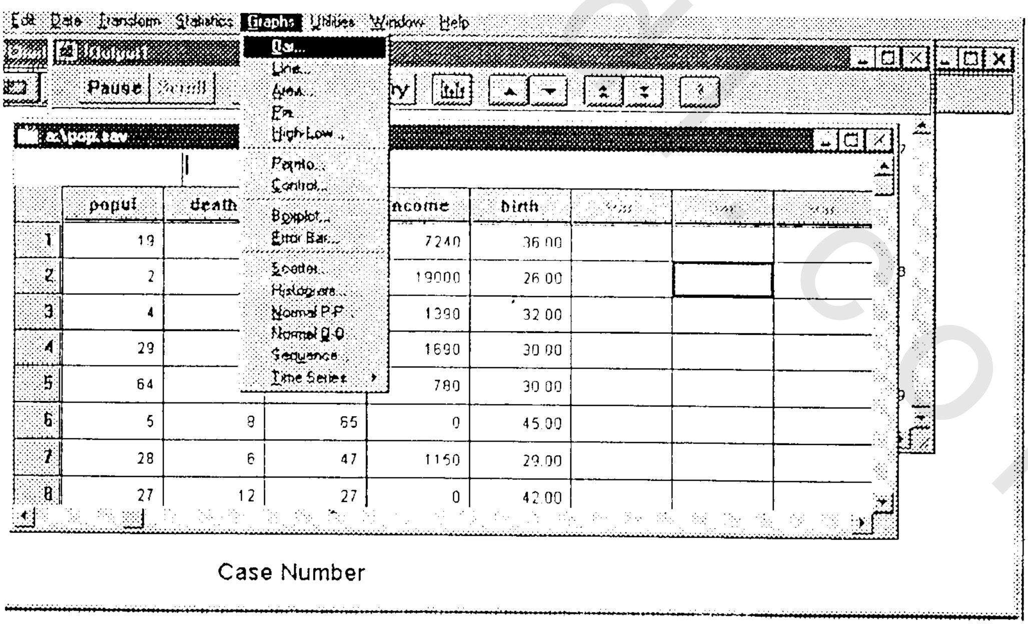
Bars، والرسومات الخطية Lines، والرسمات الخاصة بالمساحة Area، والرسومات الدائرية Pie، ، والمدرج التكراري Histogram، وأشكال الانتشار Scatter وغيرها من الرسوم الأخرى .

٢- إن الخطوات العملية لإجراء الرسومات بالحاسوب واحدة، لمعظم الأشكال السابقة، وسنكتفي بشرح كيفية عمل الرسومات الخاصة بالأعمدة Bars، ويمكن تكرار الخطوات مع باقي الأشكال البيانية الأخرى .

٣- من قائمة الأوامر نختار أمر أشكال Graphs، ومن القائمة الفرعية المنسدلة نختار الأمر الأعمدة Bar (انظر شكل رقم ٤-١٥) فتظهر لنا لوحة جديدة تسمى رسومات الأعمدة Bar Charts (انظر شكل رقم ٤-١٦) .

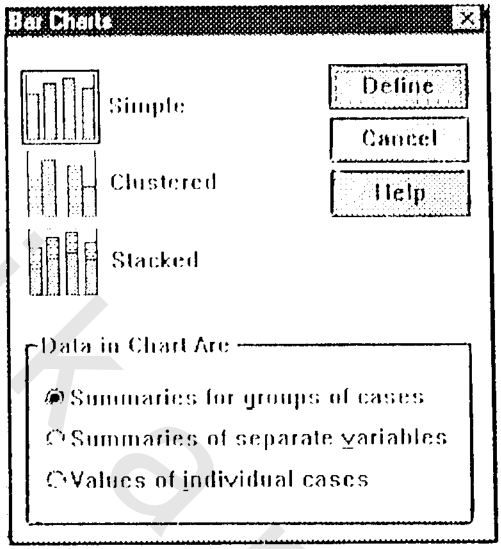
شكل (٤-١٥)

لوحة الرسوم البيانية



شكل (٤ : ١٦)

لوحة رسومات الأعمدة



٤- تحوي هذه اللوحة أمرين: الأول يتعلق بنوع الأعمدة المراد رسمها، والثاني يتعلق بالبيانات الخاصة بالرسم، ويتكون القسم الأول من ثلاثة أشكال تظهر أنواع الأعمدة وهي:

أ- الأعمدة البسيطة Simple: وتستخدم في حالة عمل رسوم لمتغير واحد.

