الفصل الرابع
Chapter Four

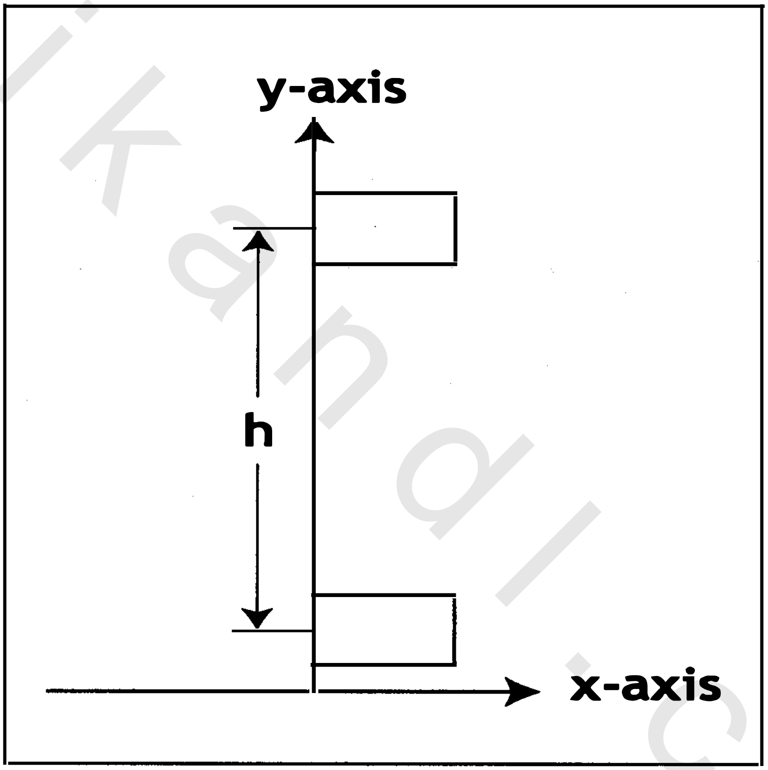
حفظ الطاقة وحفظ كمية الحركة
Conservation of Energy And Momentum

مسألة (4.1) *Problem*

سقط جسم كتلته (m) من ارتفاع (h) عن سطح الأرض، وأصبحت سرعته قبل أن يمس الأرض مباشرة (v)، انظر الشكل (4.1).

1- أوجد كلاً من الطاقة الكامنة والحركية للجسم قبل بدء السقوط.

2- أوجد كلاً من الطاقة الكامنة والحركية للجسم قبل ملامسته للأرض مباشرة.



شكل (4.1)، المسألة (4.1)

الحل *Solution*

هذه مسألة بسيطة عن طبيعة العلاقة بين كل من الطاقة الحركية والطاقة الكامنة، وهي تمثل مرحلتين مختلفتين :

1- المرحلة الأولى :

وفيها نجد أن الجسم ساكن، أي أن سرعته تساوي الصفر، وهذا يعني أن الطاقة الحركية أيضاً تساوي الصفر، وبتطبيق القانون العام لحفظ الطاقة نجد أن :

$$P.E + K.E = m\vec{g}h + 0$$

2- المرحلة الثانية :

وفيها يكاد الجسم يلامس سطح الأرض، وهذا يعني أن ارتفاعه عن الأرض يساوي الصفر مما يؤدي إلى أن طاقته الكامنة تساوي الصفر أيضاً أي أن :

$$P.E + K.E = 0 + \frac{1}{2}mv_0^2$$

وكما هو معروف بأن مجموع الطاقتين قبل وبعد الحركة يجب أن يكونا متساويين وفقاً لمبدأ حفظ الطاقة.

$$0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh + 0$$

ومن هنا نجد أن السرعة (v_0) وهي سرعة الجسم الابتدائية.

$$v_0 = \sqrt{2\vec{g}h}$$

أما إذا عدنا إلى قوانين الحركة بتسارع ثابت في الفصل الثالث فإن السرعة يمكن حسابها أيضاً على النحو الآتي :

$$v_f^2 = v_0^2 + 2ax$$

حيث :

v_f : هي السرعة النهائية وهي تساوي الصفر في هذه المسألة.

v_0 : هي السرعة الابتدانية، أما $(x = h)$ و $(\vec{a} = \vec{g})$ إذن :

$$0 = v_0^2 - 2\vec{g}h$$

$$v_0 = \sqrt{2\vec{g}h}$$

وهي ذات النتيجة التي حصلنا عليها عند استخدامنا لمبدأ حفظ الطاقة، أي أن هذه المسألة توضح لنا كيف وصلنا إلى حل هذه المسألة بطريقتين، إحداهما مبدأ حفظ الطاقة، والأخرى هي استخدام قانون حركة الجسم بتسارع ثابت.

مسألة (4.2) *Problem*

قذيفة كتلتها ($4.0\ kg$) أطلقت من فوهة مدفع بشكل عمودي نحو الأعلى حيث كانت سرعة الإطلاق ($300\ m/s$).

1- أوجد تعجيل (تسارع) القذيفة بعد أن تغادر المدفع.

