الفصل الثامن
Chapter Eight

المجال المغناطيسي
The Magnetic Field

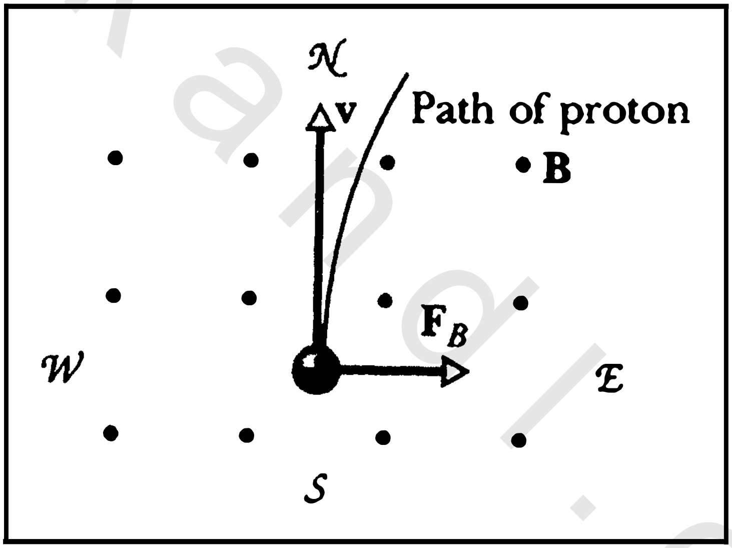
مسألة **(8.1)** ***Problem***

في حيز مختبري تبلغ قيمة المجال المغناطيسي $\vec{B}$ $(1.2\,mT)$، واتجاهه عمودياً نحو الأعلى (انظر الشكل (8.1)). بينما يتحرك بروتون خلاله بطاقة حركية قدرها $(5.3\ MeV)$ وبشكل أفقي من الجنوب إلى الشمال. أوجد مقدار قوة الانحراف التي تؤثر على البروتون، كتلة البروتون هي $(m_p = 1.67 \times 10^{-27}\,kg)$.

الحل ***Solution***

إن قوة الانحراف (F_B) تعتمد على سرعة البروتون ذلك أن :

$$F_B = qv\,B\sin\theta$$



شكل (8.1)، المسألة (8.1)

يبين ومن الأعلى بروتون متحرك خلال مجال مغناطيسي. ينحرف هذا البروتون إلى الشرق، ومن الواضح أن اتجاه هذا المجال المغناطيسي عمودياً وإلى الأعلى.

ومن الممكن إيجاد سرعة البروتون من خلال طاقته الحركية على النحو التالي :

$$K.E = \frac{1}{2} m\,v^2$$

$$(5.3 \times 10^6\, eV) = \frac{(1.67 \times 10^{-27}\, kg)v^2}{2}$$

إلا أن :

$$1\, eV = 1.6 \times 10^{-19}\, J$$

$$v^2 = \left[\frac{(2)(5.3 \times 10^6)(1.6 \times 10^{-19}\, J/eV)}{(1.67 \times 10^{-27}\, kg)}\right]$$

$$v = 3.2 \times 10^7\, m/s$$

$$F_B = (1.6 \times 10^{-19}\, c)(3.2 \times 10^7\, m/s)(1.2 \times 10^{-3}\, T)(\sin 90)$$

$$= 6.1 \times 10^{-15}\, N.$$

مسألة (8.2) *Problem*

مجال كهربائي ($\vec{E}$) مقداره ($1.5\ kV/m$) وآخر مغناطيسي ($\vec{B}$) مقداره ($0.04\ T$) يؤثران على إلكترون متحرك وذلك كي تصبح القوى المؤثرة علية مساوية إلى الصفر.

1- أوجد أقل قيمة لسرعة الإلكترون .

2- مثّل عن طريق رسم المتجهات $\vec{E}$ و$\vec{B}$ و$\vec{v}$.

الحل *Solution*

إن القوتين المؤثرتين على حركة الإلكترون هما :

القوة الكهربائية : $\vec{F}_E = q\vec{E}$

القوة المغناطيسية : $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$

$$\vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_B = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$= q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$q(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})=0$$

$$q\neq 0$$

$$\vec{v}\times\vec{B}=v\,B\sin(\phi\,)$$

$$v_{\min}\Rightarrow\ \vec{v}\times\vec{B}=-\vec{v}\times\vec{B}$$

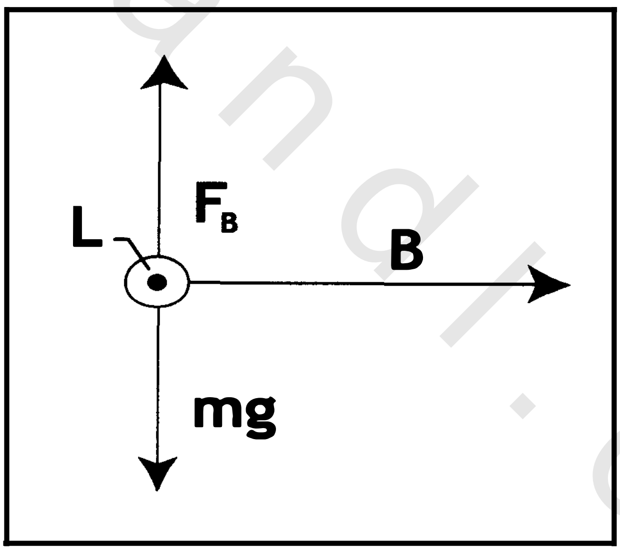
$$\vec{E}-v_{\min}\vec{B}=0$$

$$v_{\min}=\frac{E}{B}=\frac{(1.50\times 10^{3}V/m)}{(0.40\,T)}$$

$$=3.75\times 10^{3}\,m/s$$

أقل قيمة للسرعة :

$$\phi=\left(\frac{3\pi}{2}\right)$$



شكل (8.2)، المسألة (8.2)

مسألة (8.3) *Problem*

قطعة معدنية من النحاس سمكها ($150\,\mu\,m$)، وضعت في مجال مغناطيسي ($\vec{B}$) مقداره ($0.65\ T$) وكانت قيمة التيار(i) ($23\ A$) وهو التيار المار خلال القطعة المعدنية. أوجد فرق جهد هول (V) عبر عرض القطعة النحاسية.