ب- الأعمدة التجميعية Clustered: وتستخدم في حالة عمل رسوم لأكثر من متغير، وفي هذه الحالة تكون المتغيرات متجاورة في الرسم.

جـ- الأعمدة المكدسة Stacked وتستخدم في حالة عمل رسوم لأكثر من متغير، بحيث تظهر المتغيرات المختارة في عمود واحد فوق بعضها البعض.

أما القسم الثاني ففيه ثلاث خيارات حول البيانات التي يراد رسمها :

١ - تلخيص لمجموعة الحالات Summaries for groups of cases

٢- تلخيص المتغيرات المنفصلة Summaries for separate variables

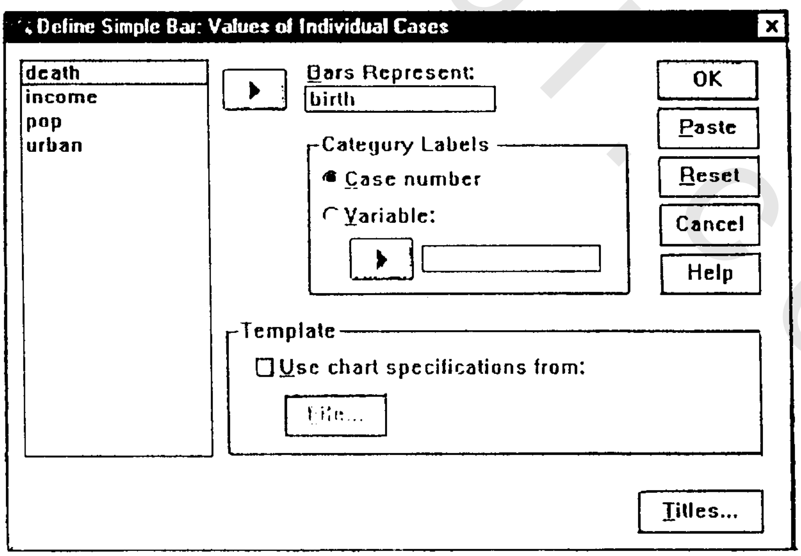
٣- قيم الحالات الفردية Values of Individual cases .

فالخيار الثالث هو الذي يستخدم في معظم الأشكال البيانية الخاصة بالجغرافيا .

٥- نختار من اللوحة السابقة الخيار الأول، وهو الأعمدة البسيطة فننقر بزر الفأرة على الرسم الخاص بهذا الخيار، ثم نختار من القسم الثاني الخيار الثالث وهو قيم الحالات الفردية، ثم نضغط أمر التحديد Define فتظهر شاشة جديدة شكل رقم (٤-١٧).

شكل (٤-١٧)

