

## الباب الخامس

### الاحتكاك

- 1.5 مقدمة
- 2.5 قوى الاحتكاك
- 3.5 الظواهر الاحتكاكية
- 4.5 ميكانيكية الاحتكاك
- 5.5 أنواع الاحتكاك
- 6.5 قوانين ومعامل الاحتكاك
- 7.5 زاوية الاحتكاك
- 8.5 المسائل المتعلقة بتأثير قوى الاحتكاك
- 9.5 تطبيقات عامة.

obeyikandi.com

هل ساء حظك وأنت تسير في مره ما لتقع قدمك على مادة لزجة بالتواطؤ مع قوة الجاذبية الارضية في سقوطك على الارض، وهل سألت نفسك كم مره وأنت في طريقك في يوم شتاء اضطررت، تحت وطأة البرد القارس أن تحك يديك بعضهما ببعض لتخفف من شدة هذا البرد؛ ولماذا يعتبر ظهور الضوء الاحمر الخاص بمعدل زيت المحرك في السيارة نذير شوم لا يستهان بعواقبه؛ كما أن أنزلاق أجزاء الآلات والمكائن مختلفة التصنيع والجمادات بعضها على بعض يؤدي الى فقدان الطاقة وتحويلها الى طاقة حرارية عرضية، فضلاً عن توليد الحرارة، كما أن تلامس بين هذه الاجزاء سوف يؤدي الى سوفانها ثم الى تلفها.

كل هذه الاشياء وكثير غيرها تسببها ظاهرة ميكانيكية واحدة تعرف بظاهرة الاحتكاك (Friction).

يعتبر الاحتكاك ظاهرة ميكانيكية معقدة تخفي الكثير من اسرارها، الا أنه نتيجة للملاحظات والدراسات العلمية والمعملية المكثفة، اصبحنا نعرف الكثير عنها وسنحاول القاء الضوء عليها من ناحية فيزيائية بحتة.

من النواحي الايجابية لهذه الظاهرة تعتبر قوى الاحتكاك (Frictional Forces) هي المسؤولة عن قدرتنا على المشي لأن المشي يعتمد على الاحتكاك بين الحذاء والارض ولولا الاحتكاك لتعذر المشي، كما وتعتبر المسؤولة عن دوران اطارات السيارات، وتلعب دوراً مهماً في عمل أجهزة مختلفة مثل الكوابح (Brakes) وأحزمة التسيير (وسيلة النقل بالسيير) (Belt drives)، والقوابض (Clutches) والاوتاد الاسافين (Wedges)، إذ أن هذه الاجهزة بدون الاحتكاك لا يمكن أن تؤدي وظائفها وخدماتها.

أن قوى الاحتكاك موجودة دائماً في الطبيعة وبنسب متفاوتة، وعلى الرغم من فوائد الاحتكاك المذكورة فإننا نسمي للتقليل من تأثيره في كثير من الاماكن والآلات مثل، لولب الطاقة (Power screws) والمساند بانواعها (Bearings) وناقلات الحركة (Gears) وكذلك دفع الطائرات والصواريخ خلال الفضاء.

لفهم ظاهرة الاحتكاك علينا أن ندرس التركيب الدقيق للمادة على مستوى الجزيء والذرة وذلك لمعرفة كيفية حدوث الاحتكاك لذلك يجب علينا أن نركز قليلاً على الخوص الجزيئية والذرية للسطوح.

كما هو معروف الآن أن قوى الرابطة الجزيئية بين الجزيئات المكونة للسطوح سواء على هيئة شوائب واكاسيد ومواد تشحيم أو المواد الاصلية المكونة لمادة السطوح، هي المسؤولة عن ظاهرة الاحتكاك، فلو كانت لنا القدرة على فحص سطح معين بدقة متناهية لوجدناه عبارة عن هضاب ووديان جزيئية، وعندما تقترب هذه الجزيئات من بعضها بدرجة كافية نجد أن القوى الجزيئية تربطها ببعضها.

في عملية الحركة نجد أن هذه الهضاب تتفكك والجزيئات المكونة لها عن بعضها مسببه في تذبذب هذه الجزيئات عند السطوح المتلامسة، ونتيجة لتلك الحركة الذبذبية يتم إطلاق قدر من الطاقة في شكل حرارة يسبب في ارتفاع درجة الحرارة السطوح، كما يتم إطلاق هذه الطاقة في شكل أصوات في بعض الحالات كالالات وأثناء قيادة السيارات بسرعة أولية عالية.

ومعروف أن إضافة الشوائب بين السطوح كزيوت للتشحيم تقلل من قوة الاحتكاك وتطيل عمر الات حيث أنه لو تم صقل أو تلميع سطحين من نفس المادة وتم الصاقهما ببعض، فإن قوة الاحتكاك تزيد الاضعاف المضاعفة عن مقدارها عندما تكون هناك شوائب بين نفس السطحين، ويفسر ذلك على اعتبار أن الجزيئات والذرات على السطوح ليس لها القدرة على التمييز فيما اذا كانت تتبع السطح العلوي أو السفلي نظراً لتشابه طبيعة الجزيئات.

كل ما سبق كان توضيح لنشوء ظاهرة الاحتكاك من ناحيو فيزيائية بحتة الا اننا سنعامل الاحتكاك كقوة (Force) أسوة بغيره من القوى دون أن نخوض في تفاصيل طبيعه هذه القوه أو الكيفية التي تنتج بها، حيث أن هذا يخرج عن هدف هذا الباب.

## 2.5 قوى الاحتكاك (Frictional Forces)

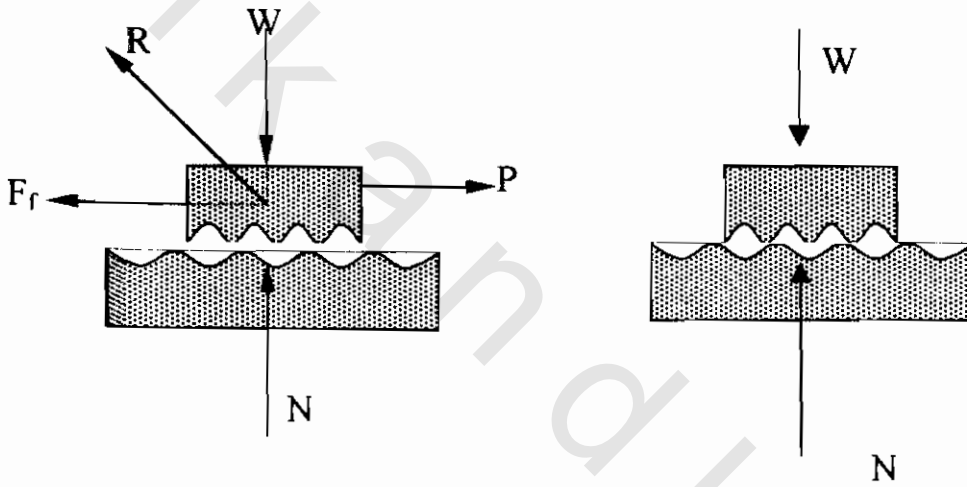
أن عدم وجود سطح تام النعومة من حيث الملمس في الوقت الحاضر معروف، وكما أشرت سابقاً اذا تعذر اكتشاف ذلك عن طريق المس العادي وبالعين المجردة فإنه يمكن مشاهدة خشونه وعدم انتظام هذا السطح عن طريق المجهر.