Solution الحل

في معدن النحاس هناك تقريباً إلكترون واحد لكل ذرة نحاس يقوم بعملية التوصيل الكهربائي. وهذا ما يشير إلى أن عدد الألكترونات يساوي عدد ذرات النحاس.

$$\frac{n}{N_A} = \frac{\rho}{M}$$

$$\left(\frac{atoms/m^3}{atoms/mol} = \frac{mass/m^3}{mass/mol} \right)$$

$$n = \frac{\rho N_A}{M} = \frac{(9.0 \times 10^3\, kg/m^3)(6.02 \times 10^{23}\, mol^{-1})}{64 \times 10^{-3}\, kg/mol}$$

$$= 8.47 \times 10^{28}\, electrons/m^3$$

حيث ρ : هي كثافة النحاس الحجمية، (N_A) هو عدد أفوكادرو، (M) هو الكتلة المولرية للنحاس.

$$V = \frac{B\,i}{n\,e\,l} = \frac{(0.65\,T)(23\,A)}{(8.47 \times 10^{28}\,m^{-3})(1.60 \times 10^{-14}\,C)(150 \times 10^{-6}\,m)}$$

$$= 7.4 \times 10^{-6}\,V = 7.4\,\mu V.$$

Problem (8.4) مسألة

في تجربة ج . ج تومسون تسير الألكترونات على مسار دائري وتمتلك طاقة حركية مقدارها $(22.5\ eV)$. إذا كانت قيمة المجال المغناطيسي المنتظم والخارج من المستوى بالاتجاه الأمامي يساوي $(4.55 \times 10^{-4}\,T)$.

1- أوجد نصف قطر المسار الدائري للإلكترون.

2- أوجد تردد الإلكترونات في مسارها الدائري.

3- أوجد زمن الدورة الواحدة للإلكترون.

الحل Solution

1- من المعلوم أن

$$r = \frac{m\,v}{q\,\vec{B}}$$

وكذلك

$$K.E = 22.5eV\,\frac{1.5\times 10^{-19}\,J}{eV}$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(9.1\times 10^{-31}\,kg)v^2$$

$$v = 2.81\times 10^{6}\,m/s$$

-2

$$r = \frac{(9.1\times 10^{-31}\,kg)(2.81\times 10^{6}\,m/s)}{(1.6\times 10^{-19}\,C)(4.55\times 10^{-4}\,T)}3.52cm$$

$$f = \frac{qB}{2\pi\,m} = \frac{(1.6\times 10^{-19}\,C)(4.55\times 10^{-4}\,T)}{2\pi(9.1\times 10^{-31}\,kg)}$$

$$= 1.27\times 10^{7}\,HZ = 12.7\,MHZ$$

-3

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1.27\times 10^{7}\,HZ}$$

$$= 7.86\times 10^{-8}\,s$$

$$= 78.6\times ns$$

مسألة (8.5) Problem

سلك نحاسي موضوع بشكل أفقي في مجال مغناطيسي $(\vec{B})$ ويحمل تياراً مقداره $(28.0\ A)$. أوجد مقدار واتجاه المجال المغناطيسي $(\vec{B})$ حيث يبقى السلك عائماً، ويوازن المجال $(\vec{B})$ وزن السلك، إذا علمت أن الكثافة الطولية للسلك هي (46.6 g/m).

Solution الحل

انظر الشكل (8.3). إن وزن السلك يقابله قوة مغناطيسية يمكن حسابها من المعادلة :

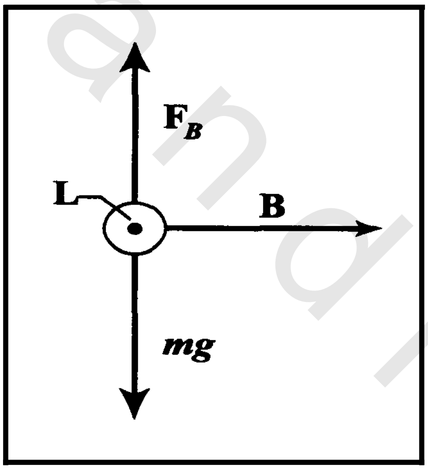
: أي أن . $F = i\,L\,B$

$$F_B = mg = LiB$$

$$B = \frac{mg}{Li} = \frac{(46.6 \times 10^{-3}\,kg)(9.8\,m/s^2)}{(1\,m)(28\,A)}$$

$$= 1.6 \times 10^{-2}\,T$$

وبمعاينة الشكل نجد أن هذا المجال المغناطيسي يتجه نحو الأعلى، أي خارجاً من الورقة.



شكل (8.3)، المسألة (8.5)

Problem (8.6) مسألة

في الشكل (8.4). السلك المبين في الجزء (a) يحمل تياراً قدره (i). وكما يلاحظ من الشكل فإن السلك يقسم إلى ثلاثة أجزاء، الجزأان (1،2) وهما سلكان مستقيمان، والجزء (3) وهو قوس في دائرة نصف قطرها. (R) أوجد المجال المغناطيسي الناتج عند نقطة C.

Solution الحل

من الواضح بالنسبة للجزئين (2،1) أن الزاوية بين المتجهين $\vec{r},\ \vec{ds}$ تساوي الصفر، وبتطبيق قانون بايوت وسافارت نجد أن :

