الباب الرابع

مبادئ الأحصاء

مبادئ الإحصاء

يختص علم الإحصاء بجمع وتصنيف وشرح وتلخيص البيانات حول الظواهر المختلفة المحيطه بنا وذلك لتوضيح واعطاء فكرة عامة أو استنتاج واتخاذ قرارات معينة فى حالات يكون فيها القرار غير واضح والاستنتاج غير صريح، أي أنه باستخدام الطرق الاحصائية نستطيع فهم وتوضيح أكثر ما يمكن من حقائق حول بيانات الظواهر المختلفة.

والطرق الاحصائية بفروعها المختلفة لها تطبيقات عديدة فى جميع فروع العلوم الطبيعية والانسانية فمثلا باستخدام الطرق الاحصائية يمكن بدراسة جزء من المجتمع أن نعمم النتائج على المجتمع ككل، كما يمكن دراسة مدى ارتباط تأثير وتأثير الظواهر بعضها ببعض والتبنؤ بسلوك بعض الظواهر مستقبلا اعتمادا على سلوكها فى الماضى.

كذلك يمكن باستخدام الطرق الاحصائية توضيح عما إذا كانت البيانات حول ظاهرة ما تدعم صحة بعض الفروض أو العكس كما أن نتائج المتعددات العامة تستخدم فى التخطيط للسياسة العامه فى جميع المجالات، والطرق الاحصائية أسسها واحدة مهما اختلفت أوجه استخداماتها فى العلوم المختلفة مع مراعاة أنه للقيام بأى دراسة إحصائية يجب الاهتمام بالنقاط التالية:

1 - تحديد هدف الدراسة.

2 - تصميم الدراسة.

3 - جمع المعلومات المطلوبة.

4 - تحليل النتائج.

وقد تطور العلم وأصبح له فروع عديدة يمكن تقسيمها إلى:-

1 - الاحصاء الوصفي:

الذي يختص بوصف وعرض وتلخيص البيانات.

2 - الاحصاء الاستنتاجي:

ويختص باستنتاج واتخاذ القرار وتعميم النتائج مع حساب درجة الثقة المصاحبة لهذه القرارات والاستنتاجات ويهتم هذا المقرر بالنوع الأول.

أولا: الجدول التكراري :

هو جدول يوضح البيانات على هيئة فترات ذات فترات متساوية ويقابلها تكرارات تمثل عدد البيانات لكل فئة.

مثال :

إذا كان انتاج 60 مصنعاً من إنتاج معين كالآتى:

89	29	68	91	72	31	25	62	57	46	21	95	87
73	77	62	58	81	57	54	72	81	83	73	62	66
36	77	62	58	81	57	54	72	81	83	73	62	66
36	29	17	63	52	97	87	67	96	88	83	73	12
42	33	21	54	36	81	65	57	73	92	62	63	71
					51	62	56	23	49	46	89	58

والمطلوب توضيح المعالم الأساسية لهذه البيانات عن طريق الجدول التكرارى.

العمـــل :

لتكوين جدول تكرارى تتبع الخطوات التالية:

1 - نحدد المدى الذى تنتشر فيه هذه البيانات.

المدى = أكبر بيان - أصغر بيان = 97 - 12 = 85

2 - نقسم هذا المدى إلى فترات متساويه الطول بحيث يكون عددها مناسبا فإذا حددنا طول الفترة مثلا (10) سيكون لدينا 9 فترات

$$(\text{عدد الفترت} \cong \frac{\text{المدى}}{\text{طول الفتره}} \cong \frac{85}{10} \cong 9)$$

3 - يكون لكل فترة حد أدنى وحد أعلى بحيث يكون الحد الأدنى للفترة الأولى مساويا أو أقل من الحد الأدنى للبيانات (أى أصغر قيمة موجودة) كذلك الحد الأعلى لآ]ر فترة يكون مساويا أو أكبر من الحد الأعلى للبيانات (أكبر قيمة موجودة) وذلك حتى نضمن عدم وجود فترات زائدة ليس لها تكرارات.