في الابواب السابقة فرض أن تأثير الفعل ورد الفعل بين السطوح المتلامسة يكون عمودياً على السطوح المتماسمة الملساء وتكون انضغاطاً كما في الشكل (a.1.5).

لكن في الحياة العملية لا يكون سطح التلامس أملس لذلك فإن رد الفعل ( $N$ ) لا يكون عمودياً على سطح التلامس، وهذا يعني أنه في حالة تسليط قوة ما على جسم ؛ وكان الجسم في حالة سكون فسيكون لرد الفعل السطح الخشن مركبتان:

المركبة العمودية ( $N$ ) على السطح التماس ، أتجاهها الى أعلى وتساوي وزن الجسم  $W$  والمركبة المماسية الأفقية لسطح التماس وهي قوة الاحتكاك ويرمز لها بالرمز ( $F_f$ ) - هدفها اعاقه الحركة- أي أن أتجاهها و دائماً في الاتجاه المعاكس للحركة النسبية بين السطحين سواء كان الجسم ساكناً أو متحركاً، شكل (b.1.4)، وتساوي القوة المسلطة ( $P$ ) في المقدار، أما المركبة رد الفعل العمودية فتكون ثابتة في المقدار دائماً.

وتظل تخطيطات الجسم الحر (F.B.D) في المسائل التي تتعرض للاحتكاك مثل ما هي في المسائل التي يفترض فيها أن سطح التلامس أملس مع مراعاة إضافة قوة الاحتكاك.



شكل (1.5) مركبات الفعل وقوة الاحتكاك

### 3.5 الظواهر الاحتكاكية (Frictional Phenomena)

في علم الميكانيكا يمكن ملاحظة عدة أنواع مختلفة للظواهر الاحتكاكية وسوف نقوم بعرضها باختصار وهي:

#### 1- الاحتكاك الجاف (Dry Friction)

وهذا النوع من الاحتكاك يسمى احتكاك كولومب (Coulomb) حيث تم استنتاجه من التجارب العملية التي قام بها العالم الفرنسي كولومب عام 1781. ويظهر هذا الاحتكاك عند تلامس سطحين غير مزيّتين وهما في حالة حركة نسبية أو ميل للحركة. وعليه تظهر قوة الاحتكاك متتامة مع سطح التلامس خلال الفترة قبل أن تكون الحركة النسبية وشيكه الحدوث وكذلك عند حدوث الحركة. ويكون اتجاه قوة الاحتكاك معاكساً دائماً لاتجاه الحركة.

#### 2- الاحتكاك المائع (Fluid Friction)

ينشأ الاحتكاك المائع عند تدفق طبقات متجاورة من السائل بسرعة مختلفة، حيث يؤدي هذا الى حدوث قوى احتكاك بين أجزاء السائل، وتعتمد قوة الاحتكاك هذه على السرعة النسبية بين الطبقات. ويجب الإشارة هنا أن قوة الاحتكاك في السوائل لا تعتمد على السرعة النسبية بين الطبقات، ولكنها تعتمد أيضاً على لزوجة السائل التي تؤثر مقاومتها الى تأثير الاحتكاك بين الطبقات المتجاورة.

#### 3- الاحتكاك الداخلي (Internal Friction)

ينشأ الاحتكاك الداخلي في كل المواد الصلبة المعروفة المعرضة للتحميل الدوري. ففي المواد عالية المرونة يحدث تشوه، وبعبارة أخرى فإن المواد ذات المرونة القليلة والتي تتعرض الى تشوهات (Deformation) لدنه خلال التحميل تؤدي الى حصول احتكاك داخلي كبير يصاحب هذا التشوه.

#### 4-احتكاك التدرج (Rolling Friction)

احتكاك التدرج هو المقاومة الناتجة عن تدرج أي شئ دائري مثل الاعمدة والعجلات وما شابه ذلك.

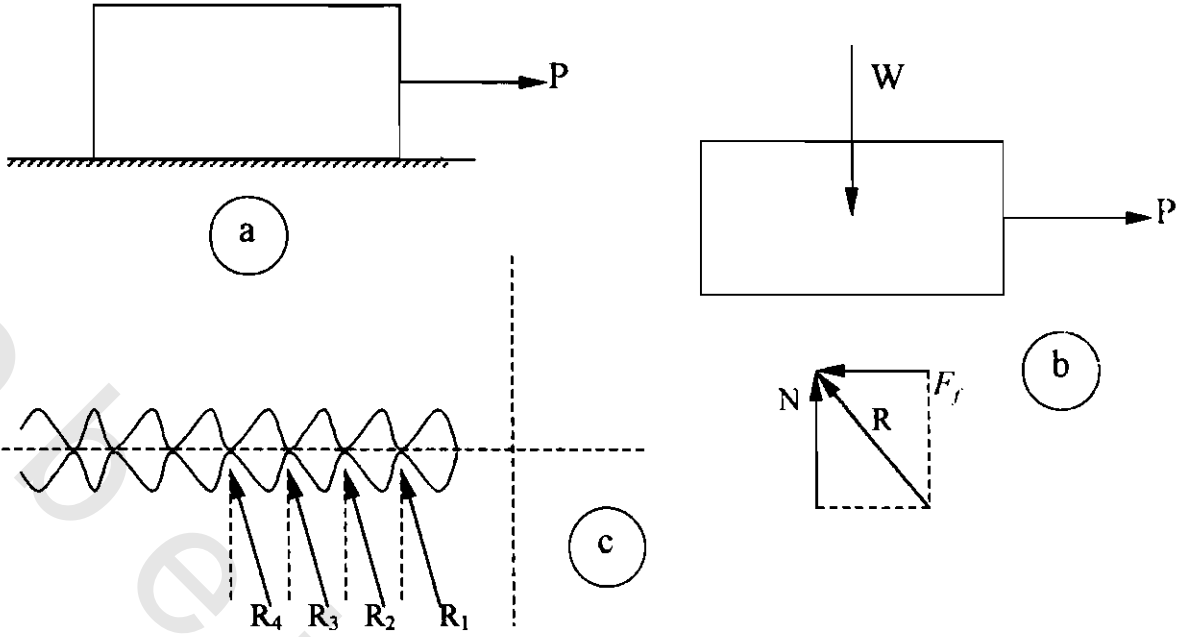
#### 4.5 ميكانيكية الاحتكاك

سوف نقوم في هذا الباب بوصف آثار الاحتكاك الجاف المؤثر على الاجزاء الخارجية للاجسام الصلبة فقط وسنبين ميكانيكية الاحتكاك بالاعتماد على الملاحظة والتجربة. يمكن شرح آلية الاحتكاك الجاف بتفصيل بواسطة الاستعانة بالتجربة البسيطة التالية:

لنأخذ جسماً معيناً وزنه ( $W$ ) موضوعاً على مستوى أفقي كما في الشكل (a.2.5). في هذه التجربة نقوم بالتأثير على الجسم بقوة ( $P$ ) تتغير بشكل مستمر من الصفر الى قيمة كافية لتعطي الجسم سرعة مملوسة؛ على إعتبار أن السطوح المتلامسة تملك قدراً معيناً من الخشونة كما أشرنا سابقاً. يبين الشكل (b.2.5) الرسم البياني لمخطط الجسم الحر (F.B.D) للجسم ( $W$ ) عند أي مقدار للقوة المؤثرة ( $P$ ) وقوة الاحتكاك المماسية ( $F_f$ ) المبذولة بالمستوى الأفقي على الجسم  $W$ ، وتكون قوة الاحتكاك دائماً في اتجاه يعاكس اتجاه حركة الجسم، وهناك أيضاً قوة عمودية ( $N$ ) والتي تساوي في هذه الحالة وزن الجسم  $W$ ، وعليه تكون القوة الكلية ( $R$ ) والتي يؤثر بها السطح المستوي على الجسم (رد فعل) هي محصلة القوتين  $N$  ,  $F$ .