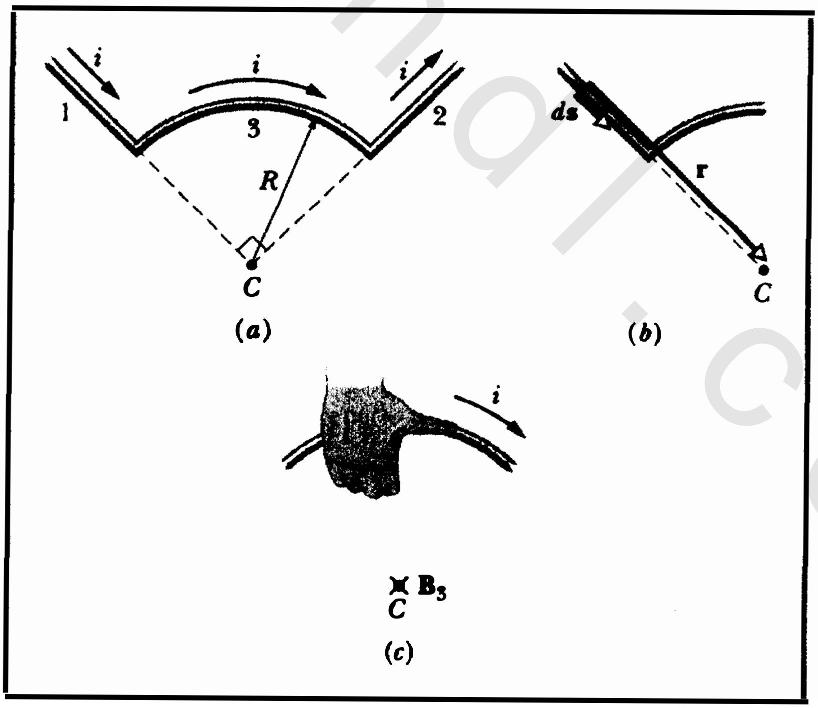
$$\vec{B}_1 = \vec{B}_2 = 0$$

أما بالنسبة للجزء (3) فإن الزاوية بين $\vec{r},\ \vec{ds}$ تتغير ما بين $(0, \pi/2)$؛ ولذلك فإن تطبيق قانون بايوت وسافرت يفضي إلى ما يلي :

$$d\vec{B} = \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\frac{i\, d\vec{s} \times r}{r^3}$$

$$d\vec{B} = \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\frac{i\, ds\, \sin\theta}{r^2}$$

$$\vec{B}_3 = \int d\vec{B}_3 = \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{R d\theta}{R^2}$$



شكل (8.4)، المسألة (8.6)

حيث $d\vec{s} = Rd\theta$ على محيط الدائرة

$$\vec{B}_3 = \left(\frac{\mu_0\, i}{4\pi}\right)\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \left(\frac{\mu_0\, i}{4\pi}\right)[\theta]_{OL}^{\pi/2}$$

$$= \left(\frac{\mu_0\, i}{4\pi R}\right)\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\vec{B}_3 = \frac{\mu_0\, i}{8R}$$

$$\vec{B}_3 = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3^2 = 0 + 0 + \frac{\mu_0\, i}{8R}$$

$$B = \frac{\mu_0\, i}{8R}.$$

مسألة (8.7) *Problem*

في الشكل (8.5) تجد سلكين طويلين متوازيين يحملان تيارين كهربائيين على التوالي $(i_1,\ i_2)$ باتجاهين متعاكسين، أوجد المجال المغناطيسي الناتج مقداراً واتجاهاً عند النقطة (P)، إذا علمت أنَّ :

$d = 5.3\ cm\ ,\ \ i_2 = 32\ A\ ,\ \ i_1 = 15\ A$

الحل *Solution*

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0\, i_1}{2\pi R} = \frac{\mu_0\, i_1}{2\pi(d\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2}\mu_0}{2\pi\, d} i_1$$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0\, i_2}{2\pi R} = \frac{\mu_0\, i_2}{2\pi(d\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2}\mu_0}{2\pi\, d} i_2$$

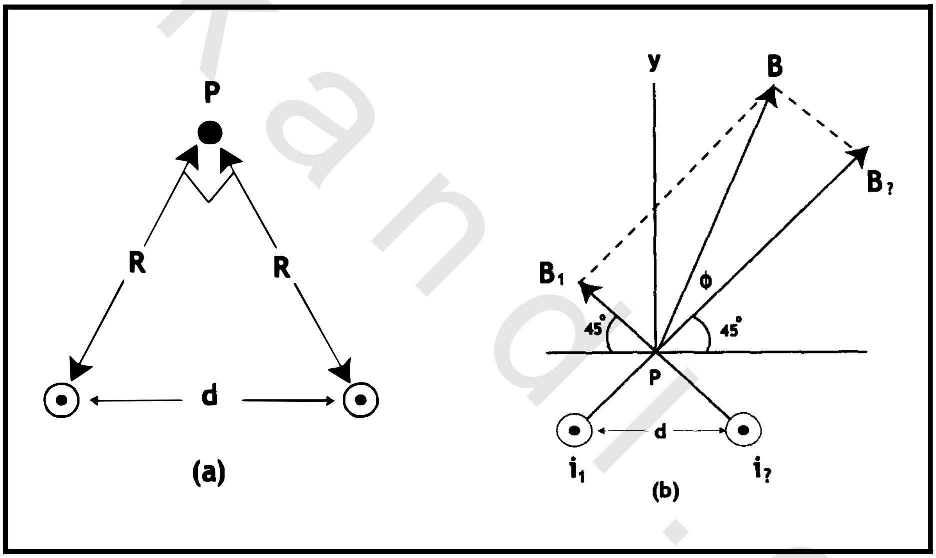
$$\vec{B} = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \frac{\sqrt{2}\mu_0}{2\pi\, d}\sqrt{i_1^2 + i_1^2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}(4\pi \times 10^{-7}\, T.m/A)\sqrt{(15\, A)^2 + (32\, A)^2}}{2\pi(5.3 \times 10^{-2}\, m)}$$

$$= 1.89 \times 10^{-4}\, T = 190\, \mu\, T$$

$$\phi = \tan^{-1}\frac{B1}{B2} = \tan^{-1}\frac{15\, A}{32\, A} = 0.4687$$

$$\phi = 25.1°$$



شكل (8.5)، المسألة (8.7)

الشكل (8.5) يوضح المجالين المغناطيسيين الناشئين عن التيارين i_1, i_2 .

مسألة (8.8) *Problem*

سلك طويل مستقيم نصف قطره (*1.5 mm*) يحمل تياراً ثابتاً قدره (*32 A*).

1- أوجد المجال المغناطيسي على سطح السلك.

2- أوجد المجال المغناطيسي على مسافة ($r = 1.2\ mm$) داخل السلك.

