الفصل السادس

الكهرباء الساكنة

Electrostatics

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

1. أن يميِّز ما هو المقصود بالشحنة الكهربائية، ويصف طبيعتها ويضبط مقدارها ويشرح دورها في كلٍ من: القوة الكهروستاتيكية، شدة المجال الكهروستاتيكي، الجهد الكهروستاتيكي.
2. أن يَخبرَ الاستخدام الصحيح لقانون كولوم في حساب القوة الكهروستاتيكية، بين الشحنات الكهربائية الساكنة.
3. أن يوضّح بدراية تامة طبيعة الكميات الثلاثة: القوة، المجال، الجهد الكهروستاتيكي.
4. أن يفسِّر طبيعة عمل المكثف الكهربائي، ويُعبِّر عن علاقة سعته الكهربائية بكل من شحنته وفرق الجهد بين لوحيه.
5. أن يربط بين كلٍ من سعة المكثف ومقدار شحنته الكهربائية وفرق الجهد بين لوحيه من جهة، وحساب الطاقة الكهربائية المختزنة فيه من جهة أخرى.

الكهرباء الساكنة

Electrostatics

6-1 المقدمة *Introduction*:

إنَّ دراسة الكهرباء الساكنة *electrostatics* تشتمل على مجموعة من المفاهيم الأساسية *concepts fundamentals* في هذا الموضوع، مثل الشحنة الكهربائية *electric charge* كميتها وطبيعتها، حفظ الشحنة الكهربائية *conservation of electric charge*، الشحنة الأولية، دور سماحية الفضاء الحر *permitivivty* في التأثير على الشحنات الكهربائية، استخدام قانون كولوم *Coulomb's law* في تحديد القوة الكهروستاتيكية *electrostatic force*، المواد الناقلة *conductors*، والمواد العازلة *insulators* للتيار الكهربائي، المجال الكهروستاتيكي *electrostatic field*، الجهد الكهروستاتيكي *electrostatic potential*. ولا بد من التأكيد أن هذا الفرع من الفيزياء يهتم بدراسة الشحنة الكهربائية المستقرة.

لقد أصبح مألوفاً لدينا وجود علاقة بين دلك الأجسام الناقلة أو العازلة بمادة صوفية أو حريرية وظاهرة التكهرب الساكن، وذلك بسبب نشوء القوة الكهروستاتيكية المتبادلة بينهما بعد أن تفتقد أو تكتسب الأجسام المدلوكة شحنات كهربائية. إنّ ظاهرة التجاذب *attraction* أو التنافر

repulsion بين تلك الأجسام أدت من الناحية العملية إلى تمييز نوعين من الشحنات الكهربائية، سالبة *negative charges* وموجبة *positive charges*، كما أدت إلى تمييز الجسم المادي بوصفه فيما إذا كان متعادلاً كهربائياً أم لا، وسنحاول أن نتناول هذه المفاهيم بطريقة مباشرة وميسرة.

2-6 الشحنة الكهربائية *Electric Charge*:

ربما تكون الأجسام المتعادلة كهربائياً *electric neutral* من حولنا ولاسيَّما ما يمكننا أن نراه منها، مسألةً غير ملفتة للانتباه، إلا أنها في حقيقة الأمر تحتوي على أعداد هائلة من الشحنات الكهربائية، ومعنى ذلك أن الشحنات الموجبة تعادل وتساوي الشحنات السالبة ويقال عن الجسم في هذه الحالة أنه متعادل كهربائياً، وأما إذا كانت كمية الشحنتين غير متساويتين فإننا ننتقل إلى حالة عدم التعادل *imbalance*، عندئذٍ نحصل على أجسام مشحونة كهربائياً إما بشحنة سالبة أو شحنة موجبة. وبناءً على ذلك تم تصنيف الشحنات الكهربائية إلى سالبة أو موجبة. كما أنّ التأثير المتبادل لهذين النوعين المختلفين من الشحنات الكهربائية أدى إلى صياغة الظاهرتين المعروفين الآتيين:

1- الظاهرة الأولى: الشحنات المتشابهة تتنافر فيما بينها *Like charges repel each other*.