2- أوجد الزمن الذي تستغرقه القذيفة كي تصل إلى أقصى ارتفاع.

3- إذا كانت مقاومة الهواء مهملة، أوجد موقع وسرعة القذيفة بعد زمن قدره ($25.0\ s$)، ثم أوجد كلاً من الطاقة الحركية والطاقة الكامنة للقذيفة.

الحل *Solution*

1- بعد إطلاق القذيفة مباشرة وبشكل عمودي نحو الأعلى، نجد أن القوة الوحيدة المؤثرة عليها هي قوة وزنها والمتجهة نحو الأسفل، وباستخدام قانون نيوتن الثاني نجد أن :

$$\vec{F} = m\vec{a} = -m\vec{g}$$

$$\vec{a} = -\vec{g} = -9.8\ m/s^2$$

والإشارة السالبة تشير إلى أن اتجاه تسارع الجاذبية الأرضية نحو الأسفل.

-2

$$\vec{v}_f = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

$$\vec{v}_f = \vec{v}_0 + \vec{g}t$$

عندما تصل القذيفة إلى أعلى ارتفاع لها، هذا يعني أن سرعتها النهائية تساوي صفراً، أي أن :

$$\vec{v}_0 = \vec{g}t$$

$$300(m/s) = 9.8(m/s^2)t$$

$$t = \frac{300(m/s)}{9.8(m/s^2)} = 30.6(s)$$

أما بعد مرور $(25.0\ s)$ نجد أنّ :

$$v_f = v_0 - gt$$

$$= 300(m/s) - 9.8(m/s^2)25(s)$$

$$= 55(m/s)$$

$$K.E = \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$= \frac{1}{2}(4.0\,kg)(55\,m/s)^2$$

$$= 6050\ J$$

$$P.E = mgh$$

$$v_f^2 = v_0^2 + 2ax = v_0^2 - 2gh$$

وهي خطوة هامة لإيجاد الارتفاع العمودي الذي تكون عليه القذيفة بعد زمن قدره $(25.0\ s)$.

$$h = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2g}$$

$$= \frac{(55\,m/s)^2 - (300\,m/s)^2}{2(-9.8\,m/s^2)}$$

$$= 4437.5\ m$$

$$P.E = (4.0\ kg)(9.8\ m/s^2)(4437.5\ m)$$
$$= 173950\ J$$

ومن الممكن إيجاد الارتفاع (h) على النحو الآتي :

$$y = h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$
$$= (300\ m/s)(25.0\ s) - \frac{1}{2}(9.8\ m/s^2)(25.0\ s)^2$$
$$= 4437.5\ m$$

وهي ذات النتيجة التي حصلنا عليها باستخدام مبدأ حفظ الطاقة.

مسألة (4.3) *Problem*

بندول بسيط مكون من كرة حديدية كتلتها (m)، وخيط طوله $(l=2.0\ m)$ جذب نحو اليسار إلى النقطة (A)، انظر الشكل (4.2)، بحيث يصنع الخيط زاوية مقدارها (30^o) مع وضع الاستقرار للبندول، ترك بعد ذلك كي يتحرك مبتدئاً من النقطة (A).

1- أوجد سرعة البندول عند النقطة (B).

2- أوجد سرعة البندول عند النقطة (C).

الحل *Solution*

1- عندما تكون النقطة (A) هي بداية الحركة فإن البندول يملك طاقة كامنة تساوي :

$$P.E_A = m\vec{g}h = mg(2 - 1.732)$$

أما طاقته الحركية :

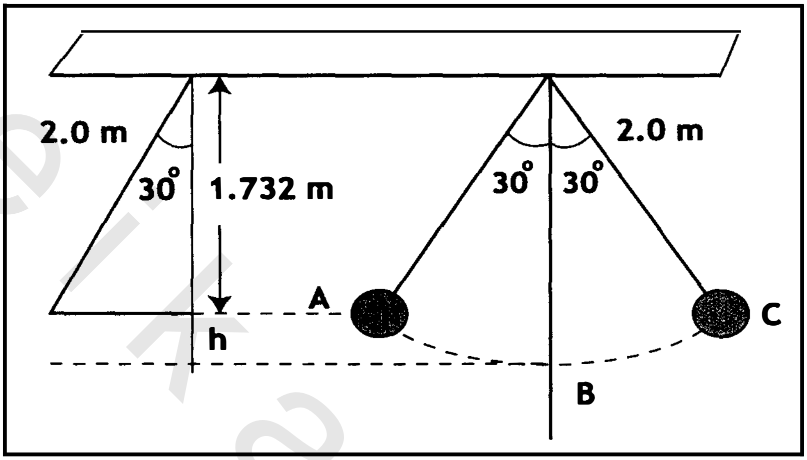
$$K.E_A = \frac{1}{2} m v_0^2 = 0$$

وذلك لأن (v_0^2) تساوي الصفر.

عند النقطة (B) :

$$P.E_B = 0$$

وذلك لأن الارتفاع $(h = 0)$ عند النقطة B.