Solution الحل

-1 $\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$

$R = 1.5\ mm$

$$\vec{B} = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\ T.m/A)(32\ A)}{(2\pi)(1.5 \times 10^{-3}\ m)}$$

$$= 4.27 \times 10^{-3}\ T = 4.3\ mT$$

-2 $\vec{B} = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R}$

نصف قطر حلقة أمبير $r = 1.2\ mm$

$$\vec{B} = \frac{4\pi \times 10^{-7}\,(T.m/A)(32\ A)(1.2 \times 10^{-3}\ m)}{(2\pi)(1.5 \times 10^{-3}\ m)^2}$$

$$= 3.4 \times 10^{-3}\ T = 3.4\ mT$$

ملاحظة : بما أن $r < R$ فإن الجزء من التيار المار في القسم المطلوب هو :

$$i = \frac{\pi\, r^2}{\pi\, R^2}$$

$$\oint B.ds = B\oint ds = B(2\pi r)$$

$$B(2\pi\, r) = \mu_0 i \frac{\pi\, r^2}{\pi\, R^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 i r}{2\pi\, R^2}$$

Problem (8.9) مسألة

بروتون يتحرك بزاوية قدرها (23^o) بالنسبة لمجال مغناطيسي قوته ($2.6\ mT$) ويعاني من تأثير قوة مغناطيسية قدرها ($6.5 \times 10^{-17} N$).

1- أوجد سرعة البروتون.

2- أوجد الطاقة الحركية للبروتون مقدرةً بوحدات (eV).

Solution الحل

1- إن مقدار القوة المغناطيسية التي تؤثر على البروتون نتيجة لتأثير المجال المغناطيسي (B) هي :

$$F_B = evB\sin\phi$$

حيث إنّ : (v) هي سرعة البروتون.

(ϕ) الزاوية بين متجه السرعة ومتجه المجال المغناطيسي (B).

$$v = \frac{F_B}{eB\sin\phi}$$

$$= \frac{6.5 \times 10^{-17} N}{(1.6 \times 10^{-19} C)(2.6 \times 10^{-3} T)\sin 23^\circ}$$

$$= 4.0 \times 10^5\ m/s$$

1- الطاقة الحركية للبروتون هي :

$$K.E = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2}(1.67 \times 10^{-27} Kg)(4.0 \times 10^5\ m/s)$$

$$= 1.34 \times 10^{-16} J$$

$$1.34\times10^{-16}\ J=\frac{1.34\times10^{-16}J(1.0e.V)}{1.6\times10^{-19}J}$$

$$=835\ \ eV$$

مسألة (8.10) *Problem*

ألكترون يمتلك متجه السرعة الممثل كالآتي :

$$\vec{v}=(2\times10^{6}\,m/s)\,i+(3\times10^{6}\,m/s)\,j$$

يتحرك خلال مجال مغناطيسي يمثل المتجه

$$\vec{B}=(0.03\,T)\,i-(0.15\,T)\,j$$

1- أوجد مقدار واتجاه القوة المغناطيسية المؤثرة على الإلكترون.

2- أعد نفس المطلوب (1) على بروتون يمتلك نفس السرعة.

الحل *Solution*

1- القوة المغناطيسية المؤثرة على الإلكترون هي:

$$F_B=qv\times B$$

$$=q(v_x i+v_y j)\times(B_x i+B_y j)$$

$$=q(v_xB_y-v_yB_x)k$$

$$=(-1.6\times10^{-19}C)[(2\times10^{6}\,m/s)(-0.15T)-(3\times10^{6}\,m/s)(0.03T)]$$

$$=6.2\times10^{-14}N\ k$$

(k) متجه الوحدة على المحور(Z)، وهذا ما يشير إلى أن القوة المغناطيسية المؤثرة على الإلكترون باتجاه المحور (Z) .

2- بما أن شحنة البروتون موجبة أي ($+q$) بدلاً من ($-q$) في المطلوب الأول من هذه المسألة، إذاً كل القيم الأخرى تبقى ثابتة باستثناء إشارة الشحنة، وعليه فإن القوة (F_B) في هذه الحالة سوف تكون مساوية للقوة المغناطيسية في الحالة الأولى سوى أنها تقع بالاتجاه السالب ($-Z$) بسبب أن متجه الوحدة هو ($-k$).

مسألة (8.11) ***Problem***

إلكترون يتحرك في مجال مغناطيسي منتظم بسرعة اتجاهية:

$$\vec{v} = (40Km/s)i + (35Km/s)j$$

ويعاني من تأثير قوة اتجاهية:

$$\vec{F} = -(4.2 \times 10^{-15} N)i + (4.8 \times 10^{-15} N)j$$

وذلك إذا كانت $B_x = 0$ أوجد مقدار المجال المغناطيسي المؤثر.

الحل ***Solution***

بشكل عام يمكننا أن نعبِّر عن المجال المغناطيسي وفقاً للمعادلة :

$$B = B_x i + B_y j + B_z k$$

وبما أن مركبة المجال المغناطيسي في الاتجاه (x) تساوي الصفر،أي أن :

$$B_x = 0$$

نجد أن المجال هو :

$$B = B_y j + B_z\ k$$

من المعلوم أنَّ القوة المغناطيسية هي :

$$F_B = qv \times B$$

إذن :

$$F_B = q(v_x i + v_y j) \times (B_y j + B_z k)$$

$$= q(v_y B_z i - v_x B_z j + v_x B_y k)$$

$$= F_x i + F_y j$$

إذن :

$$F_x = q\, v_y\, B_z \qquad \ldots (1)$$

$$F_y = -q\, v_x\, B_z \qquad \ldots (2)$$

$$F_z = q\, v_x\, B_y = 0 \qquad \ldots (3)$$

المعادلة رقم (3) تؤدي إلى أن($B_y = 0$)، إذن :

$$B = B_z\, \hat{k} = \frac{F_x\, \hat{k}}{q\, v_y} = \frac{(-4.2 \times 10^{-15}\, N)\hat{k}}{(-1.6 \times 10^{-19}\, C)(35 \times 10^3\, m/s)}$$

$$= (0.75\hat{k})T$$

مسألة (8.12) ***Problem***

أثبت باستخدام مفهوم تأثير هول *Hall effect* أن المجال الكهربائي E و كثافة التيار (J)، أن عدد حاملات الشحنات لوحدة الحجم يمكن التعبير عنه بالصيغة الرياضية :

$$n = \frac{J\vec{B}}{e\vec{E}}$$

الحل ***Solution***

عندما يتعرض الإلكترون لتأثير هول فإنه يخضع لقوتين، هما :

$$F_E = qE$$

$$F_B = qv \times B$$

ومجموعهما :

$$F = F_E + F_B = q(E + v \times B) \qquad \ldots (1)$$

ولكننا نعلم أن هاتين القوتين، الأولى الناشئة بسبب المجال الكهربائي (E) والثانية وهي الناشئة بسبب المجال المغناطيسي (B) متعادلتان في المقدار ومتعاكستان في الاتجاه، أي أن محصلتهما تساوي الصفر، إذن :

$$q(E + v \times B) = 0 \qquad \ldots (2)$$

ولكن الشحنة لا تساوي الصفر، والزاوية بين متجه السرعة (v) ومتجه المجال المغناطيسي (B) هي (90°) وجيب هذه الزاوية يساوي الواحد، أي أنّ :

$$v \times B = vB \sin 90^\circ = vB \qquad \ldots (3)$$

من المعادلتين (2) و(3) نجد أن :

$$E + vB = 0$$

$$E = -vB$$

$$v = \left| \frac{E}{B} \right| \qquad \ldots (4)$$

ومن المعروف أنّ كثافة التيار هي :

