الباب الرابع

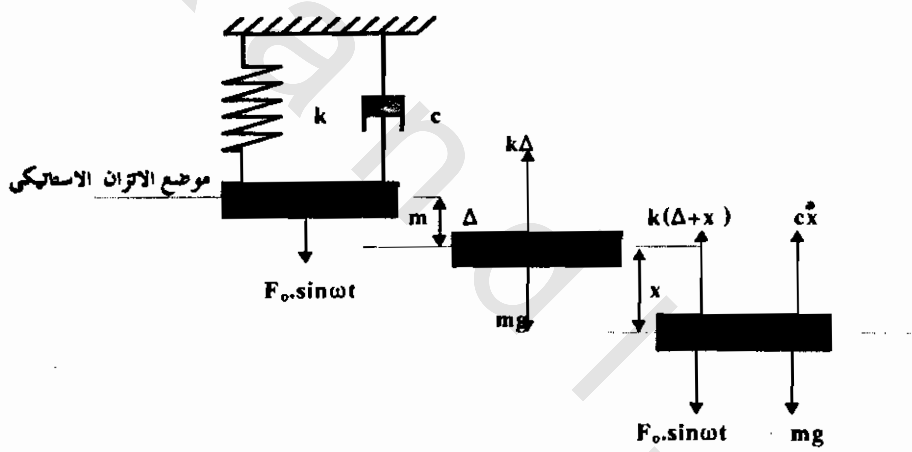
الاهتزاز الجبرى أو القسرى

الباب الرابع
الفصل الاول
الإهتزاز الجبرى أو القسرى Forced Vibration

1-مقدمة:

الاهتزاز الجبرى او الحركة المثارة توافقيا (Forced vibration or Harmonically Excited Motion) كثيرا ما نجدها فى المنظومات الميكانيكية والتى تحدث غالبا نتيجة عدم التوازن فى الماكينات الدوارة أو نتيجة تأثير قوة خارجية تؤثر فى المنظومة ، ونظرا لان الحركة التوافقية التى يمكن تمثيلها بـأى من الدالتين جيب أو جيب التمام (sine or cosine) تكون اقل إحتمالا للحدوث من الحركة الدورية التى تكرر نفسها كل فترة زمنية ، وان معرفة سلوك المنظومة التى تتعرض الى إثارة توافقية يعتبر عمل اساسى لمعرفة كيفية إستجابة المنظومة الى أنواع الاثارة الاكثر عمومية ويمكن ان تكون الاثارة التوافقية فى صورة إزاحة لبعض النقاط فى المنظومة او قوة خارجية تؤثر فى المنظومة والتى يمكن تمثيلها بأى من العلاقات الاتية:................... $F_o \sin\omega t$, $F_o \cos\omega t$, $F_o e^{i\omega t}$

2-إستنتاج معادلة الحركة لمنظومة ذات خمد وتتكون من نابض وخامد وكتلة تحت تأثير قوة خارجية



الشكل (1-4)يوضح منظومة ذات تضاؤل لزج مع إثارة توافقية

المنظومة المبينة بالشكل(1-4) هى منظومة ذات درجة حرية واحدة مع وجود خمد لزج تؤثر علية قـوة إستثارة F.sinωt وسرعتها الزاوية ω وتنتج هذة القوة من الة غير متوازنـة او اى مؤثـر خـارجى ، وباستخدام قانون نيوتن الثـانى للحركـة يمكـن إسـتنتاج معادلـة الحركـة للمنظومـة كمـا يلـى:

$$\because m\ddot{x} = \sum F \quad in \;\; x-direction$$

$$\therefore m\ddot{x} = -k(x+\Delta) - c\dot{x} + mg + F_o \sin\omega t \qquad , \;\; \because k\Delta = mg$$

$$\therefore m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_o \sin\omega t \;...(4-1)$$

والمعادلة(4-1)هى معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية وغير متجانسة لان الطرف الايمن لايساوى صفر ، ولهذا يكون للمعادلة حل عام يتكون من جزئين ، أحدهما يسمى بالحل المتمم او الحل الانتقـــالى $x_c(t)$

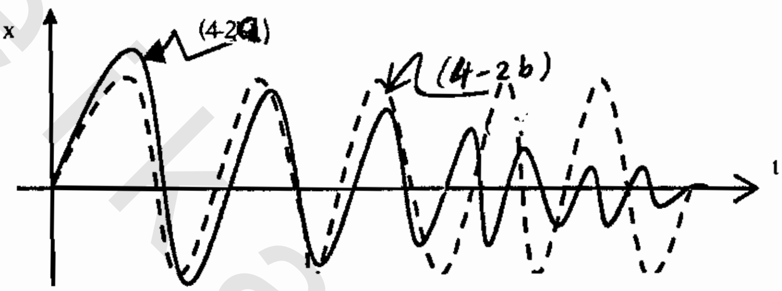
$x_c(t) = The\ Complementary\ or\ The\ Transient\ Solution$ ....

وهذا الحل لايدوم لانة يتلاشى بسرعة ولهذا يسمى بالحل العابر أيضا وهذا الحل يحدث عندمـــا تكــون المعادلة متجانسة كما سبق إستنتاجة فى الباب الثالث.والجزء الثانى من الحل يسمى بالحل المستقر $x_p(t)$

3-إيجاد حل معادلة الحركة التفاضلية فى الحالة المستقرة $x_p(t)$ بيانيا:

$x_p(t) = The\ Particular\ integral\ or\ The\ Steady\ State\ Solution.$

ويكون نتيجة لاهتزاز الالة الغير متوازنة او نتيجة تأثير قوة خارجية على الالة وهذا الحل يدوم بـــدوام او باستمرار تأثير المؤثر الخارجى ولهذا فسيقتصر الشرح فى هذا الباب على الحل المســـتقر لاهميتـــة العلمية ويبين الشكلان (4-2a), (4-2b) الاهتزاز فى حالة الاستجابة العابرة وفى الحلة المستقرة.



الشكل(4-2a)يوضح الاهتزاز الحر فىحالة الاستجابة العابرة

الشكل(4-2b)يوضح الاهتزاز فىحالة المستقرة

يلاحظ ان الاهتزاز فى الحالة المستقرة ليس لة نفس زاوية الطور ، أى ليس متطاورا مـــع الاســتثارة ويعود التغيير فى زاوية الطور والذى يعتمد على تردد الاستثارة الى وجود الخمد فى المنظومـــة اى ان فى فترة الاهتزاز المستقر تتأثر المجموعة بتردد القوة الخارجبية ، وتهتز تبعا لها، غير ان زاوية وجـــة الازاحة (phase angle) قد تكون مختلفة عن زاوية وجة القوة وبناءا على ذلك ولكى نوجد قيمة إتســـاع الذبذبة وإزاحة وجهها يلزم التعويض فى معادلة الحركة (4-1) للمنظومة المبينة بـــالشكل (1- 4) عــن مقدار الازاحة x بالعلاقة التالية:

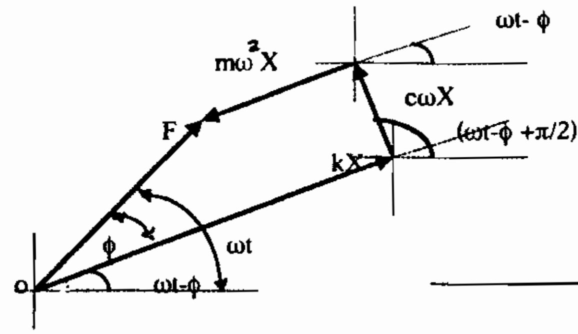
$$x(t) = X\sin(\omega t - \phi) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4-2)$$

$$,\dot{x}(t) = \omega X\cos(\omega t - \phi) = \omega X\sin\left(\omega t - \phi + \frac{\pi}{2}\right) \qquad \therefore\ \ddot{x}(t) = -\omega^2 X\sin(\omega t - \phi)$$

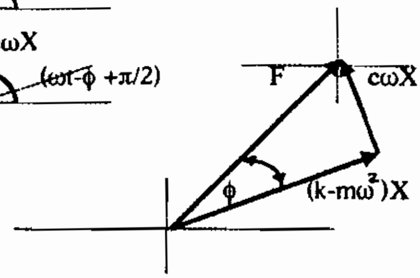
وبالتعويض عن كل من $\ddot{x}$ $\dot{x}$, xفى معادلة الحركة (4-1) ينتج ان:

$$-m\omega^2 X\sin(\omega t - \phi) + c\omega X\sin\left(\omega t - \phi + \frac{\pi}{2}\right) + kX\sin(\omega t - \phi) = F_o\sin(\omega t) \ldots(4-3)$$

حيث x (t) هىالازاحة the displacement ، X هى السعة the amplitument ويمكـــن تمثيـل معادلـــة الحركة (4-3) بيانيا كما يلى:



الشكل(4-3a) يوضح مضلع القوى



الشكل(4-3b) يوضح مثلث القوى

نلاحظ من مضلع القوى انة امكن تمثيل القوى المؤثرة فى المنظومة بيانيا كما بالمعادلة (4-3) حيث امكن تمثيل قوة الاستثارة F_o والتى تؤثر بزاوية ωt كمتجة يميل على الافقى بزاوية ωt وذلك من نقطة الاصل (o) وكذلك امكن تمثيل القوة (kX) كمتجة يؤثر بزاوية (ωt-φ) ثم باختيار مقياس رسم مناسب لتمثيل هذة القوى بالمتجهات يمكن تحديد طول كل منها اى انة بعد تحديد طول المتجة kX عدديا كما سيلى شرحة فى الامثلة العددية يتم اختيار محورين أخرين ويتم رسم المتجة من نقطة تقاطعهما والذى يمثل القوة cωX والذى يميل على الافقى بزاوية (ωt-φ+π/2) ، وبالمثل يمكن تحديد طول المتجة الممثل للقوة ($-m\omega^2X$) يتم رسم محورين اخرين ومن نقطة تقاطعهما يتم رسم المتجة الممثل لهذة القوة والذى يميل على الافقى بزاوية (ωt-φ) ونظرا لان إشارتة سالبة فيكون إتجاهة فى عكس إتجاة المتجة الممثل للقوة kX وبالتالى يتقابل المتجه الممثل للقوة F_o مع المتجة الممثل للقوة ($-m\omega^2 X$) فىنقطة ، وبهذا يكتمل رسم مضلع القوى المبين بالشكل (4-3a) ، اما بالنسبة لمثلث القوى فهو نفسة مضلع القوى الا ان اخذنا محصلة القوتين (kX)، ($-m\omega^2X$) وتكون محصلتهما الفرق بينهم كما ممثل بالمتجة (kX-mω X) بمثلث القوى المبين بالشكل (4-3b) ومنة يمكن إستنتاج مايلى:

$$\because F_o^2 = \left(kX - m\omega^2 X\right)^2 + \left(c\omega X\right)^2 = \left[\left(k - m\omega^2\right)^2 + \left(c\omega\right)^2\right] X^2$$

$$\therefore X = \frac{F_o}{\sqrt{\left(k - m\omega^2\right)^2 + \left(c\omega\right)^2}} \qquad \text{..........} (4-4)$$

وبالتعويض من المعادلة(4-4) فى المعادلة (4-2) ينتج الخل الخاص $x_p(t)$ كما يلى:

$$\because x_p(t) = X\sin(\omega t - \phi) \qquad \therefore x_p(t) = \frac{F_o \sin(\omega t - \phi)}{\sqrt{\left(k - m\omega^2\right)^2 + \left(c\omega\right)^2}} \qquad \text{..........} (4-5)$$

وبقسمة البسط والمقام للمعادلة (4-4) على k نحصل على مايلى:

$$\therefore X = \frac{F_o/k}{\sqrt{\left(\frac{k - m\omega^2}{k}\right)^2 + \left(\frac{c\omega}{k}\right)^2}} \quad , \quad \because \omega^2 = \frac{k}{m} \quad , \quad c = 2\xi\, m\omega_n$$

$$\therefore X = \frac{F_o/k}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2+\left(\frac{2\zeta.m\omega_n.\omega}{k}\right)^2}} = \frac{F_o/k}{\sqrt{\left(1-r^2\right)^2+\left(2\zeta.r\right)^2}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4-6)$$

$$where \quad r = ratio\ of\ \ frequency = \frac{\omega}{\omega_n}$$

$$\therefore X\left(\frac{k}{F_o}\right) = R = \frac{1}{\sqrt{\left(1-r^2\right)^2+\left(2\zeta.r\right)^2}} = the\ magnification\ \ factor \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4-7)$$

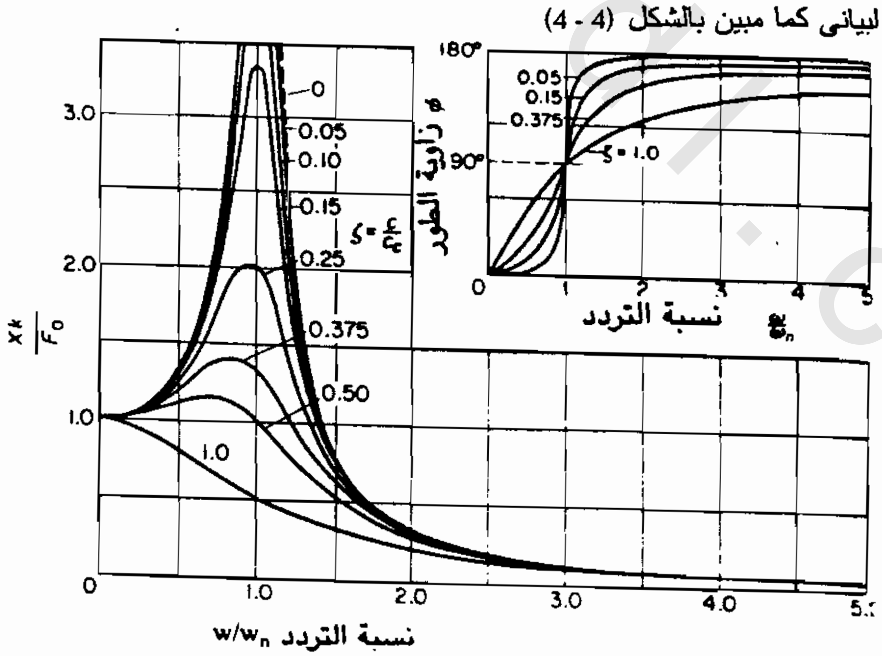
حيث $\frac{\omega}{\omega_n}$ = هى نسبة السرعات او نسبة التردد بين سرعة او تردد قوة الاستثارة(ω) وبيـــن الـــتردد الطبيعى للمنظومة ω_n بينما R تسمى بمعامل التكبير (the magnification factor) ويمكن إيجاد زاويـة الطور من مثلث القوى المبين بالشكل (4--3b) كما يلى:

$$\because \tan\phi = \frac{c\omega.X}{\left(k-m\omega^2\right).X} = \frac{c\omega}{\left(k-m\omega^2\right)} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4-8)$$

وبقسمة البسط والمقام للمعادلة (4-8) على k نحصل على:

$$\therefore \tan\phi = \frac{\frac{2\zeta\, m\omega_n.\omega}{k}}{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)} = \frac{2\zeta\, r}{\left(1-r^2\right)} \quad \therefore \phi = \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta\, r}{1-r^2}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4-9)$$

حيث φ هى زاوية الطور للازاحة بالنسبةالىقوة الاستثارة، والمعادلتان (4-6) , (4-9) تدل على ان السعة اللابعدية X وزاوية الطور φ هما دالتان فى نسبة التردد (r)وعامل الخمد او التضاؤل(ξ) فقط، ويمكــن رسم المخطط لبيانى كما مبين بالشكل (4 - 4)



الشكل(4 - 4) يوضح العلاقة بين نسبة التردد وبين كل من معامل التكبير (R) وبين زاوية الطور (φ)

حيث يتضح منة ان عامل الخمد لة تأثير كبير على السعة وزاوية الطور فى مجال التردد بالقرب من مرحلة الرنين وكذلك معرفة الكثير عن سلوك المنظومة ، حيث السعة اللابعدية يمكن تمثيلها بالمعادلة (4-7) التى تمثل معامل التكبير (R) ، ونلاحظ من الشكل (4-4)

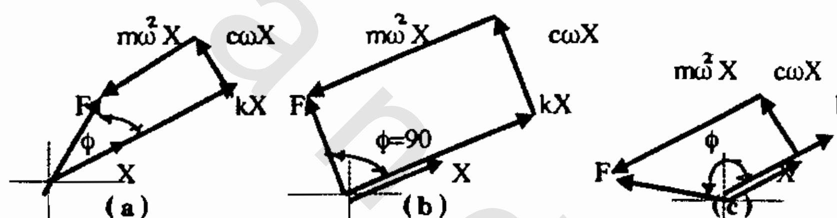
ما يلى:-

1-تبدأ الدالة بقيمة الوحدة عندما تنعدم نسبة التردد (r=0) ، وتؤل الدالة الى الصفر عندما تصل نسبة التردد الى مالانهاية.

2-فى حالة الكبت الصغير يكون للدالة نهاية عظمى بالقرب من مرحلة الرنين (resonance) أى عندما يتساوى الترددان ، أى ان تردد قوة الاستثارة (ω) يساوى الترددالطبيعى (ω_n) للمنظومة ، وتؤل الدالة الى مالانهاية.

3-نلاحظ ايضا من مخطط القوى بالشكل (4-3) انة يمكن دراسة المناطق المناظرة لقيم نسبة التردد المختلفة كما يلى:-

أ-عندما تكون نسبة التردد أقل بكثير من الواحد أى ان (r<< 1) تكون كل من قوة التضائل او قوة القصور الذاتى صغيرة وتؤدى الى زاوية طور ϕ صغيرة ، وبذلك يكون مقدار القوة المؤثرة مساويا تقريبا الى قوة النابض كما مبين بالشكل (4-5a).



الشكل(4-5 a,b.c) يوضح علاقة المتجة فى الاهتزاز القسرى.

ب-عندما تكون نسبة التردد (r) تساوى الوحدة فان زاوية الطور تكون قائمة (ϕ=90) ، ويظهر بمخطط القوة كما بالشكل (4-5b) وتكون قوة القصور الذاتى متوازنة بواسطة قوة النابض ، بينما تتغلب قوة الاستثارة على قوة الخمد (قوة التضائل) ويمكن إيجاد السعة عند الرنين إما من المعادلة (4-6) او من المعادلة (4-7) او من الشكل (4-5b).

ج-عندما تكون نسبة التردد اقل بكثير من الواحد اى ان(r<<1) تقترب الزاوية ϕ من 180 درجة وتمتد القوة المؤثرة للتغلب على قوة القصور الذاتى الكبيرة كما مبين بالشكل (4-5c).

د-يلاحظ ان المقدار $x_s = \frac{F_o}{k}$ يسمى بالانحراف الاستاتيكى static deflection تحت تأثير القوة F_o ، X تسمى بالسعة الديناميكية the dynamic amplitude ويمكن كتابة المعادلة (4-6) على الصورة التالية:

$$x = the\ dynamic\ amplitude = \frac{x_s}{\sqrt{\left(1-r^2\right)^2 + \left(2\xi . r\right)^2}}$$

وبالتالى نجد ان R تسمى بمعامل التكبير او نسبة الازاحة .

The magnification factor , or Amplification factor , or Displacement ratio.

$$R=\frac{x}{x_s}=\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)+(2\xi r)^2}}\qquad(4-10)$$

أوهو المعامل الذى يضرب فىالانحراف الاستاتيكى تحت تاثير القوة F_o لينتج سعة الاهتزاز كما ان معامل التكبيريتوقف علىعامل الخمد (ξ) وعلى نسبة السرعة او نسبة التردد (r) كما موضح بالمعادلة.

4-استنتاج الحل العام للمعادلة التفاضلية لمعادلة الحركة للمنظومة المبينة بالشكل (4-1) والمثارة توافقيا بالقوة $F_o \sin\omega.t$ حيث انها تتكون من جزئين وهما :

أولا- الحل المتمم $x_c(t)=$ *the complementry solution* ويسمى ايضا بالحل الانتقالى او بالحل العابر لانة يتلاشى بسرعة وغير مستديم ويكون هذا الحل على صورة المعادلة الاتية: $x_c(t)=Ae^{s_1 t}+Be^{s_2 t}$ حيث A,B ثوابت إختيارية تحدد من الاحوال الابتدائية المفروضة على المنظومة ، وإن s_1 , s_2 هما جذور المعادلة المتجانسة والتى سبق إيجادهم فى الباب السابق وهما $s_{1,2}=\frac{-c}{2m}\pm\sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2-\frac{k}{m}}$ وتتوقف قية الجذرين على قيمة ما تحت الجذر بهذة المعادلة ، ومن ذلك يمكن ان تكون قيمتى الجذرين حقيقتين ومختلفتين او حقيقتين ومتساويتن او مركبتين ومترافقتين إعتمادا على مقدار عامل الخمد ξ وهل هو اكبر من او مساوى او اقل من الواحد كما سبق شرحة بالتفصيل فى الباب السابق وهذا الحل المتمم يمثل الجزء التجانس من المعادلة (4-1) ، وقد سبق إيجاد ثلاث حالات مختلفة للخمد والتى تتوقف على قيمة عامل الخمد كما يلى:-

1-إذا كان عامل الخمد $\xi>1$ وهى حالة الخمد الزائد تكون قيمة الجذرين حقيقية وسالبة ومختلفة، وعندها تكون الحركة التذبذبية غير ممكنة من الحل المتمم لمعادلة الحركة بصرف النظرعن الشروط او الظروف الابتدائية لحركة المنظومة ويكون الحل على صورة المعادلة الاتية $x_c(t)=Ae^{-s_1 t}+Be^{-s_2 t}$

2-اذا كان عامل الخمد $\xi=1$ وهى حالة الخمد الحرج يكون الجذرين متساوين وسالبين $s_1=s_2=-\omega_n$ وتكون الحركة غير ترددية أى غير تذبذبية وتصل الى الصفر فى النهاية ويكون الحل على الصورة $x_c(t)=(A+Bt).e^{-\omega_n t}$

3-إذا كانت $\xi<1$ وهى حالة الخمد الناقص تكون قيمة الجذرين مركبتين ومترافقتين $s_1,s_2=\omega_n\left(-\xi\pm j\sqrt{1-\xi^2}\right)$ ، ويكون التردد الطبيعىفى هذة الحالة هو التردد الطبيعى الدائرى ذات الخمد اللزج (ω_d) ويكون الحل على صورة المعادلة التالية:

$$x_c(t)=e^{-\xi\omega_n t}(A_1\cos\omega_d t+A_2\sin\omega_d t)$$

$$or\ \ x_c(t)=Ae^{-\xi\omega_n t}.\sin(\omega_d t+\phi)\ \ where\ \ C=\sqrt{A_1^2+A_2^2}\ ,\ \ \phi=\tan^{-1}\frac{A_1}{A_2}$$

وهى تمثل حركة توافقية ذات تردد طبيعى دائرى ذات خمد لزج ω_d وسعتة $Ae^{-\xi\omega_n t}$ والتى تتناقص أسيا مع الزمن كما ذكرنا ذلك فىحالة التناقص اللوغارتمى.

ثانيا -الحل الخاص او الجزئى $x_p(t) = the\ particular\ solution$ وقد تم إستنتاجة تحليليا ويمكن إستنتاجة نظريا كما يلى:

نفرض ان الحل الخاص يمثل بمعادلة الازاحة التالية:

$$x_p(t) = B_1 \sin(\omega t) + B_2 \cos(\omega t) \qquad (4-11)$$

وبتفاضل الازاحة بالنسبة للزمن t نحصل على السرعة $\dot{x}_p(t)$ وبتفاضل السرعة بالنسبة للزمن ايضا تنتج العجلة $\ddot{x}_p(t)$ كما بالمعادلات الاتية:

$$\dot{x}_p(t) = B_1\omega.\cos(\omega t) - B_2\omega \sin(\omega t) \qquad (4-12)$$

$$\ddot{x}_p(t) = -B_1\omega^2 \sin(\omega t) - B_2\omega^2 \cos(\omega t) \qquad (4-13)$$

وبالتعويض من المعادلات (13 , 12 , 11- 4) فى المعادلة التفاضلية (4-1) نحصل على ماياتى:

$$\therefore m\left[-B_1\omega^2 \sin(\omega t) - B_2\omega^2 \cos(\omega t)\right] + c.\left[B_1\omega\cos(\omega t) - B_2\omega\sin(\omega t)\right] + k.\left[B_1 \sin(\omega t) + B_2\cos(\omega t)\right] = F\sin(\omega t)$$

$$\therefore -\left[B_1\omega^2 m\right]\sin(\omega.t) - \left[B_2\omega^2 m\right]\cos(\omega.t) + \left[cB_1\omega\right]\cos(\omega.t) - \left[B_2 c\omega\right]\sin(\omega.t)$$
$$+kB_1 \sin(\omega.t) + kB_2\cos(\omega.t) = F.\sin(\omega.t)$$

$$\therefore \left[(k - m\omega^2)B_1 - c\omega B_2\right].\sin(\omega.t) + \left[(k - m\omega^2)B_2 + c\omega B_1\right]\cos(\omega.t) = F\sin(\omega.t) \qquad (4-14)$$

وبالتعويض عن (ωt=90°) فى المعادلة (4-14) ينتج ان:

$$\left[(k - m\omega^2)B_2 + c\omega.B_1\right] = F \qquad (4-15)$$

وعندما (ωt= 0°) ينتج ان:

$$\left[(k - m\omega^2)B_2 + c\omega.B_1\right] = 0 \qquad (4-16)$$

وبحل المعادلتين (4-15) ، (4-16) معا يمكن الحصول على كل من B_1 , B_2 وذلك بضرب المعادلة (4-15) فى (cω) وبضرب المعادلة (4-16) فى $(k - m\omega^2)$ ثم بالطرح بينهم نحصل على ما يلى:

$$\therefore B_2 = \frac{-Fc\omega}{\left[(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2\right]} \qquad (4-17)$$

وبالتعويض عن B_2 فى المعادلة (4-16) نحصل على:

$$B_1 = \frac{F(k - m\omega^2)}{\left[(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2\right]} \qquad (4-18)$$

وبالتعويض عن قيم B_1 , B_2 فى المعادلة (4-11) نحصل على الحل الخاص لمعادلة الحركة التفاضلية (4-1) كما يلى:

$$\therefore x_p(t) = \frac{F\left[(k - m\omega^2).\sin(\omega t) - c\omega.\cos(\omega t)\right]}{\left[(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2\right]} \qquad (4-19)$$

اذن الحل الخاص لمعادلة حركة المنظومة ذات الخمد والتى تؤثر فيها قوة الاستثارة Fsin(ωt) يمكن كتابتها على صورة المعادلة التالية:

$$\therefore x_p(t) = \frac{F.\sin(\omega t - \phi)}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad ....(4-20)$$

حيث الزاوية ϕ هى زاوية الطور ويمكن إيجادها من العلاقة التالية:

$$\phi = \tan^{-1}\frac{c\omega}{(k - m\omega^2)} = \tan^{-1}\frac{2\xi.r}{1 - r^2}$$

حيث ω هى التردد الدائرى لقوة الاستثارة ، r هى نسبة الترددات ، وتكون X هى السعة فى الحالة المستقرة.

i.e X is the amplitude of the steady state response and ϕ the phase lag for $x_p(t)$ with respect to F.sin(ωt).

مما سبق يمكن كتابة الحل العام لمعادلة الحركة التفاضلية (4-1) كما يلى:

$$\therefore x(t) = x_c(t) + x_p(t) = Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t} + \frac{F.\sin(\omega t - \phi)}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\xi.r)^2}} \quad ....(4-21)$$

وبذلك يكون تم البرهان على ان الحل الخاص لة نفس تردد الاستثارة وانة الاهتزاز فى الحالة المستقرة للمنظومة . وكذلك تعتمد سعة الاهتزاز فى الحالة المستقرة على سعة وتردد الاستثارة وتكون سعة الاهتزاز محدودة بعامل الخمد فقط عند مرحلة الرنين اى عندما يتساوى التردد الطبيعى مع تردد الاستثارة ، وان التحليل التفصيلى لهذة المنظومة العامة ذات درجة الحرية الواحدة مفيد جدا ، حيث يوضح مفاهيم التردد الطبيعى وتأثير الخمد على حركة المنظومة التذبذبية وكذلك على إستجابة المنظومة للاستثارة.