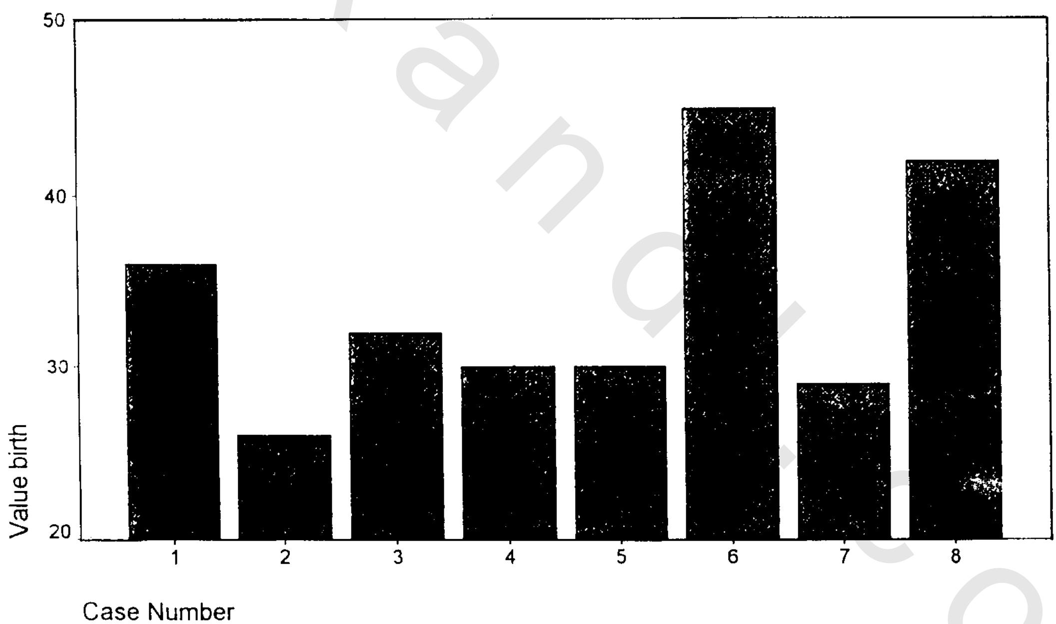
اختيار المتغير المراد تمثيله بيانيا



٦- ننقل المتغير المراد عمل رسم بياني له من قائمة المتغيرات الموجودة في الجهة اليسرى من هذه اللوحة إلى المربع الأيمن الذي تعلوه عبارة (الأعمدة تمثل Bar Represents) فإذا اخترنا المتغير المواليد ننقل هذا المتغير إلى هذه الخانة ثم نختار أمر الإنهاء (Ok) فيظهر لنا الشكل رقم (٤-١٨) الذي يبين لنا الرسم البياني للمواليد لثمان من الدول العربية المختارة في الملف السابق (Pop. Sav) .

شكل (٤-١٨)