2- الظاهرة الثانية: الشحنات غير المتشابهة تتجاذب فيما بينها *Unlike charges attract each other*.

وباعتماد الحقيقة العلمية حول البنية الذرية للمادة *atomic structure of matter* واكتشاف كل من النواة *nucleus* ذات الطبيعة الكهربائية الموجبة

والإلكترون *electron* ذو الطبيعة الكهربائية السالبة أصبحت المعلومات في هذا الصدد متوافرة وبشكل مفيد للغاية، فقد ترتب على ذلك معرفة الشحنة الأولية *elementary charge* والمقصود بها شحنة الإلكترون، وتم تحديد مقدارها بشكل مضبوط للغاية، وأصبحت معروفة القيمة، كما اعتُمِدَ الحرف الإنكليزي بشكله الصغير (e) للتعبير عن الإلكترون، وأصبح معروفاً أن:

$$\boxed{e = 1.60 \times 10^{-19}\ C}$$

حيث إن (C) هي وحدة قياس الشحنة الكهربائية وهي الكولوم، ويمكننا تعريف الكولوم بواسطة مقدار الشحنة الأولية، ذلك أنَّ الواحد كولوم هو عبارة عن شحنة عدد من الإلكترونات يساوي (6.25×10^{18})، كما تمَّ تحديد كتلة الإلكترون وهي:

$$\boxed{m_e = 9.1 \times 10^{-31}\ kg}$$

كل ذلك أدى إلى التخلي عملياً عن الاعتقاد القديم بأن التيار الكهربائي هو عبارة عن سيل متدفق متصل *continuous fluid* من الإلكترونات، إذ أن الحقيقة العلمية أكثر دقة من ذلك، فالتيار الكهربائي هو عبارة عن تكرار لعدد من المرات المعلومة للشحنة الأولية ذات المقدار المعلوم، وقد تكون سالبة أو موجبة، والتعبير الصحيح عن الشحنة الكهربائية هو:

$$q = n\,e, \quad (n = \pm 1, \pm 2, \ldots) \qquad (6\text{-}1)$$

ومن الواضح تماماً في هذه المعادلة أن (e) هي الشحنة الأولية، كما توضح أن الشحنة الكهربائية مكممة *charge is quantized*.

إنَّ الدراسات المستفيضة عن البنية الذرية للمادة أدت إلى التمييز بين الشحنات الأولية وطبيعتها، ومعرفة شحنة البروتون *proton* وهو من مكونات النواة، وكذلك التعرف على كتلة كل من هذين الجسمين، كما أدت إلى التأكد بأن النيوترون *neutron* وهو الآخر من مكونات النواة متعادل كهربائياً، بينما تقترب كتلته من كتلة البروتون، وبهدف تكوين فكرة أولية عن مكونات الذرة تأمل الجدول (1-6).

الجسيم *Particle*	الرمز *Symbol*	الشحنة *Charge (e)*	الكتلة *Mass (m)*
إلكترون	*e*	*-1*	*1*
بروتون	*p*	*+1*	*1836.15*
نيوترون	*n*	*0*	*1838.68*

الجدول (1-6) ويبين بعضاً من خصائص أجزاء من مكونات الذرة

ويلاحظ ان كتل وشحنات المكونات تم قياسها نسبة إلى كتلة وشحنة الإلكترون

وكواحدة من النتائج الهامة لدراسة البنية الذرية للمادة، هي تصنيف المواد الموجودة في الطبيعة من ناحية سلوكها الكهربائي إلى ثلاثة أصناف:

1- المواد الناقلة (الموصلة) *conductors*: وهي المواد التي تمتلك أعداداً هائلة من الإلكترونات الحرة *free electrons* في درجة حرارة الغرفة *room temperature*، مما يجعل هذه المواد ناقلةً جيدةً للكهرباء، مثل الحديد *iron*، النحاس *cooper*، الألومونيوم *aluminum*.