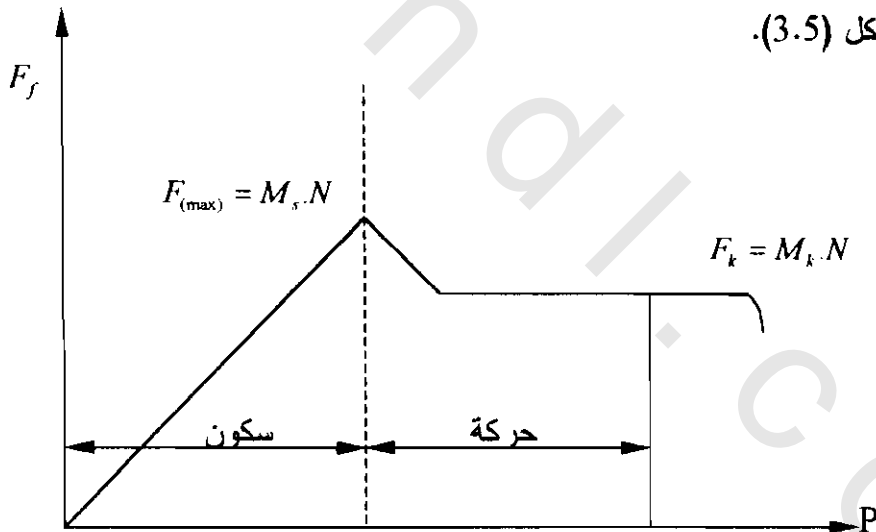
أن الشكل (c.2.5) يساعد على رؤية ومعرفة التأثير الميكانيكي للاحتكاك حيث يبين منظرًا مكبراً لعدم انتظام السطوح المتلامسة (المتزاوجة)، وواضح أيضاً تكون اسناداً منقطعاً (تقابل الدعائم الساندة) وينشأ عند الاماكن المتحدبة المتزاوجة (mateing Humps).

يتوقف اتجاه كل رد فعل على الجسم  $R_1$  ,  $R_2$  ,  $R_3$ ... الخ ليس فقط على شكل الجانبيية الهندسي لعدم انتظام، بل أيضاً على مدى التشوه الموضعي (Local Deformation)، وعندما تكون السطوح في حركة نسبية فإن التلامسات تكون على طول قمم الرؤوس، وتكون المركبات المماسية للقوى  $R$  أصغر منها عندما تكون السطوح ساكنة بالنسبة لبعضها البعض ويساعد هذا الاعتبار كثيراً على شرح الحقيقة المعروفة والتي تنص على أن «القوة  $F$  اللازمة لحفظ الحركة تكون أقل من المطلوبة لبدء حركة الجسم عندما يكون عدم الانتظام في حالة تعشيق.



الشكل (2.5)

ولنفرض الآن انه من خلال أبحاثنا للتجربة سنحصل على قيم القوة الاحتكاك ( $F_f$ ) كدالة للقوة ( $P$ ) أي أن قوة الاحتكاك تتغير بزيادة قيمة القوة الخارجية الأفقية المسلطة على الجسم، من ثم بناءً على هذه القيم ثم رسم العلاقة التي تربط بينهما كما هو موضح على الرسم البياني في الشكل (3.5).



الشكل (3.5)

وبدراسة وتحليل هذا الرسم البياني (المنحنى) نحصل على النتائج التالية:



1. عندما تكون القوة (P) مساوية للصفر، فإن قوة الاحتكاك ( $F_r$ ) تكون حسب قوانين الاتزان مساوية للصفر كذلك.

2. عندما تزداد قيمة القوة (P) فإن قوة الاحتكاك يجب أن تكون مساوية للقوة (P) ومعاكسة لها بالاتجاه طالما ليس هناك حركة نسبية بين الجسم والسطح المستوي. وخلال هذه الفترة يكون الجسم في حالة توازن. ويعتمد على معادلات وشروط الاتزان في تحليل القوى المؤثرة كافة.

3. عند الوصول بقيمة (P) الى القوة التي تؤدي بالجسم الى بدء بالحركة واتجاهها نجد أن قيمة قوة الاحتكاك تنخفض قليلاً وبصورة فجائية الى قيمة أقل وتبقى ثابتة الى برهة من الزمن لتستمر بالانخفاض مع زيادة السرعة.

في مسائل الميكانيكا لا توجه اهتمامنا الا الى حالتين هما: أما الاهتمام بمعرفة الشروط التي عندها يكون الجسم على وشك الحركة، أو الاهتمام بحالة الجسم وبناء على ذلك يؤخذ في عين الاعتبار أما أقصى قيمة للاحتكاك قبل بدء حركة الجسم مباشرة أو القيمة الثابتة لقوة الاحتكاك باختلاف السطوح المتلامسة مع ثبات الشروط الاخرى المحيطة وعموماً فإن قوة الاحتكاك تتناسب تناسباً طردياً مع القوة العمودية على سطوح التماس.

ويمكن التعبير عنها رياضياً باستخدام المعادلات التالية:

$$F_{f(s)} = \mu_s \cdot N \dots\dots\dots(1.5)$$

$$F_{f(k)} = \mu_k \cdot N \dots\dots\dots(1.5)$$

حيث أن:-

$\mu_s$  = معامل الاحتكاك الاستاتيكي حتى اللحظة التي يكون عندها الجسم على وشك الحركة.

$\mu_k$  = معامل الاحتكاك الحركي بعد استمرار الجسم في حركته.

وهكذا من خلال هذا التحليل لمنحنى نتائج هذه التجربة البسيطة استطعنا توضيح بصورة كافية ميكانيكية قوى الاحتكاك وتأثيراتها.

## 5.5 أنواع الاحتكاك

هناك نوعان من الاحتكاك هما:

1. الاحتكاك الاستاتيكي (Static Friction) ويحدث عندما لا تكون هناك حركة نسبية بين الجسمين المتلامسين، أو عندما يتحركان كجسم واحد، وسميت المقاومة الناشئة عن القوة المسلطة بالاحتكاك الاستاتيكي (السكوني)  $(F_s)$ .