5-طريقة إستجابة التردد Frequency Response Method

هذة الطريقة تتم باستخدام تحليل توافقى لاستجابة التردد وذلك بعد إعطاء المنظومة إستثارة جيبية (A sinusoidal excitation) ويتم عند مدى عالى من التردد والتى تظهر فى صورة تردد جيبى (sinusoidal frequency) والتى يمكن التحقق منها نظريا بالمعادلات التفاضلية ، ولكن الطريقة العامة المتبعة فى قياس الاهتزاز طبقا لطيف فورير fourior spectrum وذلك باستخدام أجهزة القياس والكمبيوتر وتظهر هذة الترددات على شكل نبضات على شاشة الكمبيوتر (الحاسوب) واصبح إختبار النبضة pulse testing مألوف ومحبوب لمعظم الباحثين حيث يعبر عن تردد الاستجابة المعطاة بتلك النبضات والتى تكون اسهل واسرع فى قياس الاهتزاز وتنقسم هذة الطريقة الى:-

أولا-طريقة الممانعة الميكانيكية The mechanical impedance method

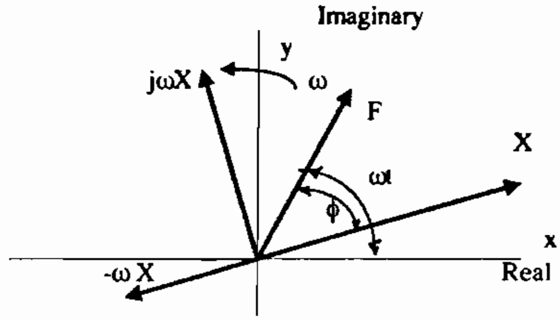
هى عبارة عن تحليل توافقى harmonic analysis والتى تمثل معادلة الحركة بدوال جيبية sinusoidal fuactions يعبر عنها بمتجهات دورانية ، ومعادلة الحركة (4-1) للمنظومة ذات درجة الحرية الواحدة المبينة بالشكل (4-1) ومعادلة الازاحة (4-2) يمكن إعتبارهم إستجابة هذة المنظومة

فى الحالة المستقرة ، وباستخدام التمثيل المتجهى للحركة التوافقية فانة يمكن كتابة المعادلتين (4-1) ، (4-2) على الصورة التالية:

$$m\ddot{x}+c\dot{x}+kx = \bar{F}e^{j\omega t} \quad \text{.......... ....} (4-21)$$

$$x = \bar{X}e^{j\omega t} \quad \text{.......... ....} (4-22)$$

والتى يمكن تمثيلهما بيانيا بالشكل (4-6).



الشكل(4-6) يوضح متجهات الازاحة والسرعة والعجلة

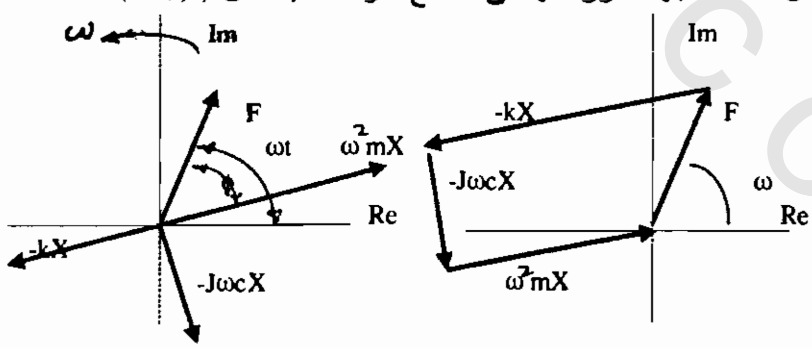
حيث ان القوة والازاحة تمثل بالمتجهين $x = \bar{X}e^{j\omega t}$, $F = \bar{F}e^{j\omega t}$ كما بالشكل (4-6) ، ويمكن إيجاد كل من السرعة والعجلة بتفاضل الازاحة بالنسبة للزمن كما بالمعادلتين الاتيتين:

$$\frac{d}{dt}(x) = \frac{d}{dt}\left(X e^{j\omega t}\right) = j\omega X e^{j\omega t} = j\omega X \text{........................} (4-23)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}(x) = \frac{d}{dt}\left(j\omega X e^{j\omega t}\right) = (j\omega)^2 X e^{j\omega t} = -\omega^2 X \text{............} (4-24)$$

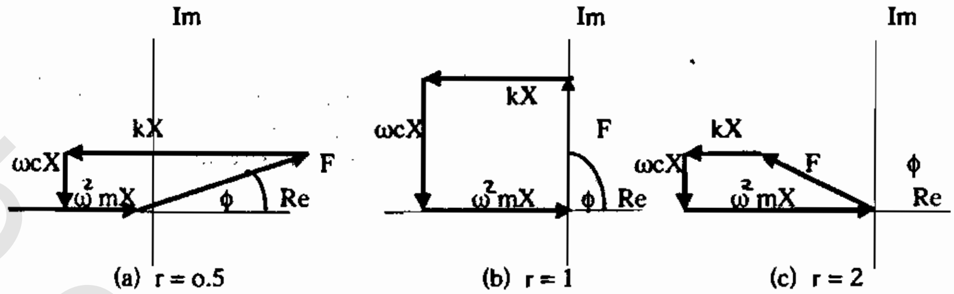
Element	Symbol	Impedance
Mass	m	$-\omega^2 m$
Damper	c	Jωc
Spring	k	k

ونظرا لان قوة النابض تقاوم الازاحة ولذلك يكون متجة قوة مقاومة النابض -kx وكذلك متجة الخمد يمثل بالعلاقة -Jωcx ومتجة قوة القصور الذاتى $-\omega^2 m$ ولذلك فان القوى التوافقية يمكن الحصول عليها بجمع كل هذة المتجهات ورسمها فى مضلع للقوة كما بالشكل (4-7a,b)



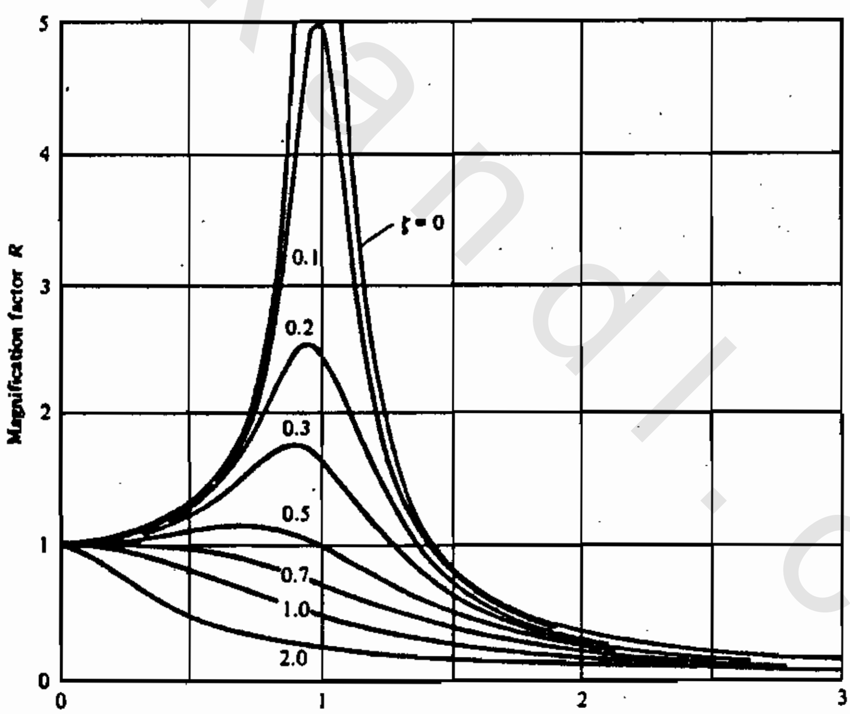
الشكل(4-7a,b) يمثل المتجهات التوافقية لكل من النابض والخامد وقوة القصورالذاتى وقوة الاستثارة.

وبالرغم من إن هذة المتجهات دورانية ولكن زوايا الطور لها ثابتة وفي حالة الاتزان الديناميكي فان جمع متجهات القوى الناتجة من النابض والخامد والكتلة تساوى في المقدار وتناظر تطبيق القوى الموضحة بالمعادلة(4-21)، ولهذا فان متجهات القوى يمكن تمثيلها بمضلع مقفل كما بالشكل (4-7b) والشكل (4-8) يوضح علاقة المتجهات مع قوة الاستثارة $\bar{F}$ عندما $r=0.5 , 1 , 2$ أي عندما $r<1, r=1, r>1$

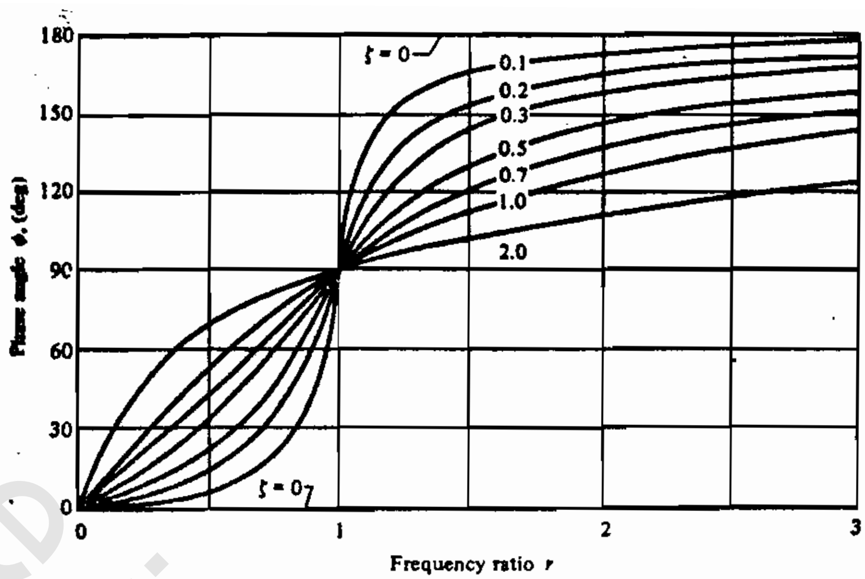


الشكل (4-8) يوضح مضلع القوى لمتجهات القوى عندما ($r = 0.5$, $r = 1$, $r = 2$) مع ثبات القوة F

ونلاحظ ان هذة القيم لنسبة التردد (r) وزاوايا الطور (ϕ) يمكن مقارنتها مع الشكلين (4-9) , (4-10) .



الشكل (4-9) يوضح العلاقة بين معامل التكبير (R) ونسبة التردد (r) كما بالمنظومة (4-1).



الشكل(4-10) يوضح العلاقة بين زاوية الطور (ϕ) ونسبة التردد كما بالمنظومة (4-1)

ولذلك يتضح من الشكلين (4 - 9 , 10) الســعات النســبية the relative amplitudes وزوايـــا الطــور the phase angles للمتجهات حيث ان دوران المتجهات يكون فى إتجاة عقرب الساعة وبمقدار الزاويــة (ωt-ϕ) وبذلك تعتبر تلك الزاوية خط للقياس the datum of measurement .

والازاحة x(t) يمكن إيجادها بالتعويض من المعادلة (4-22) فى المعادلة (4-21) فنحصل على:

$$\left[(j\omega)^2 m + (j\omega)c + k\right]\bar{X} = \bar{F} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4-25)$$

$$or \qquad \bar{X} = \frac{\bar{F}}{k - \omega^2 m + j\omega.c} = Xe^{-j.\phi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots.(4-26)$$

$$where \qquad X = \left|\bar{X}\right| = \frac{F}{\sqrt{(k-\omega^2 m)^2 + (\omega.c)^2}} = \frac{F}{k}R \quad \ldots\ldots(4-27)$$

$$\therefore -\phi = \angle\bar{X} = -\tan^{-1}\frac{\omega.c}{k-\omega^2 m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4-28)$$

حيث R هى معامل التكبير.، ولذلك فان الكمية $\left(k-\omega^2 m + j\omega.c\right)$ فــى المعادلـــة (4-25) حيــث $\left(j^2 = -1\right)$ تسمى بالممانعة الميكانيكية للمنظومة the mechanical impedance of the system ويكـون هو طول القوة لوحدة الازاحة ، وهذا التعريف يكون مناسب مع قانون نيوتن للحركة كما بالمعادلـــة (4-25) حيث العناصر هى الكتلة والنابض والخامد وهى مناسبة ومتوافقة مع الممانعة الميكانيكية حيث تمثل العناصر كما بالجدول السابق، ولذلك يمكن تعريف الممانعة الميكانيكية بالقوة لكل وحدة سـرعة (Force per unit velocity)

ثانيا-دالة الانتقال الجيبى Sinsoidal transfer function

الدالة الانتقالية هى نموذج رياضى يعرف العلاقة بين الداخل (Input) والخــــارج (Output) لمنظومـــة

فيزيائية ، فاذا كان للمنظومة دخل وخرج واحد فقط فانة يمكن تمثيلها بشكل او مخطط بيانى كما مبيـــن بالشكل (4-11) .

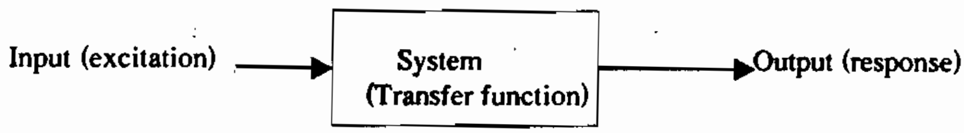


Fig.(4-11)Block diagram of linear systems

وان إستجابة المنظومة x(t) تحدث نتيجة قوة الاستثارة F(t) حيث يسمى x(t) بـــالخرج(the output)، وقوة الاستثارة F(t) بالدخل (the input) وهذة العلاقة تحدد دالة الانتقالية كما يلى:

$$(\text{Output}) = (\text{Transfer Function}).(\text{Input}) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4-29)$$

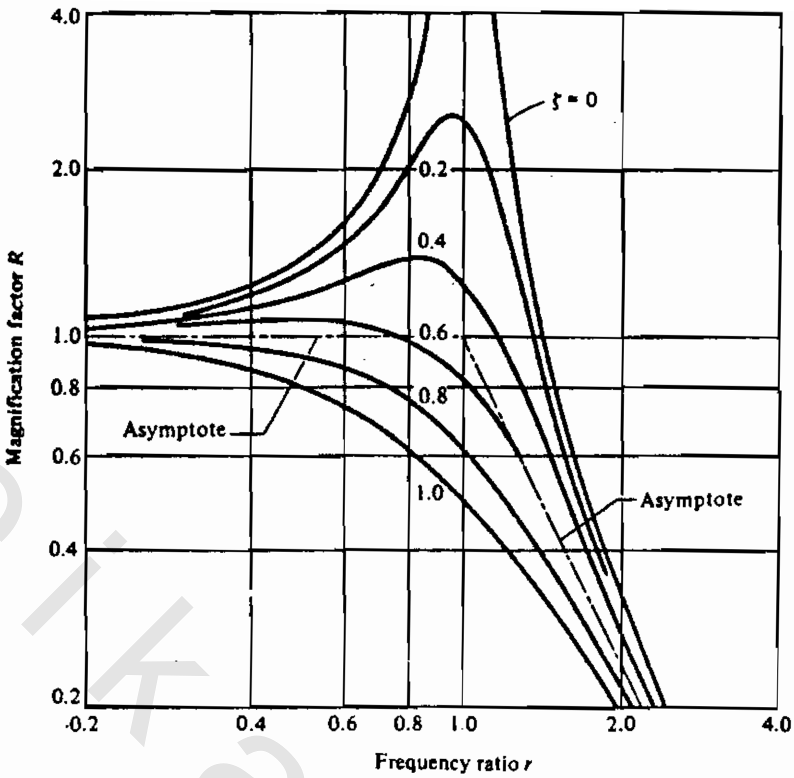
$$\frac{(Output)}{(Input)} = (Transfer \quad Function) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4-30)$$

وبطريقة الممانعة الميكانيكية وبالتعويض فى معادلة الحركة (4-1) للمنظومة المبينة بالشكل (4-1) عـــن (jω) بدلالة إشتقاق الزمن فاننا نحصل على المعادلة (4-31)

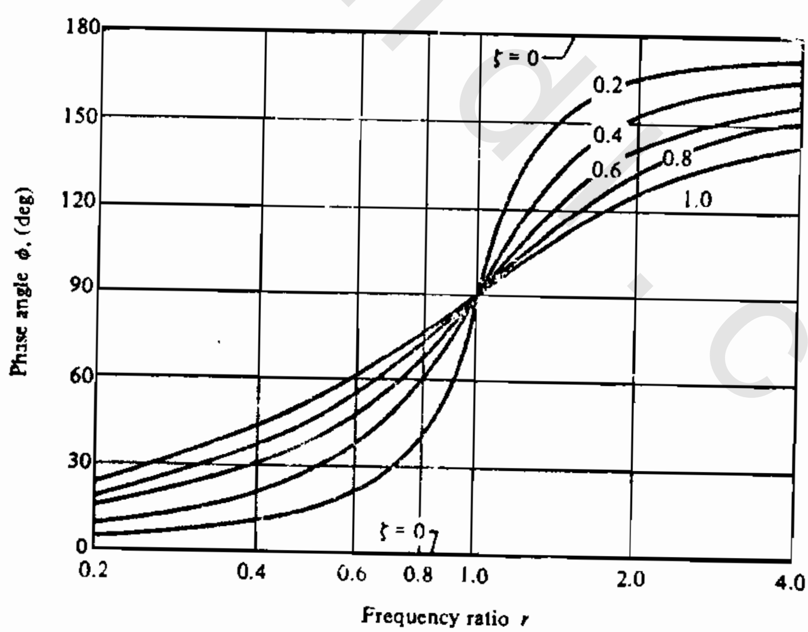
$$\therefore \frac{x}{F}(j\omega) = \frac{1}{(k-\omega^2 m) + j\omega.c} = G(j\omega) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4-31)$$

والرمز $G(j\omega)$ يوضح ان G دالة فى ω ، ونظرا لان $\left(\frac{x}{F}\right)$ دالة ايضا فى ω لذلك فان هـــذا الرمـــز لايتضح انة ناتج عن $\left(\frac{x}{F}\right)$

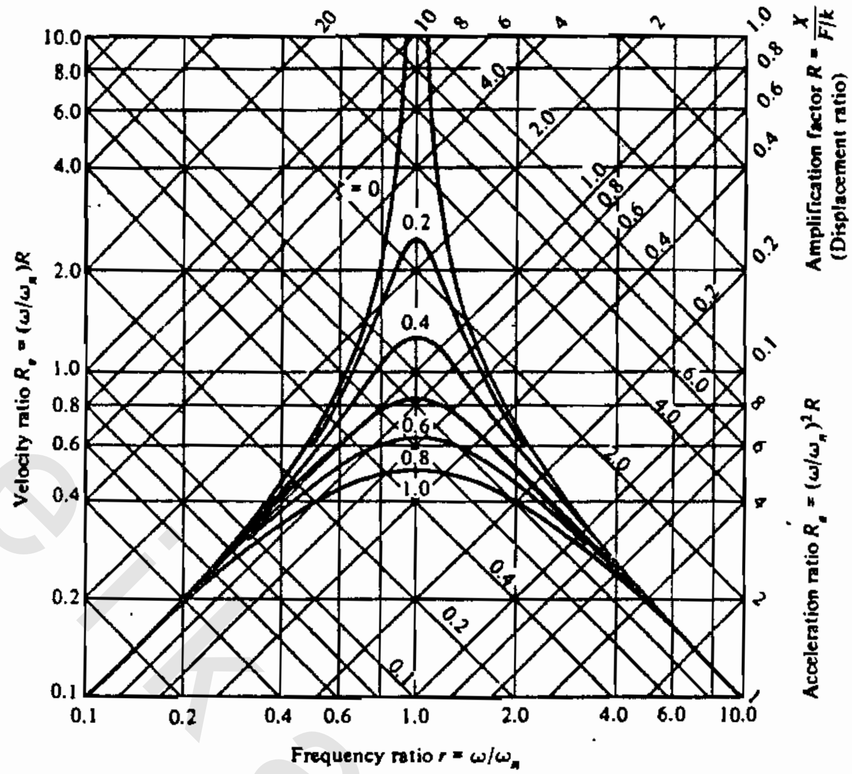
ولذلك فان العلاقة (Jω).G(jω) يعبر عنها بانها دالة الانتقال الجيبية للمنظومة. ، وبمقارنة المعـــادلات (4-27) , (4-31) يتضح ان دالة الانتقال هى تكنيك (technique) او تعريف اخر لعرض وتمثيل المعطيات لاستجابة التردد للمنظومة. ولذلك نجد ان المعطيات المعطاة بالاشكال , (4--10) (4-12) , (4-13) , (4-14) (4-9) هى مخططات لابعدية nondimensional plots لدالة الانتقال الجيبية وان دالة الانتقال لمنظومـــة معقدة او مركبة (a complex system) يمكن إيجادها من معطيات الاختبار (test data) ولهذا فانة يمكـــن التاكد او التحقق منها بواسطة معطيات إختبار إستجابة التردد frequency response test ولذلك فان دالة الانتقال المعرفة بالمعادلة (4-29) تكون كعامل ، حيث تعرف بالنسبة بين الخرج لكل وحدة دخـــل the ratio of output per unit input



الشكل (4-12) يوضح العلاقة بين معامل التكبير (R) ونسبة التردد (r) للمنظومة المبينة بالشكل (4-1)

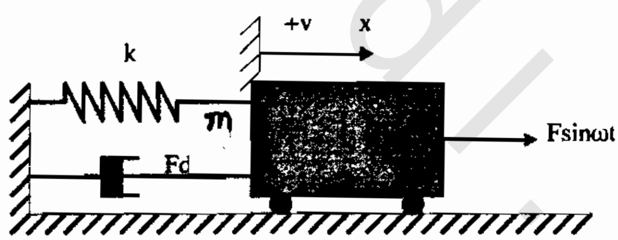


الشكل(4-13) يوضح العلاقة بين زاوية الطور (ϕ) ونسبة التردد (r) للمنظومة المبينة بالشكل (4-1)



الشكل(14-4) يوضح العلاقة بين معامل التكبير(R) ونسبة التردد (r) وبين نسبة التعجيل ونسبة الازاحة مع عامل الخمد (ع) للمنظومة المبينة بالشكل (4-1)

6-الخمد الكولمب مع قوة الاستثارة التوافقية البسيطة Coulomb Damped with a Simple Harmonic Exciting Force



الشكل(15-4) يوضح الاهتزاز الجبرى لمنظومة ذات درجة حرية واحدة مع الخمد اللزج

إستجابة المنظومة المبينة بالشكل (15-4) للخمد الكولمب تحت تأثير قوة الاستثارة التوافقية البسيطة يعبر عنها بمعادلة الحركة الغيرخطية وذلك لان قوة الاحتكاك F_d تكون دائما مقابلة لاتجاة الحركة والتى يعبر عنها بالعلاقة التالية:

$$m\ddot{x}+kx+F_d = F\sin\omega t \qquad (4-32)$$

واذا كانت F_d كبيرة نسبيا بالمقارنة بقوة الاستثارة F فان عدم إستمرار الحركة للمنظومة سوف

يحدث ولكن القوة F_d تكون دائما صغيرة لدرجة ان الحل التقريبى يمكن إيجادة بمعادلة الحركة الخطيــة وذلك عند التعبير عن القوة F_d مع معامل الخمد اللزج المكافئ c_d كما بالمعادلة الاتية:

$$c_d = \frac{4F_d}{\pi \omega . X} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4-33)$$

حيث X هى سعة الحركة the amplitude of the motion ويعبر عنها بالمعادلة التالية:

$$X = \frac{F}{\sqrt{(k-m\omega^2)^2 + (c_d\,\omega)^2}} = \frac{F}{\sqrt{(k-m\omega^2)^2 + \left(\frac{4F_d}{\pi . X}\right)^2}} \quad \ldots\ldots (4-34)$$

ويمكن تعيين معامل التكبير من العلاقة التالية:

$$R = \frac{X}{X_s} = \frac{\sqrt{\left[1-\left(\frac{4F_d}{\pi . F}\right)^2\right]}}{1-r^2} \quad where \quad r = \frac{\omega}{\omega_n} \ldots\ldots (4-35)$$

مع ملاحظة انة فى حالة الرنين فان السعة لاتكون محددة بواسطة الاحتكاك الكولمب

7- *الطاقة المبددة بالخمد الكولمب* Energy dissipated by coulomb damping

الطاقة المبددة لكل دورة بواسطة قوة مقاومة الخمد اللزج للاهتزاز الحر لمنظومة ذات درجــة حريــة واحدة تعين من العلاقة التالية:

$$Energy \;\; dissipated \;\; (E.D) = 4\int_0^{\tau/2} c\,\dot{x}dx \ldots\ldots\ldots\ldots (4-36)$$

وبفرض ان الازاحة x خلال دورة كاملة ويعبر عنها بالعلاقة التالية: x=Xsinωt

$$\therefore E.D = 4\int_0^{\tau/2} cX^2\omega^2\cos^2\omega t dt = \pi . c\omega X^2 \ldots\ldots\ldots (4-37)$$

اذن الطاقة المبددة لكل دورة بواسطة الخمد الكولمب يعين من العلاقة التالية:

$$E.D.per \;\; cyclic \;\; by \;\; coulomb \;\; dampig = 4F_d X \ldots\ldots\ldots (4-38)$$

اذن معامل الخمد اللزج الكولمب المكافئ The equivalent viscous damping coefficient for coulomb damping c_d = يعين من العلاقتين التاليتين:

$$\pi . c_d\,\omega X^2 = 4F_d X \ldots\ldots\ldots\ldots (4-39)$$

$$\therefore c_d = \frac{4F_d}{\pi\,\omega . X} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4-40)$$

8- *العلاقة بين سعة الاهتزاز الجبرى* $\left(\frac{F_o}{m}\right)$ *وسعة الجسم المهتز* (X):

اذا فرض ان قوة (F.cosωt) تؤثر فى المنظومة المبينة بالشكل (1-4) فانة يمكن إيجاد العلاقة بين ســعة

قوة الاهتزاز الجبرى وسعة الجسم المهتز كما يلى:

$$\because m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=F\cos\omega t \quad \therefore \ddot{x}+\frac{c}{m}\dot{x}+\frac{k}{m}x=\frac{F}{m}\cos\omega t \ ,$$

$$\because \omega_n^2=\frac{k}{m} \ ,\frac{c}{m}=2\zeta\omega_n \ \therefore \ddot{x}=-2\zeta\omega_n\dot{x}-\omega_n^2 x+\frac{F}{m}\cos\omega t \ ....(4-41)$$

$$\therefore assume\, x=X\cos(\omega t-\phi) \quad \therefore \dot{x}=-\omega X\sin(\omega t-\phi) \ ,\ddot{x}=-\omega^2 X\cos(\omega t-\phi)$$

$$\therefore -\omega^2 X\cos(\omega t-\phi)=2\zeta\omega_n\omega X\sin(\omega t-\phi)-\omega_n^2 X\cos(\omega t-\phi)+\frac{F}{m}\cos(\omega t-\phi) ....(4-42)$$

ومن المتطبقات المثلثية نجد ان:

$$\because \sin(\omega t+\phi)=\sin(\omega t).\cos(\phi)+\cos(\omega t).\sin(\phi) ....(4-43)$$

$$,\because \cos(\omega t+\phi)=\cos(\omega t).\cos(\phi)-\sin(\omega t).\sin(\phi) ....(4-44)$$

وبالتعويض من المعادلتين (4-43) , (4-44) فى المعادلة (4-42) نحصل على ما يلى:

$$\therefore -\omega^2 X\left[\cos(\omega.t).\cos(\phi)-\sin(\omega.t).\sin(\phi)\right]=2\zeta\omega_n.\omega X\left[\sin(\omega.t).\cos(\phi)+\cos(\omega.t).\sin(\phi)\right]-$$

$$-\omega_n^2 X\left[\cos(\omega.t).\cos(\phi)-\sin(\omega.t).\sin(\phi)\right]+\frac{F}{m}\cos(\omega.t) ....(4-45)$$

بأخذ معاملات cos(ω.t) من طرفى المعادلة (4-45) ووضعها على الصورة التالية:

$$\therefore \left(-\omega^2 X\cos\phi\right)\cos(\omega t)=\left[2\zeta\omega_n\omega X\sin\phi-\omega_n^2 X\cos\phi+\frac{F}{m}\right].\cos(\omega t)$$

$$\therefore \left(\omega_n^2-\omega^2\right)X.\cos\phi-(2\zeta\omega_n\omega.X)\sin\phi=\frac{F}{m} ....(4-46)$$

وبأخذ معاملات sin(ω.t) من طرفى المعادلة (4-45) ووضعها على الصورة التالية:

$$\therefore \left(\omega^2 X\sin\phi\right)\sin(\omega t)=\left[2\zeta\omega_n\omega X\cos\phi+\omega_n^2.X\sin\phi\right]\sin(\omega t)$$

$$\therefore \left(\omega_n^2-\omega^2\right)X\sin\phi+2\zeta\omega_n\omega.X\cos\phi=0 ....(4-47)$$

وبتربيع طرفى المعادلتين (4-46) , (4-47) وجمعهم معا تنتج المعادلة التالية:

$$\therefore \left(\omega_n^2-\omega^2\right)^2 X+\left(2\zeta.\omega_n.\omega\right)^2 X^2\left[\sin^2(\phi)+\cos^2(\phi)\right]=\left(\frac{F}{m}\right)^2$$

$$\therefore X^2\left[\left(\omega_n^2-\omega^2\right)^2+\left(2\zeta.\omega_n.\omega\right)^2\right]=\left(\frac{F}{m}\right)^2 ....(4-48)$$

$$\therefore X=\frac{\left(\frac{F}{m}\right)}{\sqrt{\left(\omega_n^2-\omega^2\right)^2+\left(2\zeta.\omega_n.\omega\right)^2}} ....(4-49)$$

والمعادلة (4-49) توضح العلاقة بين سعة الاهتزاز (الجسم المهتز) X وسعة قوة الاستثارة (F/m).