4 - نضع الجدول على صورة أفقيه أو رأسيه ونحصر القيم لكل فترة بوضع علامة (|) فى خانة علامات الحصر المقابلة للفترة المعنية فمثلا عدد البيانات المحصوره بين 10 - 20 هو 2 نتكون بالحصر || وعدد البيانات المحصورة بين 30 - 20 هو 5 فتكون بالحصر |||| وتكون الجدول التكرارى بهذا الشكل.

إنتاج 60 مصنعا فى سلعة معينة

الفترة	20-10	30 -20	40-30	50-40	60-50	70-60	80-70	90-80	100-90	المجموع
علامات الحصر	||	𝍸	𝍸	||||	𝍸 𝍸	𝍸 𝍸 |	𝍸 ||||	𝍸 ||||	𝍸	
التكرار	2	5	5	4	10	11	9	9	5	60

ملحوظـــــة :

الفـترة 10 - 20 تعنى جـميع الأعداد التى هى مسـاويه لـ 10 وأقل من 20 أى العدد 20 يكون من ضمن الفترة التاليه وهكذا باقى الفترات بالمثل.

وبالرغم أنه لا تـوجـد طريقـة وحـيـدة لوضـع الجـداول التكرارية إلا أنه هناك بعض النقاط الأساسية التى يجب مراعاتها عند تكوين الجداول التكراريه وهى:

1 - يجـب أن يكـون عـدد الـفـتـرات مناسبـا من 5 إلى 25 حـسـب خـبـرة الباحـــث.

2 - تجنب الفجوات أو التداخل بين الفترات.

3 - يكون طول الفترة بحيث أن تكون البيانات داخل الفترة أقرب ما يمكن إلى منتصفها.

$$\text{مركز الفترة} = \frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{2}$$

ذكـرنا سـابقـا أن طول الفـتـرات فى الجـدول يجب أن تـكـون مـتـسـاوية وذلك لسهولة التعامل معها ولكن فى بعض الحالات تستخدم فترات غير متساوية الطول لوجود غرض من وراء ذلك. فمثلا إذا كان الغرض من الدراسة الاهتمام ببعض الفترات والتركيز عليها ولا يهمنا باقى الفترات الأخرى كذلك إذا كان التكرار لبعض الفترات صغيرا جدا مقارنة بباقى التكرارات يمكن دمج هذه الفترات معا.

ثانيا: المدرج التكرارى:

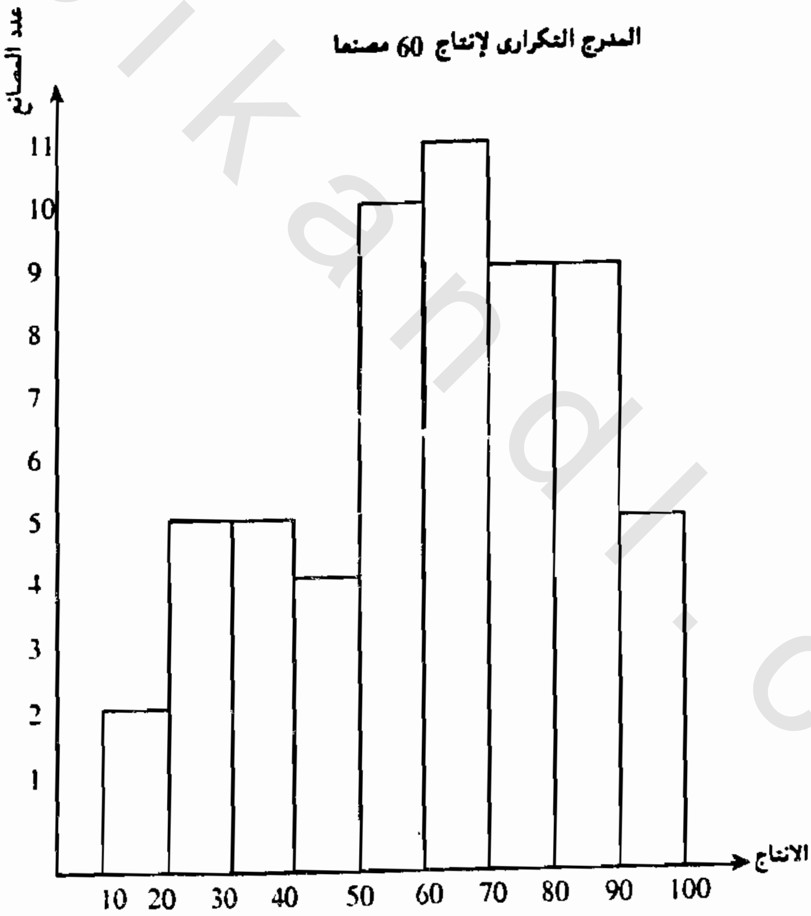
هو عـبـارة عن مـسـتطيلات رأسـيـة ارتفاعـهـا يـمـثـل التكرارات أما قـاعدتهـا فتمثل فترة الفئة. وتتلخص فى الآتى:

