

# الباب الأول

## مدخل في علم الإحصاء

### (Introduction to Statistics)

- . 1.1 مقدمة .
- . 2.1 طبيعة البيانات الإحصائية .
- . 3.1 الوحدة الإحصائية والمجتمعات الإحصائية .
- . 4.1 المعلومات الإحصائية .
- . 5.1 خطوات البحث الإحصائي .
- . 6.1 تصنيف البيانات الإحصائية .
  - . 1.6.1 مراجعة البيانات .
  - . 2.6.1 تصميم الجداول .
  - . 3.6.1 تبويب البيانات .
  - . 4.6.1 جداول التوزيعات التكرارية .
  - . 1.4.6.1 جداول التوزيعات التكرارية المزدوجة .
  - . 7.1 التمثيل والعرض البياني للبيانات .
  - . 8.1 التمثيل البياني للتوزيعات التكرارية .
  - . 9.1 تمارين .

## 1.1 مقدمة (Introduction)

الإحصاء (Statistics) هو العلم الذي يدرس كيفية جمع المعلومات من المجتمعات الإحصائية المختلفة سواء بالعد الشامل أو بالمعاينة وكيفية تحويل هذه المعلومات إلى بيانات رقمية في جداول إحصائية ، بالإضافة إلى الأساليب المختلفة التي يمكن استخدامها لتحليل هذه البيانات تحليلًا رياضيًّا لاستنتاج المقاييس المختلفة مثل المتوسط والانحراف المعياري ، وعند حساب المقاييس أو المعاملات مثل معامل الارتباط ومعامل الانحدار ومعامل الاختلاف وغيرها ، أو المؤشرات التي تدل على الاتجاهات الزمنية مثل الأرقام القياسية المختلفة ثم كيفية إجراء الاختبارات المختلفة على المقاييس والمعاملات المستندة من عينات الحكم على معنوياتها وتحديد أخطائها عند درجات الثقة المختلفة . وأخيراً كيفية تفسير النتائج التي نصل إليها باستخدام هذه الأساليب في التحليل ثم توضيحها في تقرير نهائي عن موضوع الدراسة الذي أرادنا دراسته باستخدام الطريقة الإحصائية .

يتبيّن لنا بذلك أن علم الإحصاء يعني بالأساليب الإحصائية التي يلجأ إليها الباحث سواء في العلوم الطبيعية أو الاجتماعية للتعرف على الحقائق الخاصة بالظواهر والمشاكل موضوع البحث ، ولذلك نستطيع أن نعرفه بأنه العلم الذي يدرس إحدى طرق البحث العلمي ، حيث يوضح الخطوات التي تتبع عندما يتقرر استخدام الطريقة الإحصائية كمنهج للبحث في أي من الأبحاث العلمية أو بمعنى آخر هو العلم الذي يدرس كيفية جمع المعلومات ثم تبويبها وتحليلها إحصائيًّا ثم عرض النتائج في رسوم بيانية ومقاييس ومؤشرات ومعاملات مع التفسير الخاص بدلالته كل منها .

## 2.1 طبيعة البيانات الإحصائية (Nature of Statistical Data)

تقوم البيانات الإحصائية على المعالجة الرياضية للمعلومات الخاصة بعدد كبير من الوحدات الإحصائية ، أي الخاصة بمجموعات إحصائية ضخمة عندما

تكون في شكل رقمي فقط . وبشكل عام نلاحظ أن المعلومات الخاصة بالنواحي التجارية تكون أساساً معلومات رقمية مثل النقد المتدال ، المبيعات ، المخزون ، الودائع ، القروض ، رؤوس الأموال ، الكميات المنتجة ، الصادرات ، الواردات ، الدخل القومي ، أسعار الفائدة ، أسعار الصرف وغيرها .

إلا أن الكثير من المعلومات الأخرى تكون وصفية غير رقمية ، وبذلك يصبح من الضروري البدء بتحويلها إلى بيانات رقمية حتى يمكن إجراء التحليل الإحصائي الذي يتقرر إتباعه . ولاشك أن نجاح أية دراسة يتوقف إلى حد كبير على قدرة القائم على هذه الدراسة على صياغة الأسئلة التي تتضمنها الاستماراة الإحصائية التي تستخدم في جمع المعلومات الخاصة ، بحيث تساعد في الحصول على إجابات يمكن تحويلها إلى أرقام تصلح لأن تكون مادة لإجراء التحليل الإحصائي الذي يتفق وموضوع الدراسة والبحث .

فمثلاً ، يمكن التعبير عن الصحة بعدد أيام المرض التي عانها أفراد المجتمع الإحصائي موضوع الدراسة . كما يمكن التعبير عن الذكاء بإجراء اختبارات قياسية معينة . وكذلك يمكن التعبير عن آراء الناس بالنسبة لمشكلة ما بأرقام معينة . كما يمكن التعبير عن فنائهم الوصفية بأرقام تدل عليها . ولاشك في أن هذه المشكلة تواجه الباحث بشكل خاص في أبحاث السوق حيث يتحتم عليه أن يوجه أسئلة إلى المستجيبين في المجتمع الإحصائي موضوع دراسته للحصول إلى إجابات وصفية ، وبذلك تظهر المهارة في كيفية صياغة هذه الأسئلة بالصيغة التي تؤدي إلى إجابات محددة يمكن تحويلها بسهولة وبدقّة إلى أرقام تدل عليها وتكون في نفس الوقت قابلة للتحليل الإحصائي الذي يرغب في إجرائه . ويلاحظ في هذا الصدد أمرين ، الأمر الأول يتعلق بنتائج الدراسات والأبحاث الإحصائية التي نظراً لكونها تعتمد على القياس الرقمي والتحليل الرياضي تكون تبعاً لذلك ذات مضمون

موضوعي ، إلا أن هذه النتائج من ناحية أخرى لابد وأن تتأثر في النهاية بالتقسيرات الشخصية للقائمين بهذه الدراسات والأبحاث . فعند دراسة الارتباط بين سعر سلعة ما والطلب عليها مثلا ، قد يعتمد الدارس والباحث نموذجا رياضيا بسيطا يتضمن هذين المتغيرين فقط ، وبذلك بالرغم من أنه قد يصل إلى مقياس يدل على وجود ارتباط شديد جدا بين هذين المتغيرين ، إلا أن هذه النتيجة قد تكون مضللة بعض الشيء نظرا لإهمال المتغيرات الأخرى الكثيرة التي يمكن أن يكون لها تأثير على طلب السلعة ، مثل دخول المستهلكين وأسعار السلع الأخرى البديلة وغير ذلك من المتغيرات .

اما الأمر الثاني فيتعلق بدرجة دقة نتائج الدراسات والأبحاث الإحصائية حيث أنه بالرغم من أنها تظهر بشكل رقمي إلا أننا لا نستطيع أن نضفي عليها صفة الدقة الكاملة مثل نتائج التحليل الرياضي البحث ، ذلك لأن النتائج الإحصائية تعتمد على معلومات نحصل عليها بتوجيهه أسئلة معينة إلى وحدات المجتمع موضوع الدراسة ولا نستطيع أن نجزم بأن جميع الإجابات تمثل الواقع تماما إذ لا بد أن يتسرّب إليها شيء من عدم الدقة .

أن هذا الأمر ذلك لا يعني عدم جدوى نتائج الدراسات التي تجرى باستخدام المنهاج الإحصائي ، حيث أن الباحث بمهارته وخبرته يستطيع أن ينقص الأخطاء التي يمكن أن تتسرّب إلى المعلومات التي يبني عليها التحليل الإحصائي إلى أدنى حد ممكن . وفي هذا المجال يلعب الوعي الإحصائي الذي يسود المجتمع العامل فيه الباحث دورا أساسيا في التأثير على مجرى الدراسات الإحصائية وعلى دقة نتائجها وأهميتها العملية تبعا لذلك . ومن ناحية أخرى يستطيع الباحث باستخدام أساليب إحصائية معينة أن يحدد مدى الخطأ في النتائج التي يصل إليها ودرجة الثقة في هذه النتائج ، خاصة عند استخدام المعاينة لجمع المعلومات التي يرغب في الحصول عليها .

### 3.1 الوحدة الإحصائية والمجتمعات الإحصائية

#### (Statistical Unit and Statistical Societies)

أن الدراسات العلمية التي تعتمد الأسلوب الإحصائي منهاجاً للبحث تبدأ عادة بتحديد المجتمع الإحصائي موضوع الدراسة وبالتالي الوحدة الإحصائية التي تكون هذا المجتمع . ففي دراسة عن الصناعة مثلاً ، يجب تحديد المؤسسات الصناعية التي تتضمنها الدراسة سواء من ناحية نوع نشاطها أو من ناحية حجمها قياساً بعدد العاملين فيها أو برأوس الأموال الموظفة فيها وغيرها . كذلك عند دراسة مثلاً ، ميزانية الأسرة فإنه يجب تحديد الأسر التي تتضمنها الدراسة سواء من ناحية سكنها في الريف أو في المدن أو فيما سوية ، وكذلك من ناحية مستوى دخلها وغيرها .

بذلك يتبيّن لنا أن المجتمع الإحصائي هو مجموع الوحدات مهما كان نوعها ، أفراد أو أسر أو مؤسسات أو مساكن أو مدارس والتي تكون موضوع الدراسة التي يرغب الباحث في القيام بها . ولاشك أن تحديد أي مجتمع إحصائي يستلزم حتماً تعريف دقيق للوحدة الإحصائية التي يتكون منها هذا المجتمع . فإذا كنا بصدد دراسة المؤسسات الصناعية يجب قبل البدء بجمع المعلومات المطلوبة تحديد ما هو المقصود بمؤسسة صناعية ، وكذلك توضيح المشاكل التي يمكن أن نواجهها عند التعرف على المؤسسات الصناعية ميدانياً ، مثل مؤسسة تعمل في الزراعة والصناعة سوياً ، أو مؤسسة لها فروع في أقسام إدارية مختلفة في الدولة موضوع الدراسة ، أو مؤسسة تعمل في نشاطات مختلفة ليست جميعاً موضع البحث ، ووضع الحلول التي يجب أن يتبعها القانون عند مواجهة أي من هذه المشاكل .

وحتى إذا كان بالإمكان جمع المعلومات الميدانية على أسس موحدة فإنه لا يكفي للتحديد الوحدة الإحصائية والمجتمع الإحصائي الذي تستهدفه الدراسة ، بل يجب كذلك تعريف كل المصطلحات التي تتضمنها أسئلة البحث

تعريفاً واضحاً تماماً ولا شك أن عجز الباحث عن إعداد هذه التعاريف الواضحة غير المبهمة يجعل تلك المعلومات التي تجمع من وحدات المجتمع الإحصائي موضوع الدراسة خاضعة للتقسيرات الشخصية من قبل المستجوبين أو من قبل القائمين بالعمل ميدانياً وبذلك لا يمكن المقارنة بينهما .

كذلك لا يمكن تصنيفها وتبويتها على أساس موحدة ، فإذا أجري مثل هذا التصنيف والتبويب على معلومات من هذا النوع يكون التحليل الإحصائي الذي يجري عليها فيما بعد عملاً غير دقيق حيث يؤدي إلى نتائج مضللة وذلك لأن الإجابات التي تحصل فيها على أسئلة مبهمة غير واضحة تكون في الواقع إجابات لما يفهمه المستجوبون وهو بدون شك فهم يختلفون من مستجوب لأخر نتيجة هذا الإبهام وعدم الوضوح .

ويجب الإشارة هنا إلى أن كثير من الكلمات قد تكون واضحة تماماً في ذهن الباحث ولكنها تفهم بصورة مختلفة من قبل أولئك الأشخاص المستجوبين على الرغم من بساطة هذه الكلمات ، والأمثلة على ذلك كثيرة مثل الحالة الزوجية ، الجنسية ، المستوى التعليمي ، المهنة ، النشاط الاقتصادي ، إنتاج المؤسسة ، المشغلون في المؤسسة وغيرها .

لذلك يجب التأكيد على الأهمية القصوى لتعريف جميع الألفاظ التي ترد في الأسئلة مهما كانت تبدو لنا واضحة وبسيطة ، وذلك لأن معنوية النتائج التي نصل إليها من الدراسات الإحصائية تتوقف أساساً على التعاريف الواضحة غير المبهمة لوحدات المجتمع الإحصائي موضوع أي من هذه الدراسات ولجميع المصطلحات والألفاظ التي تتضمنها الأسئلة التي تستخدم في جمع المعلومات الخاصة بهذه الدراسات .