شكل (4.2)، المسألة (4.3)

بينما الطاقة الحركية :

$$K.E_B = \frac{1}{2} m v_f^2$$

وبتطبيق القانون العام لحفظ الطاقة، حيث إن مقاومة الهواء في هذا المثال مهملة نجد أن :

$$\Delta W = \Delta P.E + \Delta K.E = 0$$

$$\Delta P.E = \Delta K.E$$

$$\cancel{m}(9.8\ m/s^2)(0.267\ m) = \frac{1}{2}\cancel{m} v_{fB}^2$$

$$v_f = 2287\ m/s$$

وهي سرعة البندول عند النقطة B.

2- لإيجاد سرعة البندول عند النقطة (C) نستخدم مرة أخرى الصيغة العامة لقانون حفظ الطاقة بين النقطتين $(B$ و $C)$:

$$\Delta W = 0$$

$$\Delta P.E = 0(h = 0)$$

$$\Delta P.E = \Delta K.E$$

$$0 = \frac{1}{2} m v_{fC} \ , \ m \neq 0 \Rightarrow v_{fC} = 0$$

ومن الملاحظ أن (v_{fC}) عند النقطة (C) لا تساوي (v_{fB})، كما أنه من المناسب هنا ضرورة ملاحظة أن هذا المثال يعتبر مثالاً رائعاً لعملية التبادل المستمرة بين الطاقة الحركية والطاقة الكامنة طوال فترة حركة البندول. وبعبارة أخرى ووفقاً لروح قانون حفظ الطاقة : إن أية زيادة في الطاقة الحركية للبندول يقابلها نقصان مساوٍ لها في الطاقة الكامنة له، والعكس صحيح.

مسألة (4.4) *Problem*

1- أوجد كمية الطاقة التي يمكن الحصول عليها من كتلة مادة مشعة مقدارها $(102\ g)$ مقدرة بالجول.

2- كم من السنوات تكفي هذه الطاقة التي أوجدتها في الجزء الأول من السؤال لعائلة تستهلك طاقة قدرها $(1\ kw)$ في الثانية الواحدة.

الحل *Solution*

1- هذا مثال على تحويل الكتلة إلى الطاقة وفيه نستخدم علاقة طاقة الكتلة المعروفة :

$$E = mc^2$$

حيث (c) هي سرعة الضوء وتساوي $(3.0 \times 10^8\ m/s^2)$.

$$E = (0.121\ kg)(3 \times 10^8\ m/s^2)$$

$$= 1.08 \times 10^{16}\ Joule$$

2- من المعلوم أن العلاقة بين الطاقة والقددرة هي :

$$E = Pt$$

حيث (P) هي القدرة و (t) هي الزمن :

$$t = \frac{E}{P} = \frac{1.08 \times 10^{16}\ Joule}{1000\,W}$$

$$= 1.08 \times 10^{13}\,s$$

$$= 3.44 \times 10^{5}\,y$$

مسألة (4.5) *Problem*

أوجد مقدار التغير في طاقة الذرة إذا صدر منها ضوء بتردد مقداره $(4.3 \times 10^{14}\,HZ)$.

الحل *Solution*

هذ مسألة بسيطة على تكمم الطاقة وبالتالي تتم المعاملة فيه باستخدام قانون التغير في الطاقة المرافق لتحرر الموجة الضوئية ذات التردد المعلوم.

$$\Delta E = E_f - E_i = hf$$

$$= -(4.14 \times 10^{-15}\,eV.s)(4.3 \times 10^{14}\,s^{-1})$$

$$\Delta E = -1.8\,eV$$

مسألة (4.6) *Problem*

أوجد متوسط القوة $(\vec{F})$ المعوقة لسيارة كتلتها $(2000\ kg)$، نقصت سرعتها من $(40\ m/s)$ إلى $(30\ m/s)$ وذلك خلال مدة قدرها $(4.0\ s)$.

الحل Solution

$$\vec{F}t = \Delta p = mv_f - mv_0$$

$$= (2000\ kg)(30\ m/s - 40\ m/s)$$

$$= -2 \times 10^4\ kg\frac{m}{s}$$

$$\vec{F} = \frac{-2 \times 10^4\ kg\frac{m}{s}}{4.0\ s}$$

$$= -5000\ N$$

والإشارة السالبة تدل على أن القوة هي قوة العرقلة.

مسألة (4.7) *Problem*

رجل كتلته ($75\ kg$)، يركب عربة صغيرة كتلتها ($39\ kg$) وتبلغ سرعتها ($2.3\ m/s$)، قفز الرجل من العربة بسرعة أفقية مساوية للصفر. أوجد مقدار التغير الحاصل في سرعة العربة نتيجة لذلك.