1 - تكوين الجدول التكرارى.

2 - يحدد المحور الأفقى للفترات (ليس من الضرورى البداية من الصفر).

3 - يحدد المحور الرأسى للتكرار وحسب الطول المتوفر يقسم إلى وحدات بحيث تضمن رسم أكبر تكرار على أن تبدأ من الصفر.

4 - نبدأ بتحديد بداية كل فترة ونهايتها ثم يحدد التكرارات المقابلة لكل فترة ليتكون بذلك المدرج التكرارى كما بالشكل (شكل 90)



شكل 90

وبالنظر إلى هذا الشكل يتضح أن معظم المصانع إنتاجها مرتفع وأن أكثر المصانع إنتاجا بين 60 - 70 أو أقل إنتاجا بين 10 - 20 وعلى العموم فإن معظم المصانع كان إنتاجها أكبر من 50.

ثالثا: المضلع التكراري:

فى هذا النوع من التمثيل تمثل الفترات بمراكزها ومن ثم فإننا نعين نقاطا (x , y) بحيث x = مركز الفئة (مركز الفترة)

y = تكرار الفئة.

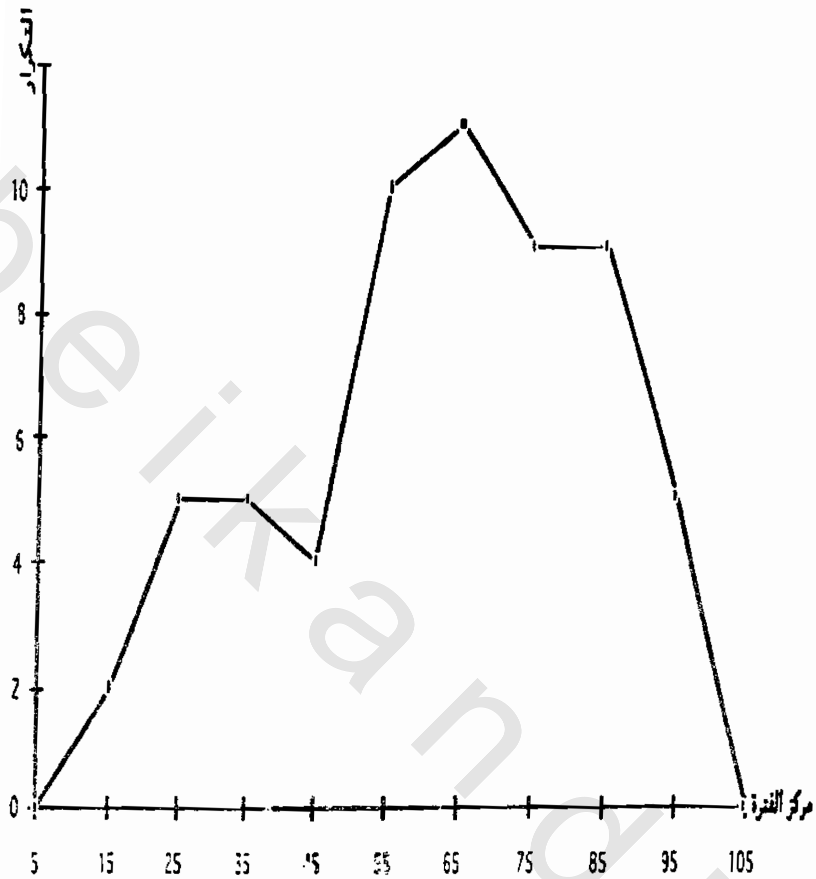
ثم نصل بين النقاط بقطع مستقيمة ويغلق المضلع من طرفيه بإضافة نقطتين (x_0 , o) , (x_I, o) حيث

x_0 هى مركز الفترة ما قبل الأولى.