## 4.1 المعلومات الإحصائية (Statistical Information)

تسمى المعلومات التي تجمع خصيصاً لدراسة إحصائية معينة بالمعلومات الأولية (Preliminary Information) ، وذلك مثل المعلومات التي تجمع في تعداد السكان أو في التعداد الصناعي أو في استقصاء ميزانية الأسرة وغيرها. والميزة الأساسية لمثل هذه المعلومات هي إمكانية التحكم في صياغة الأسئلة التي تتضمنها استماراة التعداد أو الاستقصاء وتوضيح كل ما تتضمنه هذه الأسئلة من ألفاظ وتعابير بحيث يمكن تجنب سوء الفهم وتقليل الأخطاء التي تترتب على ذلك إلى حد كبير .

إلا أن هناك الكثير من المعلومات التي تجمع لأغراض أخرى غير إحصائية سواء في مختلف الإدارات الحكومية أو في مختلف المؤسسات الاقتصادية الخاصة والتي يمكن أن تظهر في سجلات هذه الإدارات وهذه المؤسسات ، وتكون بذلك مصدراً لكثير من الإحصاءات . هذه المعلومات تسمى بالمعلومات الثانوية (Secondary Information) ، حيث أن استخدامها لأغراض إحصائية يكون مجرد استخدام ثانوي ، فهي تنظم أساساً لأغراض إدارية أو قانونية . والأمثلة على ذلك كثيرة منها سجلات المواليد والوفيات والزواج والطلاق ، سجلات الجمارك ، سجلات الشرطة والقضاء ، السجلات المحاسبية للمؤسسات الاقتصادية المختلفة وغيرها .

وعند استخدام هذه المعلومات كمصادر للإحصاءات الخاصة بها يجب أن يكون ذلك بعناية فائقة ، حيث أن هذه المعلومات قد لا تكون شاملة شمولاً كاملاً لجميع وحدات المجتمع الإحصائي موضوع الدراسة ، كما قد لا تكون مسجلة بالأسلوب الصحيح الذي يتفق مع اعتبارها مصدراً إحصائياً جيداً . ولذلك قد يتغير علينا إجراء بعض التعديلات على المعلومات من هذا

النوع حتى تصبح صالحة لأن تكون مادة أولية جيدة للدراسة الإحصائية المطلوب القيام بها . مثلاً ، لمعرفة التغيرات الموسمية في مبيعات إحدى المؤسسات أو في النقد المتداول يكون من الواجب إعداد البيانات الإحصائية عن المبيعات أو النقد المتداولة في فترات شهرية أو ربع سنوية بدلاً من إعدادها على أساس سنوي .

لذلك يستحسن تنظيم السجلات المستخدمة في مختلف الإدارات الحكومية وفي مختلف المؤسسات الاقتصادية بالتعاون بين القائمين بالعمل فيها وبين المسؤولين عن إعداد الإحصاءات حتى يمكن الاتفاق مقدماً على طرق الحصول على البيانات التي تتضمنها هذه السجلات ، وعلى الأسئلة التي توجه وعلى تعريف الألفاظ والتعابير التي ترد في هذه الأسئلة ، وعلى جميع الصعوبات التي يمكن أن تظهر عند العمل وكيفية معالجة تلك الصعوبات .

لذا يتعين علينا قبل استخدام أي إحصاءات في أي من الأبحاث العلمية ومهما كان مصدر هذه الإحصاءات أولياً أو ثانوياً ، إن تتأكد من كيفية الحصول عليها ، ومن درجة شمولها للمجتمع الإحصائي موضوع البحث ، ومن الفترة الزمنية التي تتعلق بها ، ومن التعريفات المختلفة التي استخدمت بالنسبة للألفاظ والتعابير الخاصة بموضوعها ، وإن أي تهاون في التأكد من هذه القواعد الأساسية التي يقوم عليها أي إحصاء مهما كان مصدره أولياً أو ثانوياً يمكن أن يؤدي إلى نتائج مضللة ، وبذلك يكون البحث عديم الجدوى ، بل مؤدياً إلى أخطاء فادحة في مسيرة الأعمال التي تعتمد على نتائجه .

## 5.1 خطوات البحث الإحصائي (Statistical Research Steps)

يقصد بالبحث الإحصائي دراسة أي موضوع ما أو مشكلة ما في أي من المجالات العلمية ، الاجتماعية أو الطبيعية ، باستخدام الطريقة الإحصائية منهاجاً للبحث وأداة للتوصل إلى إجابات عن الأسئلة المختلفة

التي يطرحها الباحث في دراسته، وإلى التأكيد من الفرضيات النظرية التي بدأ بها بحثه لقبولها إذا تبين من البحث معنوياتها أو استبعادها إذا تبين عدم معنوياتها . ولإجراء مثل هذا البحث تجرى دراسة استقصائية ميدانية لجمع المعلومات التي يرى الباحث ضرورتها . وعند إجراء مثل هذه الدراسة تتبع الخطوات التالية :

1- تحديد موضوع البحث تحديداً واضحاً من جميع النواحي بحيث يكون مفهوماً مقدماً المشكلة التي يرغب الباحث في دراستها أو الفرضية النظرية التي يرغب في اختبارها والحكم عليها . فإذا كنا بصدده دراسة الأجور في المؤسسات الصناعية ، مثلاً يكون من الواجب أن نحدد مقدماً هل نحن بصدده دراسة معدلات الأجور أو كسب العمل . وهل تشمل الدراسة جميع المشغلين أو بعض الفئات منهم وما هي هذه الفئات . وهل تتضمن الدراسة المكافآت الإضافية التي حصل عليها المشغلون أو تقتصر على الأجور الأساسية فقط . ومن الواضح أن تحديد موضوع البحث تحديداً شاملاً يرشد الباحث في تحديد المعلومات المختلفة التي يسأل عنها ويحاول الوصول إليها .

2 - إذا لم يكن من الممكن جمع المعلومات من جميع وحدات المجتمع الإحصائي الذي يشمله البحث بسبب ضخامة التكاليف ، واتساع الجهاز الإداري والفكري الذي يحتاجه العد الشامل ، وقد يكون إعداد مثل هذا الجهاز أمراً متعدراً بالإضافة إلى طول الوقت الذي يمضي قبل الوصول إلى نتائج الدراسة ، وكثرة الأخطاء التي يمكن أن تترتب على العمل على نطاق واسع ، لذلك تجمع المعلومات من عينة من الوحدات على أن تتم معالجة نتائج العينة معالجة رياضية معينة ، بحيث يمكن التوصل إلى تقدير المقاييس ومعاملات الخاصة بالمجتمع الذي تمثله العينة موضوع الدراسة وحساب أخطاء هذه التقديرات ودرجة الثقة فيها .

في هذه الحالة لا بد أن يتقرر مقدماً نوع العينة وحجمها وطريقة سحبها من المجتمع المستهدف في الدراسة . ولا شك في أن مثل هذه القرارات تتوقف على مدى تجانس وحدات المجتمع ودرجة الدقة التي يقبل بها الباحث ونوع المعلومات التي سوف يسأل عنها والمبالغ المخصصة للدراسة .

3 - إعداد استماراة البحث ، وهي عملية شاقة حيث تحتاج إلى خبرة وفهم دقيق لموضوع الدراسة بالإضافة إلى الخبرة الإحصائية والممارسة الطويلة لهذا النوع من الأعمال ، إذ لا بد أن تأتي الأسئلة واضحة ومحددة من حيث ألفاظها وصياغتها فلا تتعرض إلى أي نوع من الغموض والتأويل . كما لا بد أن تأتي الأسئلة في صورة تؤدي إلى إجابات قابلة للمعالجة الإحصائية ، أي قابلة للتبويب ضمن أرقام في جداول يمكن أن يجري عليها التحليل الإحصائي الرياضي . وبالرغم من ضرورة الخبرة بهذا النوع من الأعمال ، إلا أن تجربة الاستماراة ميدانياً أمر حتمي للتأكد قبل استخدامها من أن فهم المستجيبين لأسئلتها يتطابق تماماً فهما الباحثين لها ، ولتعديل أي لفظ أو تعبير يتبع من التجربة سوء الفهم له .

وبالرغم من أن الكثير من المعلومات الخاصة بالمؤسسات الاقتصادية تتوفّر في سجلات هذه المؤسسات ، مثل المعلومات الخاصة بالتكليف والمشتغلين والمبيعات ، إلا أن الحاجة تظهر أحياناً لإجراء دراسات استقصائية ميدانية للتعرف على أمور معينة تتعلق بأعمالها ، وذلك مثل أبحاث السوق .

#### 4 - جمع المعلومات ويكون ذلك بإحدى الطرق الآتية :

(a) إرسال الاستمارات إلى المستجيبين بالبريد ومطالبتهم بإجابة أسئلتها وفق التعليمات المرفقة ثم إعادتها إلى الدائرة القائمة بالدراسة في ملف مرفق عليه العنوان الخاص بهذه الإدارة. ولا شك أن نجاح هذه الطريقة يتوقف إلى حد

كبير على الوعي الإحصائي للمستجوبين ، حيث أنَّ هذا الوعي يجعلهم يدركون أهمية المعلومات التي تطلب منهم ولذلك يستجيبون بإعطاء الإجابة الدقيقة .

(b) إرسال فريق من الموظفين الذين تم تدريبهم على مقابلة المستجوبين وكيفية إقناعهم بإعطاء المعلومات الدقيقة وكيفية طرح الأسئلة وتدوين إجاباتها وأخيراً كيفية مراجعة الاستمارات بعد تعبئتها للتحقق من عدم وجود أي خطأ وأن جميع الأسئلة قد أجبت . ومن الواضح أن العمل بهذه الطريقة يحتاج إلى تنظيم وأشراف دقيق للتأكد من قيام الموظفين بجمع المعلومات ولمساعدتهم في مواجهة المشاكل التي قد تظهر أثناء العمل ولتفيق الاستمارات بعد تعبئتها حتى يمكن تصحيح أي خطأ يظهر فيها وهي لا تزال قيد التداول ميدانياً .

(c) إرسال فريق من الموظفين إلى أماكن معينة للاحظة ما يحدث وتدوين هذه الملاحظات على بطاقات معدة لذلك الغرض. وتتبع هذه الطريقة عند إجراء دراسات عن حركة المرور أو عن سلوك الأطفال أثناء لعبهم.

(d) توجيه أسئلة محددة بواسطة جهاز الهاتف، إلا أن هذه الطريقة تكون في الغالب متحيزة حيث أن الأسر التي لديها أجهزة هواتف لا يمكن اعتبارها عينة تمثل المجتمع موضوع البحث تمثيلاً صادقاً. ويمكن اتباع هذه الطريقة في بعض الدراسات الخاصة بأراء الناس بالنسبة لبرامج المذيع أو التلفاز .

(e) إجراء التجارب أو القياسات المحددة ، وتتبع هذه الطريقة عند مراقبة الإنتاج كماً وكيفاً للتأكد من سير العمل وفق المواصفات والمعدلات المحددة بالنسبة للماكينات أو للعمال ، أو عند إجراء التجارب الزراعية وتسـ جـيل نتائجها التي تكون بعد ذلك موضوع التحليل الإحصائي .

5 - المراجعة الأخيرة للمعلومات المدونة في الاستثمارات للتأكد من تماستها، أي عدم تناقضها فيما بينها أو عدم تناقضها مع ما متوقع لها . ولغرض الكشف عن السهو أي عن الأسئلة التي ليس هناك أي إجابة لها . بعد ذلك تجرى بعض العمليات الحسابية لكي يستنتج من واقع المعلومات المعطاة في كل استثماراً مقياساً مطلوباً ، مثل حساب القيمة الصافية المضافة لكل مؤسسة صناعية من واقع المعلومات التي أعطتها المؤسسة عن مبيعاتها خلال عام معين والمخزون المتوفر لديها في أوائل وأواخر العام المعني ، وكذلك مشترياتها من المواد الخام والوقود خلال العام والمخزون من هذه المواد في أول العام وفي آخره .

بعد ذلك تبدأ العمليات الخاصة بالتوبيب الآلي وهي ترميز المعلومات غير الرقمية ، ثم تثقب البطاقات وبعد ذلك تصنفها وفق الفئات المطلوبة ، ثم التوبيب الآلي أي وضع البيانات بعد تصنيفها في جداول باستخدام الآلات الخاصة بذلك . ونشير هنا إلى أن جميع العمليات بعد الترميز تجري آلياً ويراجع إجرائها آلياً كذلك .

6 - تحليل البيانات الإحصائية أي المعلومات بعد تصنيفها وتبويبها ، وتقسيم النتائج التي تترتب على هذا التحليل ، ومن ثم إعداد تقرير عن الدراسة معززاً بالجدوال والرسوم البيانية والمقاييس والمعاملات والمؤشرات التي أمكن التوصل إليها ، مع ملاحظة أن يتضمن التقرير تعريف موجز بجميع الخطوات التي أتبعت وتوضيح أسباب وخلفيات أي قرار اتخاذ بقصد هذه الخطوات ، مثلاً لماذا تقرر استخدام هذا النوع من العينات ولم يتبناه أي من العينات الأخرى ، وعلى أي أساس حدد حجم العينة بعد معين من المفردات وغيرها .

