الفصل السابع

التيار الكهربائي والدائرة الكهربائية

Current & The Electric Circuit

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

1. أن يشرح عملية توصيل المواد الناقلة للتيار الكهربائي.
2. أن يضبط المفهوم الصحيح لشدة التيار الكهربائي.
3. أن يميِّز المعنى المقصود بالمقاومة الكهربائية تمييزاً صحيحاً، ويوضِّح علاقتها بالمقاومة النوعية وعلاقة المقاومة النوعية لناقل بناقليته الكهربائية.
4. أن يعدد مجموعة الكميات الفيزيائية التي تعتمد عليها مقاومة الناقل الكهربائي.
5. أن يميِّز مفهوم القوة الدافعة الكهربائية وفرق الجهد الكهربائي.
6. أن يفسِّر معادلة الدائرة الكهربائية ويتعلم كيفية استخدام قانوني كيرشوف فيها.
7. أن يميِّز بشكل صحيح قوانين إيجاد المقاومة المكافئة في حالتي التوصيل على التوالي والتوازي، لمجموعة من المقاومات.
8. أن يشرح حقيقة هبوط مقاومة بعض المواد إلى الصفر، من خلال معرفة ظاهرة فرط التوصيل واعتماد ذلك على درجة حرارة المادة.

obeikandl.com

obeikandl.com

التيار الكهربائي والدائرة الكهربائية

Current & The Electric Circuit

7-1 المقدمة *Introduction*:

درسنا في الفصل السادس من هذا الكتاب أن المواد تُصنف من حيث سلوكها الكهربائي إلى ثلاثة أصناف، وهي: مواد موصلة ومواد عازلة، وأخرى شبه موصلة، إلا أنّ حركة الشحنات الكهربائية في المواد الموصلة هي حركة عشوائية ما لم تتأثر بقوة كهربائية ناشئة عن المجال الكهربائي الذي تخضع لتأثيره، بسبب وجود فرق في الجهد.

لقد أصبح مألوفاً لدينا أن التيار الكهربائي هو في حقيقة الأمر عبارة عن سيل من الشحنات المتحركة *a stream of moving changes*، ولكن هذه الشحنات المتحركة لا تُكوّن تياراً كهربائياً ما لم يكن لها محصلة محددة خلال السطح الذي تمر فيه، فعلى سبيل المثال تتحرك إلكترونات التوصيل في سلك معزول من النحاس حركة عشوائية في مختلف الاتجاهات بسرعة من رتبة ($10^6\ m/s$)، وبفرض أن هناك سطحاً نظرياً عبر السلك النحاسي تمر خلاله هذه الإلكترونات في الاتجاهين المتعاكسين وبعدد يصل إلى البلايين خلال الثانية الواحدة، نجد أنَّ محصلتها (التيار الكهربائي) تساوي الصفر، ولهذا السبب فإننا لا نستطيع القول: إن تياراً كهربائياً يمر عبر السلك

النحاسي، ولكننا إذا ربطنا بطارية بين طرفي السلك تؤمن فرقاً في الجهد مقداره (V) فإن مجالاً كهربائياً مقداره (E) سوف يحدد اتجاه حركة الإلكترونات، أي أننا نحصل على تيار كهربائي يمكن التأكد من وجوده باستخدام أميتر *ammeter* لقراءة مقداره المار عبر السلك النحاسي، باعتباره مقياساً للتيار الكهربائي، وسنوضح مفهوم التيار الكهربائي في الدائرة الكهربائية وعلاقته بالمقاومة وأبعادها الهندسية، ثمّ نقدم مفهوماً لكثافة التيار والمقاومة النوعية، كما سنناقش استخدام قانون أوم ونبيّن مدى صلاحيته في الدائرة الكهربائية، ثمَّ سنقدم مفهوماً مبسطاً للتيار الكهربائي خلال الثنائي البلوري كونه مصنوعاً من مادة شبه موصلة، وأخيراً سنوضح معنى انعدام المقاومة أمام التيار الكهربائي، أو ما نطلق عليه فرط التوصيل.

7-2 شدة التيار الكهربائي *Electric Current*:

أصبح معروفاً لدينا أنَّ المواد الناقلة هي المواد التي تمتلك شحنات كهربائية حرة الحركة (الإلكترونات الحرة) وبوفرة عالية، وهي تتحرك حركة عشوائية *random motion* وتمتلك مقداراً متساوياً من الجهد الكهربائي، كما نلاحظ انعدام المجال الكهربائي في هذه الحالة، وبالتالي انعدام القوة الكهربائية المؤثرة عليها.

ولكننا إذا وصلنا مصدراً للجهد بين طرفي سلك ناقل، فإن الجهد الكهربائي سوف يختلف من نقطة لأخرى داخل السلك، كما يؤدي ذلك إلى نشوء مجال كهربائي يؤثر داخل السلك بقوة كهربائية تجعل الشحنات الموجبة تتحرك باتجاه المجال، والشحنات السالبة تتحرك بعكس اتجاه

المجال. إنَّ هذه القوة سوف تجعل التيار الكهربائي المار في السلك مستقراً *established current* بعد فترة زمنية، منتقلاً بعد ذلك إلى حالة الاستقرار الدائم *steady state condition*، هذا بالنسبة للتيار المستمر *direct current*، أي أن التيار لا يتغير بالنسبة للزمن، أما إذا كان التيار يغير اتجاهه مع الزمن فإنه يسمى في هذه الحالة بالتيار المتناوب *alternating current*.

وخلاصة القول: إنّ التيار الكهربائي قد سرى في السلك الناقل عندما ربطنا مصدر الجهد الكهربائي بين طرفيه، وهذا هو شكل أولي مبسط للدائرة الكهربائية، ويمكننا الآن أن نعرِّف شدة التيار الكهربائي على النحو الآتي:

هو عبارة عن معدل مقدار الشحنة الكهربائية (Δq) الذي يعبر مقطعاً محدداً في الناقل خلال فترة زمنية (Δt). ونعبِّر عن ذلك بالعلاقة الرياضية الآتية[1]:

$$\boxed{I = \frac{\Delta q}{\Delta t}} \qquad (7\text{-}1) \quad \text{(تعريف التيار الكهربائي)}$$

ويقاس التيار في النظام العالمي (*SI*) بوحدة الأمبير، ونشير له بالحرف الإنكليزي (*A*)، وقد مر بنا تعريفه في الفصل الأول من هذا الكتاب.

أما إذا كان معدل انسياب الشحنات الكهربائية متغيراً بالنسبة للزمن، فإننا نسمي التيار حينئذ بالتيار اللحظي *instantaneous current* ونعبِّر عنه بالعلاقة الرياضية التفاضلية الآتية:

---

(1) تأخذ العلاقة الرياضية *(7-1)* الشكل $I = (q / t)$، وذلك إذا كانت الشحنة الكلية معروفة، وكذلك الزمن اللازم لمرورها.

$$I = \frac{dq}{dt} \qquad (7\text{-}2)$$

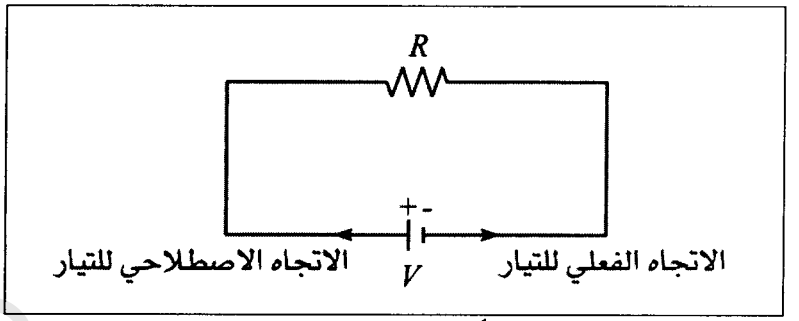
كما يمكننا أن نعبّر عن الشحنة الكهربائية (q) بصفة عامة بدلالة عدد الإلكترونات لوحدة الحجوم (n) وشحنة الإلكترون الواحد، وذلك بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$q = ne \ , \qquad n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, ..., \qquad (7\text{-}3)$$

وتعبِّر العلاقة الرياضية عن تكمم الشحنة *quantized*، أي أنها حاصل الضرب لعدد (n) -وقد يكون سالباً أو موجباً- بمقدار الشحنة الكهربائية (e)، والتي يُصطلح على تسميتها بالشحنة الأولية *elementary charge*.

ومن الجدير بالذكر أنّ التيار الكهربائي هو كمية عددية، إلا أننا نحتاج دائماً إلى تحديد اتجاهه في الدارات الكهربائية. إن حركة الشحنات الموجبة تكون دائماً كما أسلفنا في اتجاه المجال الكهربائي (E)، كما أن حركة الشحنات السالبة تكون دائماً في اتجاه معاكس للمجال الكهربائي، ولقد اتُفق اصطلاحياً على أن يكون اتجاه التيار الكهربائي في الدارات الكهربائية باتجاه حركة الشحنات الموجبة، ومعنى ذلك أنه يتجه اصطلاحياً من منطقة الجهد المرتفع إلى منطقة الجهد المنخفض.

ولكن لا بد لنا أن نؤكد دائماً أن اتجاه حركة الشحنات الكهربائية يكون بعكس الاتجاه الاصطلاحي. ذلك أنّ القطب الموجب للبطارية *positive terminal* يدفع حاملات التيار الموجبة بعيداً عنه وباتجاه قطب البطارية السالب *negative terminal* الذي يجذبها بدوره نحوه، وهذا هو الذي يجعل الشحنات تدور في الدارة الكهربائية بعكس الاتجاه الاصطلاحي، انظر الشكل (1-7).



الشكل (1-7) يوضح كلاً من الاتجاهين الاصطلاحي والفعلي للتيار

مثال (1-7) *Example*

يمر تيار كهربائي مقداره $(6\times10^{-4}\ A)$ وذلك عندما يضغط مستخدم الحاسب الآلي على أحد أزرار لوحة المفاتيح، ويسري هذا التيار خلال زمن مقداره $(5\times10^{-3}\ s)$.

أوجد حسابياً:

1- مقدار الشحنة الكهربائية التي نقلت هذا التيار.

2- هل يمكنك حساب عدد الإلكترونات لوحدة الحجوم التي تحركت في هذه العملية البسيطة؟ وضّح ذلك.