x_I هى مركز الفترة ما بعد الأخيرة والتى تكرارها أيضا صفر.

ويسمى الشكل الناتج بالمضلع التكرارى. شكل 91

الفترة	10-0	20-10	30-20	40-30	50-40	60-50	70-60	80-70	90-80	100-90	110-100
مركز الفترة	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105



شكل 91

وهذا النوع من الرسومات يفضل استخدامه عند مقارنة ظاهرتين أو أكثر بيانيا فنجد أن المقارنة سهلة وواضحة.

رابعا: المنحنى التكرارى :

فى هذا النوع من التمثيل البيانى يسير العمل كما فى حالة المضلع التكرارى دون الاستعانة بالفترتين الاضافتين (قبل الأولى وبعد الأخيرة) وتوصيل النقاط لعمل المنحنى بحيث يكون مارا بأكثر عدد من النقاط.

كما إنه إذا زادت عدد الفترات وصغر طول الفترة إقترب المضلع التكرارى من أن يكون منحنيا وفى هذه الحالة يسمى بالمنحنى التكرارى.

التكرار المتجمع الصاعد والنازل:

فى بعض الحالات نود معرفة عدد التكرارات أو البيانات التى تزيد قيمتها عن قيمة معينة أو تقل عن قيمة معينة، مثلا عندما نود أن نعلم عدد الناجحين أى عدد الحالات التى تزيد درجاتهم عن 50 ، وهذه غير واضحة بسهولة فى الجدول السابق، وعلى ذلك فقد وضع جدول لمثل هذه الحالات يوضح الإجابة على مثل هذه التساؤلات كما يلى:

فى المثال السابق إذا أردنا الحصول على جدول التكرار المتجمع الصاعد أو النازل علينا جمع التكرارات المناظرة لكل فترة وإلى قبلها فنحصل على مجموع التكرارت أى التكرار المتجمع الصاعد حسب تلك الفترة كما هو موضح فى الجدول التالى:

جدول التكرار المتجمع الصاعد لإنتاج 60 مصنعا

الفترة	-10	-20	-30	-40	-50	-60	-70	-80	100-90
التكرار	2	5	5	4	10	11	9	9	5
أقل من	20	30	40	50	60	70	80	90	100
التكرار المتجمع الصاعد	2	7	12	16	26	37	46	55	50
أكبر من	10	20	30	40	50	60	70	80	90
التكرار المتجمع النازل	60	58	53	48	44	34	23	14	5

ويمكن توضيح جدول التكرار المتجمع الصاعد والنازل بطريقة أخرى بحيث يكون مجموع التكرارين فى كل فترة مساويا التكرار الكلى للتكرار وذلك كما يلى:-

القيمة الصاعد	التكرار المتجمع	القيمة	التكرار المتجمع النازل
أقل من 10	صفر	10 فأكثر	60
أقل من 20	2	20 فأكثر	58
أقل من 30	7	30 فأكثر	53
أقل من 40	12	40 فأكثر	48
أقل من 50	16	50 فأكثر	44
أقل من 60	26	60 فأكثر	34
أقل من 70	33	70 فأكثر	23
أقل من 80	46	80 فأكثر	14
أقل من 90	55	90 فأكثر	5
أقل من 100	60	100 فأكثر	صفر

مثـــال :