## 6.1 تصنیف البيانات وتبویها

### (Classification and Tabulation of Data)

#### 1.6.1 مراجعة البيانات (Revision of Data)

قبل البدء في تصنیف البيانات ووضعها في جداول مناسبة يتم عادةً مراجعتها بهدف اكتشاف بعض الاستمارات التي قد تحتوي بيانات متناقضة أو نقص في الإجابات ، والتي يجب إعادة إعطائها إلى الميدان لاستيفائها أو إلغائها في حالة عدم التمكن من تصحيحها . فمثلاً إذا كان البيان المطلوب هو عن أجر بعض العمال الصناعيين فيجب أن يكون أساس الأجر موحداً حيث أن بعض المصانع تعطي أجراً يومياً والأخرى أسبوعياً أو شهرياً ، فيجب إرجاع جميع الأجر إلى أساس موحد أسبوعي مثلاً حتى تكون جميع الوحدات المستخدمة في البحث متجانسة ومن نوع واحد .

#### 2.6.1 تصميم الجداول (Design of Tables)

بعد الانتهاء من مراجعة البيانات ، يتم إعادة تنظيمها بطريقة تسهل من دراستها وذلك للاستفادة منها على نحو أفضل . من ذلك يتم تصنیفها أي تقسيمها إلى مجموعات متجانسة وجدولتها أي وضعها بصورة جداول تلخیصية . وعادةً يتوقف هذا التقسيم على طبيعة البيانات وعلى الفرض الذي نسعى إليه من عمل البحث والدراسة . وبشكل عام لا توجد طريقة موحدة واحدة لعمل هذه الجداول إلا أن هناك قواعد عامة يجب مراعاتها وأخذها بعين الاعتبار عند تصميم الجداول ومنها :

- a) أن يكون عنوان الجدول المقصود واضحاً ومختصراً ومحدداً لما يحتويه من معلومات .

- b) أن تكون عددين الصفوف والأعمدة مختصرة وواضحة وضوحاً تماماً .
- c) أن ترتب البيانات في الجداول وفق تسلسلها الزمني أو حسب أهميتها من الناحية الوصفية .
- d) يجب ترقيم الصفوف أو الأعمدة لتسهل الإشارة إلى بيانات الجداول .
- e) أن يوضح المصدر الذي أخذت منه بيانات الجداول .
- f) أن توضع وحدات القياس المستخدمة بدقة .

### 3.6.1 تبويب البيانات (Grouping of Data)

ويقصد بالتبويب في علم الإحصاء وضع البيانات الإحصائية على شكل جداول (Tables) ، بحيث تمكنا من عرضها بصورة تلخص معالمها، وتساعد على استخلاص النتائج منها . ويتم عادةً تبويب البيانات على أساس تقويم زمني أو نوعي أو كمي أو جغرافي . أو على أساس خليط من هذه الأساسات المختلفة التقسيم . فمثلاً الجدول (1-1) يبين قيمة المنتجات الصناعية في إحدى الدول العربية مبوبة على أساس أحد الأصناف السابقة وهو التبويب الزمني ، حيث يتم العرض الخاص بكل وحدة زمنية وفي هذا المثال هي السنة .

وهكذا يتم تبويب البيانات على أساس الأساس الأخرى المذكورة سابقاً . وقد يشمل التبويب على أكثر من واحد من هذه الأساس ، فقد يكون التبويب نوعياً وكميّاً مثلاً في نفس الوقت وذلك إذا تم تصنيف المنتجات حسب حجم المصنع المنتج لها وذلك بالنسبة لكل نوع من أنواع الصناعة .

**جدول (1-1)**  
**قيمة المنتجات الصناعية في إحدى الدول**  
**العربية خلال السنوات (1980 - 1985)**

قيمة المنتجات (بألاف الدنانير)	السنة
482359	1980
519697	1981
538723	1982
622451	1983
734523	1984
754291	1985

**4.6.1 جداول التوزيعات التكرارية**  
**(Frequency Distribution Tables)**

في كثير من الأحيان نلاحظ أنه عند الحصول على بيانات حول ظواهر أو تجارب معينة تكون هذه البيانات في وضع عشوائي أي غير خاضعة لأي نوع من الترتيب أو التصنيف ، وعادة ما تكون البيانات في مثل هذه الحالات كثيرة العدد ، وفي هذه الحالات يصعب فهم وتوضيح أي معالم أو صفات لهذه البيانات بسهولة . ولكن عند وضعها في صورة منتظمة يمكن بها عندئذ توضيح معالمها الأساسية بسهولة ، فمثلاً لو كان لدينا درجات 30 طالباً في مادة ما مبنية على النحو التالي :

21 , 32 , 54 , 75 , 43 , 75 , 86 , 54 , 86 , 32 , 24 , 32 , 63 , 75  
 96 , 43 , 51 , 21 , 63 , 96 , 21 , 86 , 46 , 32 , 34 , 54 , 63 , 51  
 67 , 21.

من الواضح وبالرغم من أن البيانات قليلة العدد إلا أن هناك عدة معلومات مبعثرة قد يصعب استنتاجها وتوضيحها من هذه الصورة للبيانات ببساطة ، ولكن وبجهود بسيط نستطيع الحصول على معلومات عديدة توضح المعالم الأساسية الخاصة بهذه البيانات . فمثلاً إذا تم ترتيب هذه البيانات ترتيباً تصاعدياً أو ترتيباً تنازلياً مع توضيح تكرار كل قيمة ، لتمكننا من توضيح هذه البيانات على النحو التالي :

**جدول (1 - 2)**

الدرجة	21	24	32	43	46	51	54	63	67	75	86	96	المجموع
التكرار	4	1	4	2	1	2	3	3	1	3	3	2	30

بهذه الطريقة أصبح من الواضح معرفة معلومات عديدة كانت غير واضحة في الوضع السابق للبيانات ، فمثلاً من السهل الآن معرفة أكبر درجة وأصغر درجة كما يمكن معرفة عدد الناجحين ببساطة ، أي بهذه الطريقة استطعنا توضيح المعالم الأساسية لهذه البيانات وإعطاء فكرة عامة عن درجات الطلبة . ومن الواضح أنه لو كانت الدرجات كثيرة ومنتشرة داخل مجال متسع ووضعت على الشكل السابق والذي يبين درجات الطلبة مفردة مع تكرار كل درجة فسوف نجد أن الجدول (1-2) لن يفي بالغرض المطلوب.

من هذه الطريقة وهي تلخيص ووصف البيانات بطريقة أبسط توضح المعالم الرئيسية أي وضع البيانات في صورة مختصرة ومنظمة تعطي فكرة عامة عن هذه البيانات ، حيث نجد أن الجدول الذي نحصل عليه لن يختلف كثيراً عن وضع البيانات الأصلي لذلك فقد وجدت طريقة أخرى أكثر اختصاراً وأشمل فائدة من الوضع الأصلي للبيانات يمكن بواسطتها وضع البيانات في جدول يبين ويوضح الخصائص العامة لهذه البيانات .

وتنلخص هذه الطريقة في الواقع ، في أنه بدلاً من التعامل مع البيانات بالطريقة السابقة فإن المفردات تقسم إلى مجموعات أو فئات متجانسة بحيث تشمل كل مجموعة أو فئة عدداً من القيم المتقاربة من بعضها ، بحيث لا تتضمن كل مفردة من المفردات إلا إلى واحدة فقط من هذه الفئات . (Sets or Classes)

ويتوقف عدد هذه المجموعات أو الفترات (Intervals) على المدى (Range) بين أكبر وأصغر قيمة من قيم المفردات التي لدينا حيث يقسم المدى إلى عدد مناسب من الفترات أو الفئات لكي تضم كل فئة من الفئات مجموعة من القيم المتقاربة . إن تحديد أطوال هذه الفئات وعدها يتوقف عادة على طبيعة البحث ودرجة التلخيص المطلوبة .

وقد تكون الفترات أو الفئات متساوية الطول أو غير متساوية وذلك حسب طبيعة البيانات والغرض المعمول من أجله الجدول ، وبعد ذلك تعامل البيانات كمجموعات جديدة وليس كأعداد منفصلة كما كانت عليه قبل التبديل والتجميع ، وبالرغم من أنه لا توجد طريقة وحيدة لوضع جداول التوزيعات التكرارية إلا أنه هناك بعض النقاط الأساسية والخطوات الرئيسية التي يجب مراعاتها حتى تكون المعلومات التي نحصل عليها من الجداول أقرب إلى واقع البيانات وأكثر دقة ومن أهم هذه الخطوات والنقاط :

1. نحدد المدى (Range) الذي تنتشر فيه البيانات ويمثل القيمة الكبرى للبيانات أي القصوى (Maximum) مطروحاً منه القيمة الصغرى للبيانات أي (Minimum) أي أن المدى يساوي :

$$R = \text{Maximum (Max.)} - \text{Minimum (Min.)} \dots \quad (1-1)$$

2. نقسم المدى إلى فترات أو فئات متساوية الطول بحيث يكون عددها مناسباً. وقد أعتبر العدد من 5 إلى 25 عدداً مناسباً للفترات. وقد وضع العالم (استيرجس) علاقة يمكن الاستعانة بها لتحديد عدد الفترات وهي :

$$1 + 3.3 \log n = \text{عدد الفترات} \quad (2 - 1)$$

حيث إن :

$n$  - هو عدد البيانات . وليس من الضروري إتباع هذه العلاقة في تحديد عدد الفترات ولكن الأمر متروك للباحث وخبرته في وضع الجداول .

وهنا يجب الإشارة إلى أن عدد الفترات يجب أن يكون مناسباً وليس بالعدد الكبير حتى تكون معظم البيانات مشتتة بين فترات عديدة ، وبذلك لن يكون هناك فرق كبير بين البيانات بوضعها الأصلي وبين الجداول ولن يوضح الجدول المعالم الأساسية التي وضع من أجلها ، كذلك يجب أن لا يكون عدد الفترات صغير جداً حتى لا نضطر إلى دمج معظم المعلومات معاً وفي هذه الحالة لن نستطيع توضيح وإعطاء فكرة عامة عن البيانات .

3. تحديد الحدود العليا والدنيا الفعلية للفئات حتى لا يكون هناك فجوات أو تداخل ما بين هذه الفئات .

4. يكون اختيار طول الفئة من الأعداد التي يمكن التعامل معها بسهولة .

ويجب الإشارة إلى أنه عند تبديل جداول التوزيعات التكرارية فإن البيانات الأصلية تفقد في الواقع ، ولا يمكن الرجوع من الجداول إلى تلك البيانات الأولية ولكن مقابل ذلك يتم الحصول على المعلومات

والاستنتاجات التي توضح المعالم الأساسية للبيانات بسهولة ، لذا يجب عند تكوين الجداول إتباع الخطوات الأساسية التي تم التعرض لها حتى تكون المعلومات التي سنحصل عليها من الجداول قريبة من الواقع الأولى لهذه البيانات .

وقد ذكرنا أيضاً أن طول الفترات في الجداول يجب أن يكون متساوياً وذلك لسهولة التعامل معها ، ولكن في بعض الحالات قد تستخدم فترات غير متساوية الطول لوجود غرض معين من وراء ذلك . فمثلاً إذا كان الغرض من الدراسة الاهتمام ببعض الفترات والتركيز عليها مع عدم الاهتمام بباقي الفترات الأخرى ، فإنه يتم دمج الفترات التي لا تهم الباحث في فترة واحدة ويكون الجدول في هذه الحالة غير متساوي الفترات . كذلك إذا كان التكرار (Frequency) لبعض الفترات صغيراً جداً مقارنة بباقي الفترات يمكن وضع هذه الفترات معاً .

كذلك هناك نوع آخر من جداول التوزيعات التكرارية تجدر بنا الإشارة إليه وهي الجداول ذات الفترات المفتوحة (Open Intervals) ، حيث يصادفنا أن يكون الحد الأدنى للفترة الأولى أو الحد الأعلى للفترة الأخيرة غير محدد ، مثل أن نقول الفترة الأولى أقل من 100 أو الفترة الأخيرة من 400 فأكثر . وهذا النوع من الجداول عادةً ما يكون قليل الأهمية حيث إن مثل هذا النوع لا يمكننا منه حساب مقاييس إحصائية هامة يجب إيجادها كما سيتم شرحه في الأبواب القادمة من هذا الكتاب . وبالرغم من ذلك نجد أن لهذا النوع من الجداول أي الجداول المفتوحة بعض الاستخدامات في بعض الحالات .