الحل *Solution*:

1- باستخدام العلاقة الرياضية *(1-7)*، نجد أن:

$$I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$$

$$\Delta q = I\Delta t$$

$$=(6\times10^{-4}\ A)(5\times10^{-3}\ s)$$

$$=30\times10^{-7}\ C=3\mu C$$

obeikandl.com

2- نعم يمكننا ذلك، حيث تعبّر العلاقة الرياضية (3-7) عن إجابة السؤال.

$$q = ne$$

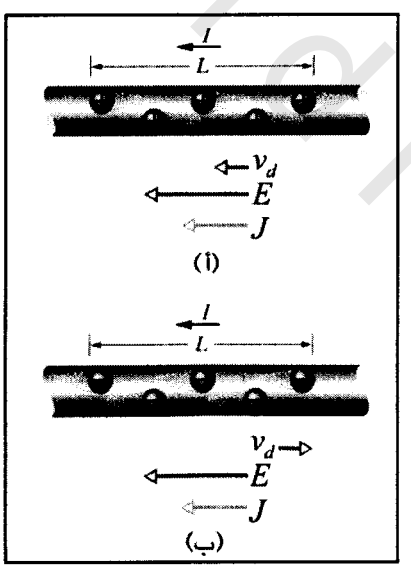
إنَّ (e) تمثل شحنة الإلكترون الواحد، و(n) عدد الإلكترونات، و(q) مقدار الشحنة الكهربائية التي أوجدناها حسابياً في الجزء الأول من هذا المثال:

$$30\times10^{-7}\,C = n(1.6\times10^{-19}\,C)$$

$$n = \frac{(30\times10^{-7}\,C)}{(1.6\times10^{-19}\,C)} = 1875\times10^{10}\,electron$$

7-3 كثافة التيار الكهربائي *Current Density*:

وبهدف توضيح المعنى المقصود بكثافة التيار الكهربائي، تأمل الشكل (2-7 أ، ب)



الشكل (2-7 أ، ب)

أ- يبين ناقلات موجبة للتيار الكهربائي تنجرف بسرعة (v_d) باتجاه المجال الكهربائي نفسه.

ب- يبين ناقلات سالبة للتيار الكهربائي تنجرف بسرعة (v_d) بعكس اتجاه المجال الكهربائي. ومن الملاحظ أن كثافة التيار (J) باتجاه المجال الكهربائي ($\vec{E}$).

في الشكل (2-7 أ)، وفي نقطة معينة من الناقل الموضّح، نلاحظ أن الشحنة الكهربائية الموجبة تسري باتجاه المجال الكهربائي ($\vec{E}$) نفسه، ولغرض التعبير الصحيح عن هذا السريان نحتاج الآن إلى استخدام مفهوم كثافة التيار *current density* التي يرمز لها بالحرف الإنكليزي ($\vec{J}$) وهي كمية اتجاهية لها اتجاه المجال الكهربائي نفسه. ويبين الشكل (2-7 أ) أن التيار الكهربائي (I) يتوزع بشكل منتظم خلال المقطع العرضي للناقل ذي الشكل المنتظم، ويعبّر عن كثافة التيار في هذه الحالة بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$\boxed{\vec{J} = \frac{I}{A}} \qquad (7\text{-}4)$$ (تعريف كثافة التيار)

أي أن كثافة التيار هي شدة التيار المار خلال وحدة المساحة، حيث (A) هي مساحة سطح المقطع العرضي للناقل. أما وحدة قياس كثافة التيار في النظام الدولي *unit* (SI) فهي (A / m^2). وفي الحالتين (2-7 أ) و(2-7 ب) يكون اتجاه كثافة التيار ($\vec{J}$) باتجاه المجال الكهربائي ($\vec{E}$)، بغض النظر عن إشارة الشحنة الكهربائية، ومن الممكن التعبير بشكل عام عن كثافة التيار خلال سطح ما -إذا كان عمودياً أم لا- بالعلاقة الرياضية الآتية:

obeikandl.com

$$I = \int \vec{J}.d\vec{A} \qquad (7\text{-}5)$$

حيث إن $(d\vec{A})$ هو متجه المساحة العمودي على عنصر المساحة التفاضلي (dA)، ونلاحظ أنَّ كلاً من $(\vec{J})$ و $(d\vec{A})$ مرتبطان بعلاقة الضرب القياسي، المبينّة في العلاقة الرياضية (5-7).

ومن الممكن عملياً أن نعبّر عن شدة التيار الكهربائي المار في الناقل بدلالة سرعة الانجراف للشحنات المتحركة. إنَّ المقصود بسرعة الانجراف *drift velocity* هو التدفق المباشر للإلكترونات الناقلة خلال ناقل منتظم، ويشار لها اختصاراً بالرمز $(\vec{v}_d)$، ومن المناسب ذكره هنا أن الإلكترونات الحرة لا تتحرك داخل الناقل في خطوط مستقيمة، ولكنها تتحرك حركة متعرجة نتيجة للتصادمات المتتالية بذرات الناقل، ولكنها تبقى متحركة ببطء في اتجاه معاكس للمجال الكهربائي بسرعة متوسطة، وهي التي نطلق عليها اسم سرعة الانجراف.

ولو عدنا إلى الشكل (2-7 أ)، لرأينا أنَّ الشحنات الناقلة للتيار الكهربائي تسير نحو اليسار بسرعة انجراف $(\vec{v}_d)$، كما أنّ عدد الشحنات المارة خلال الطول (L) من الناقل هو (nAL)، حيث إن (n) هو عدد الشحنات لوحدة الحجوم (AL) باعتبار أن الحجم هو عبارة عن أسطوانة دائرية، و (A) هي مساحة سطح المقطع للسلك، وهكذا نجد أن مقدار الشحنة المارة خلال الفترة الزمنية (Δt) هي (Δq):

$$\Delta q = (nAL)e \qquad (7\text{-}6)$$

حيث إنَّ (e) هي شحنة الإلكترون المعروفة، وبما أن (Δq) تجتاز طولاً من السلك مقدار (L)، إذاً نجد أن الزمن اللازم لذلك هو:

$$\Delta t = L / \vec{v}_d \qquad (7\text{-}7)$$

وبتعويض كلٍ من (7-7) و(7-6) في العلاقة الرياضية (7-1) التي تعبّر عن شدة التيار، نجد أنَّ:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{(nAL)e}{(L / v_d)}$$

$$I = n A e v_d$$

وبقسمة الطرفين على المقدار (A) نجد أنَّ:

$$\frac{I}{A} = n e v_d$$

وبملاحظة أنَّ الطرف الأيسر هو عبارة عن كثافة التيار $(\vec{J})$، نجد أنَّ:

$$\vec{J} = (ne)\vec{v}_d \qquad (7\text{-}8)$$

حيث إن $(\vec{v}_d)$ هو متجه سرعة الانجراف.

والمعادلة (7-8) تشير إلى أن كلاً من $(\vec{J})$ و $(\vec{v}_d)$ لهما الاتجاه نفسه. أما المقدار $(n\,e)$ فهو عبارة عن كثافة الشحنات الناقلة وتقاس بوحدة (C/m^3) كولوم لكل متر مكعب.

مثال (7-2) *Example*

تم لحم نهاية سلك من الألومنيوم قطره $(2.5\ mm)$ مع نهاية سلك آخر من النحاس قطره $(1.8\ mm)$، إذا كان مقدار التيار المستقر المار خلال هذه المجموعة يساوي $(1.3\ A)$.

أوجد كثافة التيار في كل من السلكين.

obeikandl.com

الحل ***Solution***:

1- الألومنيوم:

$$J_{Al} = \frac{I}{A_{Al}}$$

$$A_{Al} = \pi r_1^2$$

$$= \pi\left(1.25\times10^{-3}\,m\right)^2$$

$$= 4.61\times10^{-6}\,m^2$$

$$J_{Al} = \frac{1.3\ A}{4.61\times10^{-6}\,m^2} = 2.6\times10^5\,(A/m^2)$$

2- النحاس:

$$J_{Cu} = \frac{I}{A_{Cu}}$$

$$A_{Cu} = \pi r_2^2$$

$$= \pi(0.9\times10^{-3}\,m)^2$$

$$= 2.54\times10^{-6}\,m^2$$

$$J_{Cu} = \frac{1.3\,A}{2.54\times10^{-6}\,m^2} = 5.1\times10^5\,(A/m^2)$$

وهذا مثال فقط لتوضيح حقيقة اعتماد كثافة التيار على مساحة المقطع (A)، إلا أن حقيقة اختلاف المادتين لم تؤخذ بعين الاعتبار.

مثال (3-7) *Example*

شريحة من السيليكون عرضها $(W = 3.2\,mm)$ وسماكتها $(x = 250\,\mu m)$ يمر خلالها تيار $(I = 5.2\,mA)$، وكما هو معلوم فإن السيليكون إذا طعم بشوائب من الفوسفور فإننا نحصل على بلورة من النوع

obeikandl.com

السالب *n-type semiconductor*، وقد أدت عملية التطعيم إلى زيادة كبيرة في الشحنات السالبة عند مقارنتها ببلورة السيليكون النقية، حيث كانت $(n = 1.5 \times 10^{23}\ m^{-3})$.

1- أوجد حسابياً كثافة التيار الكهربائي $(\vec{J})$.

2- أوجد حسابياً سرعة الانجراف $(\vec{v}_d)$.

الحل ***Solution***:

-1

$$\vec{J} = \frac{I}{Wx}$$

حيث إنَّ المساحة: $A = Wx$

$$\vec{J} = \frac{5.2 \times 10^{-3}\ A}{(3.2 \times 10^{-3}\ m)(250 \times 10^{-6}\ m)} = 6500\ A/m^2$$

-2

$$v_d = \frac{J}{ne}$$

$$= \frac{6500\ A/m^2}{(1.5 \times 10^{23}\ m^{-3})(1.60 \times 10^{-19}\ C)}$$

$$= 0.27\ m/s = 27\ cm/s$$

7-4 المقاومة والمقاومة النوعية *Resistance and Resistivity*:

افرض أن لديك قضيبين أحدهما من النحاس والآخر من الزجاج، لهما الأبعاد الهندسية نفسها، وقمنا بربط نهايتي كل من القضيبين بفرق جهد مقداره (V) ثم استخدمنا مقياس التيار *ammeter* لغرض الكشف عن التيار المار في

obeikandl.com

كل منهما، سنجد عملياً أن الفرق كبير جداً بين قيمتي التيارين، وفي الحقيقة نستطيع القول بأن قضيب الزجاج لم يمرر التيار الكهربائي إطلاقاً، بينما يمر التيار في السلك النحاسي. إن خاصية الناقل (النحاس) في هذا المثال هي المقاومة *resistance* حيث يمكن تحديدها بمعرفة كل من فرق الجهد (V) بين طرفيه والتيار الكهربائي المار خلاله (I)، وهكذا نجد أن تعريف المقاومة هو:

$$\boxed{R=\frac{V}{I}} \qquad (7\text{-}9)$$ (تعريف المقاومة)

إن وحدة قياس المقاومة في النظام الدولي (SI) هي *volt/amper* ويطلق عليها اسم *ohm* نسبة إلى العالم جورج سيمون أوم *Georg Simon Ohm 1870* ورمزه الحرف اللاتيني (Ω) وتُقرأ باللغة العربية أوميغا.

$$1\ ohm = 1\Omega = 1\ volt/amper$$

إن الناقل الذي يُوظف في الدائرة الكهربائية أو الإلكترونية للقيام بمهمة مقاومة محددة يسمى مقاوم *resistor* ويرمز له بالرمز ⊸WW⊸، الذي يشبه أسنان المنشار.