الحل Solution

لسهولة الحل افرض أن:

كتلة السيارة (العربة)	:	m_c
كتلة الرجل	:	m_m
سرعة السيارة والرجل الابتدائية	:	v
سرعة السيارة بعد أن قفز الرجل منها	:	v_c

إن قانون حفظ الطاقة يؤدي إلى:

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f$$

$$(m_m + m_c)\vec{v} = m_c\vec{v}_c$$

$$v_c^{`} = \frac{(m_m + m_c)\vec{v}}{m_c}$$

$$= \frac{[(75\ kg) + (39\ kg)](2.3\ m/s)}{(39\ kg)}$$

$$= 6.7\ m/s$$

مقدار التغير في سرعة السيارة :

$$\Delta v = v_f - v_i = (6.7\ m/s) - (2.3\ m/s)$$

$$= (4.4\ m/s)$$

مسألة (4.8) ***Problem***

كرة كتلتها ($200\ g$) تتحرك بسرعة مقدارها ($20\ m/s$) اصطدمت عمودياً بجدار تحرك خلاله مركز الكرة مسافة قدرها ($0.3\ cm$)، ارتدت بعد ذلك إلى الوراء وعلى نفس المسار المستقيم الذي كانت تتحرك عليه.

1- أوجد زمن تلامس الكرة مع الجدار.

2- أوجد متوسط القوة التي أثرت بها الكرة على الجدار.

الحل ***Solution***

باستخدام قوانين الحركة على خط مستقيم وبتسارع ثابت نجد أنَّ:

$$v_f^2 - v_\circ^2 = 2ax \quad \ldots (1)$$

x: هو مقدار المسافة التي تحركتها الكرة داخل الجدار وتساوي ($0.3cm$)

v_f : هي السرعة النهائية للكرة وتساوي الصفر بعد أن تقطع المسافة المذكورة.

$v_\circ$: هي السرعة الابتدائية و تساوي ($20\ m/s$)

إذاً من العلاقة الرياضية رقم (1) نستطيع إيجاد تسارع الكرة، وهو :

$$0 - v_0^2 = 2ax$$

$$a = \frac{-v_0^2}{2x} = \frac{-(20\, m/s)^2}{2(0.3 \times 10^{-2}\, m)}$$

$$= -6.7 \times 10^4 (m/s^2)$$

أما زمن التلامس فهو ما يمكن إيجاده من المعادلة الأخرى المعروفة :

$$v_f = v_0 + at$$

$$t = \frac{-v_\circ}{-a} = \frac{-20\, m/s}{-6.7 \times 10^4\, m/s^2}$$

$$= 3.0 \times 10^{-4}\, s$$

2 - أما متوسط القوة فيمكننا إيجاده من العلاقة المعروفة :

$$\Delta P = P_f - P_0 = Ft$$

$$P_f = 0 \quad , \quad P_0 = mv = (200 \times 10^{-3}\, kg)(20\, m/s)$$

$$= 4.0\, k.g\, ms^{-1}$$

إذاً :

$$4.0(Kg\, ms^{-1}) = F(3.0 \times 10^{-4}\, s)$$

$$F = \frac{4.0\, Kgms^{-1}}{3.0 \times 10^{-4}\, s} = 1.33 \times 10^4\, N$$

ويلاحظ أن متوسط القوة هو مقدار كبير جداً،وهذا هو الأمر المتوقع.

مسألة **(4.9)** ***Problem***

أثبت أن العلاقة الرياضية بين كمية التحرك الخطي والطاقة الحركية هي :

$$K.E = \frac{P^2}{2m}$$

الحل Solution

$$K.E = \frac{P^2}{2m}$$

من المعلوم أن الطرف الأيسر من هذه المعادلة يمثل الطاقة الحركية لجسم ضمن ظروف الميكانيك الكلاسيكي، وهو ما تعودنا التعبير عنه بالمعادلة الآتية :

$$K.E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{mv^2}{2}$$

لنضرب الآن كلاً من البسط والمقام بالمقدار (m)، وسوف نحصل على :

$$K.E = \frac{m^2v^2}{2m}$$

ولكننا نعلم بأن كمية التحرك هي عبارة عن :

$$P = mv$$

إذاً :

$$K.E = \frac{P^2}{2m}$$

مسألة (4.10) Problem

رصاصة كتلتها $(20\ g)$ تتحرك بسرعة قدرها $(50\ m/s)$، اصطدمت بقالب كتلته $(7\ kg)$ مستقر في حالة السكون على سطح منضدة.

1- أوجد سرعة القالب بعد التصادم.

2- أوجد قوة الاحتكاك بين المنضدة والقالب إذا تحرك القالب مسافة قدرها $(1.5\ cm)$ قبل التوقف.

الحل Solution

1- في هذه المسألة من خلال مبدأ حفظ كمية التحرك (العزم) نجد أنَّ :

$$\Delta P_i = \Delta P_f$$

$$(m_1v_1 + m_2v_2) = (m_1 + m_2)v_f$$

حيث إنَّ :

(m_1) كتلة الرصاصة = $(20\times 10^{-3}\,Kg)$

(m_2) كتلة قالب الخشب = $(7.0\,Kg)$

(v_1) سرعة الرصاصة = $(50\,m/s)$

(v_2) سرعة قالب الخشب $(Zero)$.

(v_f) هي سرعة الرصاصة مع قالب الخشب بعد التصادم.