ولتوضيح طريقة تكوين جداول التوزيعات التكرارية سنقوم بدراسة المثال التالي والذي سيوضح الخطوات الأساسية التي يجب مراعاتها عند تدويب البيانات في جداول .

## مثال (1-1)

أرادت شركة صناعية كبرى متخصصة بصناعة الحاسوب ورقائق الكمبيوتر المختلفة أن تدرس كفاءة المهندسين العاملين لديها للتعرف على مدى ملائمتهم لإنعامهم الحالية وأختياراتهم لتمكّن انتساب صمم مجاناً لهم . لأجل ذلك تم اختيار عينة عشوائية (Random Sample) من (50) مهندس من بين المهندسين العاملين بها والبالغ عددهم (1500) مهندس حيث أجري لهم اختبارين ، الاختبار الأول يقيس درجة ذكاء المهندس وقدرته على التصرف في مواقف معينة ، والاختبار الثاني يقيس درجة المهارة اليدوية في سرعة الحركة . وكانت البيانات للدرجات التي حصل عليها المهندسون الخمسون كما مبين في الجدول (1-1) .

جدول (1-1)

العينة العشوائية للخمسين مهندس

الرقم	الرقم الصوائي للمهندس في العينة	الدرجة في اختبار الذكاء	الدرجة في اختبار المهارة اليدوية
1	0624	110	74
2	1434	123	68
3	0753	109	59
4	1101	104	46
5	1481	111	82
6	0962	131	46
7	0416	132	70
8	0045	127	50
9	0629	91	64
10	0483	126	49
11	1121	135	87
12	0085	116	59
13	0817	111	61
14	1383	113	59
15	1129	119	89

56	114	0612	16
48	118	1290	17
69	101	0849	18
56	118	1473	19
73	119	1082	20
56	102	0895	21
63	106	0302	22
48	124	0797	23
44	101	1311	24
57	97	0942	25
47	95	1499	26
68	121	0097	27
58	105	0009	28
70	107	0557	29
66	115	0380	30
55	110	0262	31
72	115	0589	32
54	101	0018	33
56	118	1327	34
70	121	0318	35
53	122	1337	36
75	128	0717	37
53	144	1299	38
58	119	0022	39
52	121	0609	40
77	101	0939	41
72	107	0778	42
61	141	1288	43
46	120	0089	44
69	102	0203	45
68	121	0967	46
63	133	1355	47
69	107	1023	48
60	103	0067	49
61	119	0581	50

لتوضيح كيفية تلخيص البيانات الخاصة بدرجات الذكاء للمهندسين مثلاً في جدول توزيع تكراري ، نتبع الخطوات والمراحل التالية التي توضح لنا كيفية عمل ذلك :

1. نقوم باختيار الفئات وكما شرحنا سابقاً مع أنه لا توجد قاعدة ثابتة لتحديد عدد وأطوال الفئات ، حيث إن ذلك يعتمد على طبيعة البيانات المستخدمة وعلى مستوى الدقة المطلوبة . عند النظر إلى بيانات ومفردات الجدول (3-1) ، نجد المدى لهذه البيانات حيث إن أكبر درجة في اختبار الذكاء هي 144 وأقل درجة هي 91 إذاً المدى يساوي :

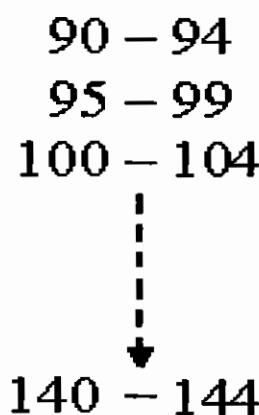
$$R = 144 - 91 = 53$$

فلو قسمنا هذا المدى إلى 11 فئة نجد أن طول الفئة سيكون 5 درجات ، وإذا قسمناه إلى 6 فئات يكون طول الفئة 10 ... وهكذا .

2. بعد اختيارنا لعدد الفئات وأطوالها يجب علينا توضيح حدود هذه الفئات بحيث لا تتداول مع بعضها البعض ، فمثلاً لو قسمنا الدرجات إلى 11 فئة طول كل منها 5 درجات فقد يتسرع أحذنا ويخطئ بكتابة الفئات على الصورة التالية :

90 – 95
95 – 100
100 – 105
140 – 145

والخطأ هنا واضح في كتابة هذه الفئات حيث لا يمكن معرفة فيما إذا كان المهندس الذي حصل على 95 درجة ينتمي إلى الفئة الأولى أو الفئة الثانية ، والمهندس الذي حصل على 105 درجة ينتمي إلى الفئة الثالثة أو الرابعة وهذا . وللتغلب على ذلك يمكن كتابة الفئات كما يلي :



إن توزيع حدود الفئات بهذه الصورة يكون صحيحاً فقط إذا كان المتغير الذي ندرسه متغيراً غير مستمر (Discrete Variable) ، أي لا يأخذ قيمَاً كسرية أما إذا كان المتغير الذي ندرسه مستمراً (Continuous Variable) فإنه يكون من الخطأ كتابة حدود الفئات بهذا الشكل حيث يجب ألا ترك أي ثغرات بين الفئات .

فالمهندس الذي حصل على 99.5 درجة لا نعرف ما إذا كان ينتمي إلى الفئة الثانية أو الثالثة ، لذلك في هذه الحالة ، يجب توضيح جميع حدود الفئات وكتابتها بصورة واضحة وصالحة لدراسة جميع المتغيرات المستمرة وذلك بأن نجعل كل فئة تبدأ مباشرة حيث تنتهي الفئة السابقة لها دون أن يحدث تداخل بين الفئات ودون أن نترك أية ثغرات بينها كما يلي :

95 - 90  
 100 - 95  
 105 - 100



وأقل من 145

وللاختصار يمكن أن نحدد فقط بداية الفئة ونترك نهايتها لتحديد ضمناً من الفئة التالية لها ، وفي هذه الحالة ينبغي أن نحدد نهاية الفئة الأخيرة على الشكل التالي :

- 90  
 - 95  
 - 100  
 ↓  
 145 وأقل من

ومعنى هذا أن الفئة الأولى تشمل كل القيم التي تساوي 90 أو تزيد عنها بحيث تقل عن 95 وعليه فإن القيمة 95 تدخل ضمن الفئة الثانية والقيمة 140 ضمن الفئة الأخيرة وهكذا .

3. بعد اختيار الفئات وتحديد حدودها تكون جدولـاً (Table) ، يحتوي على عدد من الصفوف مساوـي لـعدد الفئات ثم نقوم بـتـفـريـغـ البيانات الأولـية ، مفردة بـعـدـ الأـخـرـىـ كـلـ فيـ الفـئـةـ التـيـ تـنـتـمـيـ إـلـيـهـ وـذـلـكـ بـوـضـعـ عـلـمـةـ (/)ـ أـمـامـ هـذـهـ الفـئـةـ وـنـسـتـمـرـ فـيـ عـمـلـيـةـ التـبـوـبـ هـذـهـ حـتـىـ نـتـهـيـ مـنـ تـفـريـغـ جـمـيعـ

مفردات البيانات الأولية وذلك بوضع عدد من العلامات مساوٍ لعدد المفردات الأولية التي لدينا ويلاحظ عادة أثناء التفريغ أننا نقوم بوضع كل أربعة علامات بجوار بعضها على الشكل التالي ( //// ) أما العلامة الخامسة فتشطب الأربع السابقة وتكون حزمة على الشكل التالي ( // ) والغرض من ذلك هو تسهيل عد هذه العلامة التي تم رصدها أمام كل فئة ( Class ) ، والذي سوف نطلق عليه اسم التكرار أو ما يعرف ( Frequency ) .

أن الجدول ( 4-1 ) ، يبين التبوييب الخاص بدرجات الذكاء للمهندسين الخمسين في العينة العشوائية للمثال السابق . ويلاحظ في هذا الجدول أن الفئات تكتب في العمود الأول ثم أخذت البيانات الأولية الخاصة بدرجات الذكاء مفردة بعد الأخرى ، وقد وضعت علامة لكل مفردة أمام الفئة التي تنتمي إليها هذه المفردة . وبعد الانتهاء من عملية التفريغ نسجل عدد العلامات في العمود الأخير من الجدول والذي يمثل تكرار الفئة (  $f_i$  ) .

إن مجموع التكرارات يجب أن يساوي عدد المفردات التي تم تفريغها . إن الجداول على شكل الجدول ( 4-1 ) ، والتي تتكون من الفئات والتكرارات تسمى بجدائل التوزيعات التكرارية ( Frequency Distribution Tables ) .

وكما أشرنا سابقاً أنه عند تكوين الجداول التكرارية تضيع معالم القيم الأولية الأصلية ، ولا نعرف شيئاً عن أي مفردة من المفردات الأصلية حيث أنها سوف تنتهي إلى فئة معينة محددة بحدفين معلومين مثل 100 وأقل من 105 . ولكن وبفضل هذه الجداول نستطيع معرفة الدرجة التي حصل عليها أي من المهندسين الثمانين المنتسبين إلى هذه الفئة ، وما إذا كانت هذه الدرجة تقع بالقرب من بداية الفئة 100 أو بالقرب من نهايتها 105 ، لذلك نفترض أن جميع المهندسين في كل فئة حصلوا على درجات متساوية وأن كل منها يساوي مركز هذه الفئة أي منتصف المدى بين الحدين الأدنى والأعلى للفئة .

فمثلاً مركز الفئة 100 وأقل من 105 هو:

$$a.m = \frac{105+100}{2} = 102.5$$

حيث أن :

(Arithmetic Mean) - a.m.

### جدول ( 4 - 1 )

جدول التوزيع التكراري لدرجات الذكاء للمهندسين الخمسين

النكرار ( $f_i$ )	العلامات	الفئات (Sets)
1	/	- 90
2	//	- 95
8	///    ////	- 100
6	/    ////	- 105
6	/    ////	- 110
10	////    ////	- 115
7	//    ////	- 120
4	///	- 125
3	///	- 130
1	/	- 135
2	//	140 إلى أقل من 145
50		المجموع (Total)

وقد يكون من المناسب عرض البيانات في بعض الأحيان على شكل توزيع تكراري نسبي (Relative Frequency Distribution R.F.D.) أي إظهار تكرار كل فئة كنسبة من المجموع الكلي للتكرارات . والجدول(1-5) يبين

تبسيب البيانات الخاصة بدرجات الذكاء للخمسين مهندس المختارين في العينة العشوائية السابقة في شكل جدول توزيع تكراري نسبي مكوناً من ست فئات طول كل فئة منها عشرة درجات .

### جدول (5 - 1)

النكرار المنسوب (P%)	النكرار النسبي (p)	النكرار (f <sub>i</sub> )	الفئات (Sets)
% 6	0.06	3	- 90
% 28	0.28	14	- 100
% 32	0.32	16	- 110
% 22	0.22	11	- 120
% 8	0.08	4	- 130
% 4	0.04	2	140 وأقل من
% 100	1.00	50	المجموع (Total)

نلاحظ من الجدول (4-1) والجدول (5-1) أنه تم استخدام فئات ذات أطوال متساوية ، يسمى التوزيع التكراري من هذا النوع بالتوزيع التكراري المنظم أو ما يدعى (Uniform Frequency Distribution) .

وتجدر الإشارة هنا إلى أنه من الأفضل دائماً استخدام الفئات متساوية الطول ، وذلك تسهيلاً للعمليات الحسابية غير أنه في بعض الأحيان قد نضطر لاستخدام فئات غير متساوية الطول وهذا يسمى التوزيع التكراري بالتوزيع التكراري غير المنظم (Non-Uniform Frequency Distribution) .

كما ويلاحظ من الجدول (5-1) أن بداية الفئة الأولى ونهاية الفئة الأخيرة محددين لذلك يسمى هذا النوع من الجداول المغلقة (Closed Tables) أما

الجدوال التي تكون فيها نهاية الفئة الأخيرة غير محددة فتسمى بالجدول المفتوحة .Open Tables

#### 1.4.6.1 جداول التوزيعات التكرارية المزدوجة (Double Frequency Distribution Tables)

لاحظنا في الجدول (3-1) كيفية تكوين الجداول التكرارية البسيطة وذلك بتبويب مجموعة من المفردات التي تخص ظاهرة واحدة ، أما إذا كان لدينا مجموعة من أزواج القيم لمتغيرين تربطهما علاقة معينة مثل مجموعة من الأزواج وأعمار زوجاتهم أو أوزان أشخاص ما وأطوالهم وغيرها ، فإننا نستطيع تبويب مثل هذه البيانات في جدول تكراري مزدوج أو ما يصطلح على تسميته (Double Frequency Table) ، وهو جدول ينقسم أفقاً ورأسياً إلى عدد من الصفوف والأعمدة بحيث يبين التقسيم الرأسي فئات إحدى الظاهرتين وبين التقسيم الأفقي فئات الظاهرة الأخرى .