ومن المفيد عملياً، ليس التركيز على فرق الجهد فحسب، ولكن التركيز على معرفة شدة المجال الكهربائي $(\vec{E})$ الناشئ في نقطة معينة من المقاوم بسبب فرق الجهد، كما أننا نركز على كثافة التيار الكهربائي $(\vec{J})$ بدلاً من التيار الكهربائي (I) في النقطة نفسها، وهكذا نجد أننا نبحث في العلاقة بين كثافة التيار والمجال الكهربائي بدلاً من العلاقة بين التيار وفرق الجهد.

إنَّ كلاً من شدة المجال الكهربائي وكثافة التيار الكهربائي لهما الاتجاه نفسه، كما أنَّ كثافة التيار تتناسب مع شدة المجال، وثابت التناسب

هو ما نطلق عليه الناقلية *conductivity*، ويشار إليه بالرمز اليوناني (σ) وتقرأ بالعربية (سيجما). أما المقاومة النوعية فهي مقلوب الناقلية واختصاراً يشار إليها بالحرف اليوناني (ρ) وتقرأ (رو)، وهكذا نجد أنَّ:

$$\vec{J} \propto \vec{E}$$

$$\boxed{\vec{J} = \sigma \vec{E}} \qquad \text{(تعريف الناقلية)} \qquad (7\text{-}10)$$

وهكذا نجد أن المقاومة النوعية تساوي:

$$\boxed{\rho = \frac{\vec{E}}{\vec{J}}} \qquad \text{(تعريف المقاومة النوعية)} \qquad (7\text{-}11)$$

إن وحدة قياس المقاومة النوعية في النظام العالمي (SI) هي (Ωm) ذلك أن وحدة قياس ($\vec{E}$) هي (V/m) أما ($\vec{J}$) فوحدة قياسها (A/m^2).

ومما تقدم نجد أنّ:

$$\rho = \frac{(V/m)}{(A/m^2)} = \frac{(\Omega.A)}{(A/m)} = \Omega.m$$

وتُقرأ (أوم ميتر). ومن المفيد إعادة صياغة المعادلة (7-11) على النحو الآتي المبين في العلاقة (7-12) ذلك أننا نناقش مفهوم المجال الكهربائي.

$$\vec{E} = \rho \vec{J} \qquad (7\text{-}12)$$

ونذكّر هنا أن المعادلتين (7-11) و(7-12) تُستخدمان فقط مع المواد ذات الخصائص الكهربائية غير المتغيرة في مختلف الاتجاهات. كما أنه من المناسب التذكير هنا مرة أخرى بأن الناقلية *conductivity* هي عكس المقاومة النوعية والتي يعبّر عنها رياضياً على النحو الآتي:

obeikandl.com

$\sigma = 1/\rho$ (العلاقة بين الناقلية والمقاومة النوعية) (7-13)

وتُقرأ باليونانية (سيجما) أما وحدة قياسها فهي $(\Omega m)^{-1}$.

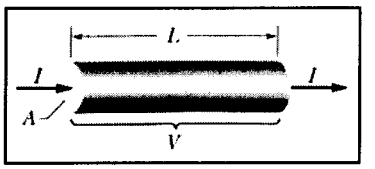
والجدول (1-7) يبين مجموعة من قيم المقاومة النوعية لمجموعة من المواد.

Material المادة	*Resistivity* ρ (Ωm) المقاومة النوعية	*Temperature coefficient of resistivity* (k^{-1}) معامل التوصيل الحراري
فلزات نموذجية *typical metals*		
silver فضة	1.62×10^{-8}	4.1×10^{-3}
copper نحاس	1.69×10^{-8}	4.3×10^{-3}
aluminum ألومنيوم	2.75×10^{-8}	4.4×10^{-3}
tungsten تنغستين	5.25×10^{-8}	4.5×10^{-3}
iron حديد	9.68×10^{-8}	6.5×10^{-3}
platinum بلاتين	10.6×10^{-8}	3.9×10^{-3}
manganin منغنيز	18.2×10^{-8}	0.002×10^{-3}
أشباه موصلات نموذجية *typical semiconductors*		
silicon. pure سيليكون نقي	2.5×10^{-3}	-70×10^{-3}
silicon. n-type	8.7×10^{-4}	-
silicon. p-type	2.8×10^{-3}	-
عوازل نموذجية *typical insulator*		-
glass زجاج	$10^{10} - 10^{14}$	-
quartz كوارتز	$\sim 10^{16}$	-

الجدول (1-7) يبين (المقاومة النوعية) لمجموعة من المواد، عند درجة الحرارة (20°C)

والسؤال الآن هو: كيف يمكننا حساب المقاومة، بعد أن تعرفنا على كل من كثافة التيار وشدة المجال الكهربائي في نقطة معينة؟

للإجابة عن هذا السؤال انظر الشكل (3-7).



الشكل (3-7)

الجهد (V)، والطول (L)، والمقطع (A)، والتيار مقداره (I)

إن طول السلك الناقل في الشكل (3-7) هو (L) أما مساحة مقطعه فهي (A)، حيث تمَّ تسليط فرق جهد مقداره (V) بين طرفيه، أدى إلى مرور تيار مستقر مقداره (I). إنَّ خطوط كثافة التيار المار تكون منتظمة، لذا فإن مقدار كل من $(\vec{E})$ و $(\vec{J})$ سوف يكون ثابتاً في جميع النقاط داخل الناقل، ولهذا نجد أنَّ:

$$E = \frac{V}{L}$$ (تعريف شدة المجال الكهربائي)

وأما كثافة التيار الكهربائي فتساوي:

$$J = \frac{I}{A}$$ (تعريف كثافة التيار)

وبتعويض قيمة كلٌ من (E) و (J) في المعادلة (7-11) نجد أن:

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{V/L}{I/A}$$

obeikandi.com

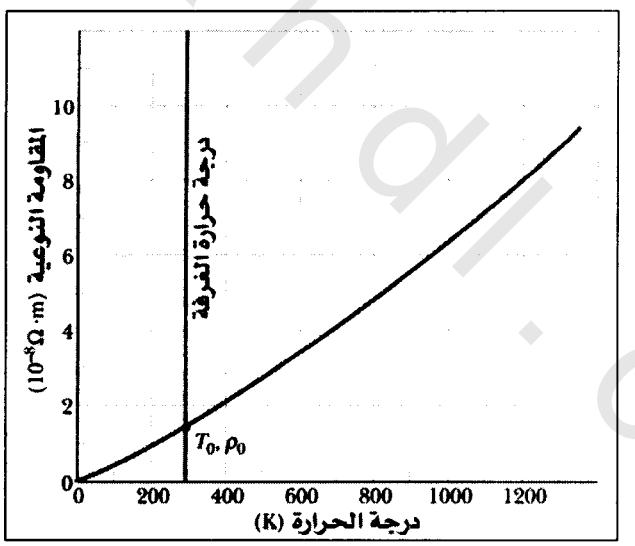
ولكن نلاحظ أنَّ المقدار (V/I) هو عبارة عن المقاومة (R) وهكذا نجد أنَّ العلاقة الرياضية بين المقاومة والمقاومة النوعية لناقل طوله (L) ومساحة مقطعه (A) هي:

$$R = \rho\frac{L}{A} \Rightarrow \boxed{\rho = R\frac{A}{L}} \qquad \text{(تعريف المقاومة النوعية)} \qquad (7\text{-}14)$$

والتي يمكن استخدامها مع ناقل متجانس له مقطع منتظم بين طرفيه فرق جهد معلوم.

والسؤال الآخر الآن هو: هل تتغير قيمة المقاومة مع تغيُّر درجات الحرارة، شأنها شأن الخصائص الفيزيائية الأخرى للمادة؟

للإجابة عن هذا السؤال، انظر الشكل (4-7).



الشكل (4-7) يبين المقاومة النوعية للنحاس كتابع لدرجة الحرارة بينما تظهر نقطة التقاطع عند درجة حرارة الغرفة كنقطة مرجعية للمقاومة النوعية للنحاس والبالغة $(\rho_o = 1.69 \times 10^{-8}\ \Omega m)$

إن العلاقة الرياضية التي تصف هذا التغير هي:

$$\rho - \rho_o = \rho_o \alpha (T - T_o) \qquad (7\text{-}15)$$

حيث إنَّ كلاً من (T_o) و (ρ_o) هما قيمتا درجة الحرارة والمقاومة النوعية عند درجة حرارة الغرفة والتي تساوي:

$T_o = 20°C$ (على مقياس سليزيوس)

$T_o = 293\,K°$ (على مقياس كلفن)

$\rho_o = 1.69\,\mu\Omega.cm$ للنحاس

أما (α) فهو معامل التوصيل الحراري، ويُقرأ (إلفا)، انظر الجدول (1-7)، كما أن الشكل (4-7) -الذي يوضح العلاقة البيانية بين كل من المقاومة النوعية (ρ) مقاسة بالأوم ميتر، ودرجة الحرارة (T) مقاسة بالكلفن وذلك لمعدن النحاس- يعطينا القيمة العددية للمقاومة النوعية (ρ_o) عند درجة حرارة الغرفة من خلال النقطة ذات الإحداثيات $(T_o.\rho_o)$.

أما المقاومة فيمكننا تحديدها من العلاقة الرياضية:

$$\boxed{R - R_o = R_o\,\alpha (T - T_o)} \qquad (7\text{-}16)$$ (علاقة المقاومة بدرجة الحرارة)

مثال (7-4) *Example*

سلك مصنوع من النحاس نصف قطره $(0.9\ mm)$، يسري خلاله تيار ثابت قدره $(1.3\ A)$، ما هي شدة المجال الكهربائي داخل الناقل النحاسي؟

obeikandl.com

الحل ***Solution***:

$$\vec{E} = \rho \vec{J}$$

ولكن

$$J = \frac{I}{A}$$
$$A = \pi r^2$$
$$= \pi\left(0.9 \times 10^{-3}\, m\right)^2$$
$$= 2.54 \times 10^{-6}\, m^2$$
$$J = \frac{1.3A}{2.54 \times 10^{-6}\, m^2} = 5.1 \times 10^5\, A/m^2$$

أما (ρ) المقاومة النوعية للنحاس فكما هو واضح من الجدول (1-7) تساوي: $1.69 \times 10^{-8}\ \Omega.m$ ، إذاً:

$$E = (1.69 \times 10^{-8}\ \Omega.m)(5.1 \times 10^5\, A/m^2)$$
$$E = 8.6 \times 10^{-3}\, V/m$$