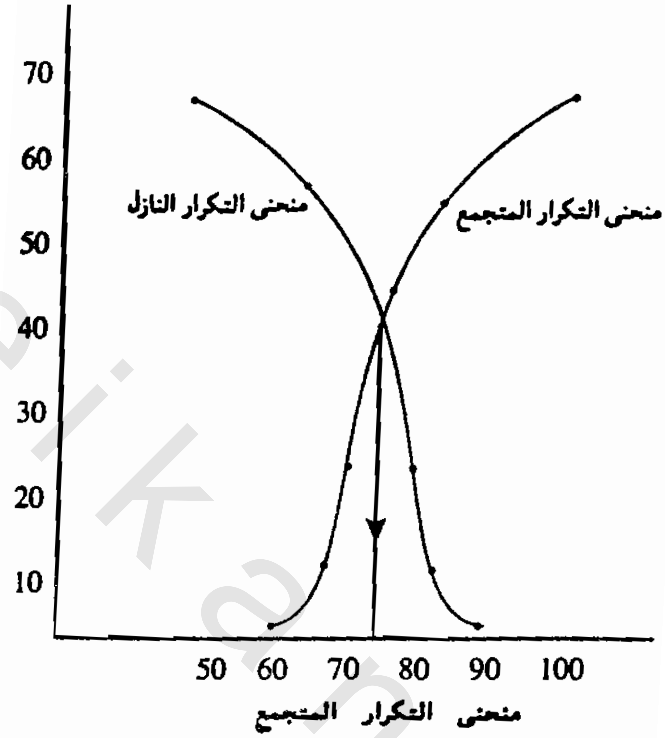
إرسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد ومنحنى لتكرار المتجمع النازل للتوزيع التكرارى التالى - عين من الرسم القيمة الوسطى للبيانات المعطاه فى جدول التوزيع التكرارى:

الفترة	50-	56-	62-	68-	74-	80-	86-	89-92
التكرار	1	6	12	15	22	10	6	3

الحـــل :

نكون جدول التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل ثم رسمهما بيانيا وكما يبين شكل (92) أن القيمة الوسطى هى القيمة التى تقابل تكرارا مجتمعا يساوى نصف مجموع الحالات أى تساوى $37 \frac{1}{2}$

التكرار المتجمع الصاعد		التكرار المتجمع النازل	
الحد	التكرار	الحد	التكرار
أقل من 50	صفر	50 فأكثر	75
أقل من 56	1	56 فأكثر	74
أقل من 62	7	62 فأكثر	68
أقل من 68	19	68 فأكثر	56
أقل من 74	34	74 فأكثر	41
أقل من 80	56	80 فأكثر	19
أقل من 86	66	86 فأكثر	9
أقل من 92	7.2	92 فأكثر	3
أقل من 98	75	98 فأكثر	صفر


70
60
50
40
30
20
10
منحنى التكرار النازل
منحنى التكرار المتجمع
50 60 70 80 90 100
منحنى التكرار المتجمع

شكل 92

النزعة المركزية:

بالتمعن فى الظواهر التى حولنا والقيم التى تأخذها العناصر المختلفة لهذه الظواهر نلاحظ أن أغلب قيم هذه الظواهر قريبة من بعضها البعض أى أنها تتجمع حول قيمة معينة غير منظورة فمثلا نجد دخل أو ذكاء أو طول معظم الأشخاص فى مجموعة أو مجتمع ما تقرب أو تتجمع حول قيمة معينة وهناك عدد قليل من الأفراد أى من القيم يبتعد عن هذا التجمع من ناحية الصغر أو الكبر أى أن هذه القيمة كأنها تعمل على جذب القيم ناحيتها أى كأن هناك قابليته أو رغبته أو نزعة عند هذه القيم للتجمع والاقتراب من هذه القيمة، هذه الظاهرة سميت ظاهرة النزعة المركزية. وقد سميت بالنزعة لأنها ظاهرة طبيعية لا يمكن التحكم فيها وفى الواقع هناك عدة متوسطات للتعبير عن هذه الظاهرة منها:

1- المتوسط الحسابى:

ويعرف بأنه يساوى مجموع البيانات مقسومة على عددها.