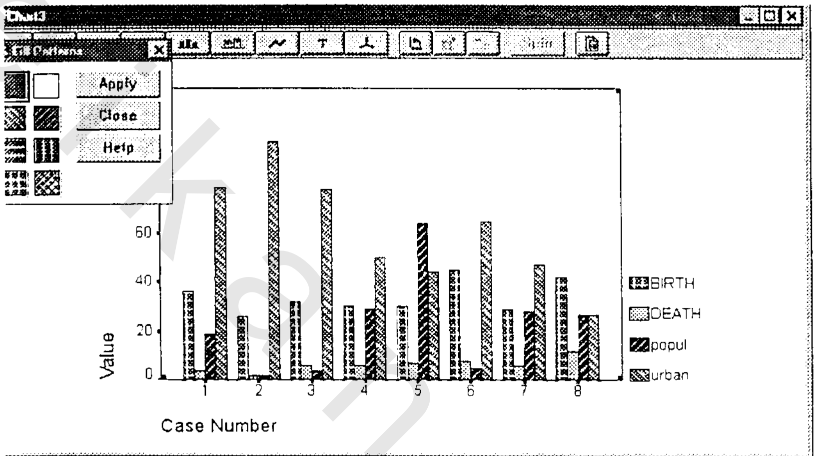
الرسم البياني للمواليد لثمان دول عربية



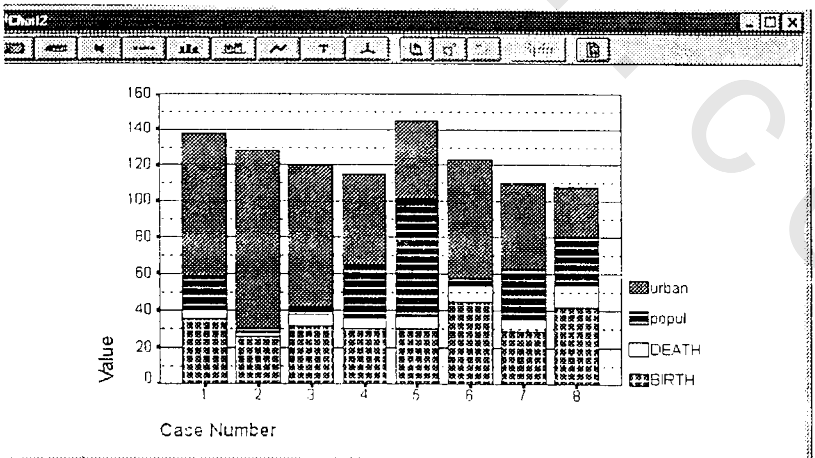
٧- إذا أردنا عمل رسم بياني بالأعمدة لأكثر من متغير، نقوم بالخطوات السابقة نفسها، إلا أننا نختار النوع الثاني من الأعمدة، وهو الأعمدة التجميعية Clustered ونقوم بكافة الخطوات السابقة فنحصل على الشكل رقم (٤-١٩) الخاص بالرسم البياني لأربعة متغيرات هي عدد

السكان ونسبة الحضر به والمواليد والوفيات . أما إذا كان خيارنا الأعمدة المكدسة Stacked فنحصل على الشكل رقم (٤-٢٠) الذي يظهر المتغيرات الأربعة السابقة فوق بعضها البعض في عمود واحد .

شكل (٤:١٩) التمثيل البياني للمواليد والوفيات وعدد السكان ونسبة الحضرية لثمانٍ من الدول العربية بطريقة الأعمدة التجمعية



شكل (٤:٢٠) التمثيل البياني للمواليد والوفيات وعدد السكان ونسبة الحضرية لثمانٍ من الدول العربية بطريقة الأعمدة المكدسة



أسئلة وتطبيقات

س١ : اشرح معنى العبارات التالية :

التكرار ، التكرار المتجمع ، مركز الفئة ، حدود الفئة .

س٢ : الجدول التالي يمثل عدد المواليد الموتى لأعمار الأمهات حسب أعداد المواليد الموتى .

عمر الأم	عدد المواليد الموتى
٢٠-	٦
٢٥-	١٠
٣٠-	١٢
٣٥-	٨
٤٠-٤٥	٤

١- ارسم المدرج والمضلع والمنحنى التكراري للقيم السابقة .

٢- ارسم المنحنى الصاعد والنازل لهذه القيم .

٣- من خلال رسم المنحنى الصاعد والنازل أوجد قيمة الوسيط لعمر الأم وكذلك منتصف التكرارات .

س٣ : احسب التوزيع التكراري المتجمع الصاعد والتوزيع التكراري المتجمع النازل للجدول التالي ثم مثله بيانياً .

طول النبات بالسم	عدد النباتات
٢٠-	١٢
٢٥-	١٦
٣٠-	٣٠
٣٥-	٢٥
٤٠-	١٢
٤٥-٤٩	٥

س٤ : من خلال الرسم البياني للسؤال رقم (٣) أوجد ما يلي :

١- عدد النباتات التي طولها يساوي ٢٢ سم و ٤٣ سم على التوالي .

٢- ما هي قيمة الوسيط لأطوال النباتات؟

س٥ : الجدول التالي يمثل أعداد سكان إمارة الزيمة لعام ١٣٩٤ هـ موزعة بحسب الجنس وفئة العمر ، ارسم الهرم السكاني لهذه الإمارة .

فئة العمر	ذكور	إناث
٠-٤	٣٣١	٣٣٦
٥-٩	٣٨٥	٣٦٣
١٠-١٤	٢٧٧	٢٨٥
١٥-١٩	٢٣٨	٢١٦
٢٠-٢٤	٢٠٨	١٢٥

٢٥-٢٩	١٢٥	١٣١
٣٠-٣٤	١٠٨	١١٦
٣٥-٣٩	١١٢	١١٢
٤٠-٤٤	١٠١	٩٨
٤٥-٤٩	٧١	٦٠
٥٠-٥٤	٧٣	٧٤
٥٥-٥٩	٦٦	٣٣
٦٠-٦٤	٧١	٣٣
٦٥ فأكثر	١٧١	٩١
الإجمالي	٢٣٣٧	٢١٠٣