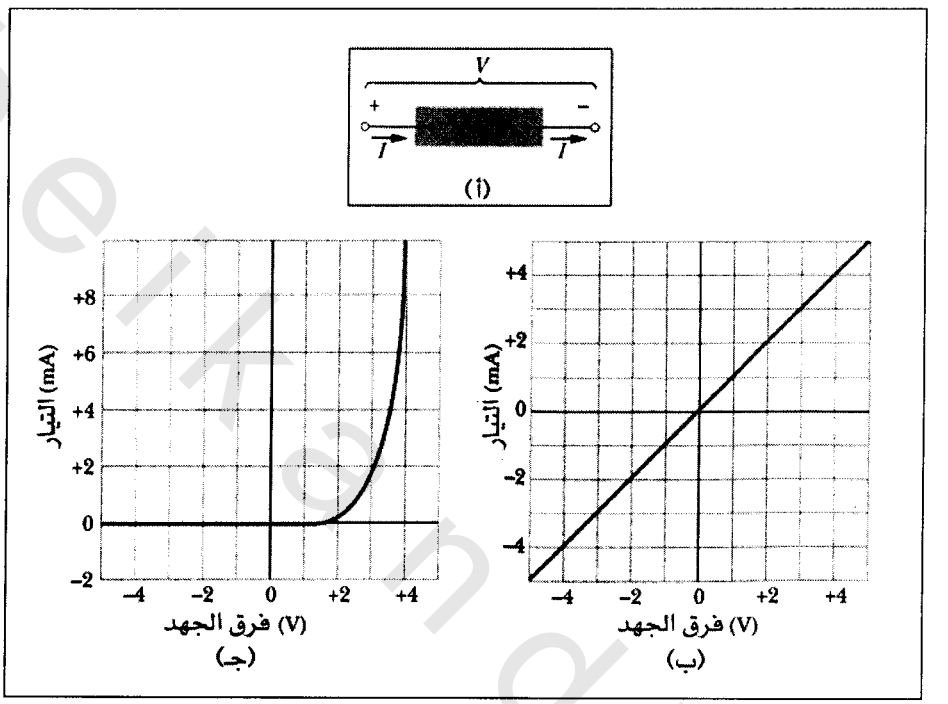
ملاحظة: تحقق بنفسك من صحة وحدة قياس المجال الكهربائي $(\vec{E})$ الواردة في الحل أعلاه.

7-5 قانون أوم *Ohm's Law*:

من المفيد هنا ونحن ندرس قانون أوم أن نذكّر أن المقاوِم *resistor* هو عبارة عن ناقل *conductor* يمتاز بامتلاكه لمقاومة معلومة، وهذا يعني أن مقدار هذه المقاومة يبقى ثابتاً فيما لو تغير مقدار أو قطبية فرق الجهد *potential magnitude and polarity*، وهذا التأكيد للتنبيه إلى أن هناك بعض

obeikandl.com

الأجهزة تتغير مقاومتها بتغير فرق الجهد. ولمناقشة وتوضيح هاتين الحالتين، تأمل الشكل (5-7 أ، ب، جـ) ثم لاحظ الجوانب الأساسية الآتية:



الشكل (5-7 أ، ب، جـ)

أ- فرق الجهد *(V)* يؤمن تياراً ثابتاً مقداره *(I)*.

ب- خط بياني يوضح كيف يتغير التيار *(I)* مع فرق الجهد *(V)* عندما يكون الجهاز عبارة عن مقاومة *(1000 Ω)*.

جـ- خط بياني يوضح كيف يتغير التيار *(I)* مع فرق الجهد *(V)* عندما يكون الجهاز عبارة عن ثنائي بلوري *(p-n)*.

نلاحظ في الشكل (5-7 أ) وجود فرق في الجهد *(V)* بين طرفي الجهاز الذي نريد اختباره، مع تأكيدنا على أماكن الأقطاب (الموجب والسالب)

وكذلك التأكد من مرور التيار الكهربائي *(I)* وذلك بقياس مقداره في حالة تغيير القطبية وكذلك مقدار فرق الجهد *(V)*.

ونلاحظ الآن في الشكل (5-7 ب) خطاً بيانياً يوضح كيفية تغيُّر التيار مع تغيُّر فرق الجهد. والشكل البياني هو عبارة عن خط مستقيم يمر عبر نقطة الأصل ميله هو المقدار[1] *(I/V)* وهذا ما يشير إلى أن مقاومة الجهاز ثابتة ولا تعتمد على مقدار وقطبية فرق الجهد، أي أنَّ *(R = V/I)*، وهذا ما يؤكد أن المقاومة خطية، ومقلوب الميل للخط المستقيم هو عبارة عن مقدارها العددي.

أما الشكل (5-7 جـ) فهو يوضح الخط البياني لتغيُّر التيار مع فرق الجهد لجهاز آخر مختلف عن الجهاز الأول، ومن الواضح أن التيار يمر عبر هذا الجهاز فقط عندما تكون قطبية الجهد موجبة ومقدار فرق الجهد أكبر من المقدار *(1.50 volt)*، كما يوضح أن العلاقة بين الجهد والتيار ليست خطية، وتعتمد قيمة التيار على مقدار الجهد المُطبق على الجهاز. إذاً، ضمن هاتين النظرتين المتميزتين نستطيع أن نعرف قانون أوم وفقاً لما ورد في العلاقة الرياضية *(9-7)*، والأوم هو عبارة عن مقاومة ناقل، فرق الجهد بين طرفيه فولت واحد *(volt)* ويبلغ مقدار التيار المار خلاله أمبير واحد *(amper)* وبشكل عام فإن مقاومة الناقل هي النسبة بين فرق الجهد بين طرفيه والتيار المار خلاله.

إنَّ الشكل (5-7 ب) يوضح جهازاً يعتمد في عمله على قانون أوم وهو عبارة عن مقاومة، أما الشكل (5-7 جـ)، فيوضح جهازاً آخراً لا يعتمد في

(1) نلاحظ أن المقدار *(I/V)* يمثل مقلوب المقاومة.

عمله على قانون أوم وهذا ما يحدث لوصلة $(p-n)$ أي وصلة بلورتين من أشباه الموصلات سالبة وموجبة.

ومن النتائج المفيدة لما قدمناه من مفاهيم حول كثافة التيار الكهربائي وشدة المجال الكهربائي والمقاومة النوعية، إمكانية التعبير عن قانون أوم بطريقة أكثر شمولية، ولاسيما عند التركيز على المواد الناقلة وليس الأجهزة الناقلة، وذلك باعتماد المحاكاة للمقارنة بين كلٍ من:

$$\rho = \frac{E}{J}$$

$$R = \frac{V}{I}$$

حيث إن المقاومة (R) لناقل طوله (L) ومساحة مقطعه (A) ومقاومته النوعية (ρ) هي $(R = \rho(L/A))$، ومنها نجد أن المقاومة النوعية هي $(\rho = RA/L)$، كما نجد أن المجال الكهربائي $(\vec{E})$ للناقل هو عبارة عن (V/L) انظر الشكل (3-7)، وهذا ما يؤدي إلى:

$$E = \frac{V}{L} = \rho J = \frac{RA}{L}\frac{I}{A}$$

$$\frac{V}{L} = \frac{RI}{L}$$

$$V = RI$$

وهذا يؤكد مجدداً على أنَّ العلاقة الخطية بين التيار وفرق الجهد (V,I)، هي تعبيرٌ عن مضمون قانون أوم، ونشير هنا إلى أن المقاومة يمكن قياسها عملياً بجهاز يسمى $(ohm\text{-}meter)$، وهو كثير الاستخدام في معامل الفيزياء وغيرها.

obeikandl.com

ونظراً لأهمية هذا القانون -قانون أوم- وكثرة الاستخدامات التطبيقية له، نذكّر بالاستنتاجات الأساسية لهذه الفقرة وهي:

1- إنَّ قانون أوم بصيغته المعروفة، هو تأكيد على أنَّ التيار الكهربائي الذي يمكنه أن يمر خلال وسيلة معينة (المقاومة)، يتناسب تناسباً مباشراً مع فرق الجهد بين طرفي هذه الوسيلة (المقاومة).

2- إنَّ قانون أوم يمكننا تطبيقه على ناقل ما، إذا كانت العلاقة *(7-9)* تُعبِّر عن مقاومته *($R = V / I$)*، حيث إن *(R)* لا تعتمد على مقدار فرق الجهد بين طرفي الناقل *(V)*.

3- إنَّ قانون أوم يمكننا تطبيقه على ناقل ما، إذا كانت العلاقة *(7-11)* تُعبِّر عن مقاومته النوعية *($\rho = E / J$)*، حيث إنَّ *(ρ)* لا تعتمد على مقدار واتجاه المجال الكهربائي *(E)*.

مثال (7-5) *Example*

قضيب نحاسي طوله *(2 m)* وقطره *(8 mm)*، ومقاومته النوعية تساوي *($1.756 \times 10^{-8}\ \Omega.m$)*.

أوجد مقاومة القضيب؟

الحل ***Solution***:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

ولكن *(A)* هي مساحة المقطع العرضي للقضيب، وهي بطبيعة الحال عبارة عن دائرة، إذاً:

$$A = \pi r^2$$

حيث $r = 4\ mm$ وهي عبارة عن نصف القطر.

$$\therefore \quad A = \pi (4 \times 10^{-3}\ m)^2 = 5.03 \times 10^{-5}\ m^2$$

$$R = 1.756 \times 10^{-8}\ \Omega.m \frac{2m}{5.03 \times 10^{-5}\ m^2}$$

$$R = 7.02\Omega$$

مثال (7-6) *Example*

ملف نحاسي معزول تبلغ مقاومته (3.35Ω) عند درجة الحرارة $(20°C)$.

أوجد مقاومته عند درجة الحرارة $(50°C)$، إذا كانت قيمة معامل المقاومة الحراري: $(\alpha = 4.26 \times 10^{-4}\ K^{-1})$.

الحل *Solution*:

$$R = R_o (1 + \alpha \Delta T)$$

حيث:

$$R = R_{50°C}$$

درجة حرارة الغرفة $R_o = R_{20°C} = 3.35\Omega$

$$\Delta T = (50 - 20)°C = (323 - 293) = 30\,K$$

$$\alpha = 4.26 \times 10^{-4}\ K^{-1}$$

$$R_{50°C} = 3.35\Omega (1 + 4.26 \times 10^{-4}\ K^{-1} \times 30\,K)$$

$$= 3.392\Omega$$

obeikandl.com

بقي لنا ونحن نتداول قانون أوم وبحالاته المختلفة، أن نشير إلى مسألتين مهمتين ذاتَي صلة مباشرة بهذا القانون وهما:

1- إن القدرة (P) أو ما يسمى انتقال الطاقة بالنسبة للزمن في جهاز كهربائي عبر فرق جهد (V) يعبّر عنها رياضياً بالعلاقة:

$$\boxed{P = IV} \qquad (7\text{-}17)$$ (تعريف القدرة)

حيث إن (P) هي القدرة *power*، و (I) التيار المار خلال دائرة الجهاز الكهربائي، أما (V) فهو فرق الجهد *potential difference* الذي يعمل عليه الجهاز.