إذاً :

$$v_f=\frac{m_1\,v_1+0}{(m_1+m_2)}$$

$$=\frac{(20\times 10^{-3}\,Kg)(50\,m/s)}{(20\times 10^{-3}\,Kg+7.0\,Kg)}$$

$$=0.142\,m/s$$

2- هذه السرعة ستكون عبارة عن السرعة الابتدائية للقالب مع الرصاصة، في المرحلة الثانية، إذن:

$$v_0=v_f=0.142\,m/s$$

أما السرعة النهائية بعد أن تتحرك المجموعة مسافة $(1.5\ cm)$ فستكون مساوية للصفر. وهذا ما يؤدي إلى :

$$v_f^2=v_0^2+2ax$$

$$v_0^2=-2ax$$

$$a=\frac{v_0^2}{-2x}=\frac{-(0.142m/s)^2}{2(1.5\times 10^{-2}\,m)}$$

$$=-0.67\,m/s^2$$

أما قوة الاحتكاك في هذه الحالة فهي عبارة عن القوة التي أدت إلى تحرك المجموعة ولكن بالاتجاه السالب، أما القوة فهي :

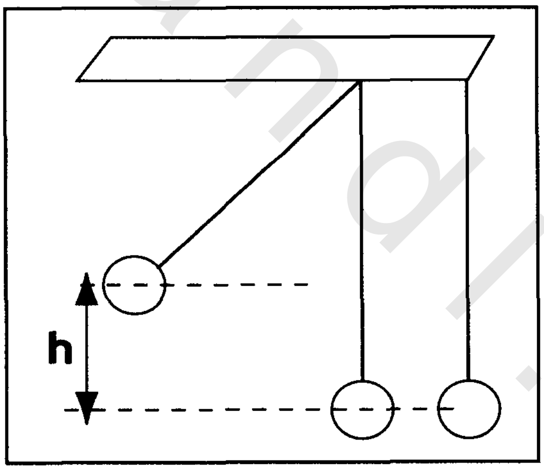
$$F = ma = (20 \times 10^{-3}\,Kg + 7.0Kg)(-0.67\,m/s^2)$$

$$= 4.72\,N.$$

ملاحظة: الإشارة السالبة للتسارع (a) هي للدلالة على أن التسارع من النوع التباطؤي.

مسألة (4.11) *Problem*

الشكل (4.3) يمثّل بندولين تتلاصق كرتيهما في حالة السكون، جذب البندول الأيسر جانباً، ثم ترك وسمح له بالتصادم مع البندول الأيمن الذي كان ساكناً.



شكل (4.3)، المسألة (4.11)

1- ما هي سرعة البندول الأيسر قبل التصادم مباشرة.

2- الكتلتان (m_1) و (m_2) متساويتان، أوجد الارتفاع الذي تصل إليه الكرتان بعد التصادم بدلالة الارتفاع (h).

Solution الحل

1- هذه المسألة هي تطبيق مباشر على مبدأ حفظ الطاقة الذي يعبَّر عنه بالشكل الرياضي :

$$\Delta W = \Delta PE + \Delta K.E \qquad \ldots (1)$$

و معنى ذلك أن التغير الحاصل في الشكل (ΔW) يساوي مجموع مقداري التغير الحاصلين في كلٍ من الطاقة الكامنة $(\Delta P.E)$ و الطاقة الحركية $(\Delta K.E)$.

تؤدي العلاقة (1) وفي حال انعدام مقاومة الهواء إلى :

$$\Delta P.E = \Delta K.E$$

لإيجاد السرعة النهائية للبندول الأيسر، لاحظ ما يأتي :

ارتفاع البندول (h) وكتلة (m) على ذلك تكون طاقته الكامنة :

$$P.E_0 = mgh$$

أما طاقته الحركية وهو على هذا الارتفاع = الصفر

وأما قبل أن يصطدم مباشرة مع البندول الأيمن فإن طاقته الكامنة تصبح مساوية للصفر.

$$P.E_f = 0$$

وطاقته الحركية هي أعلى ما يكون :

$$K.E_f = \frac{1}{2} m v_f^2$$

إذاً :

$$\cancel{m} gh - 0 = \frac{1}{2} \cancel{m} v_f^2 - 0$$

$$v_f^2 = 2gh$$

ومنه نجد أن السرعة النهائية :

$$v_f = \sqrt{2gh}$$

2- المرحلة الثانية هي بعد تصادم البندولين مع بعضهما مباشرة، وعندئذٍ :