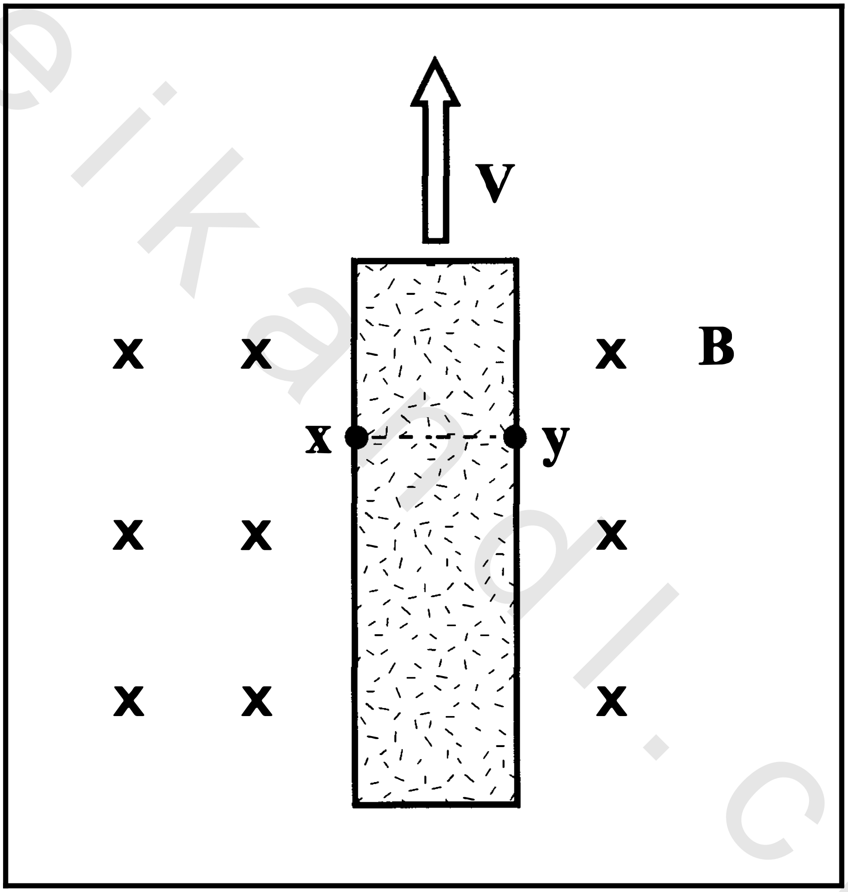
$$J = ne\,v \qquad \ldots (5)$$

من المعادلتين (4) و(5) نجد أنّ :

$$n = \frac{JB}{eE}$$

مسألة (8.13) *Problem*

قطعة معدنية طولها $(6.5\ cm)$ وعرضها $(8.5\ cm)$ وسماكتها $(0.76\ mm)$ تتحرك بسرعة ثابتة (v) في مجال مغناطيسي مقداره $(1.2\ mT)$ عمودي على القطعة المعدنية انظر الشكل (8.6). مقدار فرق الجهد بين النقتطين (xy) يساوي $(3.9\mu V)$. أوجد مقدار السرعة (v).



شكل (8.6)، المسألة (8.13)

الحل *Solution*

إذا كانت الشحنة (q) حرةً داخل الشريحة المعدنية تسير بسرعة (v) فإنها تخضع لقوة مقدارها : $F = q(E + v \times B)$

ولكن السرعة :

$$v = \frac{E}{B} = \frac{(V_x - V_y)/d_{xy}}{B}$$

$$= \frac{E}{B} = \frac{(3.9 \times 10^{-6} V)}{(1.2 \times 10^{-3} T)(0.85 \times 10^{-2} m)}$$

$$= 0.38\, m/s$$

مسألة (8.14) *Problem*

ملف حلزوني طوله ($95.0\ cm$) ونصف قطره ($2.0\ cm$)، وعدد لفاته (1200) لفة يحمل تياراً قدره ($3.6\ A$). أوجد مقدار المجال المغناطيسي داخل الملف.

الحل *Solution*

من المعروف أن المجال المغناطيسي داخل الملف الحلزوني يعبر عنه بالمعادلة :

$$B = \mu_\circ\, i_\circ\, n$$

حيث (n) هي عدد اللفات لكل متر، إذن :

$$B = (1.26 \times 10^{-6}\, T.m/A)(3.6\, A)\left(\frac{(1200)(100\, cm)}{(95\, cm)(1.0\, m)}\right)$$

$$= 5.73 \times 10^{-3} (T)$$

مسألة (8.15) *Problem*

ملف حلزوني عدد لفاته (200) لفة، وطوله ($25\ cm$) وقطره ($10\ cm$)، ويحمل تياراً قدره ($0.30\ A$). أوجد مقدار المجال المغناطيسي قرب مركزه.