2- القدرة الكهربائية المهدورة وهي عموماً تصاحب عمل المقاوم، وهو في هذه الحالة يقوم مقام الجهاز الكهربائي، ويعبّر عنها رياضياً بالعلاقة:

$$P = IR = \frac{V^2}{R}$$

وتقاس القدرة بوحدة الواط *(watt)*، وهو عبارة عن قدرة قوة، أو آلة تنجز شغلاً يساوي جولاً واحداً خلال زمن مقداره ثانية واحدة، أي أن:

$$1W = (1J / 1s)$$ (تعريف الواط)

حيث إن (P) في هذه الحالة هي القدرة المهدورة أو المفقودة خلال المقاومة (R) *resistive dissipation power* وهو ما يسمى بقانون جول للتسخين، ذلك أن الطاقة الكهربائية الكامنة تنتقل إلى شبكات الأيونات *ions lattice* بوساطة الشحنات المنساقة وتظهر كطاقة طردية داخلية، تحدد علاقتها بالزمن مقدار القدرة المستهلكة.

7-6 وصل المقاومات على التوالي والتوازي

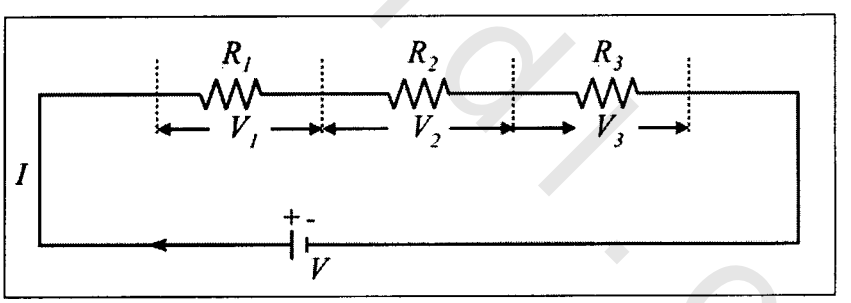
Resistors in Series and in Parallel:

غالباً ما نجد في الدوائر الكهربائية مجموعة من المقاومات، يتم وصل بعضها ببعض إما على التوالي وإما على التوازي وأحياناً على الشكلين معاً.

إذا قمنا بوصل مجموعة من المقاومات على التوالي *in senries* في دائرة كهربائية فإن التيار الكهربائي لا بد أن يمر في جميع تلك المقاومات، وتكون شدته ثابتة، ويمكننا التأكد من ذلك باستخدام جهاز قياس التيار المعروف، وهو الأميتير *ammeter*، إذ بواسطته سنتأكد أن مقدار التيار يكون في هذه الحالة ثابتاً، أي أن:

$$I = constant$$

تأمل الشكل (6-7)، ولاحظ ما يأتي:



الشكل (6-7) يبين ثلاث مقاومات موصولة على التوالي *in series*، مع فرق للجهد مقداره *(V)*

ثلاث مقاومات (R_1, R_2, R_3) موصولة على التوالي يمر خلالها التيار (I)، بينما ينقسم الجهد الكهربائي إلى ثلاثة أجزاء (V_1, V_2, V_3)، أي أنَّ:

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

وبتقسيم طرفي هذه المعادلة على التيار (I) نجد أنَّ:

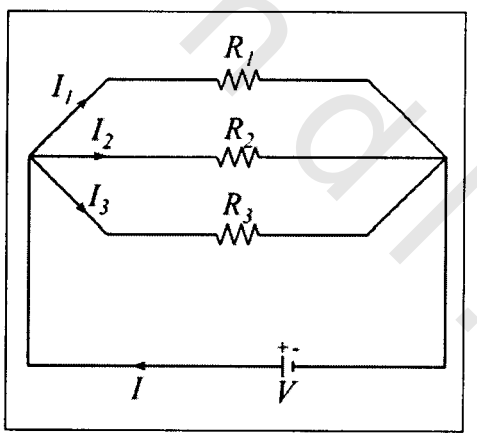
$$\frac{V}{I} = \frac{V_1}{I} + \frac{V_2}{I} + \frac{V_3}{I}$$

أي أنَّ:

$$\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3} \quad \text{(المقاومة المكافئة على التوالي)} \qquad (7\text{-}18)$$

ومعنى ذلك: أن المقاومة الكلية المكافئة لمجموع المقاومات الموصولة على التوالي تساوي مجموع هذه المقاومات.

وفي حالة وصل مجموعة من المقاومات على التوازي *in parallel* في دائرة كهربائية فإن التيار الكهربائي (I) سوف يجد أمامه مسارات مساوية لعدد مجموعة المقاومات، انظر الشكل (7-7).



الشكل (7-7) يبين مقاومات موصولة على التوازي *in parallel*
مع فرق للجهد مقداره (V)

وفي حالة مماثلة لحالة توصيل المقاومات على التوالي، إلا أننا في هذه المرة سوف نقوم بقياس فرق الجهد عبر كلٍ من المقاومات الثلاثة لنتأكد أنها

obeikandl.com

متساوية وفي الوقت نفسه مساوية لفرق الجهد الأصلي الذي يغذي الدائرة، أي أنَّ:

$$V = V_1 = V_2 = V_3$$

إلا أن التيار الكلي *(I)* هو عبارة عن مجموع التيارات الثلاثة: I_1, I_2, I_3

أي أنَّ:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \qquad \text{(قانون كيرشوف الأول)}$$

وبقسمة طرفي هذه المعادلة على المقدار الثابت للجهد *(V)* نجد أنَّ:

$$\frac{I}{V} = \frac{I_1}{V} + \frac{I_2}{V} + \frac{I_3}{V}$$

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \qquad \text{(المقاومة المكافئة على التوازي)} \quad (7\text{-}19)$$

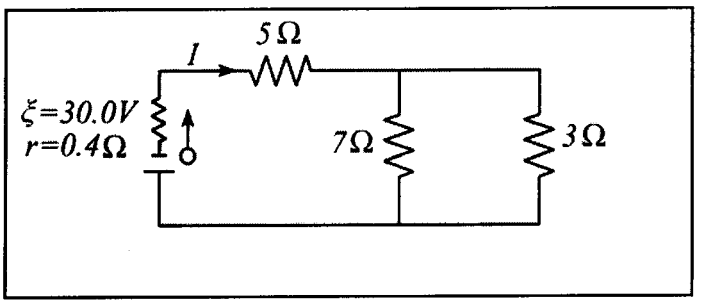
ومعنى ذلك: أن مقلوب المقاومة الكلية المكافئة لمجموع المقاومات الموصولة على التوازي يساوي مجموع مقلوب المقاومات المنفصلة الموصولة على التوازي، أي أننا نحتاج إلى حساب مقلوب كل مقاومة على حدة، ثم نجمع هذه الكميات، ونلاحظ أن هذا المجموع يساوي مقلوب المقاومة المكافئة.

مثال (7-7) *Example*

لديك الدائرة الكهربائية الموضحة في الشكل (8-7).

أوجد شدة التيار الكهربائي المار في الدائرة؟

obeikandl.com



الشكل (8-7)، المثال (7-7)

الحل ***Solution***:

هذا المثال تطبيق مباشر لإيجاد المقاومة المكافئة لحالتي توصيل المقاومات مع بعضها، كما هو تطبيق على قانون أوم، ونلاحظ كذلك وجود المقاومة الداخلية (r) للبطارية، وهذا تذكير بمعادلة الدائرة الكهربائية والآن، بملاحظة المقاومتين ($3\ \Omega$) و($7\ \Omega$) نجد أنهما موصلتان على التوازي، إذن:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{7} = \frac{10}{21}$$

يعطي المقاومة المكافئة لهما.

$$R_{eq} = \frac{21}{10} = 2.1\,\Omega$$

هذه المقاومة موصولة مع المقاومة الأخرى ($5\ \Omega$) على التوالي، وبملاحظة المقاومة الداخلية للبطارية نجد أن المقاومة الكلية في الدائرة هي:

$$R_{tot} = 2.1\,\Omega + 5\,\Omega + 0.4\,\Omega$$
$$= 7.5\,\Omega$$

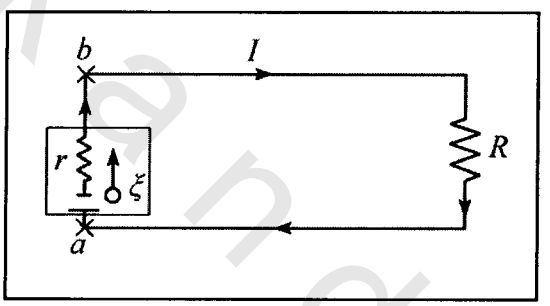
إذن التيار وفقاً لقانون الدائرة الكهربائية يساوي:

$$I = \frac{\xi}{R_{tot}} = \frac{30V}{7.5\Omega} = 4A$$

7-7 معادلة الدائرة الكهربائية *Electric Circuit Equation*:

ما هو المقصود بمعادلة الدائرة الكهربائية؟

لكي نجيب على هذا التساؤل، دعنا نتأمل الشكل (9-7)، الذي يمثل دائرة كهربائية بسيطة.



الشكل (9-7)

عند سريان التيار الكهربائي نجد أن الجهد يخضع لتغيُّرين اثنين في هذه الدائرة البسيطة.

1- التغيُّر في الجهد بسبب المقاومة الداخلية للمصدر (r).

$$V_r = Ir$$

2- التغيُّر في الجهد عبر المقاومة الخارجية *external resistor*، والتي نطلق عليها مقاومة الحمل.

$$V_R = IR$$

obeikandl.com

وكما نلاحظ فإنَّ القوة الدافعة الكهربائية في هذه الدائرة هي $\xi (emf)$ ، وبتطبيق قانون الدائرة حول النقطة (a) نجد أنَّ:

(قانون كيرشوف الثاني) $\xi - Ir - IR = 0$

$$\xi = IR + Ir \qquad (7\text{-}20)$$

وهو عبارة عن مجموع فروق الجهد في الدائرة الكهربائية، وعندما نقوم بحل هذه المعادلة من أجل إيجاد مقدار التيار الكهربائي المار فيها نجد أنَّ:

$$I = \frac{\xi}{(r+R)} \qquad (7\text{-}21)$$ (معادلة الدائرة الكهربائية)

والآن إذا اخترنا الجهد عند النقطة (a) مساوياً إلى الصفر فإننا نستطيع تمثيل التغيُّر في فروق الجهد خلال الدائرة على النحو المبيَّن في الشكل (10-7).