2- المواد العازلة *non conductors or insulators*: وهي المواد التي لا تمتلك جسيمات مشحونة حرة الحركة، ونلاحظ هنا ارتباط هذه الجسيمات

(الإلكترونات) بقوى كبيرة مع النواة تمنعها من الحركة، مثل الخشب *wood*، المطاط *rubber*، والبلاستيك *plastic*، والزجاج *glass*.

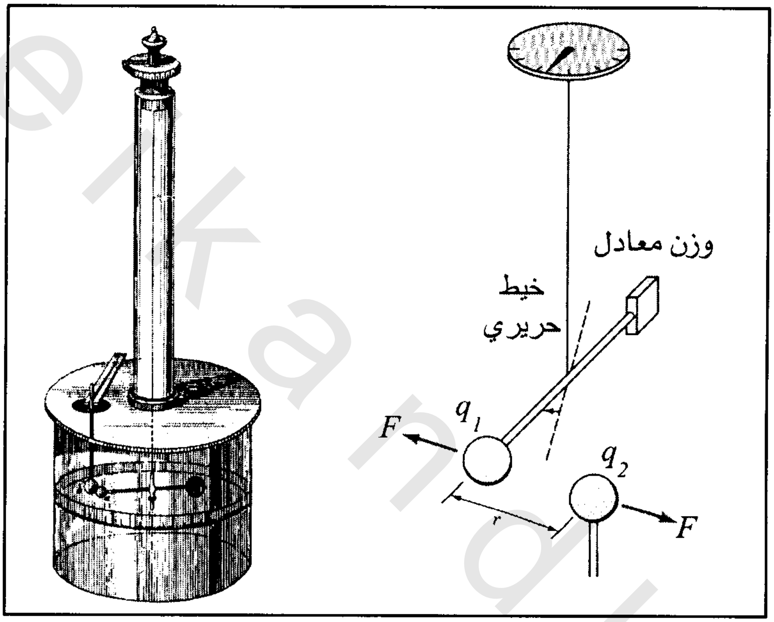
3- المواد شبه الموصلة (شبه الناقلة) *semi conductors*: وهي المواد التي تتصف بالحالة المتوسطة بين المواد الناقلة والمواد العازلة، إذ أنها تسمح بمرور التيار الكهربائي عند معالجتها صناعياً، وذلك بتحضير بلورات موجبة وأخرى سالبة من هذه المواد بعد تطعيمها بعناصر مناسبة لهذه الغاية، كما سنناقش ونشرح ذلك مفصلاً في الوحدة التاسعة من هذا الكتاب، ومن أشهر هذه المواد الجيرمانيوم *germanium* والسيليكون *silicon*، ومن المعروف أن اكتشاف هذه المواد أحدث ثورة هائلة في عالم الأجهزة الإلكترونية التي تعتمد في صناعتها على الخصائص الفريدة لهذا الصنف من المواد.

6-3 قانون كولوم *Coulomb's Law*:

لقد تمكن العالم الفرنسي *Coulomb Charles Augustus* في العام 1795م من دراسة القوى المتبادلة بين الشحنات الكهربائية الساكنة دراسةً تجريبية، وذلك باستخدام ميزان اللي الذي صممه لهذا الغرض *Coulomb's torsion balance*، حيث تمكن من التوصل إلى القانون الذي يعطي العلاقة الرياضية بين القوة الكهروستاتيكية -وسُميت بهذا الاسم بسبب بقاء الشحنات الكهربائية ثابتةً في مكانها- ومقدار هذه الشحنات والمسافة الفاصلة بينها، انظر الشكل (6-1).