Solution الحل

عدد اللفات للمتر الواحد تساوي :

$$n = \frac{(200)}{(25cm)}\frac{(100cm)}{(1.0m)}$$

$$= 800(Turns/meter)$$

$$B = \mu_\circ \, i_\circ \, n$$

$$= (1.26 \times 10^{-6} T.m/A)(800m^{-1})(0.3A)$$

$$= 3.024 \times 10^{-4}(T)$$

1- باستخدام المعادلة لإيجاد شدة المجال المغناطيسي (B) للملف الحلقي الدائري يمكننا أن نوحد مقداره عند قطره الداخلي وكذلك عند قطره الخارجي.

$$B_{in} = \frac{\mu_\circ i}{2\pi \, r_{in}} N$$

$$= \frac{(1.26 \times 10^{-6} T.A/m)(0.8A)}{2\pi(1.5 \times 10^{-2} m)}(500)$$

$$= 5.33 \times 10^{-4} T$$

-2

$$B_{out} = \frac{\mu_\circ i}{2\pi r_{out}}$$

$$= \frac{(1.26 \times 10^{-4} T.A/m)(0.8A)}{2\pi(5 \times 10^{-2} m)}(500)$$

$$= 4.0 \times 10^{-4} T$$

Problem (8.16) مسألة

ملف حلزوني طوله $(13.0\ cm)$ وقطره $(2.6\ cm)$ يحمل تياراً قدره $(18.0\ A)$. مقدار المجال المغناطيسي بداخله يساوي $(23.0\ mT)$. أوجد طول السلك الذي صنع منه الملف.

Solution الحل

من المعلوم لدينا أنَّ المجال المغناطيسي الناشئ عن الملف اللولبي هو :

$$B = \mu_\circ\, i_\circ\, n$$

حيث إنَّ : $N / L = n$

وهو عدد اللفات في المتر الواحد، إذن :

$$B = \mu_\circ\, i_\circ \frac{N}{L}$$

حيث إن (N) عدد اللفات يمكن إيجادها على الشكل الآتي :

$$N = \frac{BL}{\mu_\circ\, i_\circ}$$

أما طول السلك $(\,l\,)$ فهو عبارة عن محيط اللفة الواحدة في عدد اللفات (N) ، إذن :

$$l = (2\pi r)N = (2\pi r)\frac{BL}{\mu_\circ i_\circ}$$

$$= \frac{2\pi(1.3\times 10^{-2}\,m)(23.0\times 10^{-3}\,T)(0.13m)}{(1.26\times 10^{-6}\,T)(18A)}$$

$$= 10.77(m)$$

مسألة (8.17) *Problem*

بالرجوع إلى مفهومنا لتأثير هول وحاول أن تتأكد من أنَّ النسبة بين المجال الكهربائي الناتج عن تأثير هول (E) و المجال الكهربائي المسؤول عن حركة شحنات التيار الكهربائي (E_c) على طول الشريحة المعدنية يمكن التعبير عنه رياضياً وفق المعادلة:

$$\frac{E}{E_c}=\frac{B}{ne\rho}$$

حيث إنَّ (ρ) هي مقاومية معدن الشريحة.

الحل *Solution*

إنّ كثافة التيار (J) هي عبارة عن :

$$J=\sigma E_c$$

$$\sigma=\frac{1}{\rho}$$

$$J=\frac{E_c}{\rho} \qquad \ldots (1)$$

ومن ناحية أخرى فإن كثافة التيار هي :

$$J=\frac{neE}{B} \qquad \ldots (2)$$

وبمساواة (1) و(2) نجد أنَّ :

$$\frac{E_c}{\rho}=\frac{neE}{B}$$

$$\frac{E}{E_c}=\frac{B}{ne\rho}$$

مسألة (8.18) Problem

إذا كانت لديك شريحة من النحاس سماكتها $(150\mu m)$ وضعت في مجال مغناطيسي (B) مقداره $(0.65T)$ ويمر خلالها تيار مقداره $(23A)$، أوجد :

1- النسبة بين (E/E_c) في المسألة السابقة (8.17) إذا علمت أن عدد الشحنات لوحدة الحجوم في النحاس تساوي $(8.47\times 10^{28}\,electron/m^3)$.

2- حدد حسابياً مقدار فرق جهد هول .

ملاحظة : مقاومية النحاس هي $(\rho = 1.69\times 10^{-8}\,\Omega.m)$.

الحل Solution

-1
$$\frac{E}{E_c}=\frac{B}{ne\rho}$$

$$=\frac{0.65T}{(8.47\times 10^{28}\,m^{-3})(1.6\times 10^{-19}\,C)(1.69\times 10^{-8}\,\Omega..m)}$$

$$=2.84\times 10^{-3}$$

-2
$$V_H=\frac{Bi}{nel}$$

$$=\frac{(0.65T)(23A)}{(8.47\times 10^{28}\,m^{-3})(1.6\times 10^{-19}\,C)(150\times 10^{-6}\,m)}$$

$$=7.4\times 10^{-6}\,V=7.4(\mu V)$$

مسألة (8.19) Problem

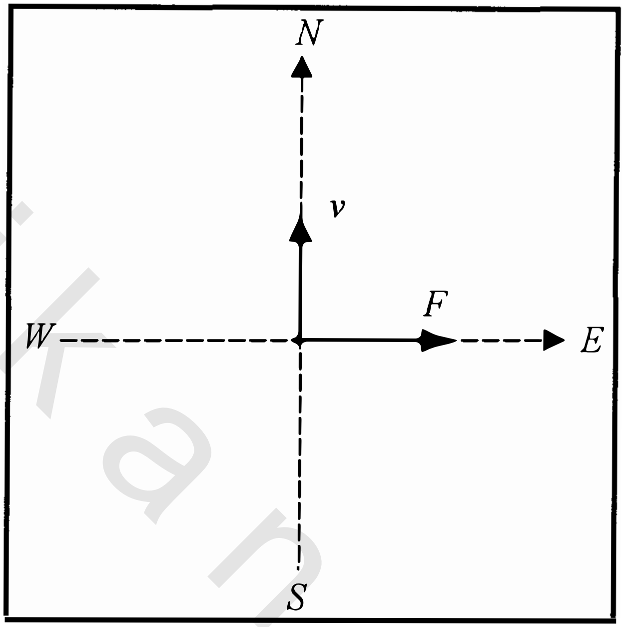
في الأنبوبة المهبطية لأحد أجهزة التلفزيون تمتلك الإلكترونات طاقة حركية مقدارها $(12\,keV)$، بحيث تمر هذه الإلكترونات من القطب المغناطيسي الجنوبي إلى الشمالي بشكل أفقي. إذا علمت أنَّ المركبة العمودية للمجال المغناطيسي الأرضي يبلغ مقدارها $(55\mu T)$ وتتجه نحو الأسفل أوجد.

1- الاتجاه الذي سوف تنحرف نحوه حزمة الإلكترونات داخل جهاز التلفزيون.

2- تسارع الإلكترونات الناتج عن تأثير المجال المغناطيسي.