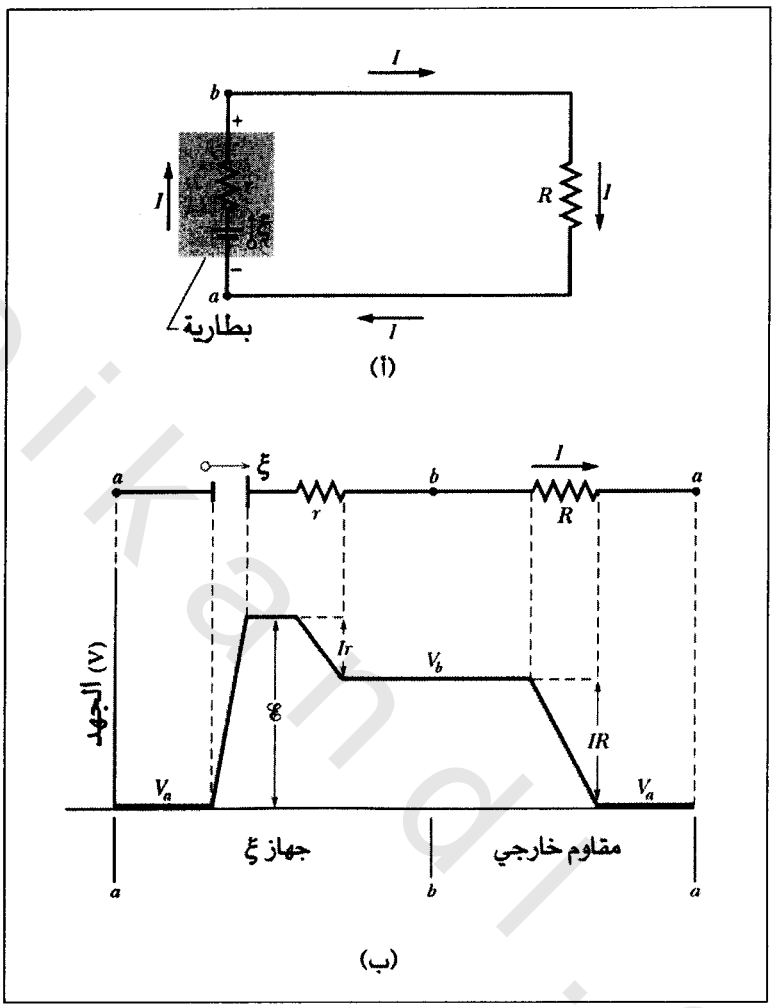
وأما فرق الجهد بين طرفي البطارية فهو:

$$V_b - V_a = \xi - Ir \qquad (7\text{-}22)$$

والآن، إذا ضربنا طرفي المعادلة (7-20) بمقدار التيار الكهربائي (I) نجد أن:

$$\xi I = I^2 R + I^2 r \qquad (7\text{-}23)$$

وتفيد هذه العلاقة الرياضية أن قُدرة البطارية تتحول في المقاومات إلى قدرة تُفقد على شكل طاقة حرارية *resistive dissipation*.



الشكل (10-7)

وإذا كانت الدائرة الكهربائية مشتملة على عدد معلوم من البطاريات وعدد معلوم من المقاومات الخارجية الموصولة على التوالي فإن المعادلة *(7-21)* تأخذ الشكل العام الآتي:

$$I = \frac{\Sigma \xi}{\Sigma R} \qquad (7\text{-}24)$$

حيث تشتمل (ΣR) على مجموع المقاومات الداخلية للبطاريات والمقاومات الخارجية الموصولة على التوالي.

مثال (7-8) *Example*

تبلغ القوة الدافعة الكهربائية لإحدى البطاريات ($\xi = 24V$) ، وتبلغ مقاومتها الداخلية ($r = 1\Omega$).

1- أوجد حسابياً مقدار التيار الكهربائي المار في الدائرة.

2- أوجد حسابياً الفرق في الجهد بين قطبي البطارية.

3- أوجد حسابياً مقدار قدرة البطارية.

الحل *Solution*:

1- من المعادلة الرياضية *(7-21)* نجد أن التيار هو:

$$I = \frac{\xi}{R + r} = \frac{24V}{(1+7)\Omega} = 3\,A$$

2- من المعادلة الرياضية *(7-22)* نجد أن:

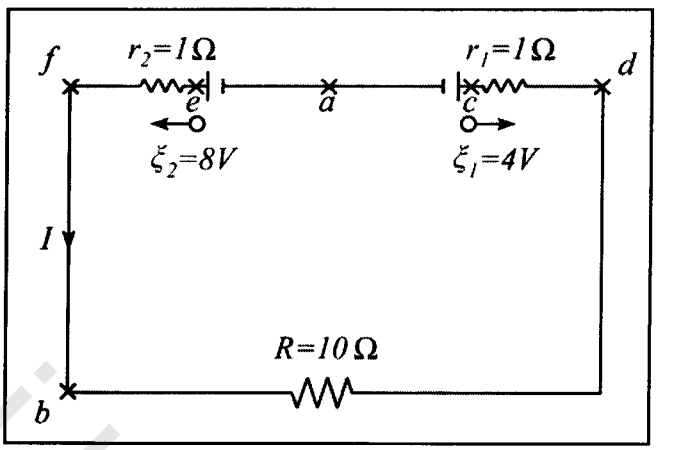
$$V_b - V_a = \xi - Ir$$
$$= 24 - (3)(1) = 21V$$

3- أما قدرة البطارية فهي:

$$P = \xi I = 24 \times 3 = 72\,watt$$

مثال (7-9) *Example*

لديك الدائرة الكهربائية المبينة في الشكل (7-11).



الشكل (7-11)

1- أوجد حسابياً شدة التيار الكهربائي المار في هذه الدائرة.

2- أوجد حسابياً فرق الجهد بين النقطتين (a) و(b).

الحل ***Solution***:

1- لحساب شدة التيار نلاحظ أن لدينا مصدرين للقوة الدافعة الكهربائية، ولكن:

$$\xi_2 \rangle \xi_1$$

ولهذا فإن التيار الكهربائي سوف يسري من البطارية الثانية مكملاً مساره خلال الدائرة. وعليه فإننا سوف نبدأ بحساب التغيرات في الجهد بدءاً من النقطة (a) باتجاه معاكس لعقارب الساعة إلى أن يعود ثانية إلى ذات النقطة، إذن:

(قانون كيرشوف الثاني)

$$\xi_2 - Ir_2 - IR - Ir_1 - \xi_1 = 0$$

$$I = \frac{\xi_2 - \xi_1}{r_1 + r_2 + R} = \frac{(8-4)V}{(1+1+10)\Omega} = \frac{4}{12} = 0.333A$$

obeikandl.com

2- إن مجموع التغيرات في الجهد بين النقطتين *(a)* و*(b)* يساوي فرق الجهد بينهما، أي أن:

(لاحظ أننا نسير بعكس اتجاه التيار).

$$(V_c - V_a) + (V_d - V_c) + (V_b - V_d) = V_{ba}$$

$$\left.\begin{aligned}(V_c - V_a) &= \xi_1 \\ (V_d - V_c) &= Ir_1 \\ (V_b - V_d) &= IR\end{aligned}\right\} 4 + (0.333)(1) + (0.333)(10) = 7.663V$$

$$\therefore V_{ab} = -7.663$$

وإذا ما سرنا باتجاه التيار فإن:

$$(V_e - V_a) + (V_b - V_e) = V_{ba}$$

$$\left.\begin{aligned}(V_e - V_a) &= \xi_2 \\ (V_b - V_e) &= -Ir_2\end{aligned}\right\} 8 - (0.333)1 = 7.663V$$

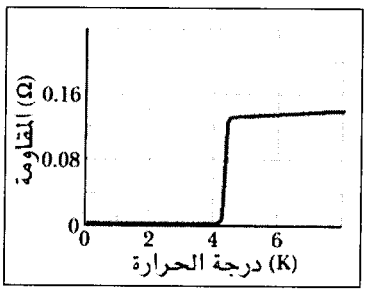
$$\therefore V_{ab} = -7.663V$$

7-8 فوق التوصيل أو فرط التوصيل *Super Conductivity*:

تمكن العالم الألماني الفيزيائي *Kammerlingh Onnes* من اكتشاف أن المقاومة النوعية للزئبق تختفي تماماً وتنعدم قيمتها عند درجة الحرارة المقاربة للمقدار *(4 K)*، انظر الشكل (12-7).

ولهذه الظاهرة أهمية استثنائية في عالم التكنولوجيا، وذلك أن الشحنات الكهربائية يمكنها المرور في هذه الحالة *super conductivity* دون أن تفقد أي جزء من المقدار *(I^2R)* في معادلة القدرة الكهربائية وفقاً للمعادلة المعروفة *($W = I^2Rt$)* والتي تسمى قانون جول للتسخين. كما أن القصدير هو

الآخر تتلاشى مقاومته النوعية عند درجة الحرارة (7.2 K)، وعلى وجه العموم فإن جميع المعادن تقترب مقاومتها النوعية من الصفر كلما اقتربت درجة الحرارة من الصفر المطلق.



الشكل (12-7) يبين كيف أن مقاومية الزئبق تنخفض إلى الصفر عند درجة الحرارة (4 K) ويكون الزئبق عندها صلباً

ومن الغريب جداً ونحن نتداول هذه الظاهرة *super conductivity* أن نذكّر بأنه في عام 1986م لوحظ أن مركباً من مادة السيراميك *Ceramic*، وهو مادة عازلة، يمتلك هذه الخاصية نفسها عند درجة الحرارة (125 K).

وخلاصة القول: إن المواد التي تمتاز بصفة فرط التوصيل تفقد مقاومتها الكهربائية فقداً تاماً عند درجات الحرارة المنخفضة *low temperature*، كما أن البحوث الحديثة تشير إلى أن المسألة ليست مقتصرة على درجات الحرارة المنخفضة، بل قد تحصل الظاهرة نفسها عند درجات حرارة مرتفعة نسبياً تؤدي إلى حصولها في درجة حرارة الغرفة مثلاً، وعلى أسوأ الاحتمالات عند درجة حرارة النيتروجين السائل وهي (77 K).

obeikandl.com

obeikandl.com

مسائل عامة محلولة
solved problems

7-1 سلك من النحاس نصف قطره (*0.9 mm*) يمر خلاله تيار كهربائي مقداره (*1.3 A*).

أوجد حسابياً سرعة الانجراف ($\vec{v}_d$) للإلكترونات الناقلة إذا علمت أن عدد الإلكترونات الناقلة يساوي ($8.47\times10^{28}\,(m^{-3})$.

الحل *Solution*:

إنّ سرعة انجراف (تدفق) الإلكترونات يمكن إيجادها من العلاقة:

$$v_d = \frac{J}{ne}$$

$$J = \frac{I}{A} = \frac{1.3A}{\pi(0.9\times10^{-3}m)^2} = 5.1\times10^5\,(A/m^2)$$

لاحظ هنا أن مساحة المقطع (*A*) هي عبارة عن مساحة دائرة:

$$A = \pi r^2$$

$$\therefore \quad v_d = \frac{5.1\times10^5\,(A/m)^2}{\left(8.47\times10^{28}\,\frac{electrons}{m^3}\right)\left(1.6\times10^{-19}\,\frac{C}{electrons}\right)}$$

$$= 3.8\times10^{-5}\,(m/s)$$

$$= 3.8\times10^{-3}\,(cm/s)$$

• • •

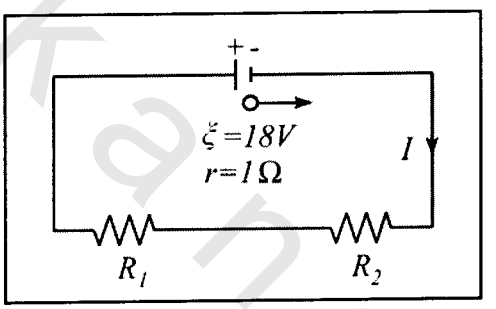
obeikandl.com

7-2 مقاومتان $(R_1 = 12\,\Omega)$ و $(R_2 = 5\,\Omega)$ قمنا بوصلهما على التوالي، انظر الشكل (13-7)، ببطارية قوتها الدافعة الكهربائية $(\xi = 18V)$، ومقاومتها الداخلية $(r = 1\,\Omega)$.