وكذلك نجد ان سعة قوة الاستثارة تصل الى أقصى مايمكن عندما يحقق تردد قوة الاستثارة (ω) والتـــى يرمز لها فى هذة الحالة $\omega_{res.}$ والتى تسمى بتردد الرنين العلاقة التالية:

$$\omega_{res.}^2 = \omega_n^2 - 2\zeta^2\omega_n^2 \qquad \therefore \omega_{res.} = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \;............(4-50)$$

وفى حالة الرنين تصل السعة X الى اقصى مايمكن وتسمى السعة بالسعة فى حالة الرنين ويرمـــز لـــها بالرمز $X_{res.}$ وتعين من المعادلة التالية:

$$X_{res.} = \frac{\frac{F}{m}}{2\zeta\omega_n\sqrt{\omega_n^2 - \zeta^2\omega_n^2}} = \frac{\frac{F}{m}}{2\zeta\omega_n^2\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{F}{2\zeta m\omega_n^2\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\therefore X_{res.} = \frac{F}{c\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} \;...(4-51)$$

$where \quad c = 2\zeta m\omega_n$

الفصل الثانى

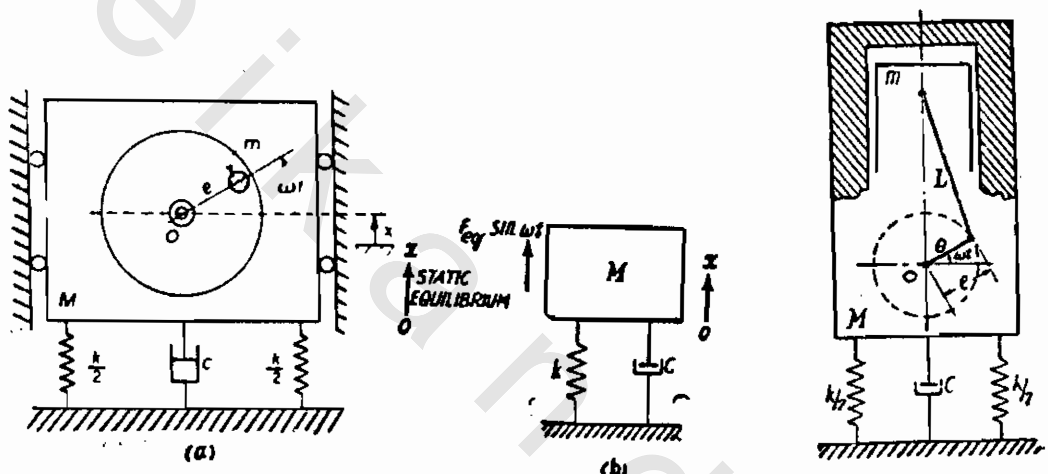
الدوران والتردد غير المتزن

Rotating and Reciproting Unbalance

1-مقدمة:

التردد والدوران الغير متزن هى أحد مصادر الاهتزازات الغير مرغوب فيها والتى تنشأ من عدم حدوث التوازن فى الحركة الترددية او الدورانية إذا كان مركز ثقل الجزء الدوار فى الماكينة لايقع على محور الدوران كما فى محركات السيارات والمراوح الخاصة بالتربينات والمحركات الكهربائية وغيرها من الاجهزة الدوارة الاخرى وهذا الاهتزاز يؤدى الى حدوث إجهادات وقوى قد تؤدى الى حدوث إنهيار وتحطيم بالاجزاء التى تتعرض للدوران غير المتوازن اذا إستمرت فى الدوران لفترة طويلة عند هذة الحالة.

2-إستنتاج معادلة الحركة لمنظومة تحت تأثير القوى الناتجة من عدم إتزان الكتل الدورانية او الترددية:



الشكل(16-4)

الشكل(16-4) يوضح منظومة لمحرك إحتراق داخلى كتلتة الكلية M والمحرك مركب على نابضين عامل كل منهما (k/2) وخامد معاملة c وان الكتلة الدوارة m تدور حول المركز (o) وتمثل النهاية الكبرى لذراع التوصيل connected rod وكتلة المكبس piston mass والمتصل بالنهاية الصغرى لذراع التوصيل وعمود الكرنك حيث المكبس وذراع التوصيل يتحركان حركة ترددية وعمود الكرنك يتحرك حركة دورانية وفى إتجاة عكس دوران عقرب الساعة وبسرعة دورانية (ω) والتى تسبب الدوران غير المتزن. وبفرض ان محرك الاحتراق يمثل بالمنظومة المبينة بالشكل (16-4) وان الكتلة m المسببة للدوران غير المتزن موضوعة على بعد e من مركز الدوران وكذلك نفترض ان الماكينة التى كتلتها M مقيدة الحركة فى الاتجاة الرأسى فقط وإن القوة الطاردة المركزية نتيجة اللاتزان فى الجزء الدوار بالماكينة هو $me\omega^2$ حيث ω السرعة الزاوية للجزء الدوار من الماكينة والتى يمكن إستنتاجها كما يمكن إيجاد معادلة

الحركة للمنظومة المبينة بالشكل (16–4) وبذلك تكون الازاحة الرأسية للكتلة (M-m) هى x ، والازاحة الرأسية للكتلة m الدوارة هى(x+e.sinωt) وبالتالى يمكن إيجاد معادلة الحركة لـهذة المنظومة حسب قانون نيوتن كما يلى:

$$\because m\ddot{x}=\sum F \qquad \therefore (M-m)\frac{d^2x}{dt^2}+m\frac{d^2}{dt^2}(x+e.\sin\omega t)=-kx-c\frac{dx}{dt}$$

$$\because \frac{d^2}{dx^2}(x+e.\sin\omega t)=\ddot{x}-e.\omega^2\sin\omega t \quad \therefore M\ddot{x}-m\ddot{x}+m(\ddot{x}-e.\sin\omega t)+kx+c\dot{x}=0$$

$$\therefore M\ddot{x}+c\dot{x}+kx=m.e.\omega^2\sin(\omega t)\ldots\ldots\ldots(4-52)$$

$$\because the\ equation of\ \ forced\ vibration\ is\ \ m\ddot{x}+c\dot{x}+k=F.\sin\omega t\ldots\ldots\ldots(4-53)$$

وبمقارنة المعادلتين (4-52) , (4-53) نجد ان قوة الاستثارة او قوة الطرد المركزية تعرف بالعلاقة $F=me\omega^2$ وهى إهتزازات قسرية مكبوتة.

والمعادلة (4-52) تمثل المعادلة التفاضلية للمنظومة المبينة بالشكل (4–16) ، ويمكن كتابة السعة X كما بالمعادلة (4-4) مع التعويض عن قوة الطرد المركزية (قوةالاستثارة) كما يلى:

$$X=\frac{me\omega^2}{\sqrt{(k-M\omega^2)^2+(c\omega)^2}}=\frac{\frac{me\omega^2}{k}}{\sqrt{\left(\frac{k-M\omega^2}{k}\right)^2+\left(\frac{c\omega}{k}\right)}}=\frac{\left(\frac{m.e\omega^2}{M\omega_n^2}\right)}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$$

$$\because \omega_n^2=\frac{k}{M}\ ,c=2\zeta m\omega_n\ \ ,r=\frac{\omega}{\omega_n}\quad \therefore X=\frac{\left(\frac{m}{M}e.\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}=\frac{\frac{m}{M}e.r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta .r)^2}}\ldots\ldots(4-54)$$

وتمثل المعادلة (4–54) السعة X ، بينما الازاحة x_p وزاوية الطور ϕ تعين كما يلى:

$$\because\ x_p=X\sin(\omega.t-\phi)\quad \therefore\ x_p=\frac{\frac{m}{M}.e.r^2.\sin(\omega.t-\phi)}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta.r)^2}}$$

$$\phi=\tan^{-1}\frac{c\omega}{k-M\omega^2}=\tan^{-1}\frac{\frac{c\omega}{k}}{\left(\frac{k-M\omega^2}{k}\right)}=\tan^{-1}\frac{2\zeta.r}{1-r^2}\ldots\ldots(4-55)$$

وبذلك يكون الحل العام لمعادلة الحركة (4-52) على صورة المعادلة الاتية:

$$x(t)=x_c+x_p=e^{-\zeta\omega_n t}\left[A\cos\omega_d.t+B\sin\omega_d.t\right]+\frac{\frac{m}{M}.e.\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2.\sin(\omega t-\phi)}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta.r)^2}}\ldots\ldots(4-56)$$

حيث x_c = *the complementry or transient solution* يسمى بالحل المتمم او الحل العابر اوالحل

الانتقالى اوالمتجانس فى حالة الاستجابة الحرة وذلك للجزء المتجانس من معادلة الحركة (4-52) ، بينما $x_p = the\ particular\ solution$ هو الحل الخاص فى حالة الاستجابة المستقرة the steady- state response وذلك للجزء الغير متجانس من معادلة الحركة (4-52).

وباستخدام الجبر المركب ومعادلة إويلر يكون الحل الخاص x_p على الصورة التالية:

$$e^{j(\omega.t)} = \cos(\omega.t) + j\sin(\omega.t) \quad where \quad \cos(\omega.t) \overset{R}{=} e^{j(\omega.t)} \quad \sin(\omega.t) \overset{I}{=} e^{j(\omega.t)}$$

حيث R الجزء الحقيقى The real part ، I الجزء التخيلى The imaginary part

وبذلك يمكن التعبير عن الجزء الايمن من المعادلة التفاضلية والممثلة لمعادلة الحركة كما يلى:

$$x_p = Xe^{j(\omega.t)} \quad , \dot{x}_p = j\omega.X.e^{j(\omega.t)} \quad \ddot{x}_p = -\omega^2 X.e^{j(\omega.t)}$$

وبالتعويض من هذة العلاقات فى معادلة الحركة العامة (1-4) للاهتزاز الجبرى ينتج الاتى:

$$\because \ddot{x} + \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{F_\circ}{m}\sin(\omega.t) \quad , \frac{c}{m} = 2\zeta.\omega_n \quad , \frac{k}{m} = \omega_n^2$$

$$\therefore \left(-\omega^2 + j\omega(2\zeta.\omega_n) + \omega_n^2\right)X.e^{j\omega t} = \frac{F_\circ}{m}e^{j\omega t}$$

$$\therefore \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 + j\left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right) + 1\right)X = \frac{F_\circ}{m\omega_n^2} \quad \therefore \left(1 - r^2 + j(2\zeta.r)\right)X = \frac{F_\circ}{k}$$

$$\because \left[1 - r^2 + j(2\zeta.r)\right] = \sqrt{\left(1 - r^2\right)^2 + (2\zeta.r)^2}.e^{j\phi} \quad \therefore \sqrt{\left(1 - r^2\right)^2 + (2\zeta.r)^2}.e^{j\phi}.X = \frac{F_\circ}{k}$$

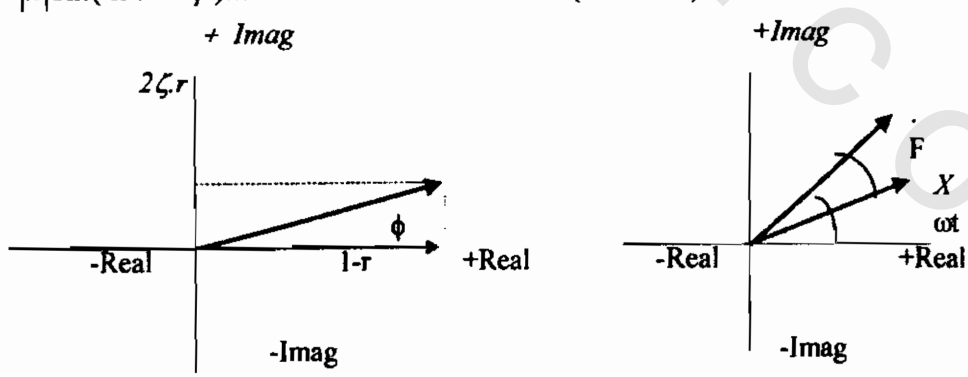
$$\therefore X = \frac{\left(\frac{F_\circ}{k}\right).e^{-j\phi}}{\sqrt{\left(1 - r^2\right)^2 + (2\zeta.r)^2}} \quad \therefore |X| = \frac{\frac{F_\circ}{k}}{\sqrt{\left(1 - r^2\right)^2 + (2\zeta.r)^2}}$$

$$\therefore x_p = X.e^{j.\omega t} \quad X = |X|.e^{-j\phi} \quad \therefore x_p = |X|e^{-j\phi}.e^{j\omega t} = |X|e^{j.(\omega t - \phi)} \text{.................. .....} (4-57)$$

وبالتالى يمكن كتابة المعادلة (4-57) على صورة المعادلة التالية:

حيث الشكل(17-4) يوضح المتجهات فى حالة الاستجابة المستقرة فى المستوى المركب

$$x_p = |x|\sin(\omega.t - \phi) \text{......... ....} (4-58)$$

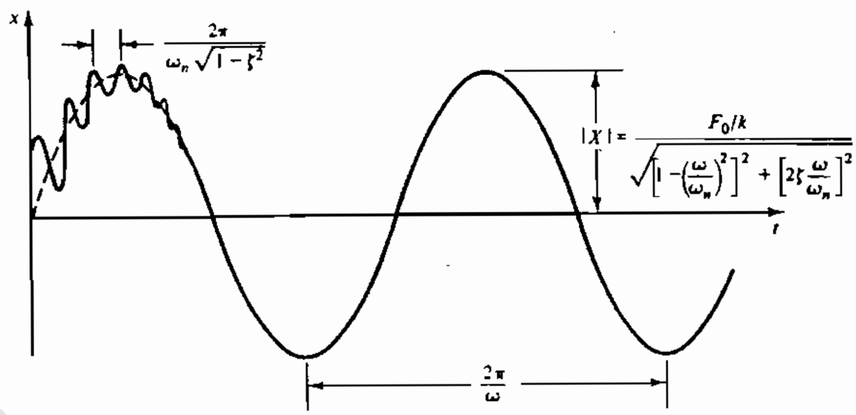


الشكل(17- 4) يوضح المتجهات فى حالة الاستجابة المستقرة فى المستوى المركب

(Vectors associated with steady state response in the complex)

والشكل (18-4) يوضح الحركة المركبة فى حالة الاستجابة العابرة والمستقرة عندما

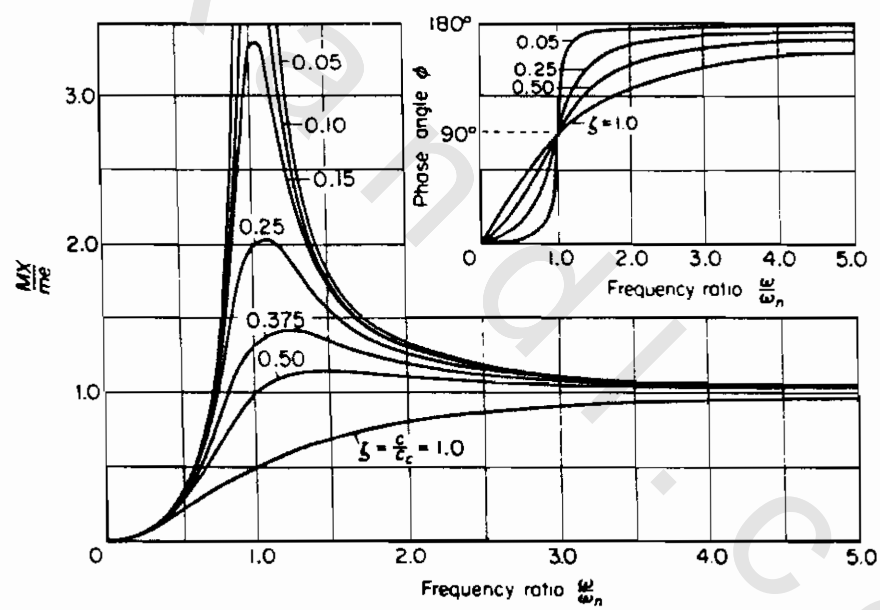
$\omega \langle \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} \quad or \quad \omega \langle \omega_d$



Fig(4-18) Combined motion—transient and steady-state.

الشكل(18-4)يوضح الحركة المركبة فى حالة الاستجابة العابرة فى المستوى المركب

والشكل (19-4) التالى يبين مخطط المعادلتين (54-4) ، (55-4) صيغة لابعدية للاهتزاز القسرى والذى يعطى الحل الكامل .



الشكل (19-4) يوضح العلاقة بين $\left(r = \frac{\omega}{\omega_n}\right)$ وبين كل من ϕ , $\frac{MX}{me}$ للاهتزاز القسرىللدوران الغير متزن

ونلاحظ من المخطط البيانى المبين بالشكل (19-4) ما يلى:-

1-إذا كانت نسبة التردد تساوى الواحد الصحيح (r=1) فان $\frac{MX}{me} = \frac{1}{2\zeta}$ وعامل الخمد ζ يتحكم بمفـردة فى السعة X .

2-إذا كانت نسبة التردد اكبر بكثير من الواحد (r >>1) فان المقدار $\frac{MX}{me}$ يؤل الى الصفر وان السعة الخاصة بالفرق بين الكتلتين (M-m) تعين من العلاقة X=(me/M)

3-اجهزة قياس الاهتزاز Vibration measuring instruments

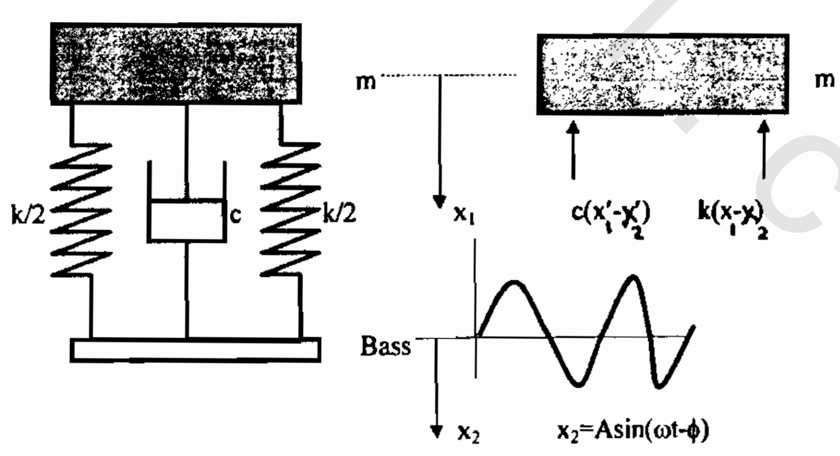
أ-المقياس الزلزالي: Seismometer

ان المقياس الزلزالى هو جهاز لقياس التمدد الطبيعي وهو يعتبر جهاز من الاجهزة الرجفية التى هى اساسا تعتبر نظم إهتزازية تتكون من قاعدة وكتلة متصلة بزنبرك وتثبت القاعدة بالجسم والتى سوف تقاس حركتة وتسجل الحركة النسبية بين الكتلة والقاعدة بواسطة اسطوانة دوارة او بواسطة وسائل اخرى داخل الجهاز لكى تبين حركة الجسم لقياس الازاحة فى اجزاء الماكينات ولذلك يجب إستخدام جهاز فيبرومتر ذى تردد طبيعي منخفض بالمقارنة بتردد الاهتزازات المراد قياسها. بينما لقياس العجلة فيستخدم مجس العجلة ويكون ترددة الطبيعي كبيرا بالمقارنة بتردد الاهتزازات المراد قياسها ، واجهزة قياس الزلازل تستخدم لتسجيل إهتزازات القشرة الارضية كما تستخدم انواع حديثة لهذا الغرض ولكنها اكثر تعقيدا واكثر دقة مثل المجس الالتوائى لتسجيل الاهتزازات الالتوائية.

ب- حركة المسند وإثارة القاعدة: Support motion and base excitation

جميع المنظومات التى تم دراستها يفترض فيها ان تكون مثبتة بواسطة زنبركات (نوابض) ومخمدات (عناصر تضائل) الى قاعدة ثابتة والمعدات المثبتة على مساند متحركة او قاعدة ، وان حركة القاعدة او المسند بها تؤدى الى إنتقال القوى الى المعدات الثابتة عليها. والاهتزازات التى تحدث فى المجموعة يمكن ان تكون شديدة مالم يؤخذ الحذر من تصميم اجهزة التثبيت ولهذا يتم دراسة حركة المسند وإثارة القاعدة والعلاقة بينهما ، وعندما يحدث إثارة للنظام الديناميكى كما مبين بالشكل (20-4).

4-إستنتاج الاستجابة فى الحالة المستقرة فى حالة الازاحة النسبية بين المسند والقاعدة:



الشكل (20-4) يوضح منظومة تحت تأثير قوة إستثارة نتيجة حركة المسند

المنظومة المبينة بالشكل (20–4) هى منظومة لجهاز قياس الاهتزاز حيث القاعدة متصلة بالجسم المهتز ، ويمكن إيجاد الاستجابة فى الحالة المستقرة فى حالة الازاحة النسبية بين المسند والقاعدة كما يلى:

نفرض ان x_1 هى إزاحة الكتلة m مقاسة من موضع إسناد ثابت ، x_2 هى الازاحة التوافقية لنقطة المسند

وباستخدام قانون نيوتن.. $m\ddot{x} = \sum F$

يمكن كتابة المعادلةالتفاضلية لحركة المنظومةعلى الصورة التالية:

$$m\ddot{x}_1 + = -k(x_1 - x_2) - c(\dot{x}_1 - \dot{x}_2.) \qquad (4-58)$$

الازاحة النسبية x حيث يعبر عنها بالعلاقة $x = x_1 - x_2$ وهى الازاحة النسبية بين إزاحة الكتلة x_1 وإزاحة القاعدة x_2

$$\because x = x_1 - x_2 \quad , \dot{x} = \dot{x}_1 - \dot{x}_2 \quad , \ddot{x} = \ddot{x}_1 - \ddot{x}_2$$

$$\therefore x_1 = x + x_2 \quad , \dot{x}_1 = \dot{x} + \dot{x}_2 \quad , \ddot{x}_1 = \ddot{x} + \ddot{x}_2 \qquad (4-59)$$

بالتعويض من المعادلة (59-4) فى المعادلة (58-4) ينتج مايلى:

$$m(\ddot{x} + \ddot{x}_2) = -k(x + x_2 - x_2) - c(\dot{x} + \dot{x}_2 - \dot{x}_2) \quad \therefore m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = m\ddot{x}_2 \qquad (4-60)$$

وبفرض ان القاعدة تتحرك حركة دورية تبعا لاهتزاز الجسم المثبت بة القاعدة وتكون إزاحة القاعدة هى إزاحة الجسم x_2وبالتالى فهى تتحرك حركة توافقية ويمكن التعبير عنها بالدالة الجيبية

$$x_2 = A\sin(\omega t - \phi) \quad , \dot{x}_2 = \omega A\cos(\omega t - \phi) \quad , \ddot{x} = -\omega^2 A\sin(\omega t - \phi) \qquad (4-61)$$

وبالتعويض من الدوال بالمعادلة (61-4) فى المعادلة(60-4): نحصل على المعادلة التالية:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = mA\omega^2 \sin(\omega t - \phi) \qquad (4-62)$$

وبمقارنة المعادلة (62-4) بالمعادلة (1-4) نجد ان قوة الاستثارة هى $F = mA\omega^2$وبذلك يمكن ايجاد السعة كما يلى:

$$\because X = \frac{F}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} = \frac{mA\omega^2 / k}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} = \frac{Ar^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \qquad (4-63)$$

$\because$ *The amplitude X of the steady–state or harmonic response is*

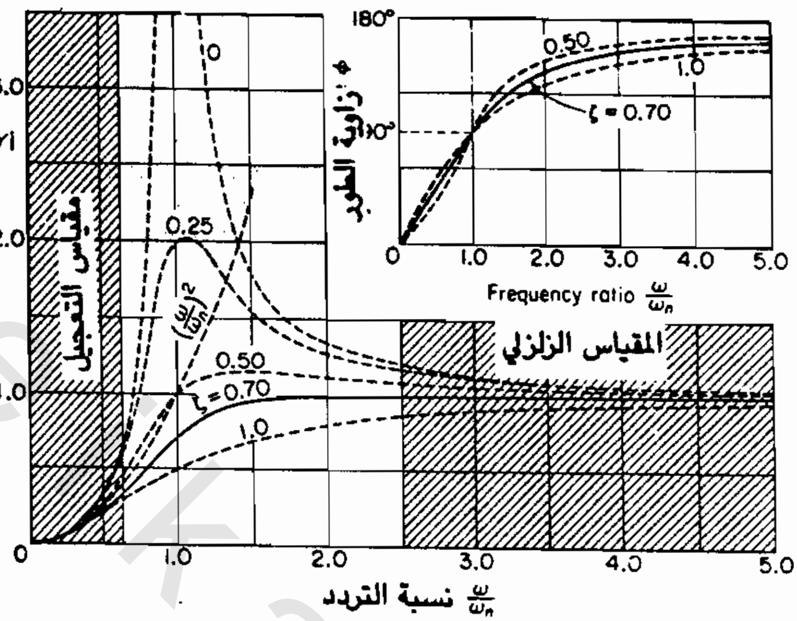
$$\therefore x_p = X\sin(\omega t - \phi) = \frac{Ar^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \sin(\omega t - \phi) \qquad (4-64)$$

$$where \quad \phi = \tan^{-1}\frac{2\zeta r}{1-r^2}$$

وبذلك فان المعادلة (64-4) تمثل الحل فى الحالة المستقرة ، وحيث ان r هى نسبة التردد أى بين تردد قوة الاستثارة الغير معلوم والتردد الطبيعى للمنظومة وهى لاقط الاهتزازات ، وبذلك يمكن التعبير عن القيمة المطلقة لنسبة السعة بالعلاقة التالية:

$$\left|\frac{X}{A}\right| = \frac{r^2}{\sqrt{\left(1-r^2\right)^2 + \left(2\zeta .r\right)^2}} \qquad (4-65)$$

والشكل(21-4) التالى يوضح مخططا بيانيا للمعادلة (4-65) والذى يوضح الاستجابة لجهاز قياس الاهتزاز.