2. الاحتكاك الديناميكي (Dynamic Friction) ويحدث هذا النوع من الاحتكاك عندما يتحرك جسم على آخر وسميت المقاومة بين الجسمين والتماسه لسطح التلامس بالاحتكاك الحركي  $(F_k)$ . وتكون قوة الاحتكاك الديناميكي أقل من أقصى قوة للاحتكاك الاستاتيكي لأي زوج من السطوح التي تؤثر عليها نفس القوة العمودية.

وقد أثبتت التجارب العملية والنظرية المتعددة أنه من الصعب الحصول على معلومات يعتمد عليها لأي من قوة الاحتكاك الديناميكي، أو أقصى احتكاك استاتيكي بين جسمين من معدنين مختلفين، وذلك لأن أي تغير طفيف في تماس السطوح سوف يؤثر على قوة الاحتكاك الناتجة، لذا من النادر ما يحصل الباحثون على نتائج متشابهة لنفس المادة، وذلك نتيجة لوجود التماس وعلى العموم كما أشرنا سابقاً على أن أقصى احتكاك استاتيكي يكون أكبر من الاحتكاك الديناميكي لأي زوج من السطوح المتماسه في ثبات مقدار القوة العمودية.

## 6.5 قوانين ومعامل الاحتكاك

أن قوانين الاحتكاك الجاف تعزى كما أشرنا سابقاً الى التجارب الكثيرة التي أجراها كولومب عام 1781 وأيده فيها فيما بعد مورين بتجاربه عام 1831. وقد أدت النتائج هذه الى استنتاج قوانين الاحتكاك للسطوح الجافة وهي كما يلي:

1. تتناسب قوة الاحتكاك النهائي مع القوة العمودية لرد الفعل،  $(F \propto N)$

وأن عامل التناسب يعرف بمعامل الاحتكاك (Coefficient of Friction) حيث يعتمد هذا المعامل على طبيعة الاحتكاك، ففي حالة الاحتكاك الساكن يرمز له بالرمز  $(\mu_s)$ ، وبينما في حالة الاحتكاك الحركي يرمز له بالرمز  $(\mu_k)$  كما أشرنا سابقاً.

وقد أثبتت التجارب والابحاث أنه في الغالبية المطلقة من الحالات نجد أن:

$$\mu_s > \mu_k \dots\dots\dots (3.5)$$

وفي حالة الاحتكاك الساكن وجد أن قوة الاحتكاك تعطى بالعلاقة التالية:

$$F_s \leq \mu_s \cdot N \dots\dots\dots (4.5)$$

ويحدث التساوي أي أن

$$F_s = \mu_s \cdot N \dots\dots\dots (5.5)$$

عندما يكون الجسم على وشك الحركة أي في اللحظة التي تسبق الحركة مباشرة.

بعد ذلك يتحول السكون إلى حالة حركة ومعامل الاحتكاك الساكن ( $\mu_s$ ) إلى حركي

( $\mu_k$ ) ويقل مقدار الاحتكاك.

في حالة الحركة وجد أن العلاقة التي تربط بين رد الفعل  $N$  وقوة الاحتكاك تعطى كما

يلي:

$$F_k = \mu_k \cdot N \dots\dots\dots (6.5)$$

2. لا تعتمد قوة الاحتكاك الديناميكي ( $\mu_k$ ) على خشونة السطوح المتلامسه، ولا على

مساحتها، ولا على الحركة النسبية بين السطوح، والواقع أثبت أن ( $\mu_k$ ) أكبر للسطح الناعم

منه للسطح الخشن.

3. الحد الأقصى لقوى الاحتكاك الاستاتيكي يفوق قوى الاحتكاك الديناميكي.

ونتيجة لتراكم التجارب والدراسات والابحاث العملية في هذا المجال فقد أدخلت

الاضافات والتعديلات إلى قوانين الاحتكاك وهي كما يأتي:

1. بالنسبة للقوى العمودية الصغيرة جداً والقوى العمودية الكبيرة جداً والتي تؤدي إلى تولد

تشوهات كبيرة فإن معامل الاحتكاك الاستاتيكي يزداد نوعاً ما.

2. لا يتأثر معامل الاحتكاك بالتغيرات العادية لدرجات الحركة.

3. في حالة السرعة النسبية البطيئة جداً وجد أن معامل الاحتكاك الديناميكي ( $\mu_k$ ) يزداد

وظاهرياً يصبح مساوياً لمعامل الاحتكاك الاستاتيكي ( $\mu_s$ ).

4. في السرعة العالية جداً يقل معامل الاحتكاك الحركي تشكل ملحوظ.

أن قوانين الاحتكاك المذكورة وضعت اعتماداً على التجارب والبراهين العملية على الطبيعة، حيث بذلت جهود كبيرة للتوصل إلى توضيح نظري دقيق للتغيرات التي تحصل في قوى الاحتكاك عندما تكون الحركة على وشك الحدوث، أو عندما تنشأ حركة نسبية ولكن لم تتجج أي من هذه الجهود. وفي الوقت الحاضر تعد القوانين التي ذكرت معتمدة وصحيحة حيث فرض أنها تتحقق في حدود دقة القياسات.

أن الطريق الوحيد لأفضل وسيلة لاختيار معامل الاحتكاك لأي وضع مطلوب هو القيام بالتجارب العملية مع معرفة كل الظروف المحيطة بالسطح بقدر الامكان من حيث المعادن، والضغط، والعوامل الأخرى التي تنشأ في الآلة أو الماكينة أو أي تركيبه نحن بصددنا. يكون معامل الاحتكاك الاستاتيكي مساوياً للصفر إذا كان السطحان المتلامسان أملسين تماماً. وقد وجد أن معامل الاحتكاك بين جسمين من الصلب بحدود (0,78) للسطوح النظيفة، وبواسطة التجارب العملية التي أجراها كامبل أمكن الحصول على قيم لمعاملات الاحتكاك الاستاتيكي لسطوح التماس الجافة ولمعادن مختلفة مبينة في جدول أدنا حيث يمكن الاستفادة منها عند الحاجة.

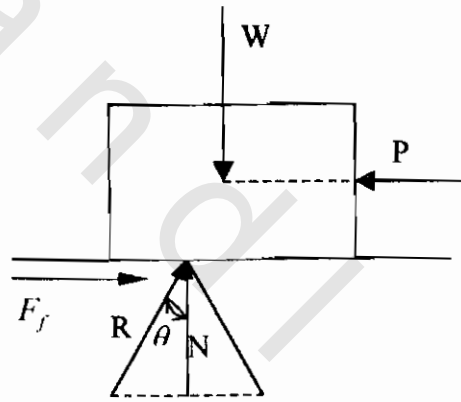
- جدول (1.5) القيم التقريبية لمعامل الاحتكاك الاستاتيكي ( $\mu_s$ ) للسطوح الجافة

السطحين المتلامسين	القيم التقريبية لمعامل الاحتكاك
خشب على خشب	0,25-0,50
فولاذ على فولاذ	0,40-0,70
معادن على معادن	0,15-0,60
خشب على معادن	0,20-0,60
معادن على حجر	0,30-0,70
معادن على جلد	0,30-0,60
مطاط على خرسانة	0,60-0,90
مطاط على ثلج	0,20-0,05
حديد صلب على حديد صلب	0,30-0,40

كما أشرنا سابقاً أنه إذا كانت هناك حركة نسبية بين السطحين المتلامسين سمي معامل الاحتكاك بمعامل الاحتكاك الحركي أو الديناميكي ( $\mu_k$ ) (Dynamic coefficient of Friction) وقد وجد بالتجربة أن ( $\mu_k$ ) يقل عن مقدار الربع عن ( $\mu_s$ ) أي مساوياً تقريباً ثلاثة أرباع عامل الاحتكاك الاستاتيكي ( $\mu_s$ ).