1- أوجد حسابياً مقدار التيار المار في الدائرة.

2- أوجد حسابياً مقدار الجهد بين طرفي كل مقاومة.

3- أوجد حسابياً مقدار فرق الجهد الطرفي للبطارية عندما تقوم بإرسال التيار الكهربائي.



الشكل (13-7) الامتحان الذاتي الثاني

الحل *Solution*:

-1

$$I = \frac{\sum \xi}{\sum R}$$

$$= \frac{18V}{(12+5+1)\Omega} = \frac{18V}{18\Omega}$$

$$= 1A$$

-2

$$V_1 = IR_1 = (1\,A)\times(12\,\Omega) = 12\ volt$$

$$V_2 = IR_2 = (1\,A)\times(5\,\Omega) = 5\ volt$$

obeikandl.com

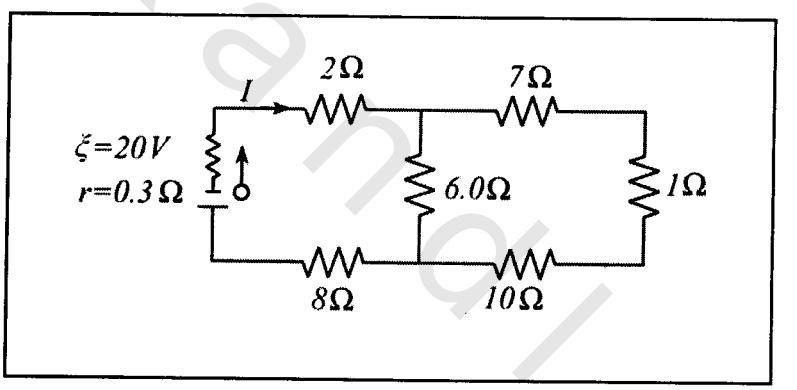
3- فرق الجهد الطرفي، هو القيمة الحقيقية لفرق الجهد بين قطبي البطارية في حالة إرسالها للتيار الكهربائي، إذ يتم من الناحية العملية فقدان مقدار من الجهد داخل البطارية عندما ترسل التيار الكهربائي بسبب مقاومتها الداخلية، نلاحظ أنَّ المقاومة الداخلية في هذه المسألة هي (r) وتساوي $(1\ \Omega)$.

$$\Leftarrow \text{فرق الجهد الطرفي} = V_{ab}$$

$$V_{ab} = \xi - Ir$$

$$= 18V - (1A)(1\Omega) = 17\,volt$$

7-3 لديك الدائرة الكهربائية الموضحة في الشكل (14-7):



الشكل (14-7) الامتحان الذاتي الثالث

أوجد شدة التيار الكهربائي المار في الدائرة؟

الحل *Solution*:

كل من المقاومات (7Ω) و(1Ω) و(10Ω) موصولة على التوالي، إذاً، المقاومة المكافئة لها هي:

$$7 + 1 + 10 = 18\,\Omega$$

• • •

وهي موصولة على التوازي مع المقاومة $(6\,\Omega)$ ومحصلتها:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{18} + \frac{1}{6} = \frac{24}{108}$$

$$R_{eq} = \frac{108}{24} = 4.5\Omega$$

وهي، أي (R_{eq}) موصولة على التوالي مع كلٍ من المقاومات $(0.3\,\Omega, 8\,\Omega, 2\,\Omega)$.

$$R_{tot} = 4.5\Omega + 2\Omega + 8\Omega + 0.3\Omega$$
$$= 14.8\Omega$$
$$I = \frac{\xi}{R_{tot}} = \frac{20V}{14.8\Omega} = 1.35A$$

7-4 سلك ناقل يبلغ طوله $(10\,m)$ كما يبلغ نصف قطره $(5\,mm)$، أما مقاومته النوعية فتساوي $(1.62\times10^{-8}\ \Omega.m)$، وعدد الإلكترونات لوحدة الحجوم تساوي $(5.9\times10^{28}\ m^{-3})$، فإذا مرّ خلاله تيار كهربائي مقداره $(1.5\,A)$، أوجد حسابياً كلاً من:

1- كثافة التيار الكهربائي خلاله.

2- سرعة انسياق الإلكترونات خلاله.

3- شدة المجال الكهربائي حول هذا الناقل.

4- مقاومة الناقل.

5- ناقلية (موصلية) هذا الناقل.

obeikandl.com

الحل *Solution*:

1- إنَّ كثافة التيار الكهربائي المار خلال السلك هي:

$$J = \frac{I}{A}$$

$$A = \pi r^2 = \pi\left(5\times10^{-3}\ m\right)^2 = 7.854\times10^{-5}\ m^2$$

$$J = \frac{1.5\ A}{7.854\times10^{-5}\ m^2} = 1.9\times10^{4}\ (A/m^2)$$

2- سرعة الانسياق تساوي:

$$v_d = \frac{J}{ne}$$

$$= \frac{1.9\times10^{4}\ (A/m^2)}{\left(5.9\times10^{28}\ m^{-3}\right)\left(1.6\times10^{-19}\ C\right)} = 2.023\times10^{-6}\ (m/s)$$

3- شدة المجال الكهربائي تساوي:

$$E = \rho J$$

$$= (1.62\times10^{-8}\ \Omega.m)(1.9\times10^{4}\ A/m^2)$$

$$= 3.078\times10^{-4}\ (V/m)$$

4- مقاومة الناقل هي:

$$R = \rho\frac{L}{A}$$

$$= (1.62\times10^{-8}\ \Omega.m)\frac{(10\,m)}{(7.854\times10^{-5}\ m^2)}$$

$$= 2.063\times10^{-3}\ \Omega$$

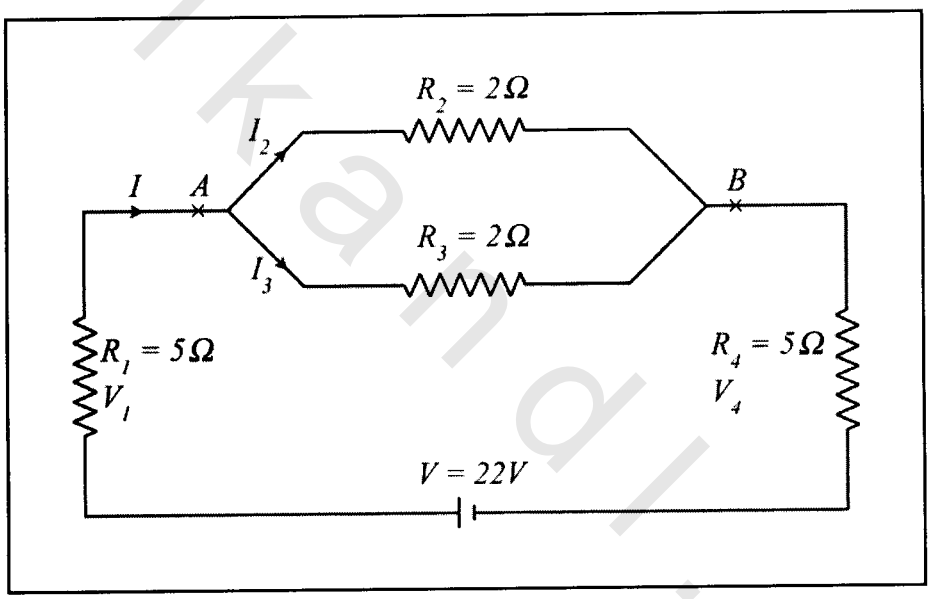
obeikandl.com

5- أما ناقلية هذا الموصل فهي:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

$$= \frac{1}{(1.62\times10^{-8}\ \Omega.m)} = 6.173\times10^{7}\ (\Omega.m)^{-1}$$

7-5 تأمل الدائرة الكهربائية المبينة في الشكل (15-7)، ستجد أنّ بطارية تعطي جهداً مقداره $(22V)$، تغذي أربع مقاومات.



الشكل (15-7) الامتحان الذاتي الخامس

1- أوجد حسابياً مقدار شدة التيار الكهربائي المار في الدائرة.

2- أوجد حسابياً مقدار شدة التيار الكهربائي المار في المقاومة (R_3).

3- أوجد حسابياً مقدار المقاومة النوعية للمقاومة (R_4)، إذا علمت أنّها مصنوعة من سلك طوله $(1m)$، ونصف قطره $(2mm)$.

obeikandl.com

الحل *Solution*:

1- نلاحظ أنَّ المقاومتين (R_2) و (R_3) مربوطتان على التوازي، والمقاومة المكافئة لهما هي:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$= \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{2\Omega} = \frac{2}{2\Omega}$$

$$\therefore \; R_{eq} = 1\Omega$$

نلاحظ أنّ مجموع المقاومات في الدائرة هو:

$$R = R_1 + R_{eq} + R_4$$

$$= 5\Omega + 1\Omega + 5\Omega = 11\Omega$$

$$\therefore \; I = \frac{V}{R} = \frac{22V}{11V} = 2A$$

2- لحساب مقدار شدة التيار المار في المقاومة (R_3) نحتاج إلى معرفة فرق الجهد بين النقطتين (A) و (B)، حيث يمكن حسابه على الشكل الآتي:

$$V_{AB} = I\,R_{eq} = \left(\frac{V}{R_1 + R_{eq} + R_4}\right) R_{eq}$$

$$= 2A(1\Omega) = 2V$$

$$\therefore \; I_3 = \frac{V_{AB}}{R_3} = \frac{2V}{2\Omega} = 1A$$

3- أما مقدار المقاومة النوعية للمقاومة (R_4)، فيمكننا حسابه من العلاقة الرياضية بين المقاومة والمقاومة النوعية، على النحو الآتي:

obeikandi.com

$$\rho = R\frac{A}{L}$$

حيث إنّ:

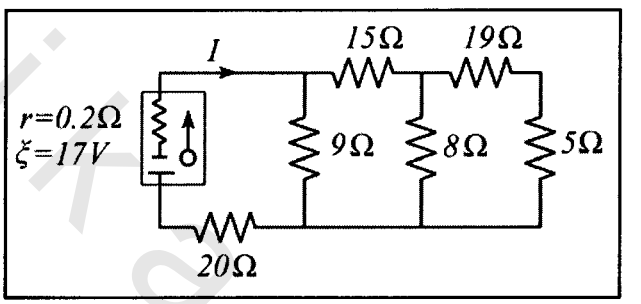
$$R = 5\,\Omega$$
$$L = 1\,m$$
$$A = \pi r^2 = \pi\left(2\times 10^{-3}\ m\right)^2 = 1.26\times 10^{-5}\ m^2$$
$$\rho = (5\Omega)\frac{(1.26\times 10^{-5}\ m^2)}{1\,m}$$
$$= 6.28\times 10^{-5}\ \ \Omega.m$$

oberkandl.com

مسائل وتمارين الفصل السابع

Chapter Seven Exercises & Problems

7-1 لديك الدائرة الكهربائية الموضحة في الشكل (16-7).