الحل *Solution* : انظر الشكل (8.7).

-1



الشكل (8.7)، المسألة (8.19)

انظر الشكل (8.7) تجد أنّ اتجاه المجال المغناطيسي إلى داخل الورقة ، وباستخدام قاعدة اليد اليمنى نجد أنّ المقدار $(v \times B)$ يتجه نحو الغرب ولكن من المعلوم أن الإلكترونات سالبة الشحنة؛ لذا فإن اتجاه القوة المغناطيسية يكون نحو الشرق (E).

2- نحن نعلم أن مقداره قوة نيوتن هو :

$$F = ma \qquad \ldots (1)$$

وكذلك القوة المغناطيسية هي :

$$F = evB\sin\phi \qquad \ldots (2)$$

حيث إن : (v) هي سرعة الإلكترون، (B) هو المجال المغناطيسي، و (ϕ) هي الزاوية بينهما. ومن الواضح أن هذه الزاوية تساوي (90°) أي أنّ: $\sin\phi = 1$

وعليه، ومن المعادلتين (1) و(2) نجد أنَّ :

$$ma = evB$$

$$a = \frac{evB}{m} \qquad \ldots (3)$$

كما أننا نعلم بأنَّ الطاقة الحركية للإلكترون هي :

$$K.E = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2K.E}{m}} = \sqrt{\frac{2(12\times10^3 eV)(1.6\times10^{-19} J/eV)}{9.11\times10^{-31} kg}}$$

$$v = 6.49\times10^7 m/s.$$

نعوض الآن في المعادلة رقم (3) لنجد أنَّ :

$$a = \frac{(1.6\times10^{-19} C)(6.49\times10^7 m/s)(55\times10^{-6} T)}{9.11\times10^{-31} kg}$$

$$= 6.27\times10^{14} m/s^2$$

مسألة (8.20) *Problem*

في المسألة السابقة (8.19) إذا علمت أنَّ الإلكترون سار مسافة أفقية مقدارها $(20cm)$ أوجد مقدار انحراف الإلكترون داخل أنبوبة التلفزيون.

الحل *Solution*

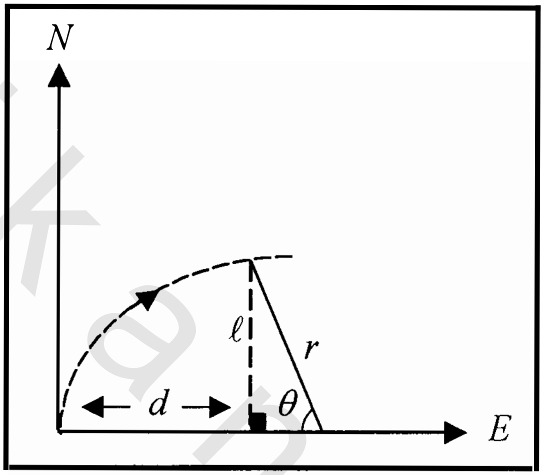
بما أنَّ الإلكترون يسلك مساراً دائرياً، لذا فإن تسارعه يساوي :

$$a = \frac{v^2}{r}$$

وعليه فإن نصف قطر المسار الدائري (r) يمكننا إيجاده من التعويض في المعادلة أعلاه :

$$r = \frac{v^2}{a} = \frac{(6.49 \times 10^7 \, m/s)^2}{(6.27 \times 10^{14} \, m/s^2)} = 6.72m.$$

ولحساب مقدار انحراف الإلكترون انظر الشكل (8.8) :



شكل (8.8)، المسألة (8.20)

من الواضح أن الزاوية التي يصنعها الانحراف مع مركز الدائرة هي (θ) وأن طول المسار الأفقي هو (l)، ونصف قطر المسار الدائري هو (r)، وباستخدام نظرية المثلث قائم الزاوية نجد أنّ :

$$d = r - r\cos\theta \Rightarrow r\cos\theta = r - d \qquad \ldots (1)$$

$$\ell = r\sin\theta \Rightarrow r\sin\theta = \ell \qquad \ldots (2)$$

بتربيع المعادلتين (1) و(2) وإضافتهما إلى بعضهما نجد أنّ :

$$r^2\cos^2\theta + r^2\sin^2\theta = (r-d)^2 + \ell^2$$

$$r^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = (r-d)^2 + \ell^2$$

$$r^2 = (r-d)^2 + \ell^2$$

$$r^2 = r^2 + d^2 - 2rd + \ell^2$$

$$\cancel{r^2} - \cancel{r^2} - d^2 + 2rd - \ell^2 0$$

$$d^2 - 2rd + \ell^2 = 0$$

وبحل هذه المعادلة نجد أنَّ لها حلين هما :

$$d = r \pm \sqrt{r^2 - l^2}$$

الإشــارة الموجــبة توافــق الــزاوية $(180^\circ - \theta)$. والإشــارة الســالبة توافــق الحــل الصحيح.

ولإيجاد المقدار $\sqrt{r^2 - l^2}$ نستخدم متعدد الحدود،

ونكتفي بالحدين الأول و الثاني لنجد أنَّ :

$$\sqrt{(r^2 - \ell^2)} = r - \frac{1}{2}\ell^2 / r$$

ومن المعلوم أنَّ :

$$d = \frac{1}{2}\ell^2 / r$$

نجد أنَّ :

$$d = 0.00298\ m.$$

مسألة (8.21) *Problem*

إلكترون يمتلك طاقة حركية مقدارها $(2.5\,keV)$ يتحرك أفقياً في منطقة يؤثر عليها مجال كهربائي مقداره $(10\,kV/m)$ وباتجاه نحو الأسفل، أوجد مقدار واتجاه أصغر مقدار مطلوب للمجال المغناطيسي لكي يستمر الإلكترون في حركته الأفقية.

الحل *Solution*

يخضع الإلكترون لقوة مقدارها :

$$F = -e(E + v \times B)$$

حيث إن : (E) عبارة عن المجال الكهربائي، (B) المجال المغناطيسي ، (v) هي سرعة الإلكترون.