الطاقة الحركية الابتدائية للبندول الأيسر $(1/2\,mv_f^2)$

الطاقة الحركية الابتدائية للبندول الأيمن $(Zero)$

الطاقة الكامنة الابتدائية للبندول الأيسر $(Zero)$

الطاقة الكامنة الابتدائية للبندول الأيمن $(Zero)$

بعد التصادم سوف يحصل البندول الأيمن على كل الطاقة الحركية للبندول الأيمن وليرتفع إلى مسافة مثلاً (h_ℓ)، المطلوب الآن تحديد هذه المسافة على ضوء ما تقدم نجد أن :

$$\Delta P.E = \Delta K.E$$

$$P_2 - 0 = \frac{1}{2}mv_f^2 - 0$$

وهذا ما يشير إلى أن كتلة الكرتين متساويتان، والسرعة الابتدائية للبندول الأيمن هي ذات السرعة النهائية للبندول الأيسر، إذاً :

$$mgh_\ell = \frac{1}{2}mv_f^2$$

و لكن

$$v_f = \sqrt{2gh}$$

$$mgh_\ell = \frac{1}{2}m(\sqrt{2gh})^2$$

$$\cancel{g}h_\ell = \frac{1}{\cancel{2}}\cancel{2}\cancel{g}h$$

$$h_\ell = h$$

إذاً :

$$\boxed{h_\ell = h}$$

وهذا ما يؤكد أن ارتفاع كلٍ من الكرتين بعد التصادم لا يتغير، أي يبقى مساوياً للمقدار (h).

مسألة (4.12) *Problem*

1- أوجد كمية التحرك للإلكترون إذا كانت سرعته تساوي ($0.99\ c$).

2- إذا كانت كمية التحرك لجسيم يسير بسرعة ($1.5\times 10^{8}\ m/s$)، تساوي ($2.90\times 10^{-19} kg\ m.s^{-1}$)، أوجد كتلة الجسيم. هل تستطيع معرفة اسمه من خلال معرفتك لكتلته ؟ وضح ذلك.

الحل *Solution*

1- عندما يسير الإلكترون بسرعة عالية، و هي كما يلاحظ من السؤال تساوي ($0.99\ c$)، فإن المسألة لابد من معالجتها وفقاً لمفهوم النظرية النسبية لكمية التحرك(العزم)، و هو يساوي :

$$P=\frac{m_e v}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$=\frac{(9.11\times 10^{-31} Kg)(0.99)(3\times 10^{8} m/s)}{\sqrt{1-\left(\frac{0.99\cancel{c}}{\cancel{c}}\right)^2}}$$

$$=1.9\times 10^{-21} Kg.m/s$$

2- من المعلوم لدينا أيضاً بأن كمية التحرك في الظروف الميكانيكية الكلاسيكية تساوي إلى ($P=mv$) إلا أنّ السرعة العالية للجسيم المتحرك تحتم استخدام الحالة النسبية للمسألة أي أن :

$$P=\frac{mv}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$m = \frac{P}{v}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$m = \frac{1.9 \times 10^{-19}\, kg.m/s}{1.5 \times 10^{8}\, m/s}\sqrt{1 - \left(\frac{1.5 \times 10^{8}\, m/s}{3 \times 10^{8}\, m/s}\right)^2}$$

$$m = 1.67 \times 10^{-27}\,(kg)$$

وواضح أن هذه الكتلة هي إما كتلة بروتون أو كتلة نيوترون.

مسألة (4.13) *Problem*

جسم كتلته $(8\ kg)$ يسير بسرعة $(2\ m/s)$ بشكل لا يؤثر على حركته أية قوة خارجية. وفي لحظة من الوقت حدث له انفجار داخلي شطره إلى كتلتين متساويتين، حيث أدى هذا الانفجار إلى إكساب الكتلتين طاقة حركية إضافية مقدارها $(16\ J)$ حيث بقيت كل منهما سائرة على نفس الخط المستقيم الأصلي لبداية الحركة.

1- أوجد سرعة كل من الكتلتين بعد الانفجار.

2- حدد إتجاه كل من الكتلتين بعد الانفجار.

الحل *Solution*

حيث إن الكتلتين بقيتا سائرتين على نفس الخط المستقيم الأصلي، نختار محاور إحداثية تسير مع مركز كتلة الجسم الأصلي، وفي هذه الحالة وبعد حدوث الانفجار ولكي تبقى الظروف صحيحة فإن مجموع كمية الحركة الكلي يجب أن يكون مساوياً إلى الصفر.

وبما أن الكتلتين بعد الانشطار لهما نفس المقدار (m) لابد أن تتحركا باتجاهين متعاكسين وبنفس السرعة (v) ومن الممكن إيجاد السرعة (v) باستخدام قانون الطاقة الحركية :

الطاقة الحركية للكتلة الأولى : $K.E_1 = \frac{1}{2}mv^2$

الطاقة الحركية للكتلة الثانية : $K.E_2 = -\frac{1}{2}mv^2$

نلاحظ أن الكتلتين متساويتان والسرعتين كذلك متساويتان ولكن باتجاهين مختلفين.