### 7.5 زاوية الاحتكاك (Angle of Friction)

الشكل (a.4.5) يوضح جسماً على وشك الحركة في اتجاه اليسار تحت تأثير القوة ( $P$ ) المسلطة عليه، وفي هذه الحالة يكون الاحتكاك نهائياً وثابتاً، ومنه يكون الجسم واقعاً تحت تأثير ثلاث قوى هي: وزنه ( $W$ )، والقوة المسلطة ( $P$ )، ورد الفعل الذي يصنع مع الاتجاه العمودي على سطح التلامس زاوية مقدارها ( $\theta$ ) وتعرف هذه الزاوية بزاوية الاحتكاك (Angle of Friction).



الشكل (4.5) توضيح زاوية الاحتكاك

نلاحظ من الشكل أن المركبة الأفقية للمحصلة هي:

$$R_x = R \cos \theta = N \quad \dots \dots \dots (6.6)$$

وأن المركبة الرأسية هي:

$$R_y = R \sin \theta = F_f \quad \dots \dots \dots (7.6)$$

وأن اتجاهها هو

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{F_f}{N} \quad \dots \dots \dots (8.6)$$

عندما تصل قيمة الاحتكاك الى قيمتها العظمى أي  $F_{f(max)}$  فإن الزاوية تصل الى أقصى قيمة لها  $(\phi_s)$  وهكذا فإن:-

$$\tan \phi_s = \mu_s \dots\dots\dots(9.6)$$

وعند حدوث أنزلاق فإن الزاوية ستحمل القيمة  $(\phi_k)$  المناسبة لقوة الاحتكاك الحركي وبهذا تكون:

$$\tan \phi_k = \mu_k \dots\dots\dots(10.6)$$

وعند أختصار المعادلتين السابقتين نحصل على:

$$\tan \phi = \mu \dots\dots\dots(11.6)$$

حيث أن  $(\phi_s)$  تمثل زاوية الاحتكاك السكوني (الاستاتيكي) وتمثل  $(\phi_k)$  زاوية الاحتكاك الحركي وأن الزاوية في الحالتين تمثل نهاية موقع رد الفعل (R) بين السطحين المتلامسين.

وعندما تكون الحركة على وشك الحدوث فإن (R) يجب أن تكون مولداً لمخروط دائري قائم زاوية راسه تساوي  $(2\phi_s)$  كما هو مبين في الشكل (b.4.5) ويسمى هذا المخروط بمخروط الاحتكاك السكوني (الاستاتيكي)، وعندما لاتكون السطوح في حالة شروع بالانزلاق فإن المحصلة (R) ستقع داخل المخروط.

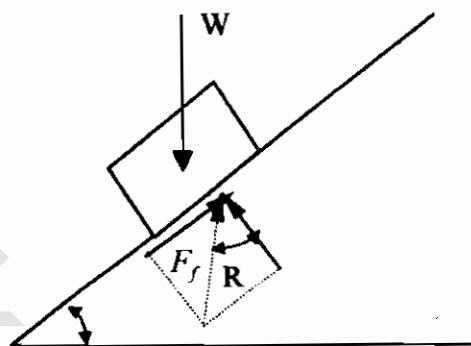
أن مخروط الاحتكاك السكوني (الاستاتيكي) يمثل المحل الهندسي لكافة المواقع المحتملة لرد الفعل (R) في حالة البدء بالانزلاق حيث أن القوة (P) في الشكل (a.4.5) قد تدور في مستوى أفقي دورة كاملة، وبذا يتغير موقع المحصلة (R) بشكل دوراني على سطح المخروط يدعى بمخروط الاحتكاك الحركي.

ويمكن الحصول على زاوية الاحتكاك عن طريق إجراء تجربة بسيطة وذلك بوضع جسم وزنه (W) على سطح مستو مائل خشن يمكن تغير زاوية ميله ( ) بالتدريج حيث نبدأ من الصفر الى قيمة التي يكون فيها هذا الجسم على وشك الانزلاق الى الاسفل.

أن الشكل (5.5) يوضح تلك التجربة وللحصول على التوازن يجب أن يكون وزن الجسم (W) مساوياً لرد الفعل (R). ومن الشكل واضح أن زاوية الميلان ( ) عندما يكون الجسم على وشك الانزلاق أسفل السطح المستوي مساوية لزاوية الاحتكاك (φ) والتي يمكن إيجادها من معادلات التوازن

$$N = W \cos \theta \quad , \quad F = F_f = W \sin \theta$$

$$\tan \theta = \frac{F_f}{N} = \mu \dots\dots\dots(12.6)$$



الشكل (5.5)

### 8.5 المسائل المتعلقة بتأثير قوى الاحتكاك.

هناك ثلاثة أنواع مميزة من المسائل المضمنة لقوى الاحتكاك.

1. النوع الأول وهو المسألة الذي يتوفر فيها شرط الحركة الوشيكية، وهنا يكون الجسم المتزن على وشك الانزلاق وتكون قوة الاحتكاك مساوية للحد الأقصى و  $F_{s(max)} = \mu_s \cdot N$  ويمكن في هذه الحالة تطبيق معادلات الاتزان.

2. النوع الثاني والذي لا تشترط فيه الحركة الوشيكية وعندها من المحتمل أن تكون قوة الاحتكاك أقل من القيمة ( $F = \mu \cdot N$ ) وعندها لا يمكن معرفة قوة الاحتكاك الا من خلال معادلات الاتزان. وفي مثل هذه المسائل يكون عادة المطلوب هو: هل قوة الاحتكاك كافية للمحافظة على جسم ما في حالة أتران أم لا. ومن أجل حل مثل هذه المسألة فإننا نفرض مبدئياً حدوث حالة الاتزان وبواسطة معادلات الاتزان نجد قيمة قوة الاحتكاك ( $F_f$ ) التي

تحقق مثل هذا الشرط وبعد ذلك نقوم بمقارنة هذه القيمة بقيمة الاحتكاك العظمى ( $F_{f(max)}$ ) المحسوبة من المعادلة التالية:

$$F_s = \mu_s N \dots\dots\dots(13.6)$$

فاذا كانت قيمة ( $F_f$ ) أقل من القيمة العظمى فإننا نقول أن الجسم سيكون في حالة الاستقرار أي أن:-

$$F_f < F_{s(max)}$$

أذا هناك أتران لهذا الجسم. أما إذا كانت قيمة القوة ( $F_f$ ) أكبر من القيمة العظمى أي أن

$$F_f > F_{s(max)}$$

فذلك يعني أن السطوح المعينة بالمسألة لا يمكن أن تعطي ذلك القدر من قوة الاحتكاك اذا الجسم يبدأ بالحركة ويكون عند ذلك الاحتكاك ديناميكياً.