وحتى يستمر الإلكترون في حركته فإن القوة الناشئة عن المجال المغناطيسي $(evB\sin\phi)$ يجب أن تساوي في المقدار وتعاكس في الاتجاه القوة الناشئة عن المجال الكهربائي (eE). إذاً :

$$B = \frac{E}{v\sin\phi}$$

و حيث إن الزاوية (ϕ) تساوي (90°) إذاً :

$$B = \frac{E}{v}$$

$$v = \sqrt{\frac{2K.E}{m}} = \sqrt{\frac{2(2.5 \times 10^3\,eV)(1.6 \times 10^{-19}\,J/eV)}{9.11 \times 10^{-31}\,kg}}$$

$$v = 2.96 \times 10^7\,(m/s)$$

$$B = \frac{E}{v} = \frac{10 \times 10^3\,V/m}{2.96 \times 10^7\,m/s} = 3.37 \times 10^{-4}\,(T).$$

مسألة (8.22) *Problem*

إلكترون متحرك يخضع لتأثير مجال كهربائي مقداره $(1.5\,kV)$ و آخر مغناطيسي مقداره $(0.4T)$ وذلك بحيث تكون القوة المحصلة المؤثرة على الإلكترون تساوي الصفر.

1- أوجد أقل مقدار لسرعة الإلكترون .

2- مثّل بيانياً المتجهات (E)، (B) و (v).

الحل Solution

1- من المعلوم أنّ الإلكترون يخضع لقوة محصلتها:

$$F=-e(E+v\times B)$$

$$F=0$$

$$e\neq 0$$

$$E+v\times B=0$$

$$E=vB\sin\phi$$

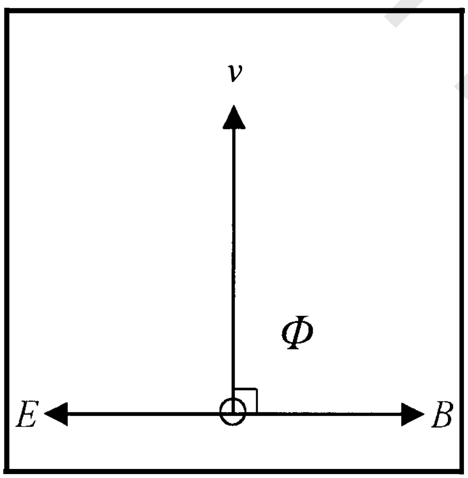
الزاوية (ϕ) بين المجال المغناطيسي وسرعة الإلكترون (90°) إذن:

$$E=vB$$

$$v_{\min}=\frac{E}{B}=\frac{(1.5\times 10^{3}V/m)}{(0.4T)}$$

$$=3.75\times 10^{3}m/s$$

2- التمثيل البياني للمتجهات الثلاثة. انظر الشكل (8.9).



شكل (8.9)، المسألة (8.22)

مسألة (8.23) *Problem*

استخدم فرق جهد مقداره $(1000\,V)$ لتعجيل إلكترون في منطقة فاصلة بين لوحي مكثف كهربائي مقدارها $(20 \times 10^{-3}\,m)$ ويبلغ فرق الجهد داخلها $(100V)$.

إذا تحرك الإلكترون بشكل عمودي على المجال الكهربائي فما هو مقدار المجال المغناطيسي العمودي على كلٍّ من المجال الكهربائي وخط مسار الإلكترون ؟

أوجد ذلك .

الحل *Solution*

يتعرض الإلكترون في هذه الحالة لقوة مقدارها:

$$F = e(E + v \times B)$$

هذه المحصلة يجب أن تكون صفراً، وبملاحظة أن كلاً من سرعة الإلكترون والمجال المغناطيسي ككميتين متجهتين عموديتين على بعضهما، نجد أن الزاوية (ϕ) تساوي (90°) أي أنَّ :

$$v \times B = vB \sin\phi = vB$$

$$F = e(E + vB) = 0$$

$$e \neq 0$$

$$E = vB \Rightarrow B = \frac{E}{v}$$

$$K.E = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K.E}{m}}$$

$$B = \frac{(100V)/(20 \times 10^{-3}\,m)}{[2(9.11 \times 10^{-31}\,kg)(1 \times 10^{3}\,V)(1.6 \times 10^{-19}\,C)]^{\frac{1}{2}}}$$

$$B = 2.7 \times 10^{-4}\,T$$

ملاحظة : الطاقة الحركية للإلكترون هنا هي عبارة عن :

$$K.E = Vq$$

$$= (1000V)(1.6 \times 10^{-19} C)$$

مسألة (8.24) Problem

ملف حلزوني طوله يساوي $(2.0m)$، يبلغ نصف قطره الداخلي $(2cm)$، يتكون من عشرة طبقات، عدد لفات الطبقة الواحدة يساوي $(1000\ turns)$، يمر خلاله تيار مقداره $(6.0A)$، أوجد مقدار المجال المغناطيسي عند مركز الملف.

الحل Solution

المجال المغناطيسي لملف حلزوني هو :

$$B = \mu_\circ i_\circ n$$

$$n = \left(\frac{10 \times 1000 turns}{2.0m}\right) = 500(turns/m)$$

$$B = (4\pi \times 10^{-7} T.m/A)(6.0A)(500 turns/m)$$

$$= 3.77 \times 10^{-3} T$$

مسألة (8.25) Problem

ملف حلزوني طويل يبلغ عدد لفاته $(100turns)$ لكل واحد سنتيمتر، يمر خلاله تيار مقداره (i). يتحرك داخله إلكترون على شكل مسار دائري نصف قطره $(2.3cm)$ وبشكل عمودي على محور الملف، تبلغ سرعة هذا الإلكترون $(0.046c)$ حيث (c) هي سرعة الضوء. أوجد مقدار التيار المار في الملف (i).

الحل Solution

من المعلوم أن المجال المغناطيسي داخل الملف الحلزوني هو :

$$B = \mu_\circ in \qquad ...(1)$$

وكذلك فإن نصف قطر دوران الإلكترونَ في مداره الدائري هو :

$$r = \frac{mv}{eB} \qquad \ldots (2)$$

من المعادلتين (1) و(2) نجد أنَّ :

$$r = \frac{mv}{e\mu_\circ in}$$

أي أنَّ التيار (i) هو عبارة عن :

$$i = \frac{mv}{re\mu_\circ n}$$

$$= \frac{(9.11\times10^{-31}kg)(0.046)(3\times10^{8}m/s)}{(1.6\times10^{-19}C)(1.26\times10^{-3}Tm/A)(100/1\times10^{-2}m)(2.3\times10^{-2}m)}$$

$$= 0.272A.$$