2- الوسيط:

ويعرف بأنه القيمة التى تقسم البيانات الى مجموعتين بحيث يكون عدد القيم التى أكبر منها مساويا لعدد القيم التى أصغر منها، وإذا كان عدد القيم زوجيا يكون الوسيط هو متوسط القيمتين التى رتبتهما $\frac{n}{2}$, $\frac{n}{2} + 1$

3 - المنوال:

فى بعض الحالات نجد أن البيانات التى لدينا مصنفة حسب نوعية معينة أو صفة أى إنها مقسمة إلى أنواع أو إلى مجموعات ليست عددية مثل الجنس أو المستوى العلمى.. إلخ. مما دعت الضرورة إلى وجود مقياس من آخر يعبر عن هذه الحالات وهو المنوال.

ويعرف المنوال بأنه القيمة الأكثر إنتشارا. ويمكن أن يؤخذ بالعدد المقابل لأعلى تكرار.

التشتت

لقد اتضح لنا مما سبق أن المتوسطات كمقياس للنزعة المركزية تغطى وصف وتوضح فكرة عامة عن البيانات التى حسبت منها، ومما لا شك فيه أن هذه الفكرة والوصف يتوقف على نوع البيانات والمتوسط المستخدم لوصفها. وفى الواقع إذا أردنا أن تكون الفكرة والوصف شاملا ودقيقا وأقرب إلى واقع البيانات فلا نستطيع الاعتماد على الوصف بالمتوسطات فقط.

كذلك عند مقارنة ظاهرتين تساوت خاصية النزعة المركزية لهما أى تساوت متوسطاتهما فاعتمادنا فى المقارنة على خاصية واحدة غالبا ما تكون بعيدة عن الواقع فمثلا إذا كانت درجات طالبين فى خمسة اختبارات لمادة كالآتى:

درجات الطالب الأول : 52 3 74 98 37

درجات الطالب الثانى : 52 53 50 51 54

نجد أن المتوسط «الوسيط» = 52

ونجد أن درجات الطالب الثانى متقاربة ومتجانسة - أى أن الفروق بينها صغيرة. أما درجات الطالب الأول يلاحظ أن الفروق بينها كبيرة أى إنها غير متجانسة. وعلى ذلك تكون درجات الطالب الثانى أقل اختلافا وأقل تشتتا بعكس الطالب الأول التى تكون درجاته أكثر اختلافا وأكثر تشتتا - وهذا ما يعرف بظاهرة التشتت.

مقاييس ظاهرة التشتت:

1 - المدى
2 - الانحراف الربيعى
3 - الانحراف المطلق
4 - الانحراف المعيارى
5 - معامل الاختلاف

وسوف نقتصر فى دراستنا على المدى والانحراف المعيارى.

المدى (Range) :

هو أبسط مقاييس التشتت مفهوما حيث أنه يوضح فكرة عامة وبسيطة عن تشتت البيانات.

وقيمته تساوى أكبر قيمة مطروحا منها أصغر قيمة فى البيانات. فإذا رمزنا للمدى بالرمز R فإنه يساوى :-

$$R = x_{max} - x_{min}$$

حيث: x_{max} أكبر بيان

x_{min} أصغر بيان

مثال :

إذا كان دخل (6) منتجين بإحدى المنشآت كالآتى:

140 100 220 180 190 260

أوجد المدى:

الحـــل:

$$R = x_{max} - x_{min}$$
$$= 260 - 100 = 160$$

بالرغم من بساطة هذا المقياس إلا أننا نجد له استخدامات عديدة فى المجالات الاقتصادية والاجتماعية فمثلا يقال أن سعر سلعة معينة فى السوق اليوم كان من كذا إلى كذا وإن درجة الحرارة كانت من 22 إلى 32 أو أن سن الزواج فى إحدى المدن من 17 إلى30 مثلا وهكذا.