الشكل (21-4) يوضح الاستجابة لجهاز قياس الاهتزاز

والشكل (4-21) يشابة الشكل (4-19) والذى يوضح الاهتزاز القسرى غير المتزن.

5-**مقياس التعجيل:** Accelerometer

1-يعتبر جهاز مقياس التسارع من أجهزة قياس الزلازل (الاجهزة الرجفية) ويستخدم لقيــاس العجلــة والذى يحتوى على نوابض شديدة الصلادة تعطى ترددا طبيعيا مرتفعا وبالتالى فان نسبة التردد r ستكون صغيرة جدا وتصبح معادلة الازاحة فى حالة الاستجابة المستقرة هى:

$$X = A.r^2 = \frac{acceleratLon}{\omega_n^2} \qquad (4-66)$$

أى عندما المقام يساوى الوحدة فى المعادلة (4-63) ، وبالتالى فان $A\omega^2$ هى سعة عجلة الجســم الــذى يهتز بمقدار Asin(ωt) ولذلك فان الحركة النسبية فى هذة الحالة تكون مقياس للعجلة.

2-ان المقياس الزلزالى هو جهاز لقياس التمدد الطبيعى ومن عيوبة كبر حجمة ولذلك تنفذ معظم قياسات الاهتزاز بواسطة مقاييس التعجيل حتى الهزات الا رضية تسجل بواسطة تلك المقاييس ونحصل علــى السرعة والازاحة من عملية تكامل. ويفضل مقياس التعجيل كجهاز لقياس الاهتزاز وذلك لصغر حجمــة وحساسيتة العالية ، وتكون مقاييس التعجيل عددا لترددات طبيعية عالية ويكون مداهـــا النـــافع عندمـــا تتراوح نسبة التردد (r) ما بين الصفر وبين 0.4 والذى يؤدى الى ان r تؤل الى الصفر كما بالمعادلـــة

(4-66) وتكون السعة X متناسبة مع تعجيل الحركة المراد قياسها. ، حيث إن الحساسية تنخفض كلما إزدادت ω_n والتى يجب ان لا تكون أكثر من الضرورى ومثال على ذلك هو إستخدام مقاييس التعجيل بكثرة لقياسات الهزات الارضية التى تمتلك ترددا طبيعيا يقدر بحوالى 20 ذبذبة فى الثانية والتى يسمح ان تكون ترددات حركات الارض أقل من 8 ذبذبات فى الثانية والتى تكون مناسبةلاعادة تكوينها. ، وفى الحقيقة يمكن قياس الحركات الى 16 ذبذبة فى الثانية وذلك بعد التحقق من صحة ودقة تدريج القياس.

3-يستخدم مقياس التعجيل المتكون أساسا من بلورة كهربائية (البيزوالكترك) لمدى الترددات الاكبر بصورة واسعة ويكون ترددها عالى جدا ، ويمكن إستعمال مقياس التعجيل البلورى لقياس التردد الى 1000ذبذبة فى الثانية أو اكثر.

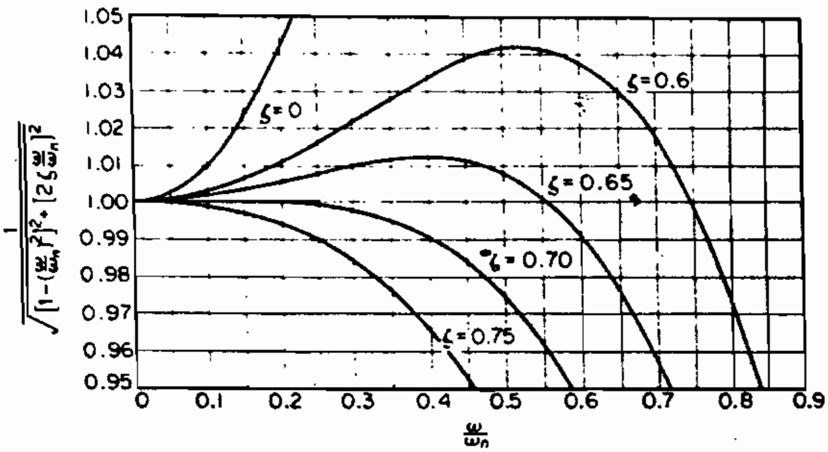
4-مدى التردد النافع لقياس التعجيل االعديم التضاؤل محدود وسبب ذلك هو ان المقام يتناقص بسرعة كلما تزداد ω ومع ذلك عندما تكون قيمة التضاؤل تتراوح ما بين 0.65 : 0.75 يعوض عن المقدار $(1-r^2)$ بالمقدار $(2\zeta.r)^2$ مما يزيد من الحد النافع للجهاز بدرجة كبيرة..

5-إذا كانت ω_n صغيرة وذلك عند استخدام نابض معاملة صغير او باستخدام كتلة كبيرة فتكون نسبة التردد r كبيرة جدا ويمكن الحصول على الازاحة x_p بعد القسمة على مربع نسبة التردد من المعادلة (4-64) وحيث ان المقام فى هذة الحالة يساوى الواحد فان السعة يعبر عنها بالعلاقة X=A وعندما r تصل الى مالانهاية تصبح الازاحة النسبية مساوية الوحدة $\left|\frac{X}{A}\right| = 1$ عند اذن تبقى الكتلة ساكنة بينما تتحرك الحاوية المحمولة مع الجسم المهتز ويجب ان تكون الحركة النسبية للكتلة الزلزالية بنفس مرتبة المقدار طالما يقاس الاهتزاز وتتحول الحركة النسبية الى فرق جهد كهربائى بواسطة جعل الكتلة الزلزالية مغناطيسيا يتحرك نسبة الى ملف مثبت فى الحاوية. ، وبما ان فرق الجهد المتولد يتناسب مع معدل قطع المجال المغناطيسى فان نتائج الجهاز تتناسب مع سرعة الجسم المهتز ، وقد يمتلك الجهاز النموذجى لمثل هذا النوع ترددا طبيعيا من 2 الى 5 ذبذبات فى الثانية ، والمدى النافع يكون من 10 الى 500 ذبذبة فى الثانية وتتراوح الحساسية لمثل هذة الاجهزة حوالى 100 فولت لكل مليمتر لكل ثانية وبازاحة محددة تصل الى08. 5 ملميتر تقريبا.

6-تسجل الحركة النسبية بين الكتلة والقاعدة عادة بواسطة قلم يضغط على اسطوانة دوارة وحيث ان التردد الطبيعى للفيبرومتر يصمم بحيث يكون ذا قيمة منخفضة وان سعة الاهتزاز تكون مساوية للحركة النسبية المسجلة مع اختلاف فى زاوية الطور قدرها 180°

7 -يبين الشكل (4-22s) التالى العلاقة بين نسبة التردد r وبين المقدار $\left(\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta.r)^2}}\right)$

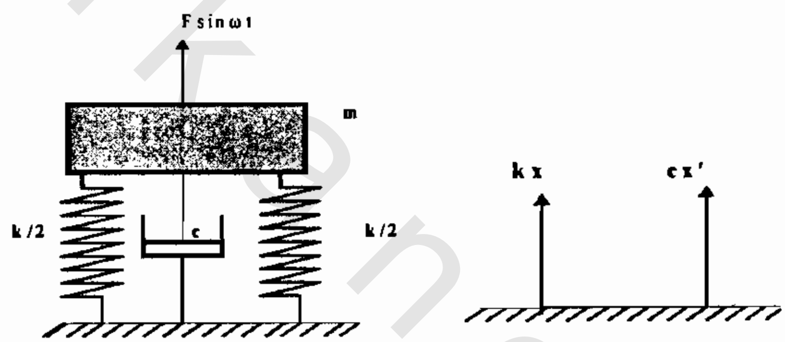
والذى يوضح العلاقة بين الخطأ فى مقياس التعجيل وبين نسبة التردد(r).



الشكل(4-22) يوضح خطأ مقياس التعجيل المقبل للتردد مع ζ كمتغير

6-عزل الاهتزازات ودالة الانتقالية: Vibration Isolation and Transmissibility

القوة الناتجة من اهتزاز الماكينات والمحركات لايمكن تجنبها ويجب اخذها فى الاعتبار مع دراسة المنظومات الديناميكية هندسيا والعمل على تقليل تأثير القوة بواسطة التصميم الصحيح للزنبركات (النوابض) والخامد والتى تسمى بالعوازل فى تلك المنظومات.



الشكل(4-23) يوضح إنتقال القوى إلى الأرض

المنظومة المبينة بالشكل (4-23) تؤثر عليها قوة إثارة Fsinωt وتنتقل قوى الارتجاجات الى الارض عن طريق النابض (k) والخامد (c) ، وبناءا علية تكون القوة المنقولة خلال النوابض والخامد هى على صورة المعادلة التالية:

$$F_T = kx + c\dot{x} \quad .... \quad (4-67)$$

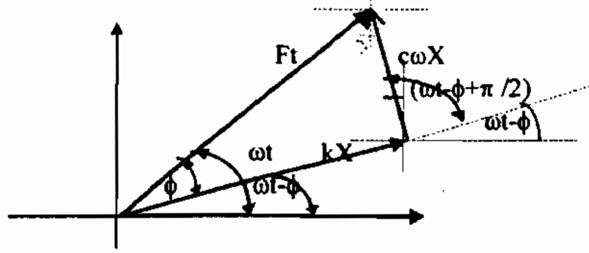
وحيث ان الحركة الناتجة من قوة الاستثارة تكون توافقية ويعبر عليها بالعلاقة التالية:

$$x = X\sin(\omega t-\phi) \quad \therefore \dot{x} = \omega X\cos(\omega t-\phi) = \omega X\sin(\omega t-\phi+\frac{\pi}{2})$$

وبالتعويض من هذة العلاقات (الازاحة والسرعة والعجلة) فى المعادلة (4-67)ينتج ان:

$$\therefore F_T = kX\sin(\omega t-\phi) + c\omega X\sin(\omega t-\phi+\frac{\pi}{2}) \quad .... \quad ......(4-68)$$

وبذلك يمكن تمثيل المعادلة بيانيا كما بالشكل(4-24) التالى:



الشكل(24-4) يوضح تمثيل المعادلة (68-4) بيانيا.

اذن من المثلث القائم الزاوية والمبين بالشكل (24-4) نجد ان:

$$\therefore Ft = \sqrt{(kX)^2 + (c\omega X)^2} = kX\sqrt{1 + \left(\frac{c\omega}{k}\right)^2} = kX\sqrt{1 + \left(\frac{2\zeta . m\omega_n . \omega}{k}\right)^2}$$

$$\therefore Ft = kX\sqrt{1 + (2\zeta . r)^2} \quad \text{.........(4 − 69)}$$

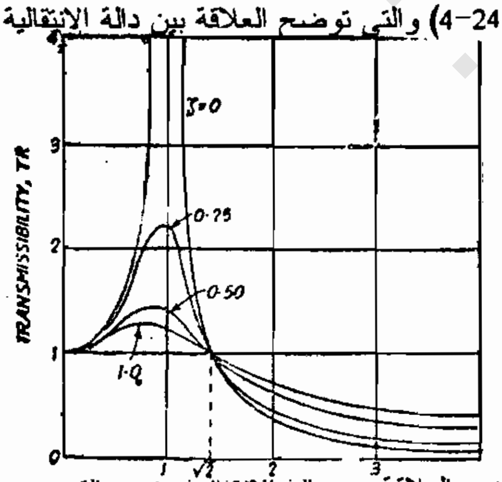
$$\because X = \frac{\frac{F}{k}}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta . r)^2}} \qquad \therefore Ft = \frac{k.\frac{F}{k}\sqrt{1 + (2\zeta . r)}}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta . r)^2}}$$

$$\therefore Ft = \frac{F.\sqrt{1 + (2\zeta . r)^2}}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta . r)^2}} \quad \text{.........(4 − 70)}$$

$$\therefore TR\,(Transmissi\ \ bility\,) = \frac{Ft}{F} = \frac{\sqrt{1 + (2\zeta . r)}}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta . r)^2}} \quad \text{.........(4 − 71)}$$

حيث Ft هى القوة المنقولة Transmitted Force الى الوسط المحيـــط foundation او الـــى الارض اذا كانت المنظومة مركبة على الارض وذلك عن طريق النوابض و الخوامد. بينما النسبة بين **القوة المنتقلة** Ft من المنظومة الى قوة الاستثارة F تسمى بالانتقالية TR(Transmissibility)

$\therefore$ ***المنقولية او الانتقالية*** Transmissibility هى نسبة مقدار القوة المنقولة الى قوة الاستثارة او القوة الخارجية المؤثرة على المنظومة. وبدراسة هذة الدالة يمكن تكوين صورة واضحة عن إنتقال قوى الارتجاج الـــى أساسات الماكينات كما بالشكل(24-4) والتي توضح العلاقة بين دالة الإنتقالية وكل من العاملين (ζ, , r).



الشكل(25-4) يوضح العلاقة بين داله الانتقاليه ونسبه التردد r وعامل الخمد ζ

ومن الشكل (4-25) نستخلص الملاحظات الاتية:

1-عندما يكون التضائل صغيرا ويمكن إهمالة فان معادلة الانتقالية تؤل الى $TR=\frac{1}{1-r^2}$ وتبدا هـــذة الدالة بقيمة الوحدة عندما تكون $r\cong 0$ وفى هذة الحالة يكون العزل (Isolation) عديم الفائدة وتصـــل هذة الدالة الى ما لانهاية عندما تكون r=1 وتسمى هذة الحالة بحالة الرنين وهىحالة خطرة بالنســبة لعزل الارتجاجات ، أما عندما $r=\infty$ فان الدالة تؤل الى الصفر وتقل الاهتزازات المنقولة.

2-كلما زادت نسبة الكبت ζ كلما قلت القوة المنقولة طالما $r<1$ وكلما زادت القوة المنقولة طالما $r>1$، أما عندما $r=\sqrt{2}$ فان نسبة نقل القوة تساوى الوحدة ويكون العزل كأن لم يكن مهما تغيرت نســبة الكبت او عامل الخمد ζ.

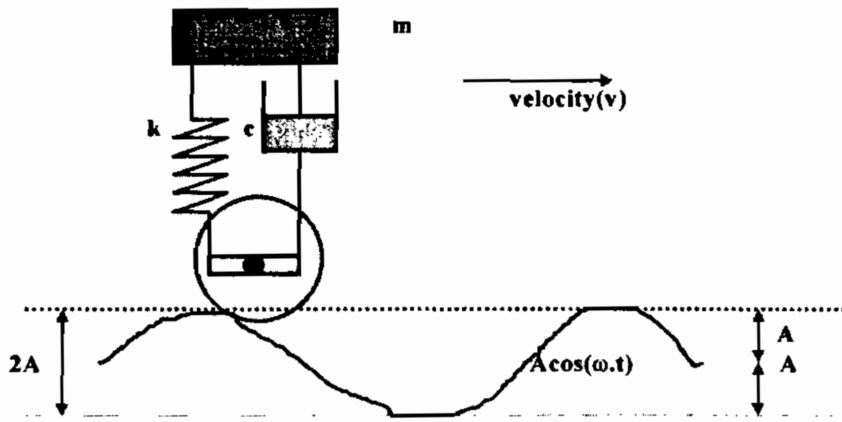
3-عندما تزيد نسبة الكبت ζ حتى تقارب ∞ تظل الانتقالية مساوية الوحدة بغض النظر عـــن قيمـــة r. ويفسر هذا بان العزل اصبح صلبا وتنتقل كل القوة المؤثرة الى الارض.

4-يحدث الرنين عندما r=1 إذا كان الكبت منعدم اى ان $(\zeta=0)$ ، ويكون للدالة نهايات كبرى قـــرب هذة النسبة إذا إختلفت نسبة الكبت ζ عن الصفر. ، وفـــى المرحلـــة $(0<r\leq\sqrt{2})$ يكــون عــزل الارتجاجات غير مفيد حيث تكون الانتقالية اكبر من الوحدة ، إذ يفضل فى هذة الحالة وضع الالـــة على الارضية مباشرة فتقل الانتقالية وتصل الى الوحدة ، وبذلك يتضح انة كلما زادت نسبة الكبـــت فى هذة الحالة كلما قلت الانتقالية.

5-خلال المرحلة التى يكون عندها $(\sqrt{2}<r\leq\infty)$ يكون العزل مفيدا ، وينبغى ان يكون الكبت اقــل مــا يمكن لتقليل الانتقالية.

7-إستنتاج معادلة الحركة لمنظومة مكونة من الكتلة والنابض والخامد وتتحرك علـــى طريـــق غـــير مستوى (متعرج او مموج)

يمكن تمثيل هذة المنظومة بأحد السيارات والتى كتلتها M موضوعة على نوابض وخوامد وهذة الســيارة تتحرك على طريق يتخذ الشكل الموجى (sine-wave contour) ، فاذا اخذنا نموذج لجزء مـــن الســـيارة كتلتة m موضوعة على نابض معاملة k وخامد معامل الخمد لة c ، وبفرض ان النموذج يتحرك مســافة x خلال دورة واحدة كاملة وان الارتفاع بين اعلى وأدنى نقطة على الطريق الموجى هى 2A مع الاخــذ فى الاعتبار ان إطار السيارة يظل ملامس للطريق طوال المسافة x وان هذا النموذج موضح بالشـــكل (4-26).



الشكل (4-26) يوضح نموذج لسيارة تسير على طريق خشن السطح(Rough road surface)

يمكن تعيين معادلة الحركة للمنظومة وذلك بتطبيق العلاقة $m\ddot{x}=\sum F$

وبأعتبار ان الازاحة الرأسية Vertical displacement(y)=Acos(ωt) ، وبفرض ان إزاحـــة الكتلــة x والازاحة النسبية y ويعبر عن الازاحة النسبية بالعلاقة التالية

y=the displacement relative to the support=x-Acos(ωt)................

وبذلك يمكن تعيين معادلة الحركة للمنظومة المبينة بالشكل(4-26)

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-k(x-A\cos\omega t)-c\frac{d}{dt}(x-A\cos\omega t)\ldots\ldots\ldots\ldots(4-72)$$

$$m\ddot{x}+kx-kA\cos\omega t+c(\dot{x}+\omega.A\sin\omega t)=0$$

$$\therefore \ddot{x}+\frac{c}{m}\dot{x}+\frac{k}{m}x-\frac{k}{m}A\cos\omega t+\frac{c}{m}\omega A\sin\omega t=0 \quad \omega_n^2=\frac{k}{m} \quad ,\frac{c}{m}=2\zeta.m\omega_n\ldots\ldots\ldots(4-73)$$

$$y=x-A\cos\omega t \quad \therefore x=y+A\cos\omega t \quad ,\dot{x}=\dot{y}-\omega A\sin\omega t \quad ,\ddot{x}=\ddot{y}-\omega^2A\cos\omega t\ldots\ldots(4-74)$$

وبالتعويض .من (4-73) , (4-74) فى معادلة الحركة (4-72) نحصل على:

$$\therefore \ddot{x}+\omega_n^2.(x-A\cos\omega t)+2\zeta.\omega_n(\dot{x}+A\omega\sin\omega t)=0$$

$$\therefore \ddot{y}-\omega^2A\cos\omega t+\omega_n^2.y+2\zeta.\omega_n\dot{y}=0$$

$$\therefore \ddot{y}+2\zeta.\omega_n.\dot{y}+\omega_n^2.y=\omega^2A\cos\omega t\ldots\ldots\ldots\ldots(4-75)$$

والمعادلة (4-75) تمثل معادلة الحركة للمنظومة المبينة بالشكل (4-26) ، ويكــون الحــل فــى الحالــة المستقرة لمعادلة الحركة على الصورة التالية:

$$The \quad steady \quad state \quad solution(x) = \frac{A.r^2}{\sqrt{\left(1-r^2\right)^2+\left(2\zeta.r\right)^2}}.\cos(\omega t-\phi)\text{.........}(4-76)$$

$$where \quad the \quad amplitude(X) = \frac{A\sqrt{1+\left(2\zeta.r\right)^2}}{\sqrt{\left(1-r^2\right)^2+\left(2\zeta.r\right)^2}}\text{................................}(4-77)$$

$$\therefore The \quad amplitude \quad ratio = \frac{X}{A} = \frac{\sqrt{1+\left(2\zeta.r\right)^2}}{\sqrt{\left(1-r^2\right)^2+\left(2\zeta.r\right)^2}}\text{...............................}(4-78)$$

حيث ان قوة الخمد للاهتزاز تعطى الازاحة النسبية بين محور العجلة(الأطار) المبين بالمنظومة (26-4) وجسم او كتلة السيارة ، وان أقصى قيمة للازاحة تعطى من العلاقة التالية:

$$y_{\max} = The \ \max imum \ value \ of \ the \ displacment = \frac{Ar^2}{\sqrt{\left(1-r^2\right)^2+\left(2\zeta r\right)^2}}\text{.....}(4-79)$$

ويمكن تعيين التغيير فى قوة النابض اذا حدث انحناء δ نتيجة وزن الكتلة W من المعادلة التالية:

$$The \quad \text{var}\,iation \quad in \quad force \quad in \quad the \quad springs = \pm y_{\max}.\left(\frac{W}{\delta}\right)\text{.......................}(4-80)$$

ملاحظات:

1-عندما يتلاشى الخمد فان سعة الحركة النسبية تعين من العلاقة التالية: $y=\dfrac{r^2}{1-r^2}$

2-اذا كانت r=1 ، فان y تؤل الى مالانهاية وهذة العلاقة تستخدم فى اجهزة القيـــاس ذات الحساسـية العالية للاهتزاز وكذلك فى حالة قياس ترددها(frequency)

3-اذا كانت نسبة التردد r عالية جداً فإن

$$\left(1-\frac{\omega}{\omega_n^2}\right) \equiv \frac{\omega}{\omega_n^2} \quad \therefore y = \frac{Ar^2}{-r^2} = -A$$

حيث A هى السعة النسبية للحركة بين الكتلة والساند وهذة الخاصية تساعد فى اجهزة قياس الاهتزاز.

4-عندما تكون r صغيرة جدا ، فان $(1-r^2) \equiv 1$ $\Longleftarrow$ $y = Ar^2$ وبذلك يكون

$$y = \frac{\max imum \quad acceleration of \quad surface}{\omega_n^2}$$

مسائل محلولة على الاهتزاز الجبرى

1-A machine of 20 kg mass is mounted on springs and dampers as shown in fig.(4-27) , The total stiffness of the springs is 8 kN/m , and the total damping is 130 N.sec/m., If the system is initially at rest and a velocity of 100 mm/sec is imparted to the mass , determine:

(1)-The displacement and velocity of the mass as a time function.

(2)-The displacement at t=1.0 sec.

(3)-Find the steady -state response and the transient motion of the system , if an excitation force of 24sin15t N , Is applied to the mass in addition to the given initial conditions.

(4)Use the impedance method to find the steady-state response of the system.

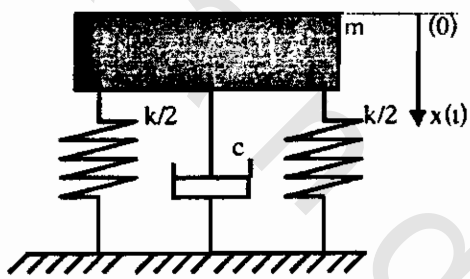
(5)-Determine the frequency response of the system by means of its transfer function.

1-المنظومة المبينة بالشكل (4-27)هى ماكينة كتلتها 20kg مركبة على نوابض وخوامد ، والمعامل الكلى للنوابض 8 kN/m ومعامل الخمد الكلى 130 N-s/m ، فاذا كانت المنظومة مستقرة فى البداية ثم اعطى للكتلة سرعة قدرها 100 mm/sec :

(1) أوجد الازاحة والسرعة للكتلة كدالة فى الزمن (2) اوجد الازاحة بعد ثانية واحة اى عند الزمن (t=1)

(3) أوجد إستجابة حركة المنظومة فى الحالة المستقرة والعابرة للمنظومة.إذا إثرت قوة إستثارة يعبر عنها بالعلاقة 24sin15t على الكتلة متخذا فى الاعتبار الظروف البدائية المعطاة للمنظومة وارسم ذلك بيانيا.

(4) إستخدم طريقة الممانعة لايجاد الاستجابة المستقرة للمنظومة. (5) إوجد تردد الاستجابة للمنظومة بواسطة دالة الانتقالية.



الشكل (4-27) يوضح الاهتزاز الحر مع الخمد

$$\because \omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{8000}{20}}=20 \, ^{rad}/_{sec} \quad ,\because \zeta=\frac{c}{2m\omega_n}=\frac{130}{2(20)(20)}=0.1625$$

$$\therefore \zeta\omega_n=20(0.1625)=3.25 \, ^{rad}/_{sec} \quad ,\omega_d=\omega_n\left(\sqrt{1-\zeta^2}\right)=20\left(\sqrt{1-(0.1625)^2}\right)=19.7 \, ^{rad}/_{sec}$$

ويمكن إيجاد الازاحة والسرعة من العلاقات التالية:

$$\because x_c=e^{-\zeta\omega_n t}\left(A_1\cos\omega_d t+A_2\sin\omega_d t\right)$$

$$\therefore x_c=e^{-3.25t}\left(A_1\cos 19.7t+A_2\sin 19.7t\right)\text{..........}(1)$$

$$\therefore \dot{x}_c=-3.25e^{-3.25t}\left[A_1\cos 19.7t+A_2\sin 19.7t\right]+19.7e^{-3.25t}\left[-A_1\sin 19.7t+A_2\cos 19.7t\right]\text{....}(2)$$

وبتطبيق الظروف الابتدائية المعطاة فى المعادلة (1)التى تمثل الازاحة كدالة فى الزمن t وكذلك بالتعويض بالظروف الابتدائية فى المعادلة (2) والتى تمثل السرعة كدالة فى الزمن t وذلك لايجاد الثوابت A_1 , A_2 وهى كما يلى:

$at\ t=0\ x_c=0\ from\ equation(1)\ x_c=0=e^0(A_1\cos(0)+A_2\sin(0))\quad \therefore A_1=0$

$\because at\ \ t=0\ \ \dot{x}_c=100\ \ mm.\sec\ \ from\ equation(2)$

$\therefore 100=-3.25e^0(0+A_2\sin(0))+19.7e^0(0+A_2\cos(0))$

$\therefore 100=19.7A_2\quad \therefore A_2=\dfrac{100}{19.7}=5.07$

وبالتعويض عن قيم الثوابت فى المعادلة (1) ،والعادلة (2) نحصل إلى معادلتى الازاحة والسرعة كدالة فى الزمن كما يلى:

$\therefore x_c=5.07e^{-3.25t}.\sin(19.7t)\quad mm$

$\therefore at\ \ t=1\ \sec\ \ ,\therefore x_c=5.07e^{-3.25}.\sin(19.7)=5.07(0.0387)(.0.337)=0.066\ \ mm$

$\dot{x}_c=e^{-3.25t}.[-16.47\sin 19.7t+100\cos 19.7t]$

$\therefore \dot{x}_c=e^{-3.25}[-5.55+94.15]=(0.0387)(88.6)=3.44mm/\sec$

ملحوظة يمكن كتابة معادلة الازاحة كما يلى:

$x_c=e^{-\zeta.\omega_n.t}(A_1\cos\omega_d t+A_2\sin\omega_d t)=Ae^{-\zeta.\omega_n t}\sin(\omega_d t+\theta)$.............(3)

(3)لايجاد إستجابة حركة المنظومة فى الحالة المستقرة والعابرة للمنظومة عندما تؤثر قـــوة الاســتثارة 24sin(15t) على الكتلة بالاضافة الى الظروف البدائية لحركة المنظومة.