3. في النوع الثالث تكون الحركة معطاة ضمن المسألة أي أن هناك حركة نسبية بين السطوح المتلامسة وعندها قوة الاحتكاك أيجادها كما يلي:

$$F_k = \mu_k N \dots\dots\dots(14.6)$$

## 9.5 تطبيقات علمه

### مثال (1.5)

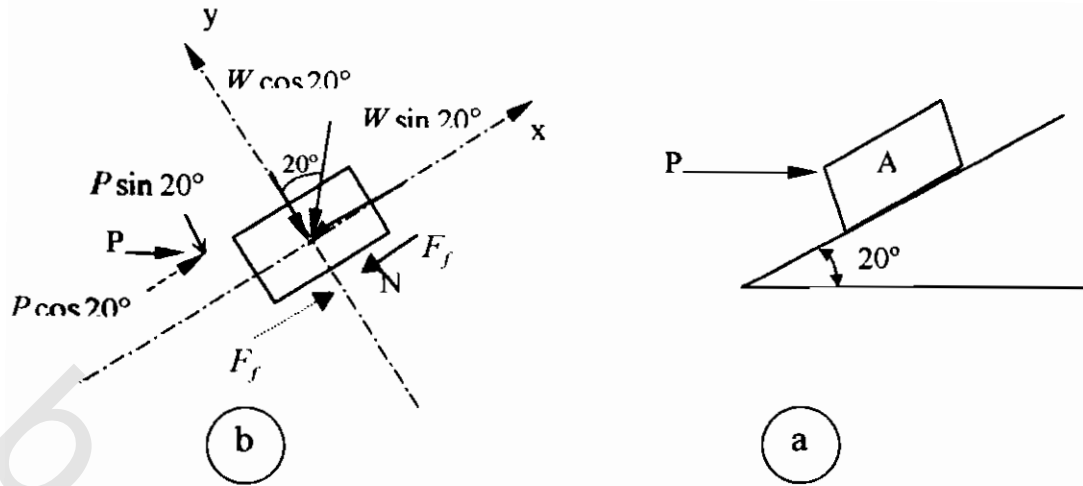
أوجد قيمة واتجاه قوة الاحتكاك المؤثرة على الجسم (A) الذي وزنه (200kg) كما في الشكل (a.6.5)

1. عندما تكون قيمة  $P=800N$ .

2. عندما تكون قيمة  $P=200N$ .

علماً بأن معامل الاحتكاك الاستاتيكي 0,2 ومعامل الاحتكاك الديناميكي 0,17.





الشكل (6.5)

الحل:

كخطوة أولى نقوم برسم مخطط الجسم الحر (F.B.D) كما هو موضح على الشكل (b.6.5) كما نلاحظ ليس هناك في معطيات السؤال ما يشير الى أن الجسم (A) سيبقى ساكناً أو هو في حالة أتزان، ولهذا سوف نفترض احتمال حدوث الحركة الى أسفل السطح المائل وبذا تكون قوة الاحتكاك بعكس الاتجاه كما هو موضح في مخطط الجسم الحر.

الوزن  $W$  يساوي

$$W = 200(9.81) = 1962 \text{ N}$$

الحالة الاولى: عندما  $P=800\text{N}$ :

$$\sum F_x \nearrow = 0;$$

$$P \cos 20^\circ + F_f - 1962 \sin 20^\circ = 0 \dots\dots\dots (1)$$

وبالتعويض عن قيمة ( $P=800$ ) في المعادلة نجد:-

$$F_f = 1962 \sin 20^\circ - 800 \cos 20^\circ = 80,7 \text{ N} \leftarrow$$

أن الإشارة السالبة لقيمة قوة الاحتكاك تعني أنها تؤثر بالاتجاه المعاكس وكما هو مؤشر بعكس السهم المنقط، وهذا يعني كذلك أن الجسم (A) في حالة شروع بالحركة الى أعلى السطح المائل عكس المفروض.

الآن نقوم بحساب القيمة العظمى لقوة الاحتكاك وذلك باستخدام العلاقة (13.6) حيث:

$$F_{s(max)} = \mu_s N$$

لذلك يجب أولاً إيجاد رد الفعل العمودي (N) وذلك من خلال الشرط الثاني للاتزان:-

$$\sum F_y^+ = 0;$$

$$N - P \sin 20 - 1962 \cos 20 = 0$$

وبالتعويض عن قيمة (P=800N)

$$N - 800 \sin 20^\circ - 1962 \cos 20^\circ = 0$$

$$N = 2117 N$$

وعليه فإن:

$$F_{S(\max)} = \mu_s \cdot N = 0,2 \cdot 2117 = 423 N$$

وهكذا وجدنا أن أعلى قيمة لقوة الاحتكاك أعلى من القيمة الفعلية وعليه يكون الجسم ساكناً.

$$F_{s(\max)} = \mu_s \cdot N = 0,2 \cdot 2117 = 423 N$$

وهكذا وجدنا أن أعلى قيمة لقوة الاحتكاك أعلى من القيمة الفعلية وعليه يكون الجسم ساكناً.

الحالة الثانية: عندما تكون قيمة القوة P=200N عند التعويض في معادلتنا الاتزان نجد أن:-

$$F = 1962 \sin 20 - 200 \cos 20 = 483 N$$

$$N = 200 \sin 20 + 1962 \cos 20 = 1912 N$$

$$F_{s(\max)} = \mu_s \cdot N = 0,2 \times 1912 = 382 N$$

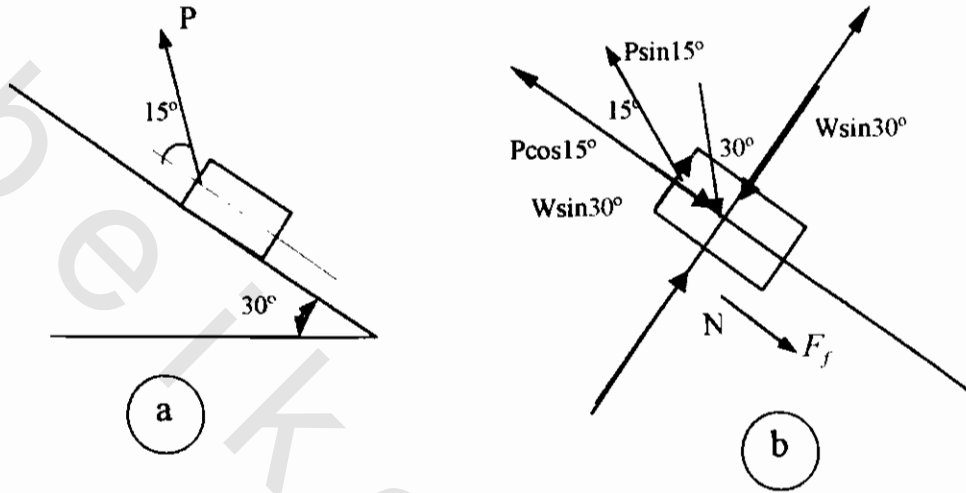
وفي هذه الحالة نرى أن قوة الاحتكاك المسحوبة من المعادلة الأولى أعلى من القيمة العظمى الممكنة للاحتكاك وعليه فإن الجسم سينزلق أسفل السطح المائل وبذا يتوجب علينا استخدام معامل الاحتكاك الحركي أي أن قيمة الاحتكاك ستكون:-

$$F_f = 0,17 \times 1912 = 325 N$$

ويكون اتجاهها بعكس اتجاه الحركة أي أعلى السطح المائل.