إن ميزان اللي المكون من كرة معدنية صغيرة تحمل شحنة كهربائية مقدارها (q_1) متصلة بوزن يعادلها لغرض الاستقرار بواسطة محور متصل

بقرص مدرج مثبت عليه مؤشر يقيس زاوية الانحراف بسبب التأثير المتبادل بين الشحنة المعلقة وأية شحنة أخرى، حيث إن مقدار زاوية الانحراف يتناسب مع قوة التنافر بين الشحنتين. وبتغيير مقدار الشحنتين والمسافة بينهما في الفراغ *vacuum* توصل كولوم إلى ما يلي:



الشكل (1-6) ميزان اللي للعالم كولوم، ويبين القوة الكهربائية بين شحنتين

1- تتناسب القوة الكهروستاتيكية (F) تناسباً طردياً مع مقدار الشحنتين (q_2, q_1) وهما شحنتان نقطيتان *point charges* أي أنّ أبعادها صغيرة إذا ما قورنت بالمسافة الفاصلة بينهما.

$$F \propto q_1 q_2 \qquad (6\text{-}2)$$

2- تتناسب القوة الكهروستاتيكية (F) عكسياً مع مربع المسافة الفاصل بينهما (r^2)، ومعنى ذلك أنَّ:

$$F \propto \frac{1}{r^2} \qquad (6\text{-}3)$$

من العلاقتين (6-2) و(6-3)، نستنتج أن:

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad (6\text{-}4)$$

وبتحويل التناسب إلى مساواة، نجد أنَّ:

$$\boxed{F = k\,\frac{q_1 q_2}{r^2}} \qquad \text{(تعريف قانون كولومب)} \quad (6\text{-}5)$$

حيث إن (k) هو ثابت التناسب، ويطلق عليه الثابت الكهروستاتيكي، ويعتمد على الوحدات المستخدمة لقياس القوة والشحنة والمسافة، كما يعتمد أيضاً على الوسط الفاصل بين الشحنات الكهربائية، ولتحديد مقدار الثابت وباستخدام النظام العالمي للقياس (SI)، استخدم كولوم المقادير الآتية:

$$q_1 = q_2 = 1C$$
$$r = 1\,m$$

فوجد أن قوة التنافر الكهروستاتيكية *repulsion force* بينهما تساوي:

$$F = 9 \times 10^9\,N$$

وبالرجوع إلى العلاقة الرياضية (6-5) نجد أن ثابت التناسب يساوي:

$$k = \frac{Fr^2}{q_1 q_2}$$
$$= \frac{(9\times 10^9\,N)(1m^2)}{1C^2} = 9\times 10^9\,N.m^2.C^{-2}$$

وعليه، يمكننا إعادة كتابة العلاقة الرياضية *(6-5)* على النحو الآتي:

$$F = 9\times 10^{9} \frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$$

حيث يؤكد المتجه $(\hat{r})$ أن القوة الكهروستاتيكية (F) هي كمية اتجاهية، كما يمكننا إعادة كتابة الثابت (k) على الشكل الآتي:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}$$

حيث (ε_o) هو ثابت نفاذية الفراغ أو الهواء *permittivity of vacuum*، ويمكن إيجاد مقداره العددي على النحو الآتي:

$$\varepsilon_o = \frac{1}{4\pi k} = \frac{1}{4\pi(9\times 10^{9})} = 8.85\times 10^{-12}\ N^{-1}.m^{-2}.C^{2}$$

واستنتاجاً من كل ما تقدم فإن العلاقة الرياضية *(6-5)* تأخذ الصيغة الآتية:

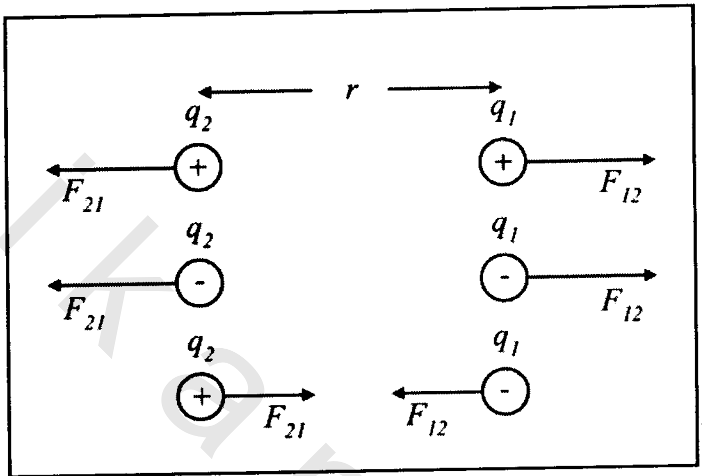
$$F = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_o}\frac{q_1\,q_2}{r^2}$$