الانحراف المعيارى (Standard deviation):

يعتبر الانحراف المعيارى من أهم المقاييس الاحصائية للتشتت وهو الأكثر استخداما فى القوانين والنظريات الاحصائية وذلك لأنه يعطى فكرة سليمة ومنطقية عن ظاهرة التشتت ويعرف بأنه :

الجذر التربيعى لمتوسط مربع إنحرافات القيم عن متوسطها.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_r - \bar{x})^2}{n}}$$

$\sigma =$ الانحراف المعيارى

$x_r =$ القراءات أو البيانات ، $\bar{x} =$ متوسط القراءات

$n =$ عدد البيانات ، $\sum$ المجموع

وقد وجد أنه من الأدق أن نقسم مجموع مربع الانحرافات على $(n - 1)$ بدلا من n ويتم ذلك كالآتى:

$$\sigma^2 (n-1) = \sum (x_r - \bar{x})^2$$

$$= \sum (x_r^2 - 2\, x_r \bar{x} + \bar{x}^2$$

$$= \sum (x_r^2 - 2\, \bar{x} \sum x_r + \sum \bar{x}^2$$

$$= \sum x_r^2 - 2\, n\, \bar{x}^2 + n\, \bar{x}^2$$

$$= \sum x_r^2 - \frac{(\sum x_r)^2}{n}$$

وهذه الصيغة أسهل فى التعامل حيث التعامل يكون مع القراءات الأصلية بدلا من الانحرافات عن المتوسط

مثال:

إذا كانت درجات 10 طلبة فى إحدى الاختبارات فى مادة كالآتى:

6 - 8 - 9 - 5 - 8 - 7 - 8 - 6 - 7 - 8

فاحسب الانحراف المعيارى

الحل:

$$\sum x_r^2 = 6^2 + 8^2 + 9^2 + \qquad 8^2$$
$$= 532$$
$$\sum x_r = 6 + 8 + 9 + 5 + 8 + 7 + 8 + 6 + 7 + 8$$
$$= 72$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_r^2 - \frac{(\sum x_r)^2}{n}}{n - 1}$$

$$= \frac{532 - \frac{(72)^2}{10}}{9} = 1.5$$

$$\therefore \sigma = 1.2$$

حساب الانحراف المعيارى فى حالة وجود تكرارات:

على فرض أن f_r تمثل التكرارات فيكون النحراف الميعارى σ :

$$\sigma^2 = \frac{1}{(\sum f_r - 1)}\left[\sum f_r x_r^2 - \frac{(\sum f_r x_r)^2}{f_r}\right]$$

مثـــــال :

إذا كانت درجات 30 طالبا فى إحدى الاختبارات كالآتى:

الدرجة	(x_r)	4	6	7	9	10
العدد	(f_r)	6	8	10	4	2

أوجد الانحراف المعيارى.

الحـــل :

الدرجة x_r	7	6	7	9	10	Σ
التكرار f_r	6	8	10	4	2	30
$f_r x_r$	24	48	70	36	20	198
x_r^2	16	36	49	81	100	-
$f_r x_r^2$	96	288	490	324	200	1348

$$\therefore \sigma^2 = \frac{1}{29}\left(1348 - \frac{(198)^2}{30}\right)$$

$$= 1.42$$

$$\sigma = 1.18$$ درجة

حساب الانحراف المعيارى من الجداول التكرارية:

إذا كانت لدينا بيانات فى جدول تكرارى (بدون فترات مفتوحة) واردنا حساب الانحراف المعيارى لهذه البيانات. نحسب أولا مركز الفترات ثم نتبع الطريقة السابقة كما فى المثال التالى:

مثال:

إذا كان الجدول التالي يوضح المصروفات الشهرية لعدد من المنشآت والمطلوب حساب الانحراف المعياري لهذه البيانات.

المصروفات بالألف x^r	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	المجموع
عدد المنشآت f_r	10	15	20	12	3	60

الحـــل:

المصروفات بالألف x_r	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	المجموع
التكرار f_r	10	15	20	12	3	60
مركز الفترة c	1	3	5	7	9	—
$f_r\, x_c$	10	45	100	84	27	266
x_c^2	1	9	25	49	81	—
$f_r\, x_c^2$	10	135	500	588	283	176

$$\left(\Sigma\,(f_r\, x_c)^2\right) = (266)^2 = 70756$$

$$\Sigma\, f_r\, x_c^2 = 1516$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_r x_c^2 - \frac{(\sum f_r x_c)^2}{n} n}{n - 1}$$

$$= 5.7$$

$\sigma = 2.4$ ألف دينار

ملحوظة :

1 - لا يتأثر الانحراف المعياري إذا أضيف أو طرح عددا ثابتا من كل القيم.