مثال (2.5)

أوجد قيمة القوة (P) التي تجعل الصندوق الذي كتلته 10kg يبدأ بالحركة الى أعلى. إذا علمت أن معامل الاحتكاك بين الصندوق والسطح المائل  $\mu_s = 0,25$ . كما هو موضح في الشكل (a.7.5).



الشكل (7.5)

الحل:-

الخطوة الاولى: رسم مخطط الجسم الحر الموضح عليه جميع القوى المؤثرة على الجسم كما في الشكل (b.7.5)

$$W = mg = 10 \cdot 9,81 = 98,1N$$

نقوم بوضع شروط الاتزان حيث:-

$$\sum F_x \nearrow = 0 ;$$

$$P \cos 15^\circ - 98,1 \sin 30^\circ - F_f = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$P \cos 15^\circ - 9,81 \sin 30^\circ = F_f$$

$$\sum F_y \nearrow = 0 ;$$

$$P \sin 15^\circ - 98,1 \cos 30^\circ + N = 0$$

$$N = 98,1 \cos 30^\circ - P \sin 15^\circ = 0 \dots \dots \dots (2)$$

وحيث أن:

$$F_f = \mu_s \cdot N$$

من المعادلة رقم (1) والمعادلة رقم (2) نجد قيمة القوة  $P$  التي تجعل الصندوق على وشك الحركة الى أعلى:

$$P \cos 15^\circ - 9,81 \sin 30^\circ = 0,25(98,1 \cos 30^\circ - P \sin 15^\circ)$$

ومنه:

$$P = \frac{0,25(98,1 \cos 30^\circ - P \sin 15^\circ) + 9,81 \sin 30^\circ}{\cos 15^\circ}$$

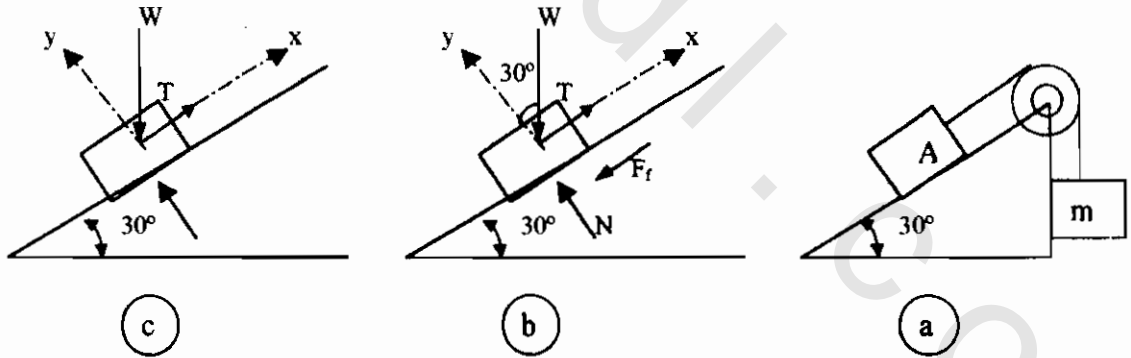
$$P = 68,2N$$

مثال (3.5)

أوجد حدود القيم التي يمكن أن تكون عليها الكتلة ( $m$ ) والتي تؤثر على الجسم ( $A$ ) الذي يزن  $100kg$  كما هو موضح في الشكل (a.8.5) بحيث تمنع حركته سواء الى أعلى أو أنزلاقه الى أسفل السطح المائل. إذا علمت أن معامل الاحتكاك بين السطوح المتلامسة  $0,3$ .

الحل:-

واضح أن القيمة العظمى للكتلة  $m$  تكون عندما يكون الجسم  $A$  على وشك الحركة أعلى المستوى المائل ويكون اتجاه قوة الاحتكاك أسفل السطح المائل كما هو موضح على الشكل (b.8.5)



الشكل (8.5)

$$W = m.g = 100(9,81) = 981N$$

نقوم الآن بوضع شروط الاتزان:

$$\sum F_x + \nearrow = 0;$$

$$m(98,1) - E - 981 \sin 30^\circ = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\sum F_y \nearrow + = 0;$$

$$N - 981 \cos 30^\circ = 0 \dots\dots\dots (2)$$

ومنه:

$$N = 850 N$$

أما قيمة  $(F_f)$  العظمى فيمكن الحصول عليها كما يلي:-

$$F_{f(max)} = \mu_s \cdot N$$

$$= 0,3(850) = 255 N$$

وبالتعويض عن قيمة  $(F_f)$  في المعادلة رقم (1) نستطيع الحصول على قيمة الكتلة العظمى  $(m)$ :

$$m(9,81) - 255 - 981 \sin 30 = 0$$

$$m = 76 kg$$

أما القيمة الدنيا للكتلة  $(m)$  فتكون عندما يكون الجسم  $(A)$  على وشك الحركة الى أسفل السطح المائل ويكون اتجاه قوة الاحتكاك بنفس اتجاه قوة الشد  $(T)$  أي على السطح المائل كما هو موضح في الشكل لمخطط الجسم الحر (c.8.5) - الحالة الثانية-

$$\sum F_x + \nearrow = 0;$$

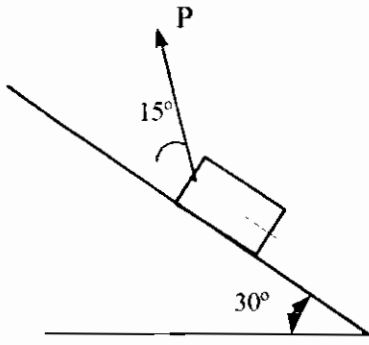
$$m(98,1 + 255 - 981 \sin 30^\circ) = 0$$

$$m = 76 kg$$

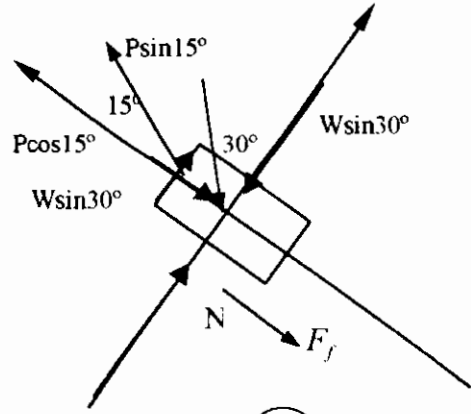
وعليه فإن قيمة  $(m)$  تتراوح بين (24 و 76) كيلو غرام ويبقى الجسم  $(A)$  ساكنا وفي كلتا الحالتين نجد أن الاتزان يشترط أن تكون المحصلة من  $N$  ،  $F_f$  متلاقية مع وزن الجسم وكذلك قوة الشد  $T$ .