فمثلاً إذا أردنا تبويب البيانات الخاصة بكل من درجات اختبار الذكاء ودرجات اختبار المهارة للمهندسين الخمسين في العينة العشوائية السابقة في شكل جدول تكراري مزدوج ، فإننا نقسم مدى كل من المتغيرين إلى عدد مناسب من الفئات ثم نقوم بتفريغ البيانات ، بأن نضع لكل قيمتين متتاظرتين علامة (/) في الخلية التي تقابل فئتيهما . فلو قسمنا المدى لدرجات الذكاء إلى ست فئات طول كل منها 10 درجات ، وقسمنا المدى لدرجات المهارة إلى خمسة فئات طول كل منها 10 درجات أيضاً ، بأن نضع لكل زوج من أزواج القيم التي لدينا والتي تخص أحد المهندسين علامة في الخلية التي ينتمي إليها هذا المهندس .

فالمهندس الأول حصل على 91 درجة في اختبار الذكاء و56 درجة في اختبار المهارة فهو إذن ينتمي إلى الخلية التي تقع في الصف الأول والعمود الثاني حيث أن درجة ذكاء هذا المهندس تقع في الفئة

(90 - أقل من 100) ودرجة مهارته تقع في الفئة (50 - أقل من 60) ونستمر في عملية التفريغ هذه مكونين عدداً من الحزم والعلامات كما تم ذكره سابقاً عند توضيح تكوين الجداول التكرارية البسيطة .

### جدول (1 - 6)

تفريغ درجات اختبار الذكاء والمهارة لخمسين مهندس

درجات اختبار المهارة	درجات اختبار الذكاء	- 90
80 وأقل من 90	- 70	- 60
/	//	- 50
/// +++	/ +++	- 40
++++	////	- 100
////	////	- 110
///	///	- 120
/	///	- 130
//		140 وأقل من 150

وبعد الانتهاء من التفريغ يتم استبدال العلامات بعدها فنحصل على الجدول التكراري المزدوج الذي يبين توزيع المهندسين حسب الدرجات التي حصلوا عليها في اختباري الذكاء والمهارة كما يبين الجدول (1-5) ، حيث يلاحظ في العمود الأول والأخير يعطيان التوزيع التكراري لدرجات الذكاء بينما يعطي الصف الأول والصف الأخير التوزيع التكراري لدرجات المهارة . لذلك يجب أن يكون مجموع كل من العمود الأخير والصف الأخير مساوياً لعدد المهندسين في العينة العشوائية المدرosa .

## جدول (7-1)

جدول التوزيع التكراري لدرجات اختباري الذكاء والمهارة

المجموع	فئات درجات اختبار الذكاء						فئات درجات اختبار المهارة
	أقل من 90	- 70	- 60	- 50	40-	- 90	
3				1	2		- 90
14				8	6		- 100
16		2	10	4			- 110
11		4	4	3			- 120
4	1	3					- 130
2	2						150 وأقل من 140
50	3	9	14	16	8		المجموع

وفي كثير من الأحيان قد نحتاج لمعرفة عدد من المفردات التي نقل قيمتها عن حد معين أو تلك التي تساوي قيمتها أو تزيد عن حد معين ففي الجدول (3-1) ، قد نحتاج لمعرفة عدد المهندسين الذين حصلوا على درجات في اختبار الذكاء نقل عن 110 درجة ، وهؤلاء عددهم 17 مهندس لأنهم يمثلون مجموع تكرار الفتتتين الأولى والثانية وهما(90 إلى أقل من 100) و(100 إلى أقل من 110) وهو  $3 + 14 = 17$  مهندس ، بينما إذا أردنا معرفة عدد المهندسين الذين حصلوا على درجات تساوي أو تزيد عن 130 درجة فنجدتهم 6 مهندسين لأنهم يمثلون مجموع تكراري الفتتتين الأخيرتين وهما(130 وأقل من 140) والفئة(140 وأقل من 150) وهو  $4 + 2 = 6$  مهندسين .

ولمعرفة هذا النوع من البيانات تكون ما يسمى بجدول التكرار المتجمع (Cumulative Frequency Table) ، جدول التكرار المتجمع النسبي (Relative Cumulative Frequency Table) ، وهناك نوعين من الجداول المتجمعية المستخدمة بكثرة هي جدول التكرار المتجمع الصاعد (Ascending Cumulative Frequency) ، وجدول التكرار المتجمع النازل (Descending Cumulative Frequency) .

إن الجدول (8-1) ، يمكننا من معرفة عدد المهندسين الذين حصلوا على درجات تقل عن الحدود العليا للفئات ونحصل عليه بتجميع بيانات التكرارات من الجدول(1-3) من جهة الفئات الصغيرة إلى الكبيرة .

### جدول (1 - 8)

التكرار المتجمع الصاعد لدرجات الذكاء للخمسين مهندس

التكرار المتجمع الصاعد النسبي	التكرار المتجمع الصاعد	الحدود العليا للفئات
0	0	أقل من 90
0.06	3	أقل من 100
0.34	17	أقل من 110
0.66	33	أقل من 120
0.88	44	أقل من 130
0.96	48	أقل من 140
1.00	50	أقل من 150

أما الجدول (9-1) فيبين لنا عدد المهندسين الذين حصلوا على درجات تساوي أو تزيد عن الحدود الدنيا للفئات ونحصل عليه بتجميع بيانات

النكرارات من الجدول (3-1) ابتدأً من الفئات الكبيرة إلى الفئات الصغيرة أي يرمز للفئة المعنية بحدتها الأعلى فأكثر وهذا .

### جدول ( 9 - 1 )

التكرار المتجمع النازل لدرجات اختبار الذكاء للخمسين مهندس

الحدود الدنيا للفئات	النكرار المتجمع النازل	النكرار المتجمع النازل النسبي
90 فأكثر	50	1.00
100 فأكثر	47	0.94
110 فأكثر	33	0.66
120 فأكثر	17	0.34
130 فأكثر	6	0.11
140 فأكثر	3	0.04
150 فأكثر	0	0

## 7.1 التمثيل والعرض البياني للبيانات (Graphical Representation of Data)

يفيد العرض البياني في إظهار البيانات العددية وتتبع المتغيرات فيها بطريقة تجلب الانتباه وتتسم بالبساطة والسهولة في تذكرها ، كما تفيد أيضاً في توضيح العلاقات بين المتغيرات التي ندرسها .

وتحتفل الرسائل التي نستخدمها تبعاً لنوع البيان الإحصائي والحقائق المطلوب إيرازها، ونذكر فيما يلي بعض الطرق التي تستخدم في العرض والتمثيل البياني :

## 1- الخط البياني (Graphical Line)

يستخدم الخط البياني لتمثيل العلاقة بين ظاهرتين أو متغيرين ، بحيث يبين كيفية تغير إحدى الظاهرتين مع الظاهرة الأخرى أو تبعاً لها . فإذا كان الزمن هو أحد المتغيرين ، يكون الغرض من الرسم هو معرفة مدى التغير الذي يحدث في الظاهرة التي ندرسها خلال فترة زمنية محددة . وفي هذه الحالة يسمى الخط البياني الذي نحصل عليه بالمنحنى التاريخي للظاهرة . (Historical Curve)

## 2- الأعمدة البيانية (Bar Charts)

وهي أعمدة أو مستطيلات رأسية قواعدها متساوية لأنها تعتمد على طول الفترة أو الفترة التي غالباً ما تكون متساوية ، أما ارتفاعاتها فتناسب مع قيمة الظاهرة التي ندرسها أي التكرار ( $f_i$ ) فإذا كان المحور الأفقي يمثل الزمن فإن التغير في ارتفاع المستطيلات يمثل التطور التاريخي للظاهرة ، وقد تستخدم الأعمدة البيانية للمقارنة بين أكثر من ظاهرة وذلك برسم أعمدة متلاصقة للظواهر المراد مقارنتها في السنوات المختلفة على أن يستخدم لكل ظاهرة لون مختلف أو ظل مختلف .

وفي بعض الأحيان قد يوضع فرق بين الأعمدة لتسهيل المقارنة وذلك إذا كانت البيانات التي لدينا هي بيانات إحصائية إجمالية مقسمة إلى مكوناتها ، مثل بيانات عدد السكان في السنوات المختلفة مقسمة إلى ذكور وإناث وهنا نرسم عموداً يمثل عدد السكان لكل سنة والجزء الأسفل منه يمثل الذكور والجزء الأعلى يمثل الإناث ، وإذا استخدمنا الأعمدة البيانية لدراسة ظاهرة معينة أو عدد من الظواهر بحيث لا تشتمل على عنصر زمني كأن نقسم الطلبة حسب المراحل الدراسية المختلفة أو العمال حسب الصناعات

المختلفة ، فيستحسن في هذه الحالة ترتيب الأعمدة حسب قيمها ترتيباً تصاعدياً أو ترتيباً تنازلياً لأن ذلك يبسط الشكل ويسهل من دراسته . ولاحظ أيضاً أنه إذا كان أحد الأعمدة أطول بكثير من الأعمدة الأخرى بحيث لا تتسع مساحة الرسم فإنه يمكن كسر العمود قبل نهايته مع توضيح القيمة التي تمثله في أعلى العمود ويمكن استخدام قضبان أفقية بدلاً من الأعمدة الرئيسية وفي هذه الحالة يستبدل المحورين الأفقي والرئيسي في جميع الحالات التي أشرنا إليها .

### 3- البيانات أو القطاعات الدائرية (Pie Charts)

تستخدم الدوائر عادةً للمقارنة بين المكونات المختلفة لظاهرة معينة ببعضها البعض وبين كل منها والمجموع . وبذلك تظهر الأهمية النسبية لهذه المكونات ويتم ذلك بتقسيم الدائرة إلى عدد من القطاعات تتلاقى في المركز بحيث تتناسب مساحة هذه القطاعات مع القيم المختلفة للمكونات الجزئية لظاهرة . وحيث أن الزاوية المركزية الرئيسية للدائرة هي  $360^\circ$  ، فإن القطاع الذي تكون زاويته  $3.6^\circ$  سوف يمثل 1% من مساحة الدائرة وبذلك يمكن تحديد أي قطاع بواسطة زاويته المركزية ، فمثلاً القطاع الذي تكون مساحته 30% من مساحة الدائرة تكون زاويته المركزية هي :

$$360^\circ \times \frac{30}{100} = 72^\circ$$

والقطاع الذي تمثل مساحته 40% من مساحة الدائرة ستكون زاويته المركزية  $169.2^\circ$  وهكذا .

ولتوضيح كيفية التمثيل بهذه الطريقة نقوم بدراسة المثال التالي .

## مثال (1-1)

الجدول (10-1) يبين مساحات القارات المختلفة في العالم مقدرة بـ ملايين الكيلومترات المربعة والمطلوب تمثيل هذه البيانات بالأتي :

- القطاعات الدائرية .
- الأعمدة البيانية .