2 - يتأثر الانحراف المعياري بالضرب أو القسمة على المقادير الثابتة لكل القيم.

تمارين (34)

1 - الجدول التالى يبين التوزيع التكرارى لدرجات الطلبة فى إحدى المواد.

الفترة	5-	10-	15-	20-	25-	30-	35-	40-45
التكرار	4	22	28	18	12	9	4	3

والمطلوب إيجاد : 1 - المتوسط الحسابى

2- الانحراف المعيارى

2 - ارسم المنحنى التكرارى للتوزيع التالى :

الفترة	50-	60-	70-	80-	90-	100-	110-	120-130
التكرار	4	22	28	18	12	9	4	3

والمطلوب إيجاد : 1 - المتوسط الحسابى

2- الانحراف المعيارى

2 - ارسم المنحنى التكرارى للتوزيع التالى :

الفترة	0-	10-	20-	30-	40-	50-	60-	70-80
اللغة العربية	1	3	2	13	29	31	13	3
اللغة الانجليزية	3	5	10	15	19	22	15	4

والمطلوب إيجاد :

1 - قارن بين تشتتى الدرجات عن طريق رسم منحنيين تكرارين لهما.

2 - إحسب المتوسط الحسابى، الانحراف المعيارى لكل من التوزيعين.

4 - عرف الآتى :

الوسط الحسابى - الوسط - العدى - التشتت - مقاييس التشتت

5 - الجدول التالى بين الدخل الاسبوعى لمجموعة من المنتجين المهرة (بالدينار) لعدد وحدات معينة.

الدخل	عدد الوحدات
66.0 فأكثر	142
66.5 فأكثر	131
67.0 فأكثر	116
67.5 فأكثر	92
68.0 فأكثر	52
68.5 فأكثر	32
69.0 فأكثر	18
69.5 فأكثر	7

والمطلوب:

أ- كون جدول توزيع تكرارى من هذا الجدول.

ب - أعد تنظيم البيانات السابقة فى جدول توزيع تكرارى متجمع صاعد.

جـ - مثل التوزيعين المتجمع الصاعد والمتجمع النازل بيانيا.

د - من الرسم البيان فى جـ أوجد القيمة الوسطى للدخل لهؤلاء المنتجين.

6 - من جدول التكرار التالى ، كون جدولا يتضمن التكرار المتجمع الصاعد والمتجمع النازل. إرسم منحنى كل تكرار واستخدم الرسم فى إيجاد الوسيط.

الفترة	-20	-25	-30	-35	-40	-50	-45	-55	65-60
التكرار	3	9	13	16	20	15	13	8	3

المراجع العربيـــة

1 - حساب التفاضل، والتكامل والهندسة التحليلية - تأليف ج. ب. توماس ترجمة الدكتور موفق دعبول وآخرين - منشورات جامعة الذاتج الطبعة الثانية 1979

2 - الهندسة : د. فؤاد محمد رجب - الأستاذ على أحمد حمدى - مطابع الثورة العربية 1993 الجماهيرية العربية الليبية.

3 - الاحصاء : د. سياما داش - الاستاذ على أحمد حمدى - مطابع الثورة العربية 1993 الجماهيرية العربية الليبية.

4 - حساب التفاضل والتكامل والهندسة والهندسة التحليلية: تأليف وليم هـ.دورفى / كلية مونت هوليوك الدار الدولية للنشر والتوزيع. ترجمة الدكتور محمد على محمد السمرى جامعة حلوان، جمهورية مصر العربية. الطبعة الثانية 1992.

المراجع الأجنبية

1- Engineering formulas - kurt Gieck Third Edition - 1873 - McGraw- Hill Book Comp. Printed in W. Gery many.

2- Golden book in Matematics. Mr. Ayman Eissa, mr. Mohamed Hasan. (المكتبة المصرية بالفعالة . جمهورية مصر العربية)