أما إذا كان الوسط المحيط بالشحنات وسطاً آخراً غير الفراغ فإننا نحتاج إلى إضافة ثابت السماحية النسبية لمادة هذا الوسط، ويُعرَّف ثابت السماحية النسبية *relative permittivity* على الشكل الآتي:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o} = \frac{\text{ثابت سماحية الوسط}}{\text{ثابت سماحية الفراغ}} \qquad (6\text{-}6)$$

ونلاحظ من العلاقة *(6-6)* أن (ε_r) ليس له وحدة قياس.

وأخـيراً لا بـد مـن الانتبـاه إلى ضـرورة تحديـد اتجـاه تـأثير القـوة الكهروستاتيكية، وذلك لكي يكتمل تعريفنا للكمية الاتجاهية. وبهدف تبسيط هذه المسألة الهامة، تأمَّل بدقة الشكل (2-6).



الشكل (2-6) يبيّن اتجاه القوى الكهروستاتيكية المتبادلة بين شحنتين كهربائيتين نقطيتين

لاحظ عزيزي القارئ أن قوى التأثير المتبادلة في الحالات الثلاثة متساوية في المقدار ومتعاكسة في الاتجاه، وهو ما يذكرنا بقانون نيوتن الثالث الذي سبق ذكره في الفصل الثالث من هذا الكتاب. وأخيراً لا بد أن نؤكد على أن الشحنتين المتماثلتين تتنافران فيما بينهما، وأنَّ الشحنتين المختلفتين تتجاذبان فيما بينهما، كل ذلك بسبب القوى الكهروستاتيكية.

وهنا لا بد من لفت الانتباه إلى أنَّ:

1- قوة التنافر ذات إشارة موجبة.

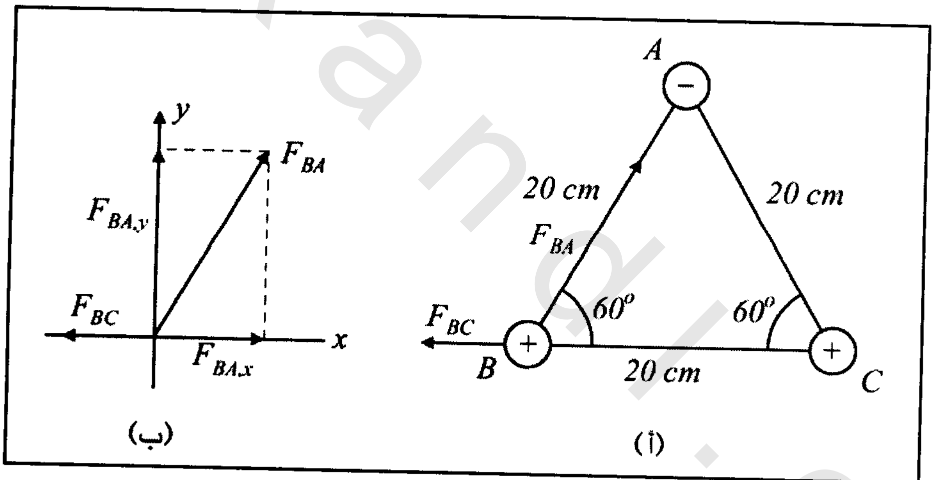
2- قوة التجاذب ذات إشارة سالبة.

وبهدف التعامل مع الحقائق العلمية سابقة الذكر والتعود على تطبيقها عملياً، تأمل المثال (1-6).

مثال (1-6) *Example*

وضعت ثلاث شحنات على رؤوس مثلث متساوي الأضلاع $(A\ B\ C)$، تأمل الشكل (3-6)، مقاديرها $(-10\times10^{-6}\ C)$، $(+4\times10^{-6}\ C)$، $(+2\times10^{-6}\ C)$ على التوالي.

أوجد حسابياً القوة الكهروستاتيكية المؤثرة على الشحنة الموجودة عند النقطة (B).