**جدول (10-1)**

أمريكا الجنوبية	أمريكا الشمالية	أوروبا	آسيا	أستراليا	افريقيا
18	24	11	44	8	30

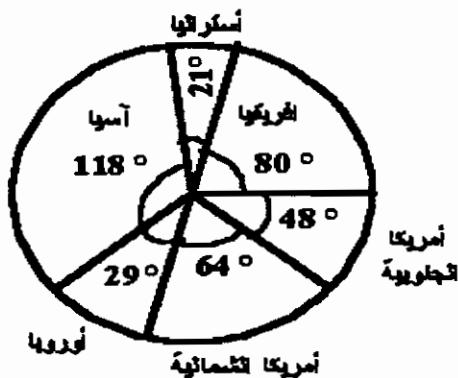
**الحل :**

نقوم أولاً بإيجاد الزوايا المقابلة والتي تمثل مساحة كل قطاع والموضحة في الجدول (11-1) ، بما أن الزاوية المركزية الرئيسية للدائرة هي  $360^\circ$  إذن :

**جدول(11-1)**

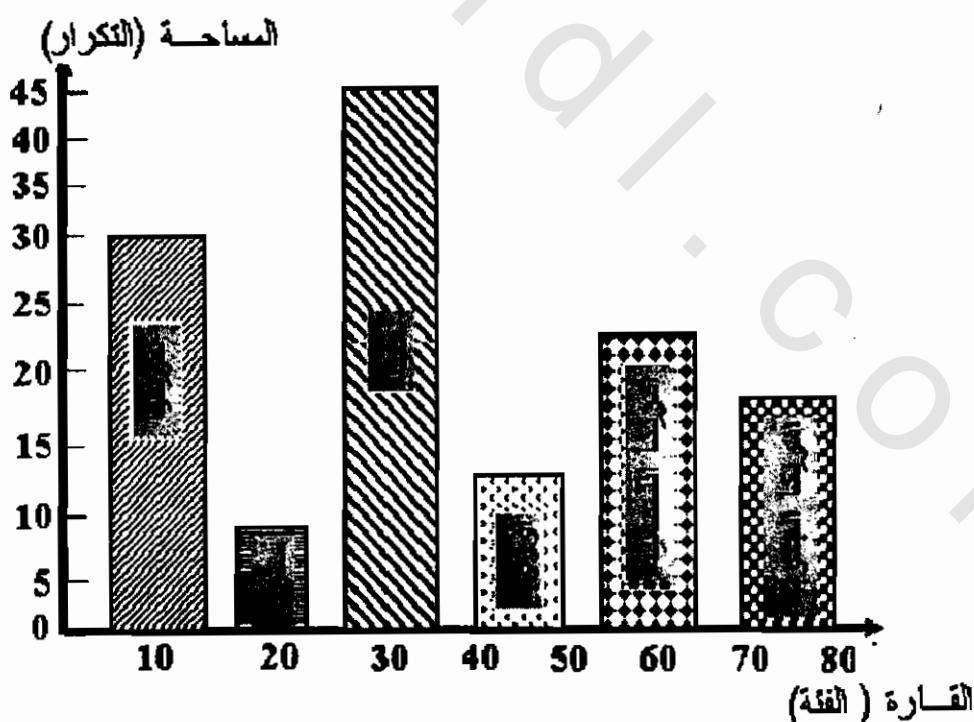
ن	المجموع	الفئة (القارة)	المساحة (التكرار)	زاوية القطاع
1		افريقيا	30	$80^\circ = 360^\circ \times \frac{30}{135}$
2		أستراليا	8	$21^\circ = 360^\circ \times \frac{8}{135}$
3		آسيا	44	$118^\circ = 360^\circ \times \frac{44}{135}$
4		أوروبا	11	$29^\circ = 360^\circ \times \frac{11}{135}$
5		أمريكا الشمالية	24	$64^\circ = 360^\circ \times \frac{24}{135}$
6		أمريكا الجنوبية	18	$48^\circ = 360^\circ \times \frac{18}{135}$
	135	المجموع		$360^\circ$

بعد ذلك نقوم برسم دائرة بنصف قطر مناسب ونقسم زاويتها المركزية حسب نسبة القطاعات المختلفة والزوايا المقابلة لها فنحصل على الشكل (1-1) :



الشكل (1-1)

أما بالنسبة لتمثيل البيانات بطريقة الأعمدة البيانية ف تكون كما يوضح الشكل (2-1) ، حيث تمثل القارات على المحور الأفقي بفترات متساوية ويمثل التكرار بمستطيل .



الشكل (2-1)

## 8.1 التمثيل البياني للتوزيعات التكرارية (Graphical Representation of Frequency Distributions)

يمكن تمثيل التوزيعات التكرارية بيانياً بعدة طرق مختلفة أهمها المدرج التكراري (Histogram) ، والمطلع التكراري (Frequency Polygon) ، وكذلك المنحني التكراري (Frequency Curve) ، وسوف نقوم بعرض طرق التمثيل البياني لهذه التوزيعات بالتفصيل :

### 1- المدرج التكراري (The Histogram)

في هذا التمثيل يتم إنشاء محورين وهما المحور الأفقي والمحور الرأسي ، وتمثل الفئات أو الفترات على المحور الأفقي والتكرارات على المحور الرأسي ، ويراعى عند التمثيل البياني اختيار مقياس رسم مناسب لكل محور ، بحيث يكفي المحور الأفقي لتمثيل جميع الفئات ويسمح المحور الرأسي بتمثيل جميع التكرارات ثم تكون المدرج التكراري وذلك برسم عدد من المستطيلات المتلاصقة بحيث يكون مساحتها متناسبة مع التكرارات .

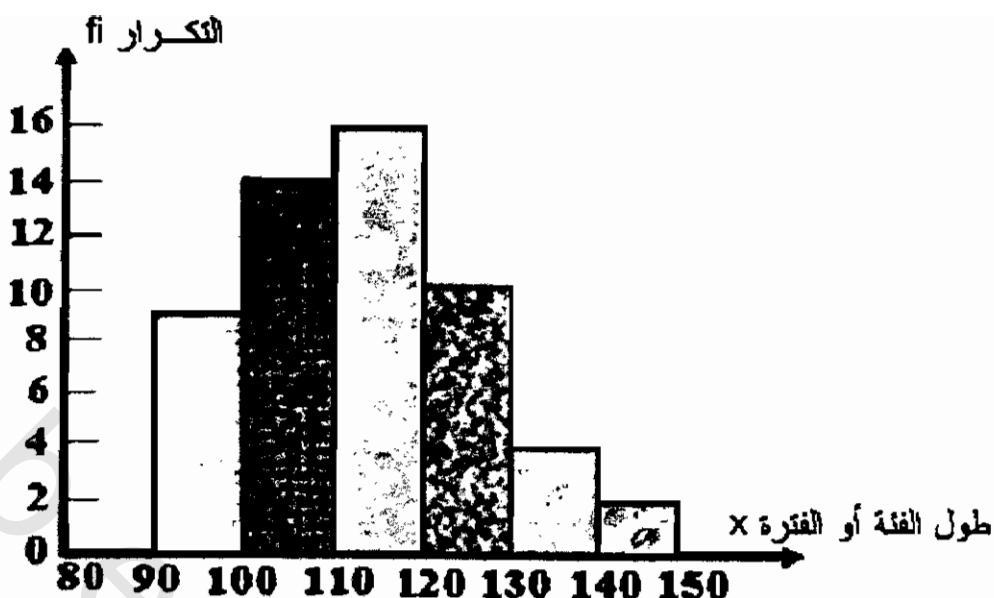
إذا كانت أطوال الفئات متساوية فإننا ننشأ عدداً من المستطيلات قاعدة كل مستطيل تمثل طول الفئة ، وارتفاعه هو تكرار تلك الفئة وهذا سوف نجد بأن مساحة المستطيلات تناسب مع التكرارات لأن أطوال قواعد المستطيلات جميعها متساوية ولأن مساحة كل مستطيل تساوي طول القاعدة في الارتفاع .

ويلاحظ هنا أن المحور الرأسي لا بد وأن يبدأ من الصفر حتى يمكننا مقارنة التكرارات المختلفة ببعضها البعض ، أما المحور الأفقي فليس من الضروري أن يبدأ من الصفر حيث لو فعلنا ذلك لاحتاجنا إلى مسافة كبيرة جداً لتمثيل الفئات بينما يكون المحور الأفقي من الصفر حتى بداية الفئة الأولى غير مستعمل .

ولو عدنا إلى الجدول (4-1) والذي يمثل التوزيع التكراري لدرجات الذكاء للخمسين مهندس لوجدنا بأنه من الممكن تمثيل تلك البيانات على شكل مدرج تكراري ، حيث يتبين أن أطوال الفئات هي متساوية لأن طول كل فئة يساوي 10 درجات ، لذا فألنا نقسم المحور الأفقي إلى ستة أقسام متساوية تمثل فئات الدرجات .

أما المحور الرأسي فيتم تقسيمه إلى أقسام متساوية بحيث يسمح بتمثيل أكبر التكرارات وهو 16 في مثالنا هذا ثم نرسم ستة مستطيلات طول قاعدة كل منها 10 درجات وارتفاع كل منها يساوي تكرار الفئة المقام فوقها هذا المستطيل ، وبذلك نحصل على المدرج التكراري الموضح في الشكل (3-1) والذي يبين أن مساحة المستطيلات تتناسب مع التكرارات .

وفي حالة الجداول غير المنتظمة أي ذات الفئات غير المتساوية الأطوال فإنه يلزم تعديل التكرارت قبل رسم المدرج التكراري ، وذلك بقسمة تكرار كل فئة على طول هذه الفئة وبذلك نحصل على التكرار المعدل ثم نكون المدرج التكراري بإنشاء عدد من المستطيلات قواعدها هي أطوال الفئات غير المتساوية ارتفاعاتها هي التكرارات المعدلة وفي هذه نجد أن مساحة كل مستطيل تساوي تماماً تكرار الفئة التي يمثلها .



الشكل (3 - 1)

تمثيل المدرج التكراري لدرجات الذكاء للخمسين مهندس

وكمثال على ذلك دعنا نرسم المدرج التكراري لتوزيع المصانع المبين في الجدول (12 - 1) .

جدول (12 - 1)

توزيع 200 مصنع حسب عدد العمال الذين يستخدمهم كل مصنع

فوات العمال x	عدد المصانع f
- 20	15
- 10	27
- 5	48
- 3	80
- 1	22
x	8
وأقل من 50	

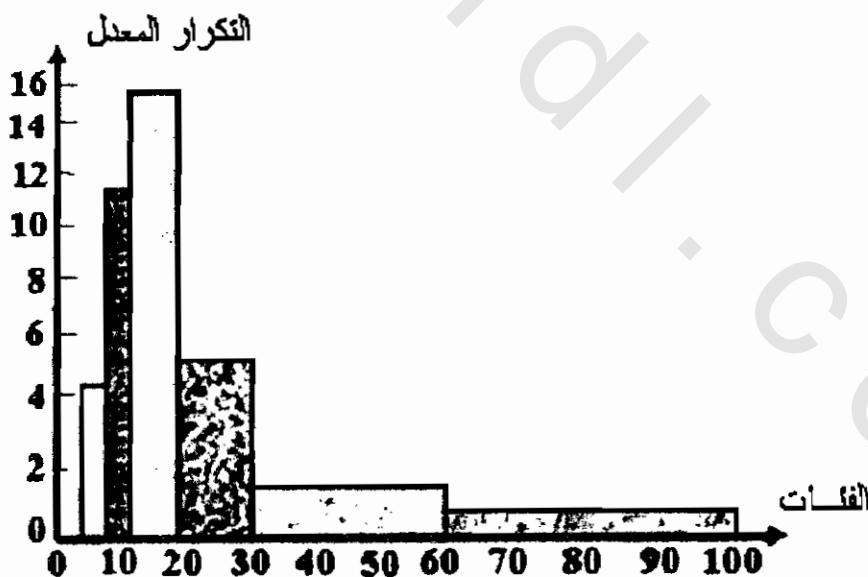
ويلاحظ في هذا التوزيع عدم تساوي أطوال السمات ولذلك يلزم تعديل التكرارات قبل رسم المدرج التكراري كما موضح في الجدول (13 - 1)

وبمثيل للفئات على المحور الأفقي والتكرار المعدل على المحور الرأسي نحصل على المدرج التكراري الموضح في الشكل (1 - 4).

جدول (13-1)

التكرار المعدل	طول الفئة	التكرار	الفئات	$t$
4	2	8	- 1	1
11	2	22	- 3	2
16	5	80	- 5	3
4.8	10	48	- 10	4
0.9	30	27	- 20	5
0.3	50	15	50 و أقل من 100	6
—		200	Total	

وعند النظر للشكل (4-1) سنجد أن مساحة كل من المستويات تساوي حاصل ضرب القاعدة أي طول الفئة في الارتفاع أي التكرار المعدل والتي تساوي التكرار الأصلي .