والازاحة الكلية يمكن إيجادها بالحل العام والذى يمكن تعينة من العلاقة التالية:

$$\because x(t)=x_c+x_p\ \ ,\because x_p=X\sin(\omega t-\phi)=\frac{\frac{F}{k}}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}\sin(\omega t-\phi)\ ,$$

$$\because r=\frac{\omega}{\omega_n}=\frac{15}{20}=0.75\therefore x_p=\frac{\frac{24}{8000}}{\sqrt{(1-(0.75)^2)^2+(2*0.1625*0.75)^2}}\sin(15t-\phi)=6\sin(15t-\phi)$$

$$\because \phi=\tan^{-1}\frac{2\zeta r}{1-r^2}=\tan^{-1}\frac{2(0.1625)(0.75)}{1-(0.75)^2}=29.1^\circ$$

وبذلك يمكن إيجاد الحل العام The general solution كما يلى:

$\therefore x(t)=Ae^{-3.25t}\sin(19.7t+\theta)+6\sin(15t-29.1^\circ)\quad mm$

وبتطبيق الظروف الابتدائية نحصل على:

$\therefore x(0)=0=A\sin\theta+6\sin(-29.1^\circ)$...(4)

$\dot{x}(0)=100=A(-3.25\sin\theta+19.7\cos\theta)+6(15)\cos(-29.1^\circ)$............(5)

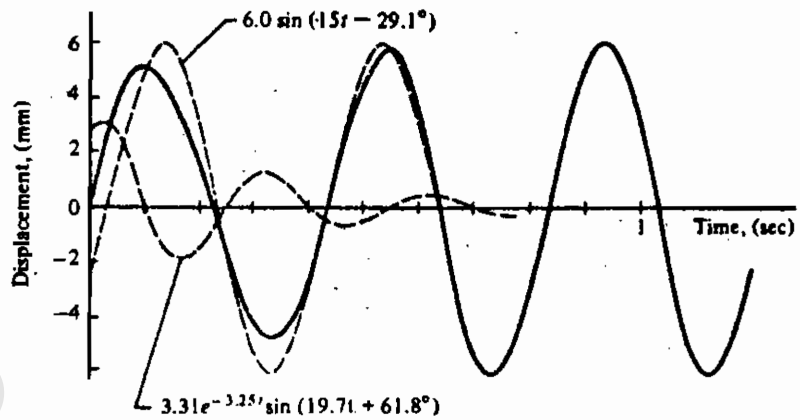
وبحل المعادلتين (4) ، (5) نحصل على كل من (A ، θ) كما يلى:

$\theta=\tan^{-1}(1.87)=61.8^\circ\ \ and\ \ \ A=3.31$

وبالتالى يكون الحل العام على صورة المعادلة التالية:

$$\therefore x = 3.31e^{-3.25t}.\sin\left(19.7t + 61.8^\circ\right) + 6\sin\left(15t - 29.1^\circ\right)....mm$$

ويمكن تمثيل ذلك بيانيا كما يلى:



الشكل(28-4) يوضح العلاقة بين الازاحة والزمن.

(4)إيجاد الاستجابة المستقرة للمنظومة بطريقة الممانعة The impedance method

$$\because the\ impedance\ of\ the\ system = (k - \omega^2 m) + j\omega c =$$

$$\left[= 8000 - (15)^2(20)\right] + j(15)(130) = 3500 + j(1950) = 4007\angle -29.1^\circ$$

$$\therefore X.e^{-j\phi} = \frac{24}{4007\angle 29.1^\circ} = 0.006\angle -29.1^\circ$$

$$\therefore X = Xe^{j(\omega t-\phi)} = 0.006e^{j(15t-29.1^\circ)}..(6)$$

حيث المعادلة(6) تمثل الازاحة كمتجة، وباعتبار قوة الاستثارة Fsin(ωt) يعبر عنها بالعلاقة $\mathrm{Im}(Fe^{i\omega t})$

وبالتالى فان الازاحة كدالة فى الزمن يعبر عنها بالعلاقة التالية: $\therefore x = X\sin(15t - 29.1)....mm$

(5) لايجاد إستجابة التردد the frequency responce للمنظومة يمكن إيجادها من المعادلة التالية كدالة إنتقالية:

$$G(j\omega) = \frac{x}{F}(J\omega) = \frac{1}{\left(K - \omega^2 m\right) + j\omega.c} = \frac{1}{\left[8000 - (15)^2(20)\right] + j15(130} = 0.25x10^{-3}\angle -25(10)^{-3}$$

$$\therefore \frac{x}{F}(J\omega) = 0.25(10^{-3})\angle 29.1^\circ \quad \because the\ excitation\ force\ F = 24\sin 15t$$

$$\therefore the\ magnitude of displacement\ is X = 24(0.25*10^{-3})$$

$$\therefore or\ x = 6.0\sin(15t - 29.1^\circ)$$

2-A body of weight (w) attached to a spring of stiffness 0.8 kgf/cm has viscous damping device. when the weight was displaced and released , the period of vibration was found to be 2.2 sec , and the ratio of consecutive was 4.8 : 1 . Determine the amplitude and the phase when a force F=0.6cos2t acts on the system

2- جسم وزنة (w) علق فى نابض معاملة 0.8kgf/cm بة جهاز ذات خمد لزج ، عندما حدث إزاحة للوزن ثم ترك وجد ان الزمن الدورى 0.22 sec ،وان النسبة بين سعتين متتاليتين هى 1: 4.8 ، أوجد

السعة وزاوية الطور عندما تؤثر قوة F=0.6cos2t على المنظومة.

$$\because t_d=\frac{2\pi}{\omega_d}\quad \therefore \omega_d=\frac{2\pi}{2.2}=2.855\,rad/\sec\qquad \therefore \delta=\ln\frac{x_1}{x_2}=\ln\frac{4.8}{1}=1.568\cong 2\zeta\pi$$

$$\therefore \zeta=0{,}249\quad ,\because \omega_d=\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\quad \therefore \omega_n=2.95\,rad/\sec$$

$$,\because F=0.6\cos 2t\quad \therefore \omega=2\quad \therefore r=\frac{\omega}{\omega_n}=\frac{2}{2.95}=0.678$$

$$\therefore x_p=\frac{\frac{F}{k}\cos(2t-\phi)}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}=\frac{\frac{0.6}{0.8}\cos(2t-\phi)}{\sqrt{\left[1-(0.678)^2\right]^2+(2*0.249*0.678)^2}}$$

$$\therefore x_p=1.179\cos(2t-\phi)\quad \therefore the\ amplitude=X=1.179\ cm$$

$$\because \phi=\tan^{-1}\frac{2\zeta .r}{1-r^2}=\tan^{-1}\frac{2(0.249)(0.678)}{1-(0.678)^2}=0.6269\quad \therefore \phi=32^\circ\,8'$$

3-Determine from the first principles the differential equation of motion for the system shown in fig(4-29)for small displacement., Determine the natural frequency of vibration of the system. Estimate the frequency for such a system when a=15cm , b=25cm , w=8kgf , k=6kgf/cm , and c=0.03kgf.sec/cm.

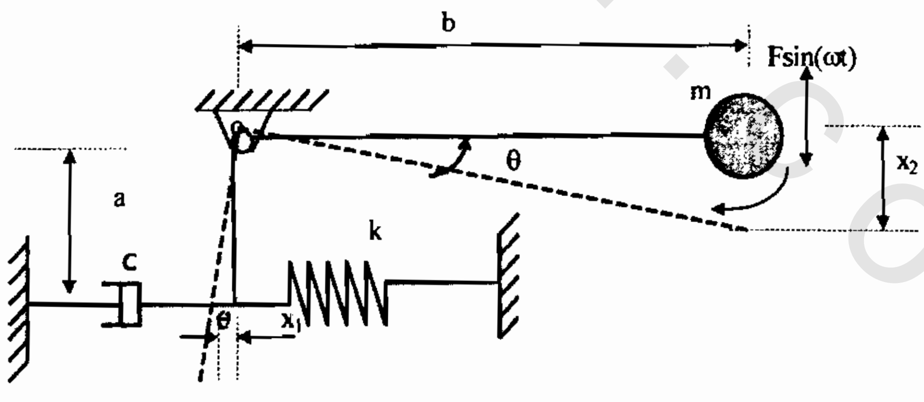
3-اوجد من المبادئ الاولية معادلة الحركة التفاضلية للمنظومة المبينة بالشكل (4-29) لازاحة صغيرة، أوجد التردد الطبيعي لاهتزاز هذة المنظومة ، اوجد التردد الطبيعى لهذة المنظومة عندما a=15 cm ,b=25m , w=8kgf , k=6kgf/cm , and c=0.03kgf.sec/cm ,

الحل: من المنظومة المبينة بالشكل(4-29) نجد ان

$$x_1=a\theta\ ,\dot{x}_1=a\dot{\theta}\ ,\ddot{x}_2=a\ddot{\theta}\ ,x_2=b\theta\ ,\dot{x}_2=b\dot{\theta}\ ,\ddot{x}_2=b\ddot{\theta}$$

$$\therefore m\ddot{x}_2.b=-kx_1.a-c\dot{x}_1.a+F\sin\omega t.b$$

$$\therefore mb^2.\ddot{\theta}+ka^2\theta+ca^2\dot{\theta}=F\sin\omega t.b\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$



الشكل(4-29)

من المعادلة (1) نجد ان:

$$\ddot{\theta}+\frac{ka^2}{mb^2}\theta+\frac{ca^2}{mb^2}\dot{\theta}=\frac{F}{mb}\sin(\omega t)\text{.....................}(2) \quad \therefore \frac{c}{m}=\frac{ca^2}{mb^2}=2\zeta\omega_n \therefore \zeta=\frac{ca^2}{2mb^2\omega_n}$$

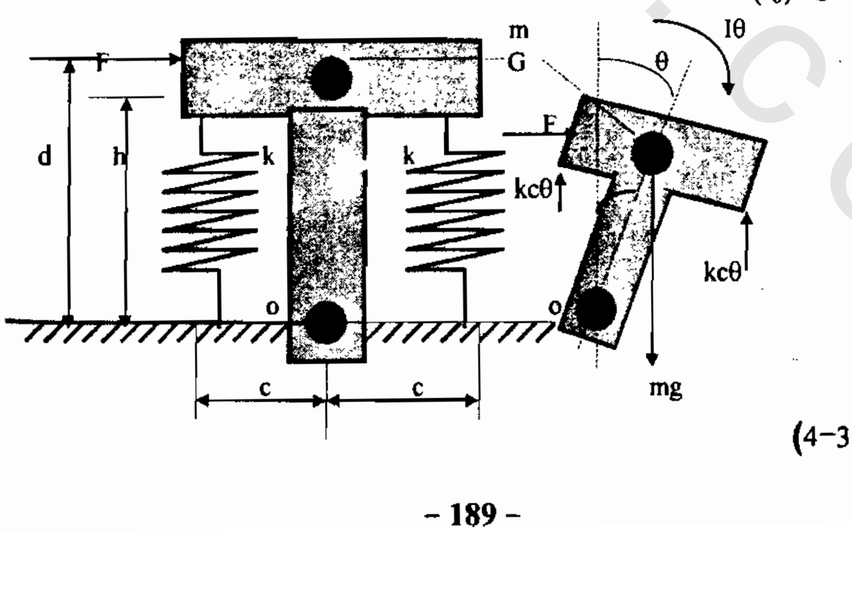
$$\because \omega_n^2=\frac{ka^2}{mb^2} \quad \therefore \omega_n=\frac{a}{b}\sqrt{\frac{k}{m}}=\frac{15}{25}\sqrt{\frac{6(981)}{8}}=16.27 \quad rad/\sec$$

$$\therefore f_n=\frac{\omega_n}{2\pi}=2.59 \quad rad/\sec \qquad \therefore \zeta=\frac{ca^2}{2mb^2\omega_n}=\frac{c\cdot a^2}{2m\omega_n b^2}=\frac{0.03(.15)^2}{2\left(\frac{8}{981}\right)(16.27)(25)^2}= \quad .0\cdot 0\,4$$

$$\because \zeta \prec 1\ ,\ \therefore \omega_d=\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad \therefore \omega_d=16.27\sqrt{1-(0.04)^2}=16.25\ rad/\sec$$

4-The T-shaped body shown in fig.(4-30) overleaf pivots about a point o on a harizontal ground surface and is held upright, so that its mass centre G is a distance h vertically above o, by two springs pinned to it and to the ground. Each spring has a stiffness k and its vertical center line is at a distance c from the pivot o. The T-shaped body has a mass m and a radius of gyration r about its mass centre.
The body is acted on by a force F whose line of action is horizontal and at a height d above the ground, where d >h. Derive an expression for the rqtqtion of the body if the force rises suddenly from zero to F, assuming that the angular displacement of the body is small. If the suddenly applied force f drops equally suddenly to zero after a time to from its original application, derive the equation of the rotational motion of the body for times t_{o} greater

4-جسم على شكل حرف (T) يستند فوق المفصل (o) على سطح إفقي وبشكل عمودى بحيث يكون مركز الكتلة G على مسافة h عموديا على نقطة الارتكاز (o) بواسطة نابضان مركبان علية وعلى سطح الارض ، معامل كل نابض k ويبعد عن مركز الارتكاز بمسافة (c) ، الجسم T كتلتة m ونصف قطر الحركة التدويمية لة (R_G) حول مركز كتلتة ، الجسم تحت تأثير القوة F على خط إفقي وعلى إرتفاع d عن سطح الارض ، حيث d > h ، إشتق علاقة لدوران الجسم عندما تزداد القوة فجاءة من الصفر الى القيمة F ، إفرض ان الازاحة الزاوية للجسم صغيرة ، وإذا إنخفضت هذة القوة F المؤثرة بشكل مفاجئ الى الصفر بعد مرور فترة زمنية (t_o) من نقطة البداية -إشتق معادلة الدوران لحركة الجسم لوقت اكبر من (t_o)



الشكل(4-30)

$$Fd + mgh\theta - 2k.c^2.\theta = I_o.\ddot{\theta}$$

$$\therefore \ddot{\theta}+\left(\frac{2kc^2 - mgh}{I_o}\right).\theta = \frac{Fd}{I_o} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$\therefore$ *the solution of equation of motion is*

$$\theta = A\sin\omega t + B\cos\omega t + \frac{Fd}{\omega^2 I_o} \quad where \quad \omega_n = \sqrt{\left[\frac{2kc^2 - mgh}{I_o}\right]}$$

substitute initial condition fir $\theta = \frac{Fd}{\omega^2.I_o}(1-\cos\omega t)$

5-A machine part weighing 4 kgf vibrates in a viscous medium. Determine the damping coefficient when a harmonic exciting force of 305 kgf results in a resonant amplitude of 1.8 cm with a periodof 0.3 second. If the system is excited by a harmonic force of frequency 3 cycle/sec. what will be the percentage increase in the amplitude of force vibration when damper is removed.

5-جزء من ماكينة يزن 4 kgf يهتز في وسط لزج ، أوجد معامل الخمد عندما تنتج قوة إستثارة توافقيـة 3.5 kgf عند سعة رنين 1.8 cm مع زمن دورى 0.3 sec ، إذا أثيرت المنظومة بقوة توافقية ترددها 3 cycle/sec، أوجد النسبة المئوية فى زيادة سعة الاهتزاز الجبرى عنما يتلاشى الخمد.

الحل:

$$\because \omega = \frac{2\pi}{t_p} = \frac{2\pi}{0.3} = 20.93 \quad rad/\sec \quad ,\because at \quad resonance \quad r = \frac{\omega}{\omega_n} = 1 \quad ,\omega = \omega_n$$

$$\therefore k = m.\omega_n^2 = \frac{4(20.93)^2}{981} = 1.79 \quad kgf/cm$$

$$\because theamplitude(X) = \frac{\frac{F}{k}}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \because X = 1.8cm \quad r = 1, \therefore 1.8 = \frac{\frac{3.5}{1.79}}{2\zeta}$$

$$\therefore \zeta = 0.54 \quad ,\because c = 2\zeta.m\omega_n \quad \therefore c = 2(0.54)\left(\frac{4}{981}\right)(20.93) = 0.092kgf.\sec/cm$$

عند التأثير على المنظومة بقوة استثارة ترددها 3c.p.s فانة يمكن تعيين النسبة المئوية فى زيادة سعة الاهتزاز الجبرى عندما يتلاشى الخمد كما يلى:

$$\because \omega = 2\pi(3) = 6\pi \ c.p.s \quad \therefore r = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{6\pi}{20.93} = 0.9$$

$$\therefore X = \frac{3.5/1.79}{\sqrt{[(1-(0.9)^2)^2 + [2(0.54)(0.9)]^2]}} = 1.975 \ cm.$$

عندما يتلاشى الخمد فان $\zeta = 0$ ، فانة يمكن إيجاد السعة من العلاقة التالية:

$$\therefore X = \frac{F/k}{\left(1-r^2\right)} = \frac{3.5/1.79}{\left[1-(0.9)\right]} = 10.315$$

$$\therefore The \quad percentage \quad increase = \frac{10.315-1.975}{1.975} * (100) = 422.3\,\%$$

6-A mass of 20 Ib is suspended from one end of a spiral spring, the other end of which is fixed. The . stiffness of the spring is 50 Ib/in, Damping, which may be assumed proportional to the velocity, causes the amplitude to decrease to $\frac{1}{10}$ of its initial value in four complete oscillations. If a periodic force of magnitude (30 cos50t)Ib. is applied to the mass, Find the amplitude of the forced oscillation. what would be the amplitude if the period of the applied force coincided with the natural period of vibration of the system?

6-كتلة 20 باوند علقت فى أحد نهايتى نابض حلزونى والنهاية الاخرى له مثبتة ، ومعامل النـــابض 50 باوند لكل بوصة ، بفرض ان الخمد يتناسب مع السرعة والذى يتسبب فى ان الســعة تقل إلى $\frac{1}{10}$ قيمتـــها الابتدائية فى اربعة دورات متكاملة ، إذا كانت القوة يعبر عنها بالعلاقة 30cos50t تؤثر علــــى الكتلـــة، أوجد سعة الاهتزاز الجبرى ، ماذا تكون السعة إذا كانت دورة القوة المؤثرة متطابقة مع التردد الــدورى لاهتزاز المظومة.

الحل:

$$\because \frac{x_1}{x_2} = e^{\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad \therefore \left(\frac{x_4}{x_1}\right)^4 = e^{\frac{-4\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad \therefore \frac{4\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} = \ln(10) = 2.303 \quad \therefore \zeta = 0.12$$

$$\therefore X_{max.} = \frac{\frac{F}{k}}{\sqrt{\left[1-(r)^2 + (2\zeta.r)^2\right]}} \quad \because r = \frac{\omega}{\omega_n} \quad ,\omega_n = \sqrt{\frac{50(386)}{20}} = 31.1 \quad rad/\sec$$

$$\because \omega = 50 \quad \therefore r = \frac{50}{31.1} = 1.61 \quad \therefore X_{max.} = \frac{\frac{30}{50}}{\sqrt{\left[1-(1.61)^2\right]^2 + \left[2(0.12)(1.61)\right]^2}} = 0.37 \quad in$$

$$\because at \quad resonance \quad r = 1 \quad \therefore X_{resonance} = \frac{F/k}{2\zeta} = \frac{30/50}{2(0.12)} = 2.5 \quad in$$

7-A single cylinder vertical petrol engine of totall weight 500 kg is mounted upon a steel chassis frame and causes a vertical deflection of 3mm. The reciprocatig parts of the engine weight 24kg and move through a vertical stroke of 18 cm with simple harmonic motion. A dashpots is provided whose damping resistance is directly proportional to the velocity and amounts to 1.8kg/cm/sec. Considering that the steady state of vibration is reached. Determine:
(1)-the amplitude of forced vibration, when the driving shaft of the engine rotates at 550 r.p.m.
(2)the speed of the driving shaft at which resonance will occur,

7-محرك بترول ذات إسطوانة راسية واحدة يزن 500كيلوجرام ، مركب على هيكـــل (شاســية) مـــن

الصلب فيحدث إنحناء رأسى أستاتيكى مقدارة 3مم ، وزن الاجزاء الدورانيـــة بــالمحرك 24كيلوجـرام (24kgf) ويتحرك خلال مشوار السحب راسيا لمسافة 18 سم حركة توافقية بسيطة. مـــاص الصدمـات المتصل بة تتناسب مقاومتة للخمد مباشرة مع السرعة ومقدارة 1.8 kg/sec/cm ، إعتبر ان النظومةتصل الى حالةالاهتزاز المستقر.

(أ) أوجد سعة الاهتزاز الجبرى للمحرك عندما يدار بسرعة 550 r.p.m

(ب) أوجد سرعة عمود الادارة عندما يحدث الرنين.

الحل:أ-يمكن تعين اقصى كما يلى:

$$\because \Delta = 3mm \quad ,W = 500kgf \quad \therefore k = \frac{W}{\Delta} = \frac{500}{0.003} = 166666.67kg/m$$

$$\because strok = l = 18cm \quad ,\therefore e = radius \quad of \quad crank \frac{l}{2} = 9cm \quad ,w_{rotating} = 24kgf$$

$$damping\ resis\tan ce = c = 1.8kg/cm/\sec = 150kg/m/\sec$$

$$\because \omega = \frac{2\pi.n_e}{60} = \frac{2\pi(550)}{60} = 57.6rad/\sec$$

$$F = m_{rotating}e.\omega^2 = \frac{24}{9..81}(0.09)(57.6)^2 = 730.5kg$$

إذن تعيين اقصى إزاحة من العلاقة التالية::

$$\because X_{max.} = \frac{F}{\sqrt{(k-m\omega^2)^2+(c\omega)^2}} = \frac{730.5}{\sqrt{\left(166666.67-\frac{500}{9.81}(57.6)^2\right)^2-[(180)(57.6)]^2}}$$

$$\therefore X_{max.} = 6.86 \quad cm$$

ب-لايجاد سرعة عمود الادارة عندما يحدث الرنينن فرض ان $n_{res.}$ سعة المحرك فى حالة الرنين و نتبع الاتى:

$$atresonsncer = \frac{\omega}{\omega_n} = 1 \quad ,\therefore \omega = \omega_n = \omega_{res.} \quad ,\therefore \omega_{res.} = \sqrt{\frac{k}{M}}$$

$$\therefore \omega_{res.} = \sqrt{\frac{166666.67(9.81)}{500}} = 57.184rad/cycle \quad ,\because \omega_{res.} = \frac{2\pi.n_{res.}}{60}$$

$$\therefore 57.18 = \frac{2\pi.n_{res.}}{60} \quad ,\therefore n_{res.} = 546 \quad r.p.m$$

8-A single cylinder engine has an out of balance force of 70kgf at an engine speed 350 r.p.m. The complete mass of the engine is 180 kgf and it is carried on a set of springs of total stiffness 40 kgf/cm. Find the amplitude of the steady motion of the mass and the maximum oscillating force transmitted to the foundation. If a viscous damper is interposed between the mass and the foundation, the damping force being 1.0kgf at 1cm/sec of velocity. find the amplitude of the forced damped osscillationm of thr massand its angle of lag with the disturbing force.

8-محرك مفرد الاسطوانة يخرج عن إتزانة بقوة 70 kgf عند سرعة للمحرك 350 cycle/sec ، الكتلـــة

الكلية للمحرك تزن 180 kgf ويحمل على نوابض معاملها الكلى 40kgf /cm ،أوجـد سـعة الحركـة المستقرة للكتلة ، واقصى قوة تذبذبية تنتقل الى الوسط ،اذا وضع خامدلزج بين الكتلة والوسط ، حيـث قوة الحمد 1.0 kgf عند سرعة 1 cm/sec ، اوجد سعة الاهتزاز الجبرى ذات الخمـد للكتلـة وزاويـة التأخير مع القوة المشوشة (المزعجة).

$$\because w=180kgf \quad ,k=40kg/cm \quad ,\omega=\frac{2\pi.n_e}{60}=\frac{2\pi(350)}{60}=36.6rad/\sec$$

$$\omega_n=\sqrt{\frac{k}{M}}=\sqrt{\frac{40(980)}{180}}=14.76rad/\sec \quad ,r=\frac{\omega}{\omega_n}=\frac{36.6}{14.76}=2.5$$

$$\therefore X=\frac{\left(\frac{m_{rotating}}{M}\right)e.r^2}{\sqrt{\left(1-r^2\right)^2+\left(2\zeta.r\right)^2}} \quad without \quad damping\,\zeta=0 \quad .\because F=me\omega^2=70kgf$$

$$\therefore X=\frac{\frac{me.\omega^2}{M.\omega_n^2}}{\left(1-r^2\right)}=\frac{\frac{70}{\left(\frac{180}{981}\right)(14.76)^2}}{\left[1-(2.5)^2\right]}=\frac{1.75}{5.25}=0.333cm=3.33mm$$

اذن يمكن تعين القوة المنقولة الى الوسط فى حالة عدم وجود خمد من العلاقة التالية:

$$\because TR(Transmissibility)=\frac{F_T}{F_{exit.}}=\frac{\sqrt{1+(2\zeta.r)^2}}{\sqrt{\left(1-r^2\right)^2+\left(2\zeta.r\right)^2}} \quad ,at \quad \zeta=0$$

$$TR=\frac{1}{\left(r^2-1\right)}=\frac{1}{(2.5)^2-1}=0.1905=19.05\% \quad \because TR=\frac{F_T}{F}$$

$$\therefore F_T=(TR).F_{exit.}=(0.1905)(70)=13.3kgf$$

فى حالة وضع الخامد بين الكتلة والنابض:

$$with \quad viscous \quad damping \quad interposed \quad \therefore \zeta=\frac{c}{c_c}=\frac{c}{2m\omega_n}$$

$$\therefore \zeta=\frac{1}{2\left(\frac{180}{981}\right)(14.76)}=\frac{1}{5.417}=0.1846$$

$$\therefore X=\frac{\frac{F_{exit.}}{M.\omega_n^2}}{\sqrt{\left(1-r^2\right)^2+\left(2\zeta.r\right)^2}}=\frac{\frac{70}{\left(\frac{180}{981}\right)(14.76)^2}}{\sqrt{\left[1-(2.5)\ \right]^2+\left[2(0.1846)(2.5)\right]^2}}=3.28mm$$

$$\therefore \tan\phi=\frac{2\zeta.r}{1-r^2}=\frac{2(0.1846)(2.5)}{1-(2.5)^2}=-0.176 \quad \therefore \phi=9.98^\circ$$

9-An air compressor of 550 kg mass operates at a constant speed of 2000 r.p.m. The rotating parts are well balanced. The reciprocating parts are of 14 kg. The crank radius is 120 mm. If the damper for the mounting introduces a damping factor ζ=0.2 :
(a)-Specify the springs for the mounting such that only 25 percent of the unbalance force is transmitted to the foundation , and (B) Determine the amplitude of the transmitted for

9-ضاغط هواء كتلتة 550 كيلو جرام يعمل عند سرعة 2000 دورة لكل دقيقة ، الاجـــزاء الدورانيـــة تكون متزنة وكتلتها 14كيلوجرام ، ونصف قطر عمود المرفق 120مم ، إذا كان معامل النابض المركب بالمنظومة ζ=2و .

(أ) أوجد قيمة النابض بالمنظومة عندما تنتقل 25و . % من القوة المسببة لعدم الاتزان الى الوسط.

(ب) أوجد سعة القوة المنتقلة.

الحل:

$$(a)\because \omega=\frac{2\pi.n_e}{60}=\frac{2\pi(2000)}{60}=209.3rad/\sec \quad ,\because TR=\frac{F_T}{F}=\frac{\sqrt{1+(2\zeta.r)^2}}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta.r)^2}}$$

$$\therefore 0.25=\frac{\sqrt{1+[2(0.2)r]^2}}{\sqrt{(1-r^2)^2+[2(0.2)r]^2}} \quad ,\therefore r=2.58 \quad ,\because r=\frac{\omega}{\omega_n} \quad ,\therefore 2.58=\frac{209.3}{\omega_n} \quad ,$$

$$\therefore \omega_n=81.12rad/\sec \quad \because \omega_n^2=\frac{k}{m} \quad ,\therefore k=m.\omega_n^2=(500)(81.12)^2=3619.2 \ kN/m$$

$$(b)\because The\ \ amplitude\ \ of\ \ the\ \ force\ \ transmitte\ d=me\omega^2$$

$$\therefore F_T=0.25F_{exit.}=0.25(14)(0.12)(209.3)=18.39 \ \ kN$$

10-A machine weighing 98kgf is mounted on springs of stiffness k=900 kgf/cm with an assumed damping factor of ζ=0.23 , A piston within the machine weighting 3.2 kgf has a reciprocating motion with a strok of 6.25 cm and a speed of 2400 r.p.m. Assuming the motion of the piston to be simple harmonic , determine :
(a)-The amplitude of the machine ,(b)-Its phas angle with respect to the exciting force ,
(c)-The transmissibility and the force transmitted to the foundation.
(d)-The phase angle of the transmitted force with respect to the exciting force.