الشكل (16-7)، مسألة (1-7)

أوجد شدة التيار الكهربائي المار في الدائرة؟

7-2 مقاومتان ($12\ \Omega$) و($2.4\ \Omega$) موصولتان على التوالي بطرفي مولد كهربائي، مقاومته الداخلية ($r = 0.6\ \Omega$) ويعطي قوة دافعة كهربائية مقدارها ($\xi = 75\ V$) أوجد:

1- التيار الكهربائي المار في الدائرة.

2- الهبوط في الجهد عبر المقاومة ($2.4\ \Omega$).

3- الهبوط في الجهد عبر المقاومة ($12\ \Omega$).

4- قراءة فولتميتر موصول عبر طرفي المولد إذا كانت الدائرة مفتوحة.

obeikandl.com

7-3 يبلغ فرق الجهد الطرفي لبطارية جافة (1.41 V)، ترسل تياراً قدره (2 A)، أوجد مقدار مقاومتها الداخلية إذا كان فرق الجهد يساوي (1.59 V) عندما تكون الدائرة مفتوحة؟

7-4 يبلغ مقدار مقاومة ملف موصول على التوالي مع مصباح كهربائي (5 Ω).

أوجد مقدار مقاومة المصباح الكهربائي إذا كانت شدة التيار المار فيه (4 A)، وذلك عندما تُوصَّل المجموعة بمصدر فولتية مقدارها (100 V).

7-5 مولد قوته الدافعة الكهربائية تساوي (120 V)، وفرق جهده الطرفي (110 V).

كم هو مقدار مقاومته الداخلية عندما يرسل تياراً قدره (20 A)؟

7-6 حزمة من الأيونات الموجبة، مضاعفة الشحنة الكهربائية، تحتوي على (2×10^{8}) من الشحنات لكل واحد سنتيمتر مكعب، تتحرك جميعها باتجاه الشمال بسرعة قدرها ($1\times10^{5}\ m/s$).

أوجد حسابياً كثافة التيار الكهربائي (J).

7-7 سلك من النحاس يبلغ نصف قطره (1.5 mm)، يسري خلاله تيار مقداره ($2.4\times10^{-8}\ A$).

أوجد حسابياً كل من:

1- كثافة التيار الكهربائي (J).

2- سرعة انجراف الإلكترونات داخل السلك.

obeikandl.com

7-8 قريباً من السطح، تبلغ كثافة البروتونات في الرياح الناشئة عن الشمس $(8.70\ cm^{-3})$ وسرعتها $(470\ km/s)$.

1- أوجد حسابياً كثافة التيار الكهربائي (J) لهذه البروتونات.

2- افرض أن المجال المغناطيسي للأرض لا يقوم بعملية إبعادها والتخلص من التيار الكهربائي الذي تسببه، أوجد محصلة التيار الكهربائي الذي ستتلقاه الأرض. نصف قطر الأرض يساوي $(6.37\times10^{6}\ m)$.

7-9 سكة عربة مصنوعة من الفولاذ، يبلغ مساحة مقطعها $(56\ cm^{2})$.

أوجد مقدار مقاومة مسافة قدرها $(10\ km)$ من هذه السكة إذا كانت المقاومة النوعية للفولاذ *resistivity* تساوي $(3\times10^{-7}\ \Omega.m)$.

7-10 سلك مصنوع من مادة ناقلة للتيار الكهربائي، نصف قطره $(0.5\ mm)$، وطوله $(4\ m)$، أما مقاومته *resistance* فتساوي $(25\ m\Omega)$.

أوجد مقدار المقاومة النوعية لهذه المادة.

7-11 سلك مقاومته $(6\ \Omega)$، أجريت عليه عملية سحب بحيث ازداد طوله إلى ثلاثة أضعاف طوله الأصلي حيث لم تتغير كل من مقاومته النوعية وكثافته.

كم هي مقاومة السلك الجديد؟ أوجد ذلك حسابياً.

7-12 راديو ترانزستور صغير يعمل بفولتية مقدارها $(9\ V)$ وتبلغ قدرته $(7\ W)$، بقي يعمل لمدة $(4\ h)$.

كم هو مقدار الشحنة الكهربائية التي استهلكها؟ أوجد ذلك حسابياً.

obeikandl.com

7-13 عند مرور تيار كهربائي مقداره (3 A) تتولد طاقة حرارية في المقاوم الناقل لهذا التيار مقدارها (100 W).

أوجد مقدار مقاومة هذا الناقل.

obeikandl.com

مسائل اختيارية

Optional Problems

7-1 تبلغ مقاومة لفات آلة مصنوعة من النحاس عندما تكون متوقفة عن العمل ($50\ \Omega$) عند درجة الحرارة ($20°C$)، بلغت هذه المقاومة ($58\ \Omega$) بعدما عمل محركها لعدة ساعات.

أوجد درجة الحرارة عند هذه المقاومة إذا كانت المقاومة النوعية للنحاس تساوي ($1.69\times10^{-8}\ \Omega.m$)، ومعاملها الحراري عند ($20°C$) ($4.3\times10^{-3}\ K^{-1}$) على التوالي.

7-2 حزمة ثابتة من أشعة ألفا *alpha particles* شحنة الواحدة منها ($q = 2e$)، تسير بطاقة حركية ثابتة مقدارها ($20\ MeV$)، وتيار كهربائي ثابت مقداره ($0.25\ A$).

1- إذا كانت الحزمة متوجهة إلى سطح مستوٍ وبشكل عمودي عليه، كم عدد جزيئات أشعة ألفا التي سوف تصطدم بهذا السطح خلال زمن قدره ($3\ s$)؟

2- أوجد عدد جزيئات أشعة ألفا في مسار طوله ($20\ cm$) عند أية لحظة.

3- أوجد مقدار فرق الجهد الذي يجب تسليطه لتعجيل جزيئات أشعة ألفا كي تستطيع امتلاك طاقة حركية مقدارها ($20\ MeV$).

ملاحظة: $1eV = 1.6\times10^{-19}\ J$.

• • •

obeikandl.com

7-3 استُخدم فرق جهد مقداره (1.2 V) بين طرفي سلك نحاسي طوله (33 m) وقطره (0.1 cm)، أوجد كلاً من:

1- مقدار التيار الكهربائي المار في السلك.

2- كثافة التيار الكهربائي المار في السلك.

3- شدة المجال الكهربائي الذي يؤثر على السلك.

4- مقدار القدرة الحرارية المهدورة نتيجة لمرور التيار الكهربائي.

ملاحظة: المقاومة النوعية للنحاس عند درجة حرارة الغرفة تساوي $(1.69\times10^{-8}\ \Omega.m)$.

obeikandl.com

الخلاصة
Summary

- **شدة التيار الكهربائي *Electric Current Intensity***: هي مقدار الشحنة الكهربائية (q) التي تعبر مقطعاً محدداً من الناقل خلال وحدة الزمن (t)، والرمز الشائع لشدة التيار الكهربائي هو (I)، وهي كمية عددية:

$$I(A) = \frac{q(C)}{t(s)}$$

- **كثافة التيار الكهربائي *Electric Current density***: هي مقدار الشحنة الكهربائية (q) التي تعبر وحدة المساحة (A) خلال وحدة الزمن، أو بعبارة أخرى هي مقدار التيار الكهربائي (I) الذي يعبر وحدة المساحة (A)، وهي كمية اتجاهية:

$$\vec{J}(A.m^{-2}) = \frac{I(A)}{A(m^2)}$$

- المقاومة ***Resistance***: هي النسبة العددية بين فرق الجهد (V) مقاساً بالفولت لعنصر كهربائي وشدة التيار الكهربائي المار خلاله (I) مقاساً بالأمبير:

$$R(ohm) = \frac{V(volt)}{I(amper)}$$

ويمكننا إيجاد المقاومة المكافئة (R_{eq}) لمجموعة من المقاومات الموصولة على التوالي من القانون:

obeikandl.com

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + ...$$

كما يمكننا إيجاد المقاومة المكافئة (R_{eq}) لمجموعة من المقاومات الموصولة على التوازي من القانون:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + ...$$

- **الأوم *Ohm***: هو وحدة قياس المقاومة في النظام الدولي للقياس *(SI)*، ويساوي مقاومة عنصر كهربائي يمر خلاله تيار كهربائي مقداره واحد أمبير، إذا سُلط بين طرفيه فرق جهد مقداره واحد فولت.
- **المقاومة النوعية *Resistivity***: هي مقاومة جزء من مادة العنصر الكهربائي طوله متر واحد، ومساحة مقطعه متر مربع واحد.

$$\rho(\Omega.m) = R(\Omega)\frac{A(m^2)}{L(m)}$$

- **المعامل الحراري لمقاومة المادة *Heat Coefficient of resistonce***: هو عبارة عن الزيادة الحاصلة في مقاومة جزء من المادة عندما ترتفع درجة حرارتها درجة واحدة.

$$\alpha(K^{-1}) = \frac{(R - R_o)\Omega}{R_o(\Omega)\Delta T(k)}$$

- **سرعة الانجراف *Drift Velocity***: هي عبارة عن سرعة الإلكترونات الحرة في النواقل عند مرور التيار الكهربائي خلالها.

$$v_d(m/s) = \frac{J(A\,m^{-2})}{n(m^{-3})e(C)}$$

oberkandi.com

- **القوة الدافعة الكهربائية *Electro motive force***: هي الشغل اللازم بذله لنقل وحدة الشحنات الكهربائية خلال الدائرة الكهربائية، وتقاس بوحدات فرق الجهد الكهربائي؛ الفولت.

- **قانونا كيرشوف *Kirchhoff's rules***:

1- القانون الأول: إنَّ مجموع التيارات الكهربائية التي تدخل أي نقطة تفرع في الدائرة الكهربائية يساوي مجموع التيارات الكهربائية، التي تخرج من النقطة نفسها، وهناك صيغة أخرى لهذا القانون وهي: المجموع الجبري لشدة التيارات الكهربائية عند أي نقطة في الدائرة الكهربائية يساوي الصفر.

$$I = I_1 + I_2 + \ldots$$
$$I - I_1 - I_2 - \ldots = 0$$

2- القانون الثاني: إن المجموع الجبري للتغيرات الحاصلة في الجهد الكهربائي خلال مسار مغلق في الدائرة الكهربائية يساوي صفراً، وهناك صيغة أخرى لهذا القانون وهي: إنَّ المجموع الجبري لفروق الجهد بين طرفي كل عنصر في الدائرة الكهربائية المغلقة في ترتيب دوري معين، يساوي المجموع الجبري للقوى الدافعة الكهربائية فيها.

$$\sum \xi = \sum V$$

obeikandl.com