إذاً التغير في الطاقة الحركية :

$$\Delta K.E = \frac{1}{2}mv^2 - (-\frac{1}{2}mv^2)$$

$$\Delta K.E = mv^2$$

$$16J = (4kg)(v^2)$$

$$v^2 = \frac{16J}{4kg} = (4\ m/s)^2$$

$$= 2\ m/s$$

الكتلة الأولى تكون سرعتها : $v + 2\ m/s = 4\ m/s$

الكتلة الثانية تكون سرعتها : $-v + 2\ m/s = 0\ m/s$

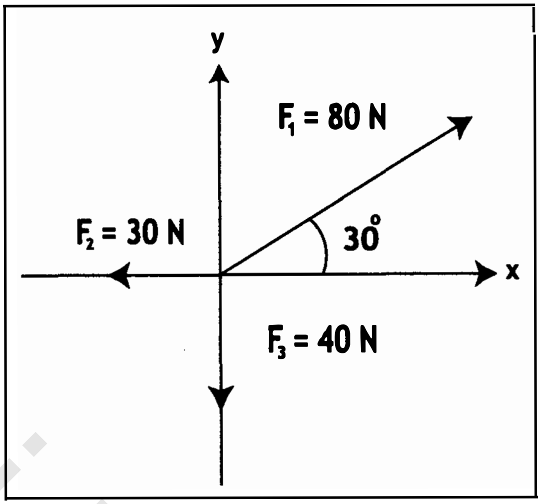
أي أن الكتلة الثانية تقف في مكانها، بينما تتابع الكتلة الأولى السير بنفس اتجاه الحركة الموجب.

مسألة (4.14) *Problem*

جسم يتحرك على المحور السيني بفعل ثلاث قوى – انظر الشكل (4.4) – مسافة قدرها ($20\ m$).

1- أوجد مقدار الشغل المنجز من قبل كل من القوى الثلاثة.

2- أوجد مقدار التغير الحاصل في الطاقة الحركية والكامنة.



شكل (4.4)، المسألة (4.14)

الحل *Solution*

تأمل الشكل (4.4) :

تؤثر القوى الثلاثة على الجسم المتحرك لتحقق معاً مسافة قدرها $(20m)$ على المحور السيني، يمكننا أنَّ نوجد الشغل المنجز من قبل كلٍ من القوى الثلاث، ومن المعلوم أنَّ الشغل المنجز بفعل القوة هو :

$$W = F.d = Fd\cos\theta$$

حيث (θ) هي الزاوية بين متجه القوة ومتجه الإزاحة.

$$W_1 = F_1.d = (80\ N)(20\ m)\cos(30^\circ)$$
$$= 1385.64\ J$$
$$W_2 = F_2.d = (30\ N)(20\ m)\cos(180^\circ)$$
$$= -600\ J$$
$$W_3 = F_3.d = (40\ N)(20\ m)\cos(270^\circ)$$
$$= 0$$

من المعلوم لدينا أن هذا الجسم غير معزول، ولهذا فإن التغير الحاصل في طاقته الحركية يساوي الشغل المنجز أي أنّ :

$$W = W_1 + W_2 + W_3 = 1385.64J - 600J + 0$$

$$= 785.6\ J = \Delta K.E$$

أما التغير في الطاقة الكامنة فيساوي الصفر، ذلك أن الجسم تحرك فقط على المحور السيني، أي بقي ارتفاعه عن الأرض يساوي الصفر.

مسألة (4.15) *Problem*

تبلغ الطاقة الحركية لإلكترون التوصيل في معدن النحاس $(7.0\times 10^{-9}\ J)$. عند درجة الحرارة الصفر المطلق كم تبلغ سرعة الكترون التوصيل في هذه الظروف ؟ كتلة الألكترون تساوي $(9.11\times 10^{-31}\ kg)$.

الحل *Solution*

من المعلوم لدينا أن الطاقة الحركية تساوي :

$$K.E = \frac{1}{2}mv^2$$

حيث (m) تمثل كتلة الإلكترون، (v) تمثل سرعة الإلكترون، إذاً :

$$v^2 = \frac{2K.E}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{2K.E}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(7.0\times 10^{-19}\,J)}{9.11\times 10^{-31}\,kg}}$$

$$= 1.36\times 10^{6}\,(m/s)$$

مسألة (4.16) *Problem*

يتم تعجيل بروتون بواسطة أحد المسرعات النووية بدءاً من وضع الاستقرار إلى أن تصل سرعته إلى $(4.0\times 10^{6}\ m/s)$، أوجد مقدار الشغل الذي أنجزته القوة الكهربائية على البروتون.

الحل *Solution*

من الواضح أن الشغل المنجز أو المبذول على البروتون يساوي كمية الطاقة الحركية التي اكتسبها خلال عملية التعجيل. أي أن :

$$W = K.E_f = \frac{1}{2}mv^2{}_f$$

حيث (m) هي كتلة البروتون، (v_f) هي سرعة البروتون النهائية.

إذاً :

$$W = \frac{1}{2}(1.67\times 10^{-27}\,kg)(4.0\times 10^{6}\,m/s)^2$$

$$= 1.34\times 10^{-14}\,J$$

$$1.0\ J = \frac{1}{1.6\times 10^{-19}\,eV} = 6.25\times 10^{18}\,eV$$

وهكذا نجد أن الشغل يساوي :

$$W = (1.34\times 10^{-14})(6.25\times 10^{18}\,eV)$$

$$= 8.4\times 10^{4}\,eV$$

مسألة (4.17) *Problem*

سيارة كتلتها $(2 \times 10^3\ kg)$ تسير بسرعة مقدارها $(20\ m/s)$ على طريق أفقي، استخدم سائق السيارة الفرامل حتى نقصت الطاقة الحركية بمقدار $(100\ kJ)$.