10-ماكينة وزنها 98 kgf مركبة على نوابض معاملها 900kgf/cm مـــع فـــرض ان عـــامل الخمـــد ζ=0.23، كتلة مكبس الماكينة وزنها 3.2 kgf حيث يتحرك خركة ترددية ومشوارة 6.25 cm وســـرعتة 2400 r.p.m ، إفرض ان المكبس يتحرك حركة توافقيةبسيطة. أوجد: (أ) سعة الماكينـــة ، (ب)الزاويـــة التى تؤثر بها قوة الاستثارة ، (ج)المنقولية والقوة المنتقلة الى الوسط. (ء)الزاوية التى تؤثر بـــها القـــوة المنتقلة مع القوة المستثيرة.

الحل:

$$(a) - \text{the amplitude of the machine} = \frac{\left(\frac{m}{M}\right).e.r^2}{\sqrt{\left(1-r^2\right)^2 + \left(2\zeta.r\right)}}$$

$$\because \omega = \frac{2\pi(2400)}{60} = 251.2 rad/\sec \quad ,\omega_n^2 = \frac{k}{M} = \frac{900}{\left(98/981\right)} = 9009.2 rad/\sec$$

$$\therefore \omega_n = 94.92 rad/\sec \quad \therefore r = \frac{251.2}{94.92} = 2.65 \quad ,r^2 = 7 \quad ,e = \frac{strok}{2} = \frac{6.25}{2}$$

$$\therefore X = \frac{\left(\frac{3.5}{98}\right)\left(\frac{6.25}{2}\right)(7)}{\sqrt{(1-7)^2 + [2(0.23)(2.65)]^2}} = 0.117 cm$$

$$(b) \therefore \phi = \tan^{-1}\frac{2\zeta.r}{1-r^2} \therefore \phi = \tan^{-1}\frac{2(0.23)(2.65)}{1-7} = -0.203 \quad ,$$

$$\therefore \phi = 180 - 11.46 = 168^\circ 54' \text{ as shown in fig.}(4-31)$$

$$(c) \because TR(Transmissibility) = \frac{F_T}{F} \frac{\sqrt{1+(2\zeta.r)^2}}{\sqrt{\left(1-r^2\right)^2 + (2\zeta.r)^2}}$$

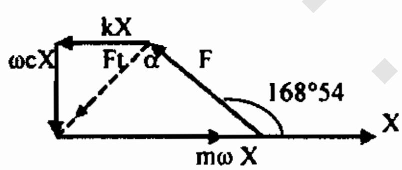
$$\therefore TR = \frac{\sqrt{1+[2(0.23)(2.65)]^2}}{\sqrt{(1-7)^2 + [2(0.23)(2.65)]^2}} = 0.258 = 25.8\%$$

$$F_T = \text{The transmitted Force} = F.(TR) = me\omega^2(TR)$$

$$\therefore F_T = \left(\frac{3.2}{981}\right)\left(\frac{6,25}{2}\right)(251.2)^2 * (0.258) = 165.96 kgf$$

(d) – *To find the phase angle of the transmitted force with the exciting force* (α)

$$\therefore \alpha = \phi - \tan^{-1}(2\zeta.r) = 168^\circ 54' - \tan^{-1}(2)(0.23)(2.65) = 168^\circ 54' - 50^\circ 64' = 117^\circ 9'$$



الشكل(4-31)

11-A refrigerator unit weighing 60 kgf is to be supported by four springs of stiffness (k) kgf/cm each. If the unit operates at 640 r.p.m., what should be the value of the spring constsant k, if only 15% of the shaking force of yhe unit is to be transmitted to the supporting structure?, where the four springs in parallel on which it is supported.

11–وحدة تبريد وزنها 60kgf موضوعة على اربعة نوابض معامل كل منــهم kgf/cm (k) ، إذا كــانت الوحدة تعمل عند 640 r.p.m – ما قيمة ثابت النابض (k) لكل نابض عندما تنتقل 15% فقط من قــوى

إهتزاز الوحدة الى موضع التركيب.؟ حيث الاربعة نوابض متصلة على التوازى فى موضع تركيبها.
الحل: نظرا لعدم وجود خمد بالمنظومة ، فان دالة المنقولية تكتب على الصورة التالية:

$$\therefore TR=\frac{1}{r^2-1}=0.15 \quad \therefore (r^2-1)(0.15)=1, r^2=\frac{115}{15}=7.67$$

$$\because r^2=\frac{\omega^2}{\omega_n^2} \quad ,\omega=\frac{2\pi(640)}{60}=66.99 rad/\sec$$

$$\therefore \omega_n^2=\frac{\omega^2}{r^2}=\frac{(66.99)^2}{7.67}=585.1(rad/\sec)^2 \quad ,\because \omega_n^2=\frac{k_{eq.}}{m} \quad \therefore k_{eq.}=m.\omega_n^2$$

$$\therefore k_{eq.}=\left(\frac{60}{981}\right)(585.1)=35.79 \ kgf/cm$$

$$\therefore k(foreachspr\ ing)=\frac{35.79}{4}=8.95 kgf/cm.$$

12-A motor-generator set of mass 200kg is installed using antivibration (AV) mountings which deflect 2 mm under the static weight of the set. The mountings are effectively updamped and from dynamic test results it is found that the static stiffness and the dynamic stiffness are the same. when running at 2000 rev/min the amplitude of vibration of the test is measured to be 0.3mm. To reduce this vibration , it is proposed to fasten the motor generator to a concrete block of mass 600kg which is then to be mounted on the same AV mounts as before. Calculate the new amplitude of vibration.

12- محرك ومولد مجموعة كتلتها 200 kg إقيمت (أنشئت) باستعمال تركيبة منع الاهتزاز التى تتمــدد (تستطيل) بمقدار 2mm تحت الحمل (الوزن) الاستاتيكى لهما. ، التركيبة لا تتأثر بالخمد (لايوجد بالمنظومــة خمد) ومن نتائج الاختبار الديناميكى لهما وجد تساوى كل من المعامل الاستاتيكى والديناميكى. ، وعند دوران المجموعة بسرعة 2000 r.p.m وجد بالقياس ان سعة الاهتزاز 0.3 mm ، ولتقليل الاهتزاز فقد إقترح إستخدام كتلة خرسانية فوق تركيبة منع الاهتزاز كما فى الحالة السابقة ، أوجد السعة الجديدة للاهتزاز.
الحل:

$$without\ damping\ \zeta=0 \quad \therefore the\ amplitude\ X=\frac{F}{k-m\omega^2}$$

$$\therefore X_1=\frac{F}{k-m_1\omega^2} \quad ,X_2=\frac{F}{k-m_2\omega^2} \quad \therefore \frac{X_1}{X_2}=\frac{k-m_2\omega^2}{k-m_1\omega^2}$$

$$\because k=\frac{W}{\delta}=\frac{200(9.81)}{10^{-3}}=1962(10^3)N/m$$

$$\because,\omega=\frac{2\pi.n_e}{60}=\frac{2\pi(2000)}{60}=209.33 rad/\sec \quad ,m_1=200kg \quad ,m_2=600kg$$

$$\therefore \frac{X_1}{X_2}=\frac{1962(10)^3-600(209.33)^2}{1962(10)^3-200(209.33)^2}=3.58mm \quad \because X_1=0.3mm$$

$$\therefore X_2=\frac{0.3}{3.58}=0.084mm$$

13-The vibration on the floor in a building is SHM at a frequency in the range 20 to 70 HZ, it desired to install sensitive equipment in the building which must be insulated from floor vibration. The equipment is fastened to a small platform which is supported by sixe similar springs resting on the floor , each carrying an equal load , only vertical motion occurs. The combined mass of the equipment and platform is 50 kg and the equivalent viscous damping ratio of the suspension is 0.35 Find the maximum value for the spring stiffness , if the amplitude of transmitted vibration is to less than 20 % of the floor vibration over the given frequency range.

13-الحركة الاهتزازية لارضية مبنى هى حركة توافقية بسيطة عند تردد يتراوح 20 الى 70 هرتــز ، يراد إقامة تجهيزة حساسة بالمبنى لعزلة عن إهتزاز الارضية ، حيث ان التجهيزة تكون مربوطة مــع دعامة او منصة صغيرة ومثبتة بواسطة ستة نوابض موضوعة على ارضية المبنى وتكــون الاحمــال على كل نابض متساوية ، حيث تحدث الحركة الاهتزازية رأسيا فقط وكتلة التجــهيزة والمنصــة 50 كيلوجرام ومعامل الخمد اللزج المكافئ 0.35 أوجد أقصى قيمة لمعا مــل النــابض اذا كــانت السـعة للاهتزاز المنقول بحوالى 20% من إهتزاز الارضية أعلى من مدى التردد المعطى.

الحل:

$$\because TR=\frac{\sqrt{1+(2\zeta r)^2}}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}=0.2\ ,\zeta=0.35\quad \therefore (0.2)^2=\frac{1+0.49r^2}{(1-2r^2+r^4)+0.49r^2}$$

$$\therefore 0.04r^4-0.55r^2-0.96=0\ ,\because r^2=\frac{0.55\pm 0.675}{0.08}\quad \therefore r^2=15.3\ \ or\ \ r^2=-1.5(neglect)$$

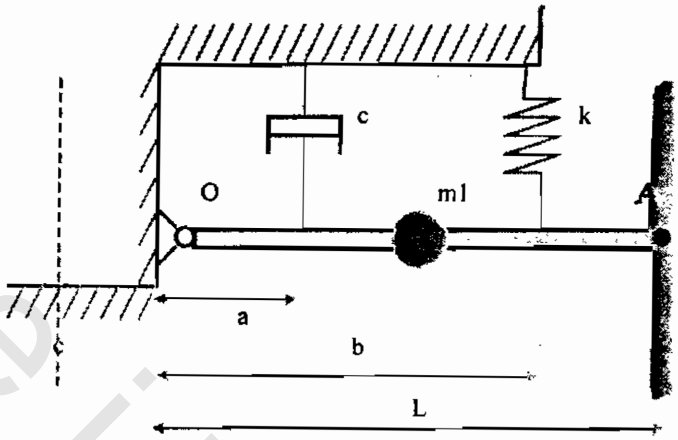
$$\because r^2=\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\ ,\omega=2\pi(20)=40\pi\quad \omega_n^2=\frac{(40\pi)^2}{15.3}=1031.1\ ,\because \omega_n^2=\frac{k_{eq.}}{m}$$

$$\therefore k_{eq.}=(50)(1031.1)=51555\ N/m,\ k(for\ each\ spring)=\frac{51555}{6}=8592.5\ N/m$$

14-The fig(4-32) shows a diagrammatic end view of one half of a swing-axle suspension of a motor vehicle which consists of a horizontal half-axle OA pivoted to the chassis at O , a wheel rotating about the center line of the axle and a spring of stiffness k and a viscous damper with a damping coefficient c both located vertically between the axle and the shassis. The mass of the half-axle is m1 and its radius of gyration about O is Rg. The mass of the wheel is m2 and it may be regarded as a thin uniform disc having an external radius r and located at a horizontal distance L from the pivot(O). The spring and damper are located at horizontal distance b and a from pivot O ,as shown. Drive the equation for angular displacement of the axle-wheel assembly about the pivot O, and obtain from it an expression for the frequency of damped free oscillations of the assembly. Express this frequency in terms of the given parameters and the undamped natural frequency of the assembly.

14-الشكل (4-32) يوضح منظر تخطيطى لنهاية نصف محور تعليق لمحرك مركبة (ســيارة) الــذى يتكون من نصفى محور افقى (OA) مرتكز (ممسوك) مع مرفق او مفصــل (O) بــالبدن ، والعجلــة (الاطار) تدور حول خط مركز المحور ، نابض معاملة k وخامد لزج معاملة c كل منــهما مركــب عموديا بين المحور والبدن (الشاسية) ، كتلة نصف المحور m1 ونصف قطر الحركة التدويمية لــة Rg حول المفصل O ، كتلة العجلة m2 يمكن إعتبارها قرص خفيف منتظم ونصــف قطــرة الخــارجى r

وموضعة على مسافة افقية L من نقطة الارتكاز (المفصل) ، والنابض والخامد موضعيين على مسـافة افقية (b,a) من المفصل (O) كما مزضح بالشكل. ؟إشتق معادلة الازاحة لمجزعة العجلة والمحور حول المرفق او المفصل(O)واوجد منها علاقة التذبذب الحر ذات الخمد للتركيبة. عبر عن هـذة التذبذبـات بعلاقة المتغيرات المعلومة والتذبذب الطبيعى الغير متضائل لهذة التركيبة.



الشكل(4-32)يوضح منظر تخطيطى لنهاية نصف محور تغليق لمحرك مركبة

$$I_\circ \ddot{\theta}+ca^2.\dot{\theta}+kb^2.\theta=0 \ where\ c=0\ \therefore \omega_n=\sqrt{\frac{kb^2}{I_\circ}}\ ,with\ damping\ \omega_d=\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$,\because \zeta=\frac{c}{c_c}=\frac{ca^2}{2\sqrt{kb^2 I_\circ}}\ \therefore \omega_d=\omega_n\sqrt{\left[1-\frac{c^2a^4}{4kb^2I_\circ}\right]}\ rad/\sec$$

15-A machine of mass 250 kg produces a vertical disturbing force which oscillates sinusoidally at a frequency of 25 Hz , The force transmitted to the floor is to have an amplitude , at this frequency , not more than 0.4 times that of the disturbing force in the machine , and the static deflection of the machine on its mountings is to be as small as possible consistent with this. For this purpose , rubber mountings , are to be used , which are available as units , each of which has a stiffness of 359 kN/m and a damping coefficient of 2410 Ns/m. How many of these units are needed ?

15-ماكينة كتلتها 250كيلوجرام تنتج قوة رأسية غير مرغوب فيها (مزعجة) التى تسبب إهتزاز جيبـى بتردد 25 هرتز ، هذة القوة تنتقل الى السطح (الارضية) بسعة عند ذلك التردد الذى لايزيد عـن 40% من القوة الغير مرغوب فيها بهذة الماكينة ، وان الانحراف (التمدد) الاستاتيكى لقاعدة هذة الماكينة يكون اصغر مايمكن ، لهذا الغرض تستعمل وسادة مطاطية (تركيبة) على شكل وحدات (عدة قطع) كل واحدة لها معامل 359كيلونيوتن/ متر ومعامل الخمد 2410نيوتن.ثانية / متر ، كم عدد هذة الوحدات المطلوبة ؟

الحل:

بفرض ان عدد الوحدات n التى تتكون منها الوسادة المطاطية.

$\because k = 359(10^3) N/m \quad \therefore k_{eq.} = nk = 359(10^3)n \quad N/m$

$\because c = 2410 \quad Ns/m \quad \therefore c_{eq.} = 2410n \quad N.s/m$

$\therefore \omega_n^2 = \dfrac{k_{eq.}}{m} = \dfrac{359(10^3)n}{520} = 690.4n \ {}^{1}/_{sec} \quad ,\because c_c = 2\sqrt{km}$

$\therefore c_c^2 = 4km = 4(359(10^3))[520]n = 747(10^6)n \quad ,\because \omega = 2\pi.f = 2\pi(25) \ {}^{rad}/_{sec}$

$\therefore \omega^2 = 2.46(10^4) \ ({}^{1}/_{sec})^2 \quad ,\because \dfrac{F_T}{F} = 0.4 \quad ,\therefore r^2 = \left(\dfrac{\omega}{\omega_n}\right)^2 = \left(\dfrac{2.46(10^4)}{690.4n}\right) = \dfrac{35.6}{n}$

$\because TR = \dfrac{F_T}{F} = \dfrac{\sqrt{1+(2\zeta.r)}}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta.r)^2}} = 0.4$.......................................(1)

$,\because \zeta = \dfrac{c}{c_c} = \dfrac{2410n}{\sqrt{747(10^6)n}} \quad ,r = \dfrac{35.6}{n}$

$\therefore$ *By substitute values* ζ *,r inequation* (1) $\quad \therefore (0.4)^2 = \dfrac{1+4\zeta^2.r^2}{(1-r^2)^2+4\zeta^2.r^2}$

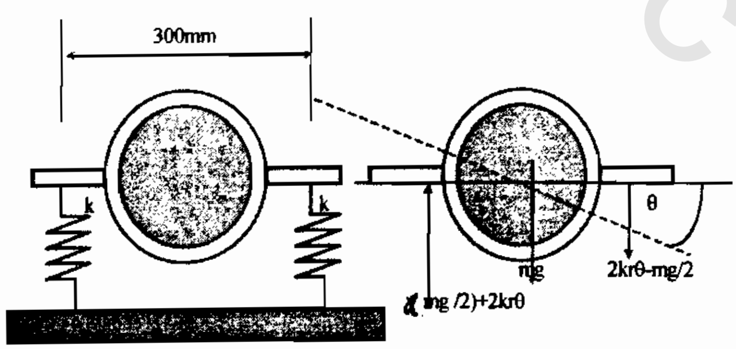
$\therefore n^2 + 6.42n \_ 114.6 = 0 \quad \therefore n = +8 \ \ or \ -14.5$

Thus 8 units in parallel will give specified attenuation,
more units would give less ststic deflection but more transmitted force

إذن عدد الوحدات المطلوبة هى ثمانية وحدات

16-An electric motor has a mass of 15kg and it set on four identical springs, each with a spring modulus of 1.8 N/mm. The radius of gyration of the motor assembly about the shaft axis is 120mm. If the running speed of the motor is 2000r.p.m, determine the transmission ratio for vertical vibration and torsional vibration

16-محرك كهربى كتلتة 15 كيلوجرام وضع على اربعة نوابض معامل كل نابض 8و1 نيوتن/ مليمتر ، نصف قطر الحركة التدويمية لمجموعة المحرك حول محور العمود 120مليمتر ، إذا كانت سرعة الدوران للمحرك 2000 لفة كل دقيقة ، أوجد النسبة المنقولة لكل من الاهتزاز الرأسى والعرضى.



الشكل(33-4) يوضح محرك كهربى مسند على ابعة نوابض

-فىحالة الاهتزاز الالتوائى For Torsional vibration وفى هذة الحالة نجد ان:

بما إن عزم اللى الكامن يساوى فى المقدار ويضاد فى الاتجاة عزم اللى الاسترجاعى

$$\therefore \sum M_{\circ} = -I_G.\ddot{\theta} \quad ,\because \sum M_{\circ} = F_S.r = 4k.r\theta.r = 4k.r^2.\theta$$

$$\therefore I_G.\ddot{\theta} + 4k.r^2.\theta = 0 \quad \therefore \ddot{\theta} + \left(\frac{4k.r^2}{I_G}\right).\theta = 0 \quad where \quad I_G = m.R_G$$

$$\therefore \omega_n^2 = \left(\frac{4k.r^2}{I_G}\right) = \left[\frac{4(1.8)(0.15^2)(10^3)}{(15)(0.12)^2}\right] = 750 \ \left(rad/_{sec}\right)^2$$

$$,\because \omega = 209 \ rad/_{sec} \ ,\because \zeta = 0 \therefore r^2 = \frac{\omega^2}{\omega_n^2} = \frac{(209)^2}{750} = 58.24$$

$$\therefore TR \ \ for \ \ torsional \ \ vibration = \frac{1}{1-58.24} = -0.017$$

ب-فى حالة الاهتزاز الرأسى the vertical vibration حيث النوابض الاربعة الموضـــوع (المركــب) عليها المحرك تكون فى حالة توازى.ولذلك نجد ان:

$$\because k_{eq.} = 4k \ ,\because \omega_n^2 = \frac{k_{eq.}}{m} = \frac{4(1.8)(10)^3}{15} = 480 rad/\sec \ \ \because \omega = \frac{2\pi.n_e}{60}$$

$$\therefore \omega = \frac{2\pi(2000)}{60} = 209 rad/\sec \ \ \therefore r^2 = \frac{(209)^2}{480} = 91 \ (rad/\sec)^2$$

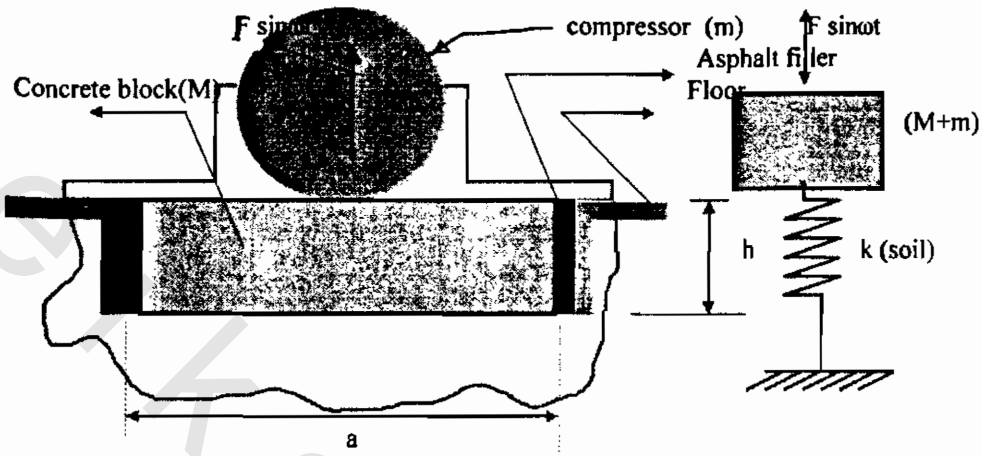
$$\therefore The \ \ Transmissbn \ ratio \ in \ vertical \ vibration = TR = \left|\frac{1}{1-r^2}\right| = \frac{1}{1-91} = -0.011$$

17-The system as shown in fig.(3-34a) , consider the compressor weights 9163N and operates at 1800 r.p.m. , At this operating speed , undesirable vibration occurs when the compressor is attached directly to the floor of a small building in a manufacturing plant. To reduce the annoying , and potentially damaging , vibration of the concrete floor that is resting on a silty-clay soil , it is proposed to isolate the compressor by mounting it on a square concrete block separated from the rest of the concrete floor as shown in fig.(4-34a). The density of the concrete in the block has been measured as 23.563 kN/m3 , and the vertical compression coefficient Kc of the silty-clay soil has been experimentally determined to be $k_c = 20.36(10^6) \ N/m^3$ The geometry of the compressor leads to choosing a block 2 by 2 m , and our analysis is concerned with determining the depth h of the .block that will yield a 75 percent reduction in the force transmitted by the compressor-block system to the supporting soil.

17-المنظومة المبينة بالشكل (4-34) هى ضاغط يزن 9163 نيوتن ويعمل بسرعة 1800 لفة / دقيقـــة ، وعند هذة السرعة ينتج إهتزازات غير مرغوب فيها عندما يكون الضاغط على الارض مباشـــرة فـــى غرفة صغيرة بوحدة صناعية ، ولغرض تقليل حدة الاهتزازات فى الارضية ذات النوعية الطينية فقـــد اقترح عزل الضاغط بوضعة فوق قطعة خرسانية (كنتورية) مربعة الشكل فوق الارضية الطبيعية كمـــا

فى الشكل (4-34أ) ، حيث كثافة الكتلة الخرسانية تبلغ 563و23كيلو نيوتن لكل متر مكعب ، ومعـــامل الضغط العمودى Kc للتربة قد تم قياسة بشكل تجريبى(عملى) وكان فى حدود 36و20 ×1000000 نيوتن لكل متر مكعب ، شكل وحجم الضاغط تحتم إختيار المقطع الخرسانى بقياس 2×2متر ، المطلوب إيجــاد العمق للكتلة الخرسانية الذى يقلل القوة حلال قاعدة الضاغط بحوالى 75 % الى التربة.

الحل:



الشكل(4-34a)

الشكل(4-34b)

الشكل(4-34)

نفرض ان كتلة الضاغط m وكتلة الكتلة الخرسانية M ، حيث تمثل التربة المكونة من الطفل والطيـــن عمل النابض وتكون الكتلة المكافئة الكلية هى $the\ effective\ mass = m_e$ ، وثابت النابض k للمنظومة يعين بحاصل ضرب k_cفى مساحة الكتلة الخرسانية حيث $M = \frac{Ahρ}{g}$ ، $m = 9163\,N$

$$\therefore the\ effective\ mass = m_e = M + m = \frac{A.h.\rho}{g} + m \quad where\ M = \frac{V.\rho}{g} = \frac{A.h.\rho}{g}$$

$$\therefore m_e = \frac{9163 + 2(2)(23563)}{9.81} = (934.1 + 960\cancel{1}7h)\ kg \ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots\ldots\ \ldots..(1)$$

$$k = k_c.A = 20.36(10^6)(4) = 81.44(10^6)\ N/m$$

$$, with\ neglect\ the\ damping \quad \therefore \zeta = 0$$

$$\therefore the\ transmissi\ bility\ (TR) = \frac{1}{r^2 - 1}$$

$$\because the\ reduction\ \ R\ \ in\ (Traansmiss\ ibility) = R = 1 - TR = 0.75$$

$$\therefore TR = 1 - R \quad , \therefore \frac{1}{r^2 - 1} = 1 - R \quad \therefore (1 - R)(r^2 - 1) = 1$$

$$\therefore r^2 - 1 = \frac{1}{1 - R} \quad , \therefore r^2 = 1 + \frac{1}{1 - R} = \frac{1 - R + 1}{1 - R} = \frac{2 - R}{1 - R}$$

$$\therefore r = \frac{\omega}{\omega_n} = \sqrt{\frac{2 - R}{1 - R}} \quad , \because \omega = \frac{2\pi(1800)}{60} \quad , \because \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m_e}} = \sqrt{\frac{81.44(10^6)}{934.1 + 9607.7h}} \quad \frac{rad}{sec}$$

$$\therefore \frac{\omega}{\omega_n} = \sqrt{\frac{2 - 0.75}{1 - 0.75}} = 2.24 \quad \therefore \omega_n = \frac{\omega}{2.24} = \frac{2\pi(1800)}{60(2.24)} = 84.15 \ rad/\sec$$

$$\therefore h = 1.1 \ m = 3.61 \ ft$$

وبذلك يمكن إيجاد وزن الكتلة الخرسانية وذلك بعد التعويض عن قيمة h فى المعادله(1) فينتج ان w=103.7 k

18-A machine weighing 200lb is mounted on springs of stiffness k=4000 lb/in , and dampers with a damping coefficient c=218 lb/ft.sec , the unbalanced rotor produced a maximum vertical force 80 lb at 3000 r.p.m. Determine:

(1)-The damping factor. (2)-The logarithmic decrecement. (3)-The natural frequency (f_n)

(4)-The ratio of any two consecutive amplitude (5)-The transmissibility (TR)

(6)-The maximum transmitted force to the foundation

(7)-The phase angle with respect to the exciting force (ϕ)

18-ماكينة وزنها الكلى 200 باوند موضوعة على نوابض المعامل المكافئ لهم k = 4000 lb/in ، وخوامد معامل الخمد المكافئ لهم c = 218 lb/ft.sec عليها دوار غير متزن ينتج قوة راسية قصوى 80 lb عند سرعة 3000 r.p.m : (1) معامل الخمد. (2)-التناقص اللوغارتمى (δ)

(3)-التردد الطبيعى (f_n) (4) النسبة بين اى سعتين متتاليتين.