#### مثال (4.5)

أوجد معامل قوى الاحتكاك الذي يجعل الصندوق يبدأ بالشروع بالحركة الى أعلى كما هو مبين في الشكل (a.9.5). إذا علمت أن كتلة الصندوق  $100 kg$ . وأن قيمة القوة  $P=1000N$ .



(a)



(b)

الشكل (9.5)

الحل:-

نقوم برسم مخطط الجسم الحر كما هو موضح على الشكل (b.9.5). وبعد ذلك نضع شروط الاتزان.

$$\vec{W} = m \cdot \vec{g} = 100 \times 9,81 = 981 N$$

$$\sum F_x \rightarrow = 0 ;$$

$$1000 \cos 15^\circ - 981 \sin 30^\circ - F_f = 0$$

$$F_f = 475,42 N ;$$

$$\sum F_y \nearrow = 0 ;$$

$$N - 981 \cos 30^\circ + 1000 \sin 15^\circ$$

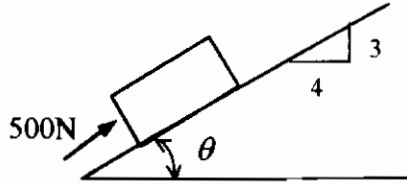
$$N = 590,75 N$$

يمكن إيجاد معامل الاحتكاك الذي يجعل الصندوق يبدأ بالشروع بالحركة الى أعلى كما يلي:-

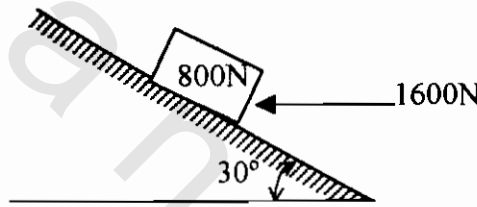
$$\mu_s = \frac{F}{N} = \frac{475,42}{590,75} = 0,804$$

## تمارين (5)

س1:- في الشكل (10.5) هل الصندوق في حالة أتران إذا علمت أن كتلته 150 kg وأن معامل الاحتكاك في السكون 0,25 أحسب قيمة قوة الاحتكاك.

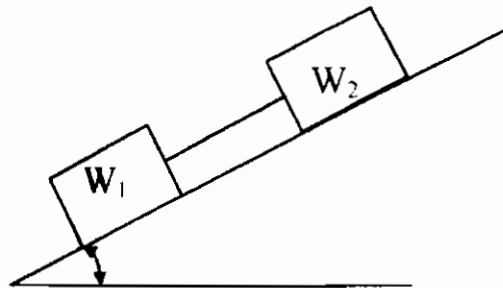


س2:- جسم وزنه 800(N) موضوع على مستوى يميل عن المستوى الافقي بزاوية مقدارها  $30^\circ$  كما هو مبين في الشكل (11.5) ويكون الجسم على وشك الحركة الى الاعلى تحت تأثير قوة أفقية مقدارها 1600(N). المطلوب إيجاد معامل الاحتكاك بين سطح التلامس.



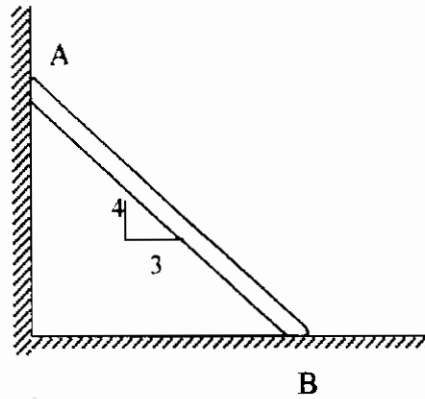
الشكل (11.5)

س3:- في الشكل (12.5) وزن الصندوق الاول  $W_1 = 50N$  ووزن الصندوق الثاني  $W_2 = 30N$  وهما مربوطان معاً بحبل مواز للمستوى المائل بزاوية عن المستوى الافقي. إذا علمت أن معامل الاحتكاك بين الصندوق الاول والمستوى يساوي 0,25، وأن معامل الاحتكاك بين الصندوق الثاني والمستوى يساوي 0,5 أحسب قيمة الزاوية التي يحدث عندها الانزلاق وقيمة الشد في الحبل عندئذ.



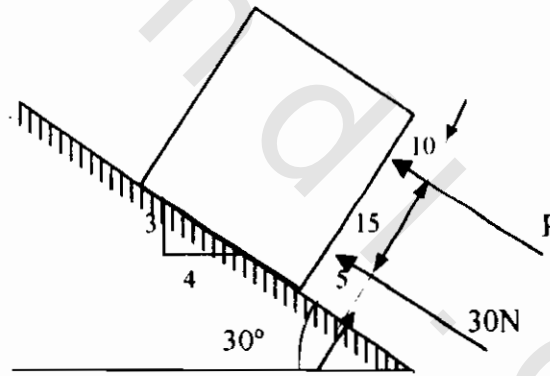
الشكل (12.5)

س4:- أوجد القوى المؤثرة على العمود المتجانس AB كما هو موضح في الشكل (13.5) علماً بأن طوله 10m وأن وزنه 400N. الحائط العمودي أملس في حين تكون زاوية الاحتكاك بين العمود والمستوى الافقي في الزاوية  $20^\circ$ .



الشكل (13.5)

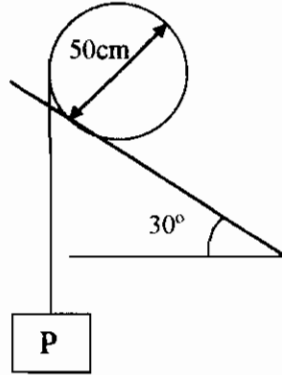
س5:- أوجد مدى قيم القوة P والذي نزل فيه الكتلة الميينة في الشكل (14.5) في حالة أتران علماً بأن معامل الاحتكاك بين الكتلة والمستوى هو 0,25 وأن الكتلة تزن 500N.



الشكل (14.5)



س6:- أسطوانة وزنها 1000N في حالة سكون بواسطة الثقل P المعلق من يلتف حولها كما في الشكل (15.5) إذا كانت الاسطوانة على وشك الانزلاق الى أسفل السطح المائل. أوجد كل من قيمة P ومعامل الاحتكاك.



الشكل (15.5)

س7:- في الشكل (16.5) يمر الحبل المرن الذي يحمل ثقلًا مقداره (1 kN) فوق عارضة اسطوانية ثابتة وتؤثر على النهاية الأخرى قوة مقدارها (P) لحفظ التوازن فإذا علمت أن معامل الاحتكاك بين الحبل و العارضة هو 0,32.

1. أوجد القيم العظمى والصغرى للقوة (P) إذا كانت الزاوية  $\alpha = 0$ ، بحيث تمنع الثقل (1kN) من الصعود أو الهبوط.

2. إذا كانت قيمة P تساوي 500N فما القيمة الصغرى للزاوية ( $\alpha$ ) قبل أن يحصل أنزلاق الحبل على العارضة.