1- أوجد السرعة النهائية للسيارة.

2- كم من الطاقة الحركية يجب أن تفقد السيارة حتى تصل سرعتها إلى الصفر (باستخدام الفرامل مرة أخرى).

الحل *Solution*

1- الطاقة الحركية الابتدائية للسيارة تساوي :

$$K.E_i = \frac{1}{2} m v^2{}_i$$

$$= \frac{1}{2}(2 \times 10^3 kg)(20 m/s)^2$$

$$= 4 \times 10^5\ J = 400 kJ.$$

بعد أن تفقد السيارة $(100\ kJ)$ تصبح طاقتها الحركية :

-2 $400\ kJ - 100\ kJ = 300\ kJ$

$$K.E_f = \frac{1}{2} m v^2{}_f$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2\ K.E_f}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 3 \times 10^5\ J}{2 \times 10^3 kg}}$$

$$= 17.3\ m/s$$

إذاً يجب أن تفقد السيارة $(300\ kJ)$ من الطاقة الحركية حتى تصبح سرعتها صفراً.

مسألة (4.18) *Problem*

قالب من الخشب تبلغ كتلته ($200\ kg$)، يتم سحبه على أرض مستوية أفقية بسرعة مقدارها ($8.0\ m/s$)، بواسطة قوة مقدرها ($200\ N$) وزاوية تبلغ ($30°$) مع الأفق، كم تبلغ نسبة القوة المسلطة بالنسبة للزمن؟ أوجدها حسابياً.

الحل *Solution*

من المعلوم أن الشغل المنجز عموماً يمكن إيجاده من العلاقة المعروفة.

$$W = F.\ell = F\ell\ \cos\theta$$

أما نسبة القوة المسلطة بالنسبة للزمن فهي :

$$\frac{dw}{dt} = F\ \cos\theta\ \frac{d\ell}{dt}$$

ولكن المقدار $\left(\frac{dl}{dt}\right)$ هو عبارة عن نسبة تغير المسافة بالنسبة للزمن أي السرعة، إذاً :

$$\frac{dw}{dt} = F\ v\ \cos\theta$$

$$= (200\ N)(8.0\ m/s)(\cos 30°)$$

$$= 1385.6\ \ watt.$$

مسألة (4.19) *Problem*

سيارة كتلتها ($1000\ kg$) تسير بسرعة ($0.3\ m/s$)، إذا كانت كتلة أحد الرجال ($100\ kg$)، كم هي السرعة التي يجب أن يحققها حتى يمتلك نفس مقدار كمية الحركة التي تمتلكها السيارة ؟ احسب ذلك.

الحل Solution

كمية الحركة الخطية بصورة عامة يمكن إيجادها من العلاقة المعروفة $(P = mv)$ حيث (m) هي كتلة الجسم المتحرك (v) سرعة الجسم المتحرك.

كي يمتلك الرجل ذات المقدار من كمية الحركة الخطية فإن :

$$P_{car} = m_{car}\, v_{car}$$

$$P_{man} = m_{man}\, v_{man}$$

$$P_{car} = P_{man}$$

أي أن :

$$m_{car}\, v_{car} = m_{man}\, v_{man}$$

$$v_{man} = \frac{m_{car}\, v_{car}}{m_{man}}$$

$$= \frac{(1000\, kg)(0.3\, m/s)}{(100\, kg)} = 3(m/s).$$

إذن سرعة الرجل يجب أن تكون $(3.0\ m/s)$.

مسألة (4.20) Problem

كم يجب أن تكون سرعة سيارة من نوع تويوتا صغيرة الحجم كتلتها $(1000\ kg)$ في كل من الحالتين :

1- إذا كان مقدار عزمها الخطي مساوياً للعزم الخطي لسيارة نيسان كبيرة تبلغ كتلتها $(3000\ kg)$، وسرعتها $(20\ km/h)$.

2- إذا كانت طاقتها الحركية مساوية للطاقة الحركية لسيارة نيسان الواردة في الطلب الأول من هذه المسألة.

الحل Solution

1- من المعلوم أن العزم الخطي هو :

$$P_T = P_N$$

حيث : (P_T) هو العزم الخطي للسيارة التويوتا .

(P_N) هو العزم الخطي للسيارة النيسان.

$$m_T \; v_T = m_N \; v_N$$

إذاً سرعة السيارة التويوتا هي :

$$v_T = \frac{m_N \; v_N}{m_T} = \frac{(3000\,kg)(20km/h)}{(1000\,kg)}$$

$$= 60(km/h)$$

أي ثلاثة أضعاف سرعة السيارة الكبيرة.

-2

$$K.E_T = K.E_N$$

$$K.E_N = \frac{1}{2} m_N \; v_N$$

$$= \frac{1}{2}(3000\,kg)(20\,km/h)^2$$

$$\frac{1}{2} m_T \; v^2{}_T = \frac{1}{2}(3000\,kg)(20\,km/h)^2$$

$$v_T = \sqrt{\frac{(3000\,kg)(20\,km/h)^2}{(1000\,kg)}}$$

$$= 34.6\,km/h.$$