(5)-المنقولية (TR) (6)-أقصى قوة منقولة الى الوسط. (6)-الزاوية التى تؤثر بها القوة المستثيرة

الحل:

$$\because \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{4000(32.2)(12)}{200}} = 87.9 \ rad/\sec \ , \omega = \frac{2\pi(3000)}{60} = 314 \ rad/\sec$$

$$\therefore r = \frac{314}{87.9} = 3.57 \ , \quad \therefore \zeta = \frac{c}{c_c} = \frac{218}{2\left(\frac{200}{32.2}\right)(87.9)} = 0.2 \ldots\ldots\ldots(1)$$

$$\therefore \delta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} = \frac{2\pi.(0.2)}{\sqrt{1 - (0.2)^2}} = 1.283 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

$$\therefore f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{87.9}{2\pi} = 13.99 \quad HZ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

$$\because the \ ratio\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = e^{\delta} = e^{1.283} = 3.61 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

$$TR = \frac{\sqrt{1 + (2\zeta.r)^2}}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta.r)^2}} = \frac{\sqrt{1 + [2(0.2)(3.57)]^2}}{\sqrt{[1 - (3.57)^2]^2 + [2(0.2)(3.57)]^2}} = 0.151 = 15.1\% \ldots(5)$$

the max *transmitted force* $(F_T)_{max.}$ *to foundation*

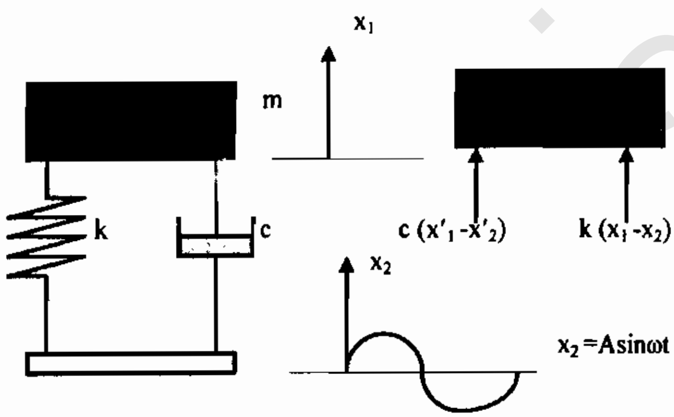
$$\therefore (F_T)_{max.} = F.(TR) = 80(0.151) = 12.066\ lb ....(6)$$

$\therefore$ *the phase angle with respect to the exciting force*(ϕ)

$$\therefore \phi = 180 - \tan^{-1}\frac{2\zeta.r}{1-r^2} = 180^\circ - \frac{2(0.2)(3.59)}{1-(3.59)^2} = 180^\circ - 6^\circ 89' = 173^\circ 1'$$

19-The basic element of many vibration -measuring devices is the seismic unit, which consists of a mass m supported from a frame by a spring of the stiffness k in parallel with a damper of viscous damping coefficient c, the frame of the unit is attached to the structure whose vibration is to be determined , the quantity measured being x, the relative motion between the seismic mass and the frame. The motion of both the structure and the seismic mass is translation in the vertical direction only. Derive the equation of motion of the seismic mass, assuming that the structure has simple harmonic motion of circular frequency ω, and deduce the steady state amplitude of x. Given that the undamped natural circular frequency ω_n. of the unit is mutch greater than ω, show why the unit may be used to measure the acceleration of the structure. Explain why in practice some damping is desirable. If the sensitivity of the unit (that is, the amplitude of x as a multiple of the amplitude of the acceleration of the frame) is to have the same value when $\omega = 0{,}2\omega_n$ as when $\omega \langle\langle \omega_n$, find the necessary value of the damping ratio.

19-العنصر الاساسى لكثير من إجهزة قياس الاهتزازات هو وحدة المسح العرضـــــى (جــهاز قيــاس الزلازل) التى تتكون من كتلة m مُسندة على الهيكل (التركيبة) بواسطة نابض معاملة k ومتوازيا مـــع خامد معامل الخمد اللزج لة (c) ، هيكل الوحدة ملحقة بالمنشئ المحسوب إهتزازاتة وكميــة القيــاس x هى الحركة النسبية بين كتلة جهاز الزلزال والهيكل ، حركة كل من التركيبة (المنظومة) وكتلة الجـــهاز الزلزالى تكون فى إتجاة رأسى فقط. إشتق معادلة الحركة لكتلة الجهاز الزلزالى بفرض ان التركيبة لـــها تتحرك حركة توافقية بسيطة (s.h.m) بتردد دورى ω واستنتج السعة فى الحالة المســــتقرة. ، إذا كـــان التردد الطبيعى بدون خمد ω_nللوحدة يكون اكبر بكثير من التردد الدورى ω – وضـــح لمـــاذا يمكـــن إستعمال وحدة المسح الزلزالى لقياس تعجيل المنشئ (التركيب) . إشرح لماذا يكون بعض الخمد مطلوب (مرغوب) عمليا ، إذا كانت حساسية الوحدة (اى السعة x هى مضاعفات السعة للتعجيل للهيكل) تؤخـــذ نفس القيمة $\omega = 0.2\omega_n$عندما تكون $\omega \langle\langle \omega_n$ ، أوجد القيمة الضرورية لنسبة الخمد؟



الشكل(4-36) العنصر الاساسى لجهاز قياس الزلازل

نفرض ان الازاحة النسبية x هى الفرق بين إزاحة الكتلة x1 وإزاحة قاعدة الجهاز x2 وعليـــة يكـون مايلى:

$$\therefore x = x_2 - x_1 \quad , \dot{x} = \dot{x}_2 - \dot{x}_1 \quad , \quad \ddot{x} = \ddot{x}_2 - \ddot{x}_1 \text{.....,.......}(1)$$

$$\therefore \textit{the equation of motion is} \quad m\ddot{x}_1 = k(x_2 - x_1) + c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)\text{.........}(2)$$

وبالتعويض من(1) فى المعادلة (2) ينتج ان:

$$\therefore m(\ddot{x}_2 - \ddot{x}) = kx + c\dot{x}\text{..........................}(3)$$

$$\therefore m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = m\ddot{x}_2$$

$$\because x_2 = A\sin(\omega t) \ , \dot{x}_2 = \omega A\cos(\omega t) \ , \ddot{x}_2 = -\omega^2 A\sin(\omega t)$$

$$\therefore m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\omega^2 A\sin(\omega t)$$

$$\textit{assume} \ x = X_\circ \sin(\omega t + \phi) \ , \dot{x} = \omega X_\circ \cos(\omega t + \phi) \ , \ddot{x} = -\omega^2 X_\circ \sin(\omega t + \phi)$$

$$\textit{the equation of motion is} \quad -\omega^2 m X_\circ \sin(\omega t + \phi) + kX_\circ \sin(\omega t + \phi)$$
$$+ c\omega X_\circ \cos(\omega t + \phi) = -m\omega^2 A\sin(\omega t)\text{..}(4)$$

$$\therefore \textit{the amplitude} \ X_\circ = \frac{m\omega^2 . A}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} = \frac{\frac{m\omega^2}{k}.A}{\sqrt{\left(1 - \frac{m\omega^2}{k}\right)^2 + \left(\frac{2\zeta . m\omega_n \omega}{k}\right)}}$$

$$\therefore X_\circ = \frac{r^2 A.}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta . r)^2}}\text{..}(5)$$

$$\therefore If \omega_n \rangle\rangle \omega \quad , r^2 \langle\langle 1 \quad and \quad X_\circ = r^2 . A$$

$$\therefore \textit{the acceleration} = \omega^2 A \quad \textit{is measured}$$

$$\therefore as \quad r \quad increases \quad , (1 - r^2)^2 \quad \textit{decreases but the damping term}$$

in the denominator increases to compensate.

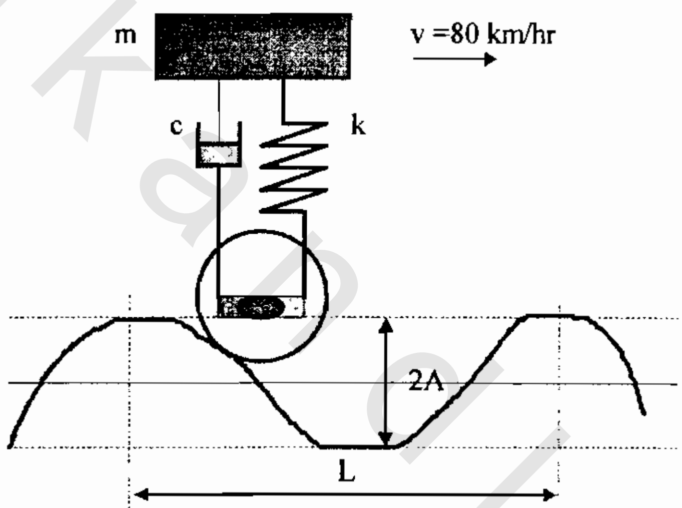
عندما تزداد r فان $(1-r^2)^2$ تقل ولكن الجزء الموجود بالمقام والحاص بالخمد يـــزداد ، واذا كـانت r=0.2 والتعويض بها فينتج ان:

$$\frac{1}{(1 - r^2)^2 + (2\zeta . r)^2} = 1 \quad and \quad [1 - 0.04]^2 + 4\zeta^2(0.04) = 1 \quad \therefore \zeta = 0.7$$

20-A two wheeled trailer has springs fitted which deflect 12.5 cm. under the weight of the trailer which is 600 kgf. Dashpots are fitted between the rood wheels and the body such that the damping is 0.3 of the critical damping. The trailer is pulled along a rood with an approximate sine-wave contour. The distance between successive peaks is 18.5 meters and the depth

between peaks and valleys is 6 cm. Assume that the wheels do not leave the ground and that the tyres are stiff compared with the springs.
(a)The equation of motion of the system. (b)The steady state solution
(c)The amplitude of the vertical movement of the body of the trailer.
(d)The maximum value of the displacement
(e)The displacement relative to the support at time (t=1 sec).
(f)Find the variations in the force in the springs of the trailer if it is pulled at 80 km/hr

20-مقطورة بعجلتين مركبة على نوابض تتمدد تحت تأثير وزن المقطورة (600kgf) وعلى خوامد مُركبة بين العجلتين وجسم المقطورة بحيث يكون معامل الخمد 30 % من معامل الخمد الحرج ، المقطورة تسحب على طول الطريق ذو المقاطع جيبية التمام(cose-wave contour) بشكل تقريبي ، المسافة بين قمتين متتاليتين 18.5 cm والعمق بين أعلى وأدنى نقطة عمودية تبلغ 6 cm ، مع فرض ان عجلات المقطورة تظل ملامسة للطريق وإن العجلات تكون صلدة إذا ما قورنت بالنوابض ، أوجد :-
(أ)معادلة الحركة للمنظومة (ب) الحل فى الحالة المستقرة (ج)السعة الرأسية نتيجة إهتزاز جسم لمقطورة
(د)أقصى قيمة للازاحة.. (و)الازاحة النسبية للتركيبة (المنظومة) عند زمن 1 ثانية.
(ى)أوجد التغيير الحادث فى قوة النوابض للمقطورة عندما تسحب بسرعة 80 km/hr
الحل:



الشكل(4-37) يوضح خركة مقطورة (مركبة)على طريق مموج

Let the mass m be sup ported on foundation and let the foundation be subjected to the vertical displaceme nt $A\cos(\omega.t)$

$$,\because m\ddot{x} = \sum F$$

$(a)\therefore$ *The equation of motion of the system is*

$$m\ddot{x} = -k(x - A\cos\omega.t) - c\frac{d}{dt}(x - A\cos\omega.t)$$

$$\therefore \ddot{x} + \frac{k}{m}(x - A\cos\omega.t) + \frac{c}{m}\left(\dot{x} + A\cos\omega.t\right) = 0$$

$$x + \omega_n^2(x - A\cos\omega.t) + 2\zeta.\omega_n\left(\dot{x} + A\sin\omega.t\right) = 0 \ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots\ldots\ (1)$$

To find the steady state solution

Let y the displacement relative to the support $= x - A\cos\omega.t$

$\therefore x = y + A\cos\omega.t \quad ,\dot{x} = \dot{y} - A\omega\sin\omega.t \quad ,\ddot{x} = \ddot{y} - A\omega^2\cos\omega.t$.........(2)

وبالتعويض من العلاقات (2) فى المعادلة (1)

$$\therefore \ddot{y} + 2\zeta.\omega_n\dot{y} + \omega_n^2.y = \omega^2.A\cos(\omega.t)$$

$$\therefore (b)\text{The steady state solution } y_p = \frac{A.\left(\dfrac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{\sqrt{\left(1-r^2\right)^2 + (2\zeta.r)^2}}\cos[\omega.t - \phi] ....(3)$$

$$\text{where } \phi = \tan^{-1}\frac{2\zeta.r}{1-r^2}$$

$$(c)y_o = \text{the amplitude of vibration} = \frac{A\sqrt{1+(2\zeta.r)}}{\sqrt{\left(1-r^2\right)^2 + (2\zeta.r)^2}}$$

$$\because r = \frac{\omega}{\omega_n} \quad ,\omega = 2\pi.f_n \quad ,f_n = \frac{1}{t_p} \quad ,t_p = \frac{L}{v} = \frac{18.5(3600)}{80} = 0.83 \text{ sec}$$

$$\therefore f_n = \frac{1}{0.83} \quad ,\therefore \omega = 2\pi.f_n = \frac{2\pi}{0.83} = 7.54 \text{ rad/sec} \quad ,$$

$$\because k = \frac{W}{\delta} = \frac{1600}{12.5} = 48\, kg/cm$$

$$\therefore \omega_n = \sqrt{\frac{48(981)}{600}} = 8.85 \text{ rad/sc} \qquad \therefore r = \frac{7.54}{8.85} = 0.85 \quad ,\because A = 3 \text{ cm}$$

$$y_o = \frac{3\sqrt{1+[2(0.3)(0.85)]^2}}{\sqrt{\left[1-(0.85)^2\right]^2 + [2(0.3)(0.85)]^2}}$$

$$(d)\text{The max .value of the displacement } (y_{max}) = \frac{A.r^2}{\sqrt{\left(1-r^2\right)^2 + (2\zeta.r)^2}}$$

$$\therefore x_{max} = \frac{3(0.85)^2}{\sqrt{\left[1-(0.85)^2\right]^2 + [2(0.3)(0.85)]^2}} = 3.73 \text{ cm}$$

(e)The displacement relative to the support (y_p) *at* $t = 1$ sec

$$\because \phi = \tan^{-1}\frac{2\zeta.r}{1-r^2} = \tan^{-1}\frac{2(0.3)(0.85)}{1-(0.85)^2} = \tan^{-1}(1.838) = 61^\circ 45'$$

$$\therefore at\ t = 1\text{sec} \quad \therefore y_p = \frac{Ar^2}{\sqrt{\left(1-r^2\right)^2 + (2\zeta.r)^2}}\cos(\omega.t - \phi) \because \omega = 7.54 rad/\sec$$

$$y_p = 3.73\cos\left[7.54(1)\left(\frac{180}{\pi}\right) - 61^\circ 45'\right] = 3.73\cos(370^\circ 78')$$

$\therefore y_p = 3.73(0.982) = 3.66\ cm$

(f) *The variations in the force in the spring* $= \pm y_{max}\,k = \pm 3.73(48) = \pm 179\ kgf$

21-The boat shown in fig(4-38) are being pulled over an undulating road at a velocity (v) Thecontour. of the road is such that it can be approximated fairly accurately by a si ne wave having a
wavelength of L=16 ft and amplitude of A= 0.8 in. The total static deflection δ_s of the springs and tires of the boat due to the weight of the boat has been measured as 1.8 in. Assuming that the damping inherent in the system is viscous in nature and of such magnitude that ζ= 0.8 , Determine:-

(a)The speed (v) at which the amplitude |x| of the boat will be a maximum.

(b)The value of the maximum amplitude reffered to in the boat .

(c)The amplitude when the boat is traveling at the speed of 65 m.p.h

21-المرْكب المبين بالشكل (4-38) يسير بسرعة v على مسار أو طريق يتخذ شكل الموجة الجيبية حيث طول الموجة 16 قدم وسعتها 8و0 بوصة ، قيس الانحناء (الاستطالة) الاستاتيكى الكلى للنابض والاطار للمركب نتيجة وزنة المركب فوجد 8و1 بوصة

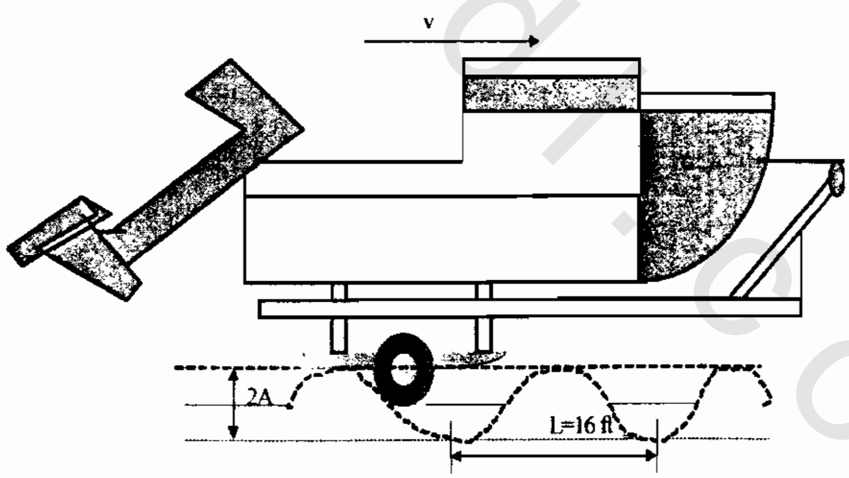
بوصة ، إفرض ان الخمد للمنظومة هو خمد لزج وعامل الخمد ζ= 0.8 ، أوجد:-

(أ)-السرعة عندما السعة | x | للمركب تصل الى اكبر ما يمكن.

(ب)أقصى قيمة مفضلة لسعة المركب.

(ج)السعة عندما المركب يسير بسرعة 55 متر لكل ساعة.

الحل:



الشكل(4-39) يوضح مركب يسير بسرعة (v) على موجة طولها L =16 ft

بما ان المركب يأخذ المنحنى الجيبى أى يمكن التعبير عنة بالعلاقة التالية y=A sin (ω.t)

$\because Thewavelength(L) = v.t_p = v\left(\frac{2\pi}{\omega}\right) = 16\ \ ft$

$\because the\ \ exciting\ \ frequency = \omega = \frac{2\pi.v}{L}\ \ ,\because \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\delta_{st}}}$

$\therefore \omega_n = \sqrt{\frac{386}{1.8}} = 14.64\ \ rad/\sec$

$\because at\ \ \max imum\ \ amplitude\ \ \ \ r = \frac{\omega}{\omega_n} = 1\ \ \therefore \omega = \omega_n = 14.64\ {}^{rad}/_{sec}$

$\therefore \omega = \frac{2\pi(v)}{L} = 14.64\ {}^{rad}/_{sec}\ \ ,\therefore v = \frac{\omega.L}{2\pi} = \frac{14.64(16)}{2\pi} = 37.3\ \ ft/\sec = 25.44\ \ m.p.h.....(1)$

$\because \zeta = 0.08\ \ ,r = 1\ \ ,|A| = 0.8$

$$\therefore The\ \ \max imum\ \ amplitude\ \ y_{max.} = \frac{A\sqrt{1+(2\zeta r)^2}}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta .r)^2}} = \frac{0.8\sqrt{1+[2(0.08)(1)]}}{2(0.08)(1)} = 5.06\ \ in$$

ولايجاد السعة التى يسير بها المركب عند السرعة (v=65 m.p.h) ، نلاحظ ان نسبة التردد فى هذة الحالة تكون كما يلى:

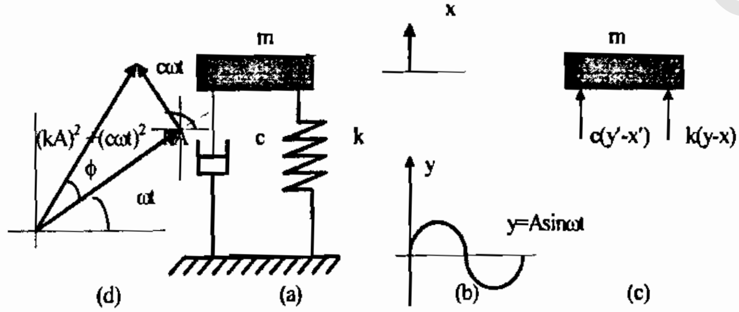
$$r = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{65}{25.44} = 2.56\ \ \ ,\because |y| = \frac{A\sqrt{1+(2\zeta .r^2)}}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta .r)^2}}$$

$$\therefore |y| = \frac{0.8\sqrt{1+[2(0.08)(2.56)]^2}}{\sqrt{[1-(2.56)^2]^2+[2(0.08)(2.56)]^2}} = 0.155\ \ \ in$$

$$\therefore \left|\frac{y}{A}\right| = \frac{0.155}{0.8} = 0.19(the\ \ \dim ension\ \ amplitude\ \ ratio)$$

22-The system as shown in fig.(4-40) represent a simple model of a device supported on a springs of stiffness k and damper with a damping coefficient c, this model is mounted on a track. If the track vibrates according the relation y=Asiωt , Find (1)The amplitude for the model of the machine (2)The force transmitted to the model.

22–المنظومة المبينة بالشكل (4–40) هى نموذج مبسط لجهاز محمل على نابض معاملة k وخامد معاملـــة c ومركب على عربة تهتز حسب العلاقة y = A sinωt ، أوجد سعة إإهتزاز الموديل والقوة المنقولة الية.



الشكل(4–40)

يمكن كتابة معادلة الحركة على الصورة التالية:

$$m\ddot{x} = c(\dot{y} - \dot{x}) + k(y - x) \qquad \therefore m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = c\dot{y} + ky$$

$$\because y = A\sin(\omega.t) \quad , \dot{y} = \omega.A\cos(\omega.t)$$

$$\therefore m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = c\omega.A\cos(\omega.t) + kA\sin(\omega.t) =$$

$$= c\omega.A\sin(\omega.t + \frac{\pi}{2}) + kA\sin(\omega.t) \text{......... .....}(1)$$

يمكن تمثيل الطرف الايمن للمعادلة (1) بيانيا كما بالشكل (4-40-d) وبذلك يعبر عن القـــوة المنقولـــة بالعلاقة (2) التلية:

$$F_T = A\sqrt{k^2 + (c\omega)^2}\sin(\omega.t + \phi) \text{......... ....}(2)$$

$$\text{from } (1), (2) \therefore m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = A\sqrt{k^2 + (c\omega)^2}.\sin(\omega.t + \phi) \text{.........}(3)$$

$$\because \text{for forced vibration } m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F\sin(\omega.t) \text{......... ....}(4)$$

$$\therefore \text{from } (4), (4) \quad F = A\sqrt{k^2 + (c\omega)^2} \text{.......... ....}(5)$$

وبمقارنة المعادلة (3) ، (4) يتضح ان المنظومة تكون مكافئة للاهتزاز الجـــبرى وتحـــت تـــأثير قـــوة مقدارها ممثل بالمعادلة (5) وتكون مزاحة عنها بزاو ية (ϕ) وعلى هذا يكون الحل متمشيا مع المعادلة التى تعطى سعة الاهتزاز X التالية:

$$X = \frac{F}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} = \frac{A\sqrt{k^2 + (c\omega)^2}}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \text{.........................}(6)$$

$$\because |F_T| = \sqrt{(kX)^2 + (c\omega X)^2} = X\sqrt{k^2 + (c\omega)^2} = \frac{A.\left[k^2 + (c\omega)^2\right]}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \text{..........}(7)$$

ملحوظة:

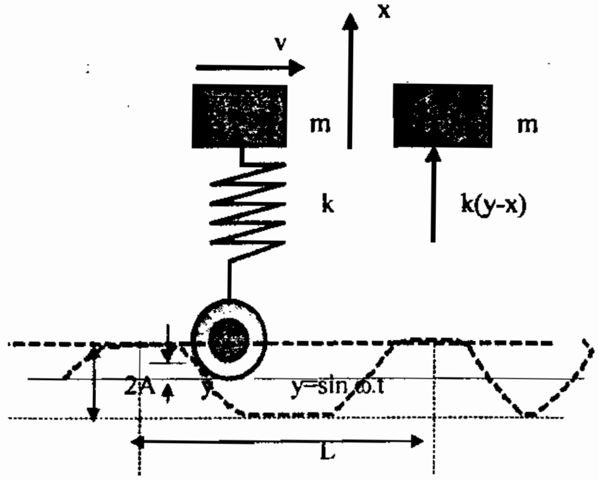
قد يستخدم مثل هذا الجهاز لقياس الاهتزازات الرأسية ، فاذا كـــانت ω_n >> ω فأنـــة يســـجل $A \cong (A-X)$ وتكون (A-X) فى عكس وجة (A(Phas ، ويسمى الجهاز فى هذة الحالة Vibrometerويمكن إســـتنتاج العجلة من هذا الجهاز حيث تساوى $A\omega^2$

أو يمكن إستعمال جهاز ذو ترددطبيعى (ω_n) عالى جدا حيث انة يمكن إثبات ان قراءة (A-X) تتناســب مع ($A\omega^2$) ويسمى فى هذة الحالة (Accelerometer).

23-The system as shown in fig.(4-41) represent a simple a model of automotive has a mass m supported on a spring s of equivalent stiffness k and it is moved along a road with an approximate sine-wave contour. Determine the unconvenient (or unsuitable) velocity. The transmitted force to the automotive.

23-المنظومة المبينة بالشكل (4-41) تمثل نموذج بسيط لسيارة كتلتها m مركبة على نوابض معاملـــها

المكافئ والمنظومة تتحرك على طريق يأخذ الشكل الجيبى تقريبا ، أوجد السرعة الغير مناسبة أو الغير ملائمة وكذلك أوجد القوة النقولة للسيارة.



الشكل (4-41)

نفترض ان الاطار متماس مع سطح الطريق (الارض) بصفة مستمرة ومع إهمال وزن العجلـــة فـــان السيارة تتحرك خركة توافقية بسيطة (s.h.m.) فى الاتجاة الرأسى حسب العلاقة التالية:

$$\because y = A\sin\omega t \quad , \because \omega = \frac{2\pi}{t_p} = \frac{2\pi}{L/v} = \frac{2\pi.v}{L} \quad ,\therefore y = \sin\left(\frac{2\pi.v}{L}\right)t$$

وبالتعويض فى المعادلتين (6) ،(7) وذلك عن c=0 لعدم وجود الخمد كما يلى:

$$\therefore X = \frac{A\sqrt{k^2 + (c\omega)^2}}{\sqrt{\left(k - m\omega^2\right)^2 + (c\omega)^2}} = \frac{k}{\left[k - 4m\left(\frac{\pi.v}{L}\right)^2\right]} \quad \ldots\ldots(1)$$

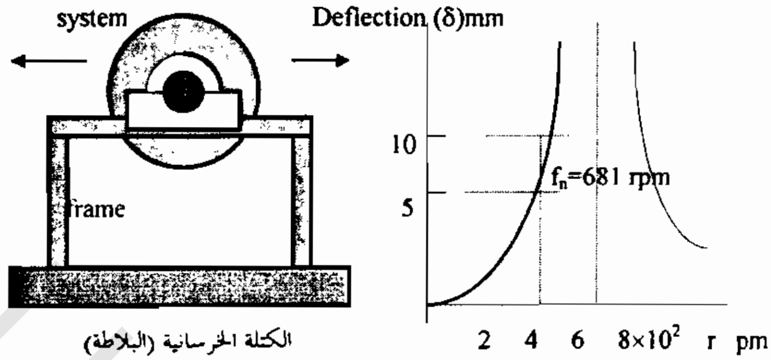
$$\therefore |F_T| = \frac{A\left[k^2 + (c\omega)^2\right]^2}{\sqrt{\left[(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2\right]}} \qquad \therefore |F_T| = \frac{A.k^4}{\left[k - 4m\left(\frac{\pi.v}{L}\right)^2\right]} \quad \ldots\ldots(2)$$

وبذلك يمكن الحصول على إتساع الذبذبة من المعادلة (1) ، والقوة المنقولة مـــن المعادلـــة (2) ، امـــا السرعة الغير مناسبة أو الغير ملائمة فهى سرعة الرنين والى يحدث عندما يتساوى تردد الاســتثارة أ و تردد الاهتزاز ω مع التردد الطبيعى ω_n

$$\therefore \omega_n = \omega \qquad \therefore \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi.v}{l} \qquad \therefore \textit{the unconvenient velocity} = \frac{L}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

24-A steel frame as shown in fig.(4-42) support at a turbine-driven exhust fan. At a speed of 400 rpm , the horizonal amplitude of motion is 4.5 mm , measured at a floor level of the fan. At a speed of 500 rpm , the amplitude is 10 mm. No resonant condition is observed in changing speed from 400 to 500 rpm. To decrease this intolerable vibration , it is proposed to add a slabof concrete beneath the turbine. What would the effect of this added mass? Estimate the amplitude of motion at 400 rpm , If this slab doubles the effective mass of the structure. What happens at 500 rpm.