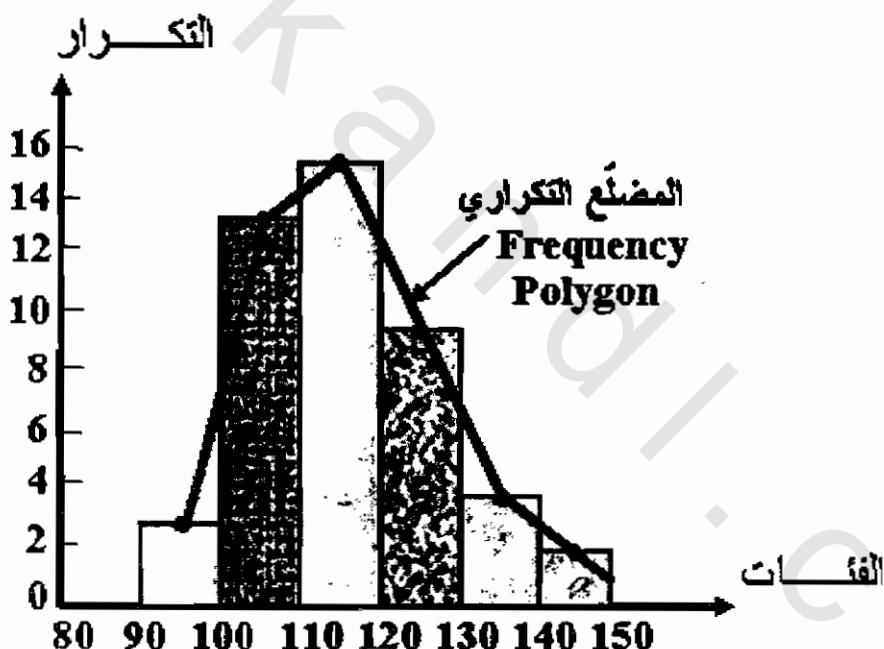


الشكل (4 - 1)

المدرج التكراري لفئات عمال المصانع غير المتساوية

## 2-المضلّع التكراري (The Frequency Polygon)

سبق أن أوضحنا عند تكوين الجداول التكرارية أنه يمكن اعتبار مركز الفئة ممثلاً لجميع القيم الواقعة في هذه الفئة ، فلو مثّلنا مراكز الفئات على المحور الأفقي والتكرارات على المحور الرأسى فإنه يمكن تمثيل بيانات الجدول التكراري بعدد من النقاط تقع كل منها أمام مركز الفئة على بعد رأسى تكرار هذه الفئة ، وبنوصيل هذه النقاط بخطوط مستقيمة نحصل على المضلّع التكراري كما موضح في الشكل(5-1) ، الذي يبين المضلّع التكراري لتوزيع درجات الذكاء للخمسين مهندس والمدرجة في الجدول(1 - 4) .

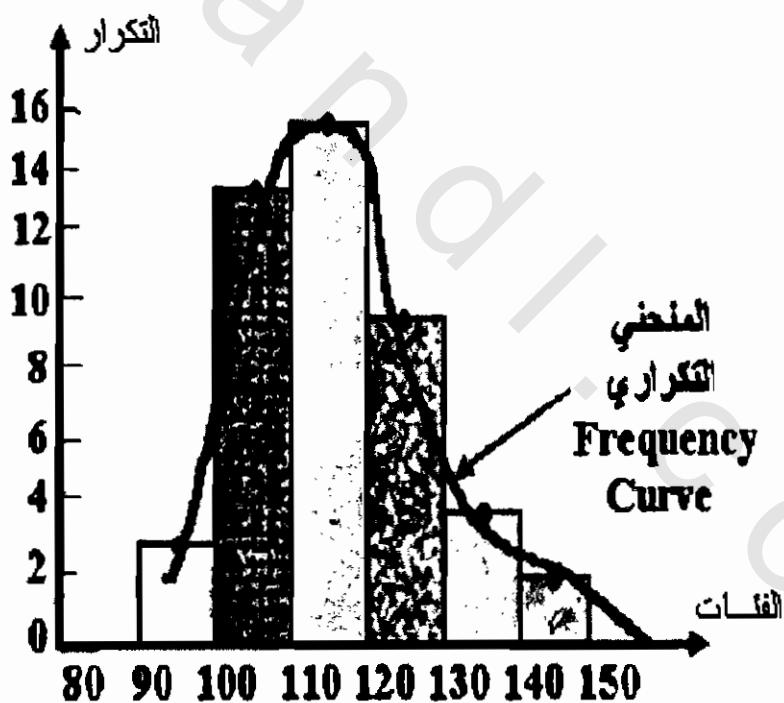


الشكل (5 - 1)

المضلّع التكراري لتوزيع درجات الذكاء للخمسين مهندس

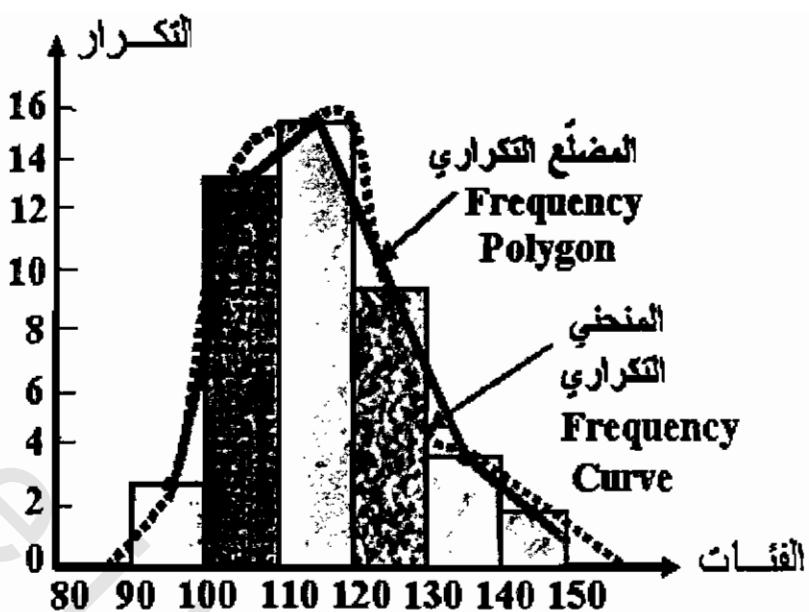
### 3- المنحنى التكراري (The Frequency Curve)

بتمثيل مراكز الفئات على المحور الأفقي والتكرارات على المحور الرأسى نعين عدداً من النقاط ولتكن مراكز الفئات ، ونحاول أن نرسم منحنى بينها بدلاً من الخط المنكسر في حالة المضلع التكراري على أن يمر بمعظم النقاط ويتوسط بقيتها خير توسط ، وهذا المنحنى يعرف بالمنحنى التكراري . والشكل (6-1) يبين منحنى التوزيع التكراري لدرجات الذكاء للخمسين مهندس أما الشكل (6-1) فيبيين رسم كل من المضلع التكراري والمنحنى التكراري في نفس الإحداثيات حتى يمكن المقارنة بينهما حيث يتضح أن المنحنى التكراري لا يمر بجميع نقاط المضلع .



الشكل (6 - 1)

المنحنى التكراري لدرجات الذكاء للخمسين مهندس



الشكل (7 - 1)

مقارنة بين المضلع التكراري والمنحنى التكراري

لتوزيع درجات الذكاء للخمسين مهندس

ويلاحظ أنه كلما زاد عدد المفردات وقصرت أطوال الفئات فإن الخط الذي يمر برؤوس المضلع يكون أقل انكساراً وأكثر تمهيداً وسيقترب المدرج التكراري من المنحنى التكراري .

#### 4- أشكال المنحنيات التكرارية (Frequency Curves Types)

تأخذ المنحنيات التكرارية أشكالاً مختلفة كما يتضح من الشكل (8-1) وأكثر هذه المنحنيات شيوعاً هو المنحنى المعتدل (Normal Curve ) ، وهو منحنى متباين (Symmetric) يشبه الناقوس وله نهاية عظمى في منتصفه تماماً ويتماثل حول محور رأسى يمر بهذه النهاية العظمى بحيث يقسم المساحة تحت المنحنى إلى قسمين متطابقين ولهذا المنحنى أهمية كبيرة في الدراسات الإحصائية ولذلك سندرس له بالتفصيل فيما بعد .

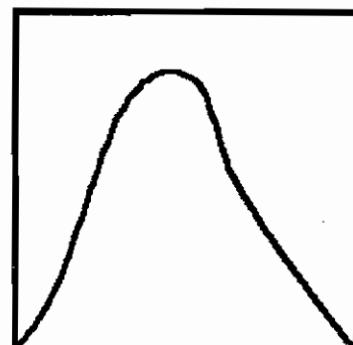
والمتحنى المعتدل هو الشكل الذي تتوقع الحصول عليه من دراسة كثيرة من الظواهر التي تتغير تبعاً لأسباب طبيعية مثل الطول والوزن وغيرها ، وفي بعض الحالات قد نحصل على أشكال قريبة من المتحنى المعتدل ولكنها ليست تماماً فيكون للمتحنى قمة واحدة ولكن أحد طرفيه أطول من الطرف الآخر ويسمى ذلك بالالتواء(Skewness) ويكون التلواء موجباً إذا كان الطرف الأيمن أو الذيل الأيمن للمتحنى هو الأطول(Positive Skewness) ، أما عندما يكون الطرف الأيسر أو الذيل الأيسر للمتحنى هو الأطول فيسمى ذلك التلواء سالباً . (Negative Skewness)

وفي حالات أخرى قد نجد أن المتحنى التكراري يكون ذا "شعبة واحدة" أو ما يدعى (Reverse J - Shaped Curve) ، ويحدث ذلك عند وجود أكبر التكرارات ومن أمثلة ذلك توزيع ملكية الأراضي حسب فئات المساحة المملوكة حيث أن عدد الملكيات الصغيرة كبير جداً بينما يقل عدد الملك كلما كبرت المساحة المملوكة . وبذلك يكون للمتحنى فرع واحد أي شعبة واحدة كما في الشكل (1-8) .

أما إذا وجدت أكبر التكرارات عند طرف المتحنى فإن المتحنى يكون ذو شعبتين(U - Shaped Curve) ويشابه في شكله حرف U ، ومن أمثلة ذلك توزيع الوفيات حسب فئات العمر فنجد أن عدد الوفيات يكون كبيراً في سنوات العمر الأولى ثم يقل في فترة الشباب ثم يرتفع مرة أخرى في فترة الشيخوخة وبذلك نحصل على منحني ذو شعبتين .



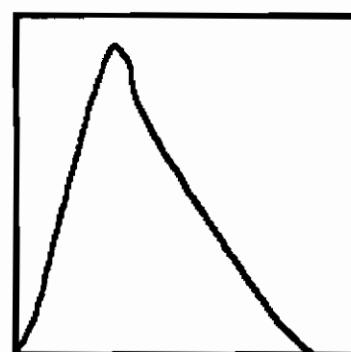
منحنى ذو قيمتين  
Bimodal Curve



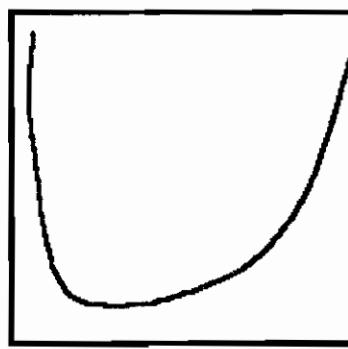
منحنى تكراري متعدد  
Symmetric Frequency Curve



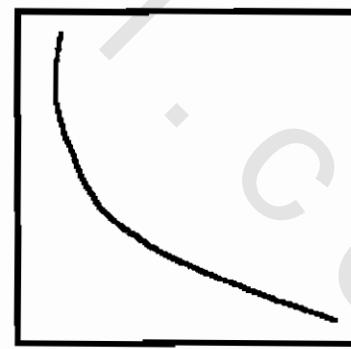
منحنى سالب الانحاء  
Negative Skewness Curve



منحنى موجب الانحاء  
Positive Skewness Curve



منحنى ذو شعبتين  
U-Shaped Curve



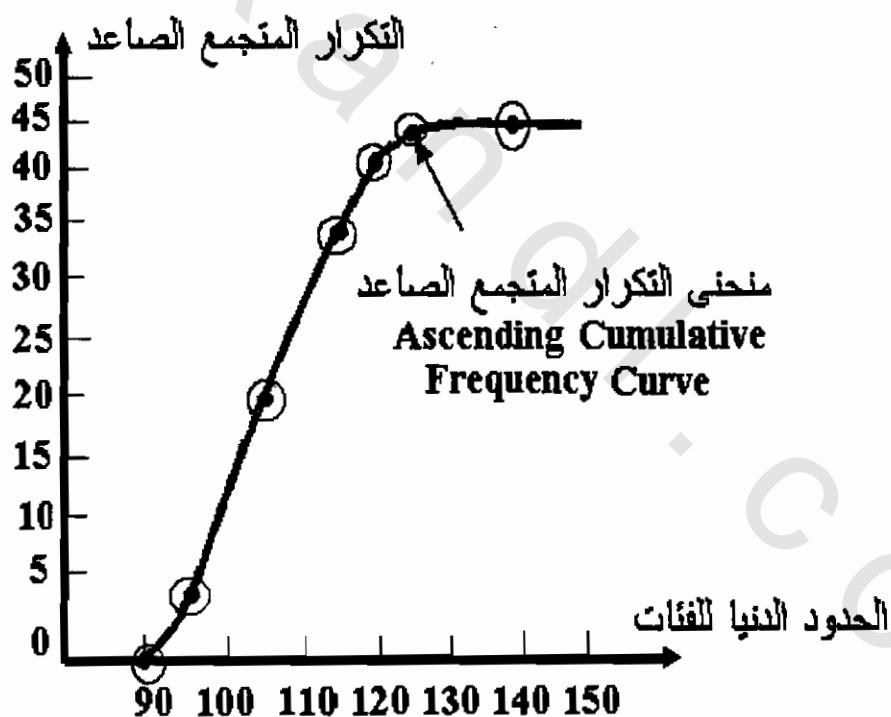
منحنى ذو شعبة واحدة  
Reverse J-Shaped Curve

الشكل (8 - 1)

أشكال المنحنيات التكرارية

## 5- المنحنى التكراري المتجمع (Cumulative Frequency Curve)

عند دراستنا لتبسيب البيانات أوضحتنا كيفية تكوين جداول التكرار المتجمع الصاعد والنازل . ولتمثيل هذه الجداول بيانيأً ، نمثل حدود الفئات على المحور الأفقي والتكرارات المتجمعة على المحور الرأسى فنحصل على كل من المنحنى المتجمع الصاعد والمنحنى المتجمع النازل وفي الشكل(9-1) تم تمثيل منحنى التكرار المتجمع الصاعد لتوزيعات درجات الذكاء للخمسين مهندس وفي الشكل(10-1) تم تمثيل منحنى التكرار المتجمع النازل لدرجات الذكاء لنفس الخمسين مهندس .



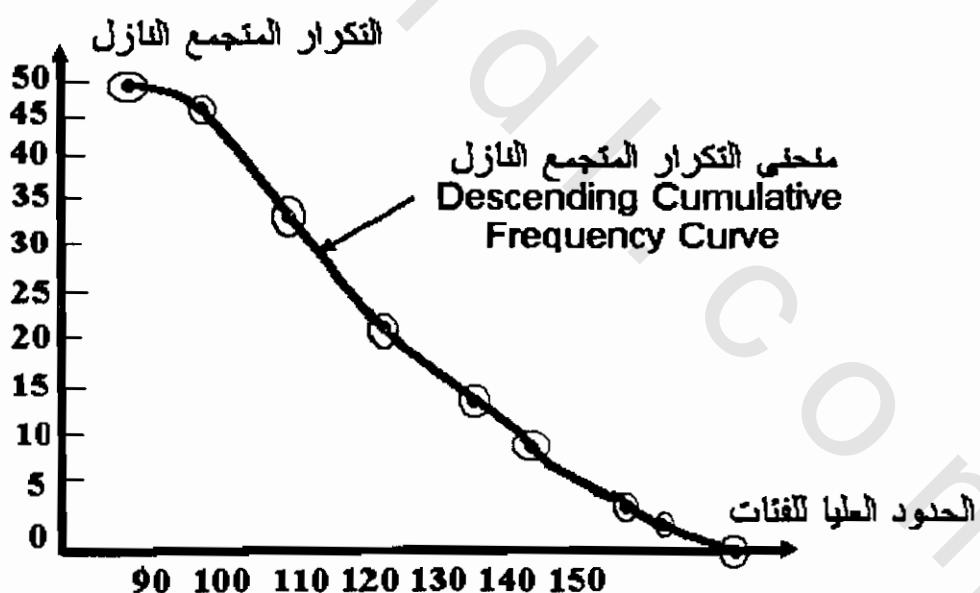
الشكل (9 - 1)

منحنى التوزيع المتجمع الصاعد لدرجات الذكاء للخمسين مهندس

ويتضح من الشكل أعلاه أن عدد المهندسين الذين حصلوا على درجات أقل من 110 هو 17 مهندس أي بنسبة 34% من مجموع المهندسين وأن عدد المهندسين الذين حصلوا على درجات أقل من 130 هو 33 مهندس أي بنسبة 66% من مجموع المهندسين وهكذا . وبذلك يمكننا استخدام الشكل في معرفة عدد المهندسين الذين حصلوا على درجات أقل من حد معين وبالتالي معرفة النسبة المئوية لهؤلاء المهندسين ، فلو أردنا معرفة النسبة المئوية للمهندسين الذين حصلوا على درجات أقل من 135 درجة نحسب أولاً عددهم وذلك بإقامة عمود على المحور الأفقي عند القيمة 135 حتى يلقي المنحني المتجمع الصاعد في نقطة ثم نرسم منها خطأً أفقياً موازياً للمحور الأفقي حتى يقابل المحور الرأسى في نقطة تحدد لنا عدد هؤلاء المهندسين فنجد أنه مثلاً 46 وهو لاء تكون نسبتهم :

$$100 \times \frac{46}{50} = 92 \%$$

مساوية إلى 92 % من مجموع المهندسين .



الشكل (9 - 1)

منحنى التوزيع المتجمع النازل لدرجات الذكاء للخمسين مهندس

## تمارين (Exercises) 9.1

س1: الجدول (14-1) يبين عدد الوحدات التي تم سحبها من مخزون أحد المصانع خلال فترة 40 يوماً :

**جدول (14-1)**

99	83	97	87	82	88	81	91	80	83
98	93	78	87	90	84	92	73	85	75
82	89	101	82	83	88	86	93	80	86
94	103	81	76	92	84	89	80	95	85

المطلوب :

- (a) تفريغ هذه البيانات في جدول تكراري مناسب .
- (b) رسم المدرج التكراري والمضلعل التكراري للبيانات .

س2: الجدول (15-1) يبين عينة عينة عشوائية مكونة من 25 عاملأً أخذت من عمال أحد المصانع فوجد أن متوسط الوحدات التي أنتجها هؤلاء العمال في الأسبوع كانت كما يلي :

**جدول (15-1)**

132	143	171	151	134
160	123	144	145	141
135	156	114	167	140
155	138	147	130	168
138	150	159	130	150

**المطلوب :**

- a) إدراج البيانات أعلاه في جدول تكراري مناسب .
- b) رسم المدرج التكراري والمضلعل التكراري للبيانات .
- c) مثل منحنى التكرار المتجمع الصاعد للبيانات ومنه أستنتج نسبة العمل الذين نقل إنتاجية كل منهم عن 135 وحده أسبوعياً .

س3: الجدول (16-1) يبين عدد الأسر لأقرب مائة والمقيمة في البلديات التالية حسب النتائج الأولية لEnumeration 1973 للسكان في ليبيا .

**جدول (16-1)**

البلدية	أجدابيا	جاتو	بني وليد	سرت	الأكفرة	المجموع
91	15	12	39	32	179	179

المطلوب تمثيل البيانات أعلاه بطريقة القطاعات الدائرية .

س4: الأعداد المبينة في الجدول (17-1) تمثل درجات 75 طالباً في امتحان لمادة مقاومة المواد في الفصل الثالث لإحدى الكليات الهندسية .

**جدول (17-1)**

60	73	85	79	73	93	76	88	62	90	68	82	75	84	68
72	63	78	91	62	74	87	75	65	61	75	85	59	71	83
75	63	79	78	96	60	68	74	69	77	84	75	82	75	66
75	71	65	76	85	78	97	69	62	79	71	83	79	60	90
82	81	73	67	76	74	65	62	66	78	68	57	73	53	80

المطلوب :

- (a) تمثيل البيانات في جدول تكراري مكون من 8 فئات .
- (b) تمثيل المدرج التكراري والمنحنى التكراري لهذه البيانات .
- (c) رسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد ومنحنى التكرار المتجمع النازل لهذه البيانات .

س5: البيانات في الجدول (18-1) تبين كمية الكهرباء المستهلكة يومياً بآلاف الكيلووات في إحدى المدن خلال فترة زمنية مقدارها 100 يوم .

جدول (18-1)

25	32	28	26	30	21	36	27	32	32	33	23	31
29	33	31	29	33	28	31	27	29	29	33	27	28
32	23	30	25	29	32	21	24	30	31	28	32	31
34	31	26	30	30	34	26	26	29	32	22	24	31
28	32	28	37	30	35	27	33	28	31	28	32	30
31	30	33	30	28	29	26	29	32	27	27	34	29
31	33	39	30	33	28	33	32	25	31	31	30	31
28	30	30	33	30	31	30	32	28				

المطلوب :

- (a) أكتب جدول التوزيع التكراري للبيانات ، أختر عدد الفئات 7 .
- (b) أنشئ المدرج التكراري والمضلع التكراري للبيانات .
- (c) أنشئ المدرج التكراري النسبي والمضلع التكراري النسبي للبيانات .
- (d) أكتب جدول التكرار المتجمع الصاعد ثم جدول التكرار المتجمع النازل لهذه البيانات .
- (e) مثل منحنى التكرار المتجمع الصاعد والنازل للبيانات .

س6: أراد عالم نفسي أن يجري تجربة على القردة ليتعرف من خلالها على إمكانية تعلم القردة أن الضوء الأحمر يعني قف والضوء الأخضر يعني تقدم ، فصار يكافئ القرد بموزة إذا استجاب الاستجابة الصحيحة للإشارة ويعاقبه بصدمة كهربائية إذا هو أخطأ ، أجرى التجربة على 100 قرد وسجل عدد المحاولات التي بذلها كل قرد حتى تعلم الدرس ، فحصل على النتائج المبينة في الجدول (19-1) :

**جدول (19-1)**

1	6	17	11	4	18	24	34	2	26
4	2	7	3	12	5	10	1	15	3
16	5	3	8	13	9	20	1	14	2
6	2	8	4	14	9	5	1	2	10
1	7	7	6	10	5	5	9	3	15
6	3	8	8	13	1	6	13	19	10
2	7	4	9	20	2	7	12	9	18
1	6	3	5	11	8	3	19	8	10
21	2	5	4	30	7	4	13	9	23
1	4	3	6	10	5	16	22	28	32

**المطلوب :**

- (a) أكتب جدول التوزيع التكراري للبيانات أعلاه (أختر عدد الفئات 7) .
- (b) أنشئ المدرج التكراري والمضلع التكراري للبيانات .
- (c) أنشئ المدرج التكراري النسبي والمضلع التكراري النسبي للبيانات .
- (d) أكتب جدول التكرار المتجمع الصاعد ثم جدول التكرار المتجمع النازل لهذه البيانات .
- (e) مثل منحني التكرار المتجمع الصاعد والنازل للبيانات .

س7: جدول (20-1) يبين التوزيع التكراري لعدد الهكتارات التي يزرعها 150 مزارعاً في إحدى المناطق الزراعية :

**جدول (20-1)**

98 - 90	- 86	- 80	- 74	- 68	- 62	- 56	- 50	النمرة (بالهكتار)
6	12	20	44	30	24	12	2	المزارع (النكرار)

المطلوب :

- (a) مثل المدرج التكراري والمطلع التكراري والمنحنى التكراري للبيانات .
- (b) أنشئ جدول التكرار المتجمع الصاعد للبيانات ومثله بالرسم .
- (c) أنشئ جدول التكرار المتجمع النازل للبيانات ومثله بالرسم .

س8: الجدول (21-1) يبين العمر بالشهر الذي تعلم فيه أربعون طفلاً ركوب الدراجة ذات العجلات الثلاثة :

**جدول (21-1)**

21	23	31	35	18	19	22	25	27	16
26	29	28	25	25	21	28	32	25	21
23	26	24	20	23	24	26	20	28	20
32	24	25	28	29	31	26	32	29	24

المطلوب:

- (a) نظم البيانات السابقة في جدول توزيع تكراري مكون من 5 فترات .

- (b) مثل التوزيع التكراري في (a) بمدرج تكراري ومضلع ومنحني تكراري .  
(c) على نفس ورقة الرسم مثل التكرار المتجمع الصاعد والنازل للبيانات .

س 9: الجدول (22-1) يبين الأجر الأسبوعية بالذانير للعاملين بأحد شركات البترول :

**جدول (22-1)**

نطاق الأجر (بالذانير)							
عدد العاملين (التكرار)							
120 - 110	- 100	- 90	- 80	- 70	- 60	- 50	
2	5	10	14	16	10	8	

المطلوب :

(a) أرسم منحني التكرار المتجمع الصاعد للبيانات ومنه أستنتج نسبة العاملين الذين يحصلون على أجر أقل من 85 دينار أسبوعياً وعدد العاملين الذين يحصلون على أجر يتراوح بين 63 وأقل من 75 دينار أسبوعياً .

(b) أرسم منحني التكرار المتجمع النازل للبيانات ومنه أستنتاج نسبة العاملين الذين يحصلون على أجر يساوي أو يزيد عن 98 دينار أسبوعياً .

س 10: الجدول (23-1) يبين المساحة المزروعة قمح (x) بآلاف hectares وكمية الإنتاج من القمح (y) بآلاف quintals والتي جمعت من 10 مناطق .

### جدول (23-1)

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	المنطقة
132	138	148	148	128	142	130	126	138	146	$\bar{x}$
993	1002	1008	981	1005	993	987	996	993	999	$\bar{y}$

المطلوب :

تمثيل البيانات أعلاه في جدول تكراري مزدوج مناسب .