24-هيكل من الصلب كالمبين بالشكل (42-4) مسند علية تربينة تدير مروحة عادم ، وعند سرعة 400 لفة / دقيقة وجد ان سعة الحركة الافقية 4و5 مم ، قيست السعة عند مستوى سطح أرضية المروحة وعند سرعة 500 لفة / دقيقة وجد ان السعة 10مم ، ولوحظ إنة لايحدث رنين عند تغير السرعة من 400 الى 500 لفة / دقيقة ، ولتقليل هذا الاهتزاز الحاد (لايطاق ولايحتمل) ، يقترح إضافة بلاطة (كتلة خرسانية) اسفل التربينة. ماتأثير الكتلة المضافة ؟ قدر (احسب)سعة الحركة عند 400 لفة / دقيقة إذا تضاعفت الكتلة المضافة للتركيبة (للمنظومة) ، ماذا يحدث عندما تكون السرعة 500 لفة / دقيقة .



الشكل (42-4)

الحل: نظرا لان السعة تزداد بزيادة سرعة التربينة ، وان ظروف اوشروط الرنين تحدث في مكان ما عندما تكون السرعة أكثر من 500 لفة / دقيقة ، اى ان $\omega_n > 2\pi\ (500/60)$ ، وإذا إفترضنا ان المعلومات لتلك القيم تم توقيعها على المنحنى المبين بالشكل (42d - 4) ، فانة يمكننا إيجاد كل من تردد الرنين عندما $r=1$ اى عندما $\omega_n = \omega$ وكذلك إيجاد النسبة بين الكتلتين (M/m) من معادلة السعة التالية:

$$\because X = \frac{\frac{me}{M}\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)} = \frac{\frac{me}{M}.r^2}{1-r^2} \quad ,\therefore \frac{M}{me} = \frac{1}{X}\left[\frac{\left(\frac{f}{f_n}\right)^2}{1-\left(\frac{f}{f_n}\right)^2}\right]$$

$$where \quad \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{f}{f_n} \quad \therefore at \quad X_1 = 4.5\,mm = 0.0045\ m \quad , \omega_1 = 400\ rpm$$

$$\therefore \frac{M}{me} = \frac{1}{0.0045}\left[\frac{\left(\frac{400}{f_n}\right)^2}{1-\left(\frac{400}{f_n}\right)^2}\right] \text{..........} \ (1)$$

$$\because at \quad X_2 = 10\,MM = 0.01\,m \quad , \omega_2 = 500\ rpm$$

$$\therefore \frac{M}{me} = \frac{1}{0.01}\left[\frac{\left(\frac{500}{f_n}\right)^2}{1-\left(\frac{500}{f_n}\right)^2}\right] \text{.........} (\ 2)$$

ويمكن إيجاد f_n=681 rpm وذلك بمساواة المعادلة (1)بالمعادلة(2) وبعد إيجاد قيمة f_n يمكن التعويض بـهـا فى أى المعادلتين (1) أو (2) فنجد ان $(M/me)=117\ m^{-1}$

اذن عندما تتضاعف الكتلة اى ان $\left(\frac{M}{me}\right)=234\ m^{-1}$ فانة بالتعويض نجد ان f_n=483 rpm ونلاحظ ان السعة عند 400 rpmتزداد كثيرا ، حيث ان إضافة الكتلة سوف يقلل التردد الطبيعى للمنظومة ، وتقـرب بشكل كبير التردد الطبيعى الى سرعة التشغيل.

وبالتعويض فى المعادلة (1) عن $(M/me)=234$ m ، ω=400 rpm ينتج ان:

$$X=\frac{1}{234}\left[\frac{\left(\frac{400}{483}\right)^2}{1-\left(\frac{400}{483}\right)^2}\right]=9.3\ mm$$

ويلاحظ انة من المحتمل عدم امكانية المحافظة على سرعة الانتقال من 400 الى 500 لفة/دقيقة حيـث ان حالة الرنين تحدث عند سرعة 483 لفة/دقيقة ، وهذا المشكلة حدثت فعلا والمنظومة تم تعديلـها وذلـك بتعديل الكتلة الخرسانية ونتيجة لذلك إنخفض التردد الطبيعى للمنظومة وفى الحقيقة ولغـرض التوثيـق (التأكيد) ان الاهتزازت كانت شديدة(حادة) بحيث ان سرعة التربينة لن تصل الى اكثر مـن 250 لفـة / دقيقة مطلقا حيث يتسبب ذلك فى عدم الاستفادة من مروحة العادم.

25-A small motor driven paint compressor set has a mass of 30 kg and causes each of the four rubber isolators on which it is mounted to deflect 8 mm. The motor runs at a constant speed of 2000rpm. The compressor piston has a 60 mm stork. The piston and reciprocating parts have a mass of 0.8kg , and for the purposes of this problem , the reciprocating motion of the piston can be assumed to be simple harmonic. Determine the amplitude of vertical motion at the operating speed . Assume the damping factor for rubber to be ζ=0.23

25–محرك صغير يدير ضاغط نقاشة (للدهان) موضعين معا وكتلتهما 30 كجم ، ويسبب إستطالة لكـل من الاربعة قطع من المطاط مقدارها 8مم ، الضاغط يدور عند سرعة ثابتة 2000 لفة دقيقة ، مشـوار مكبس الضاغط 60مم ، كتلة المكبس والاجزاء الدورانية 0.8 كجم ، ويفترض ان الحركـة الدورانيـة للمكبس هى حركة توافقية بسيطة ، أوجد السعة الرأسية للحركة عند سرعة التشغيل ،إفرض ان عـامل الخمد للمطاط 0.23 =ζ

الحل:

$$\because \omega=\frac{2\pi(2000)}{60}=209.33\ rad/\sec\ ,\because \omega_n=\sqrt{\frac{k}{M}}=\sqrt{\frac{g}{\delta}}=\sqrt{\frac{9.81}{0.008}}=35\ \sec^{-1}$$

$$\therefore r=\frac{\omega}{\omega_n}=\frac{209.33}{35}=5.98\ ,,e=\frac{stork(l)}{2}=\frac{60}{2}=30mm$$

$$\therefore X=\frac{\frac{m}{M}er^2}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta.r)^2}}=\frac{\left(\frac{0.8}{30}\right)(30)(5.98)^2}{\sqrt{[1-(5.98)^2]^2+[2(0.23)(5.98)]^2}}=0.82\ mm$$

26-At measuring the amount of vibration of a machine by a measuring instrument without damping , it has found that the relative amplitude is 0.003 in as the natural frequency of this device 400 c.p.m and the machaine rotating at 120 r.p.m. Find the displacement , the velocity and the acceleration of the machine.

26- عند قياس مقدار الاهتزاز لماكينة بواسطة جهاز قياس عديم الخمد ، فوجد ان الازاحة النسبية مقدارها 0.003 بوصة وان التردد الطبيعى لهذا الجهاز 400دورة لكل دقيقة ، وان الماكينة تدور عند سرعة 120 دورة لكل دقيقة ، أوجد الازاحة والسرعة والعجلة للماكينة ؟

الحل:

$$\because withoutdam\ ping\ \ \zeta = 0 \quad , r = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{120}{400} = 0.3$$

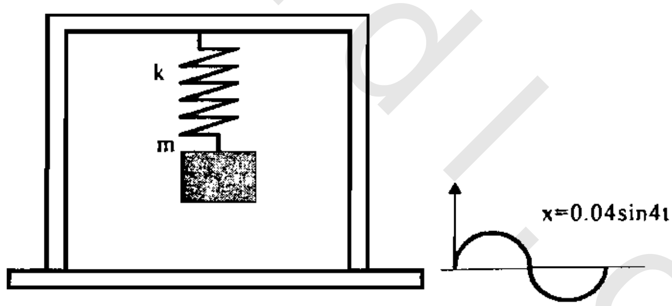
$$\therefore X_p = \frac{A.r^2}{\left(1 - r^2\right)} = \frac{A(0.3)^2}{\left[1 - (0.3)\right]} = 0.003 \qquad \therefore A(amplitude) = 0.03\ 1n$$

$$\therefore v(velocity) = A\omega = 0.03\left(\frac{2\pi(120)}{60}\right) = 0.39\ \ in/\sec$$

$$\therefore accelerati\ on(a) = A\omega^2 = 0.03(4\pi)^2 = 4.7\ \ in/\sec^2$$

27-A box with a mass of 45 ib , suspended from one of the free ends by spring of stiffness k=60 ib/in , the other end of the spring fixed on the upper surface of the box from inside as in fig.(4-43) ,if the box laied on table which vibrates according to x=0.04 sinωt . Find the amplitude of absoulte mass motion.

27-صندوق يحتوى على كتلة 45 باوند معلقة فى النهاية الحرة لنابض معاملة 60 باوند لكل بوصة والنهاية الاخرى للنابض مثبتة بالسطح العلوى الداخلى للصندوق كما مبين بالشكل (4-43) ، واذا كان الصندوق موضوع فوق منضدة تهتز تبعا للعلاقة X=0.04sin(4t) ، أوجد سعة الحركة المطلقة للكتلة.



الشكل(4-43)

$$\because \zeta = 0 \ \ , \omega = 4 \ \ , \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{40(386)}{45}} = 18.5\ \ rad/\sec \quad \therefore r^2 = \frac{16}{343.1} = 0.047$$

$$A = 0.04 \qquad \therefore X_p = \frac{A.r^2}{1 - r^2} = \frac{(0.04)(0.047)}{1 - (0.047)} = \frac{0.00187}{0.953} = 0.00196\ \ in$$

$$\therefore the\ \ absolute\ \ displacement(x_1) = X_p + A = 0.00196 + 0.04 = 0.0419\ \ in$$

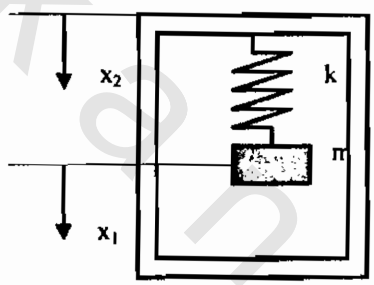
28-By measuring the vertical acceleration of the underground train (tupe) which has a vertical frequency of 18 rad/sec ,A special instrument as shown in fig.(4-44) is used for this purpose , which has a weight of W=0.7 ib and the stiffness coefficient 140 ib/in .the amplitude of the relative motion is 0.06 as has been recorded by this instrument. Find the maximum vertical amplitude for the underground train.

28-عند قياس العجلة الرأسية لمترو الانفاق الى حركتة ذات تردد رأسى 18 rad/sec باستخدام جـــهاز خاص بذلك كالمبين بالشكل (4-44)، حيث وزن كتلة الجهاز w = 7 lb ومعامل النابض لـــة 140 lb/in وسعة الحركة النسبية للكتلة 0.06 in كما سجلها الجهاز ، أوجد السعة واكـــبر عجلـــة وأســـية لمـــترو الانفاق.

الحل:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{140(386)}{7}} = 87{,}86 \ rad/\sec \ ,\because \omega = 18 \ rad/\sec \ ,r = \frac{18}{87.86} = 0.205$$

$$\therefore X_p = \frac{A.r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta.r)^2}} \ ,\because without \ damping \ \ \zeta = 0$$



الشكل (4-44)

$$\therefore X_p = \frac{A.r}{(1-r^2)} = \frac{A(0.042)}{1-(0.042)} = 0.06 \quad \therefore A = \frac{0.06[1-0.042]}{0.042} = 1.37 \ in$$

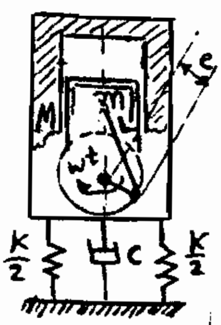
$$\therefore \max imum \ acceleration = A\omega^2 = 1.37(18)^2 = 443.4 \ in/\sec$$

تمارين الباب الرابع

1-منظومة ميكانيكية كالمبينة بالشكل (27-4) كتلتها 46 kg مركبة على نوابض وحوامد ، فـــاذا كـــان معامل النابض الكلى 12kn/m ومعامل الخمد الكلى 180 n.s/m وكانت المنظومة مستقرة فى البدايـــة (initially at rest) ثم اعطى للكتلة سرعة قدرها 150mm/sec اوجد (أ)-الازاحة والســـرعة للكتلــة كدالة فى الزمن (ب)-إزاحة وسرعة الكتلة بعد واحد ثانية. (ج)-اوجد الاستجابة لحركة المنظومـــة فى الحالة المستقرة والعابرة the steady -state response and the transient motion of the system اذا اثرت قوة إستثارة 30 sin(10t) نيوتن على الكتلة بالاضافة الى الظروف البدائية المعطاة

2-وحدة تبريد وزنها 30 kgf مثبتة على ثلاث نوابض معامل كل نابض (k) kgf/cm واذا كانت وحـــدة التبريد تعمل عند سرعة 580 rpm ، اوجد قيمة k ثابت النابض لكل نابض عندما تنتقل 10% من قـوة الاهتزاز الى موضع التركيب (موضع التثبيت).

3- منظومة تتكون من كتلة وزنها 80 kgf ونابض معاملة 60 kgf/cm ومعـــامل الخمــد $0.7\ kgf.cm^{-1}.sec$ وكانت المنظومة مستقرة فى البداية ، واذا اعطيت المنظومة سرعة مقدارها 8 cm/sec اوجـــد (أ)- إزاحة وسرعة الكتلة كدالة فى الزمن ، (ب)-اوجد إزاحة وسرعة الكتلة بعد واحد ثانيـة (ج)- إحسب الاستجابة العابرة والمستقرة للكتلة أذا اثرت على الكتلة قوىة استثارة يعبر عنها بالعلاقة 20 sin(18t)

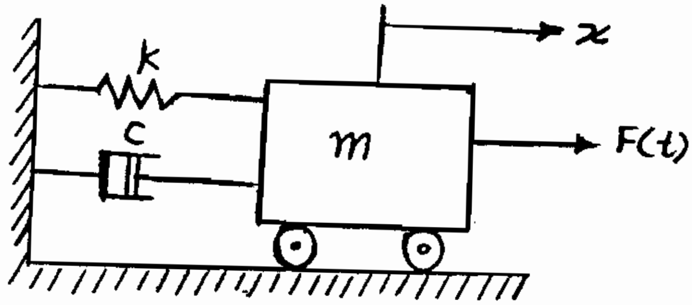


4- (أ)-المنظومة المبينة بالشكل (1)توضح محـــرك أحـــتراق داخلـــى والكتلة الكلية لة (M) وكتلة الاجـــزاء الدورانيـــة بـــالمحرك (m) والمسافة بين الكتلة الدورانية غير المتزنـــة ومركـــز الـــدوران (e) والمحرك مركب على نوابض معاملها الكلى(كزازتـــها الكليـــة) (k) وخامد معامل الخمد لة (c) . إستنتج معادلة الحركة للمنظومة واوجـد الازاحة من موضع الاتزان الاستاتيكى عند دوران المحرك بسرعة (ω) .

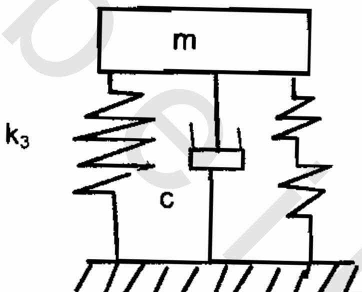
الشكل (1)

(ب)-ماكينة وزنها 68 kgf مركبة على نابض معاملة 800 kgf/cm وعامل الخمد لة 0.2 والكتلة التـــى تسبب الدوران غير المتزن هى كتلة المكبس ووزنة 3.4 kgf وطول المشوار لة 6.2 cm اعتـــبر ان حركة المكبس حركة توافقية بسيطة (s.h.m) ، وكان المحرك يعمل عند سرعة 2000 rpm ، اوجـــد (1) سعة الماكينة. (2)-الزاوية التى تؤثر بها قوة الاستثارة . (3)- المنقولية والقوة المنتقلة الـــى الوسط . (4)الزاوية التى تؤثر بها القوة المنتقلة مع قوة الاستثارة.

5-المنظومة المبينة بالشكل (2) تتكون من كتلة m ونـــابض معاملـــة k وخامدمعـــامل الخمـــد لـــة c والمنظومة تحت تأثير قوة فجائية f(t) كدالة فى الزمن(t) ، أوجد الحل الخاص xp والحـــل العـــام لمعادلة الحركة.



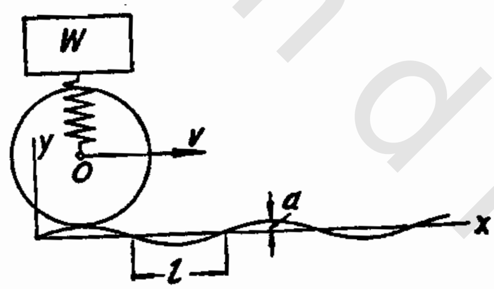
الشكل (2)



الشكل (3)

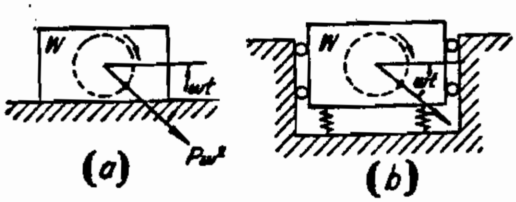
6-المنظومة المبينة بالشكل (3) تتكون من كتلة وزنها 16 kgf مركبة على حامد معامل 0.054 kgf.cm/sec وثلاث نوابـــض هى $k_1, k_2, k_3 = 9, 6, 4.4$ kgf/cm على الترتيب ، أوجد: (1)- معادلة الحركة ومعامل النابض المكافئ للمنظومة . (2)-قيمـة كل من معامل الخمد والتناقص اللوغارتمى والنسبة بيـــن اى سعتين متتاليتين.

7-A wheel is rolling along a wary surface with a constant horizontal speed(v), Fig (4) Determine the amplitude of the Forced vertical vibration of the Load (w) attached to the axle of the wheel by a spring if the static al deflection of the spring under the action of the Load (w) is Δ_{st} = 3.86 in, v =60 Ft/sec and the weavy surface is given by the equation y =a sin (πx/L) in which a = 1 in, and L= 36 in.



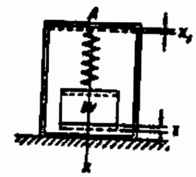
الشكل (4)

8-A machine of weight W = 1000 lb and making 1800 r. p. m. is supported by four helical springs Fig (5) made of steel of wire of diameter d = 0.5 in, the diameter corresponding to the center Line of the helix is D = 4 in and the number of Coil n =10. Determine the maximum Vertical disturbing al force transmitted to the foundation if the centrifugal force. Of unbalance for the angular speed equal to 1 radian per sec is F= 1 lb.



الشكل (5)

9-For measuring vertical vibrations of a foundation the instrument shown in fig (6) is used. What is the amplitude of these vibrations if their frequency is 1800 per minute, the hand of the dial fluctuates between readings giving deflections 0.1 in. and 0.12 in and the springs are chosen so that the statical deflection of the weight W is equal to 1 in.



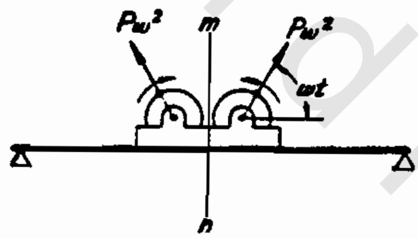
الشكل (6)

10-A device such as shown Fig (6) is used for measuring vertical acceleration of a cad of a Locomotive which makes, by moving up and down, 3 vertical osc. Per sec. The spring of the instrument is so rigid that the frequency of free vibrations of the weight W is 60 per sec. What is the maximum acceleration of the cab if the vibrations recorded by the instrument representing the relatie motion of the weight W with respect to the box have on amplitude A,= 0.o o 1 in ? What is the amplitude A of vibration of the cab?

11-A body vibrating with viscous damping makes 8 complete oscillations per sec. Determine $\zeta\omega_n$ if after an elapse of 8 seconds the amplitude of vibration is reduced to 0.9 of the imilial amplitude. Determine in what proportion the period of vibration decreases if damping is removed. Calculate the Logarithmic decrement.

12-Determine the general nature of the displacement – time curve for the motion of a spring suspended mass released with initial displacement x_o and without initial velocity, if the damping is greater than critical i.e $\zeta\omega_n > \omega_n$.

13-Determine the amplitude of forced vibrations produced by an oscillator, Fixed at the middle of a beam Fig (7) at a speed 580 r.p.m if F=0.5 lb, the weight concentrated at the middle of the beam is W=950 lb and produces statical deflection of the beam equal to $\Delta_s t$=0.015 in. Neglect the weight of the beam and assume that damping is equivalent to a Force acting at the middle of the beam, proportional to the velocity and equal to 90 lb at a velocity of 1.2 in per sec. Determine also the amplitude of forced vibration at resonance ($\omega=\omega_n$).



الشكل (7)

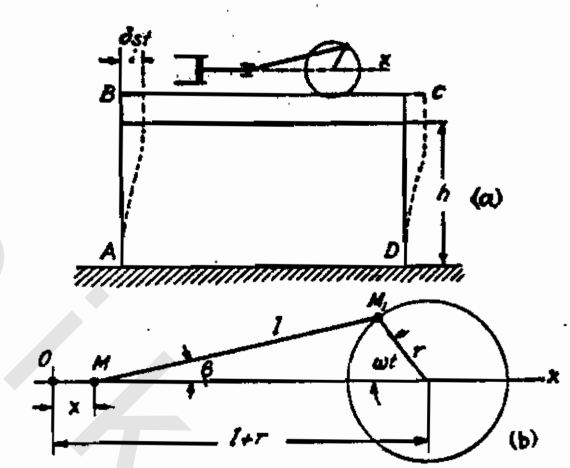
14-Investigate the effect of damping on the readings of the instrument at resonance shown in Fig (6),

15-The body in Fig (7) is displaced from the unstressed position by the amount X_0= 10in, with the tensile force in the spring at this displacement, equal to 4W= 8 ib, and then released without initial velocity. How long will the body vibrate and at what distance from the unstressed position will it stop if the coefficient of friction is 0.2?

16-Determine the coefficient of friction for the case shown in Fig (7) if a tensile force equal to W produces an elongation of the spring equal to 0.2 in and the initial amplitude X_0=20 in. is reduced to 0.8 of its value after 10 compete cycles

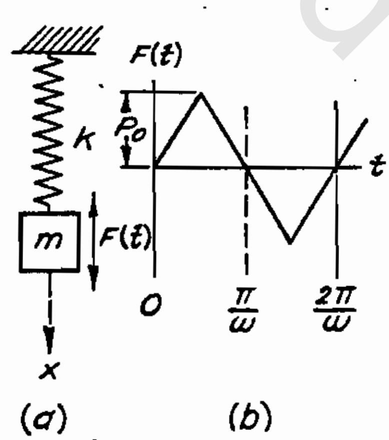
17-For the system shown in Fig (8) the following numerical data given:- Weight of piston Wp=7.00 lb, weight of connecting rod, W_c =3.00 lb.

$Mg = W_p + 0.33\ W_c = 6.00$ lb.
$M_1g = 0.75W_c = 2.00$ lb.
Total weight of engine and platform, W=500 lb.
r.p.m of engine 600 r.p.m, crank radius r=8 in length of connecting rod L=24 in, flexural rigidity of each column $E.I = 22.35\times 10^6$ lb in length of each column, h =3 ft. Neglecting damping, find the maximum horizontal displacement of the platform during steady – state forced vibrations of the system. Assume that the crankshaft and flywheels are perfectly balanced.



الشكل (8)

18-The system shown in Fig (9-a) is subjected to a vertical disturbing force F (t) which varies with time according to the diagram shown in Fig (9-b). Neglecting damping, find the steady state forced vibrations X= F (t) that will be produced if the mass m and the spring constant **K** are such that $(\omega/\omega_n)=0.9$.



الشكل (9)

19-An electric motor has a mass of 12Kg and is set on four identical springs, each with a spring modulus of 1.8 N/mm. The radius of gyrating of the motor assembly about the shaft as is 120mm. If the running speed of the motor is 1850 r.p.m, determine the transmission ratio for vertical vibration and torsional vibration.

20-A steel frame supports a turbine – driven exhaust fan. At a speed 550 r.p.m, the horizontal amplitude of motion is 5mm, measured at to floor level of the fan. At a speed of 650 r.p.m, the amplitude is 14mm. No resonant condition is observed in changing speed from 550 rpm. To 650 rpm. To decrease the intolerable vibration, it is proposed to add slab of concrete beneath the turbine. What would be the effect of the added mass Estimate the amplitude of motion at 550 r.p.m, if this slab doubles the effective mass of the structure. What happens at 650 r.p.m?

21-A trailer is supported on a single axle and a pair of leaf springs. Dry friction between the spring leaves replaces a hydraulic shock absorber. When the trailer is fully loaded and then carefully emptied, the height of the trailer bed is measured to be 0.625m form level ground. When the empty trailer is jacked up, so that all load is removed from the spring and axle, and then the trailer is carefully lowered, the trailer bed h is 0.645m. Estimate the number of cycles of damped free vibration the trailer will experience, if it is depressed 3.5 in and released rest. What will be the rest position of the trailer bed?

22-A small motor driven paint compressor set has a mass of 30Kg and causes each of the four rubber isolators on which it is mounted to deflect 6mm. The motor runs at a constant speed of 2000 r.p.m. The compressor piston has a 60mm, stroke. The piston and reciprocating parts have a mass of 0.7 Kg, and for the purposes of this problem. The reciprocating motion of the piston can be assumed to be simple harmonic. Determine the amplitude of vertical motion at the operating speed. Assume the damping paclon for rubber to z- 0.15.

23-A spring – mounted body moves with velocity v along an undulating surface, as show in Fig (10). The body has a mass m and is connected to the wheel by a spring of stiffness K, and a viscous damper whose damping coefficient is c. The undulating surface has a wavelength L and an amplitude h. Derive an expression for the ratio of amplitudes of the absolute vertical displacement of the body to the surface undulations.

24-The vibration on the floor of a laboratory is found to be simple harmonic motion at a frequency in the range 20-65 Hz, (depending on the speed of some nearby reciprocating plant). It is desired to install in the laboratory a sensitive instrument which requires insulating from the floor vibration. The instrument is to be mounted on a small platform which is supported by three similar springs resting or the floor, arranged to carry equal loads, the motion is restrained to occur in a vertical direction only. The combined mass of the instrument and the platform is 45 Kg. The mass of the springs can be neglected and the equivalent viscous damping ratio of the suspension is 0.25. Calculate the maximum value for the spring stiffness, if the amplitude of the transmitted vibration is to be less than 10% of that of the floor vibration over the given frequency range.

25-A machine of mass 580 Kg produces a vertical disturbing force which oscillates sinusoidally at a frequency of 30 Hz. The force transmitted to the floor is to have an amplitude, at this frequency, not more than 0.3 times that of the disturbing force in the machine, and the static deflection of the machine on its mo[illegible]ng is to be as small as possible consistent with this. For this purpose, rubber mountings are to be used, which are available as units, each of which has a stiffness of 400 KN/m and a damping coefficient of 2420 N.s/m. How many of these units are needed?