الشكل (3-6)، مثال (1-6)

الحل ***Solution***:

$$F_{BA}=9\times10^{9}\frac{(-10\times10^{-6})(+4\times10^{-6})}{(20\times10^{-2})^{2}}=-9\,N$$

$$F_{BC}=9\times10^{9}\frac{(+2\times10^{-6})(+4\times10^{-6})}{(20\times10^{-2})^{2}}=1.8\,N$$

ولإيجاد المحصلة نحتاج إلى تحليل القوة (F_{BA}) إلى مركبتيها السينية والصادية، تأمل الشكل (3-6 ب)، مع ملاحظة أنَّ القوة (F_{BC}) واقعة على المحور السيني.

$$F_{BA,x} = F_{BA} \cos 60 = 4.5\, N$$
$$F_{BA,y} = F_{BA} \sin 60 = 7.79\, N$$
$$\sum F_x = F_{BA,x} - F_{BC} = 4.5 - 1.8 = 2.7\, N$$
$$\sum F_y = 7.79\, N$$
$$F = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} = 8.09\, N$$
$$\tan\theta = \frac{\sum F_y}{\sum F_x}$$
$$= \frac{7.28}{2.7}$$
$$= 2.885$$
$$\theta = \tan_o^{-1}(2.885)$$
$$= 77.3$$

ونلاحظ في المثال (1-6) أننا استخدمنا المحاور الديكارتية (x, y) لدراسة مجموعة القوى المؤثرة في ذات الوقت على شحنة محددة، وذلك باستخدام الطريقة التحليلية، حيث يكون مركز المحاور المتعامدة عند نقطة التأثير، ونأمل من أعزائنا الطلبة اعتماد هذه الطريقة المبسطة لتحديد مقدار واتجاه المحصلة للقوى المؤثرة باعتبارها كمية اتجاهية، وذلك في أي مسألة مشابهة لهذا المثال.

مثال (6-2) Example

إذا كانت شحنة نواة ذرة الهيليوم تساوي $(2e)$، وشحنة نواة ذرة النيون تساوي $(10e)$، والمسافة الفاصلة بين النواتين تساوي $(3\,nm)$.

أوجد مقدار القوة الكهروستاتيكية بينهما.

الحل **Solution**:

هذا تطبيق مباشر على قانون كولوم، وبما أن ثابت السماحية النسبية لم يذكر في هذا المثال فإن:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$r = 3nm = 3\times10^{-9}\,m$$

$$q_1 = 2e = 2(1.6\times10^{-19}\,C)$$

$$q_2 = 10e = 10(1.6\times10^{-19}\,C)$$

$$\varepsilon_o = 8.85\times10^{-12}\,N^{-1}.m^{-2}.C^2$$

$$F = \frac{1}{4\pi\left(8.85\times10^{-12}\right)}\frac{2\left(1.6\times10^{-19}\,C\right)10\left(1.6\times10^{-19}\,C\right)}{\left(3\times10^{-9}\,m\right)^2} = 5.12\times10^{-10}\,N$$

وهي قوة ذات إشارة موجبة، أي أنها قوة تنافر لأن الشحنتين متماثلتين.

ملاحظة: حاول إعادة حل هذا المثال باستخدام الثابت $(k = 9\times10^9\,N\,m^2\,C^{-2})$، وستجد أنك ستحصل على النتيجة نفسها.

6-4 المجال الكهربائي Electric Field:

المجال الكهربائي هو عبارة عن حيِّز مكون من مجموعة من المتجهات أو حقل من المتجهات vectors field بمعدل متجه واحد لكل نقطة حول الشحنة الكهربائية، ويُختبر المجال الكهربائي بواسطة وضع شحنة اختبارية test charge (q_o) بالقرب من جسم مشحون كهربائياً بشحنة مقدارها (q)، ثم نقوم بحساب القوة الكهروستاتيكية $(\vec{F})$ المؤثرة على الشحنة الاختبارية (q_o)، وهكذا نجد أنّ المجال الكهربائي الناشئ عن تأثير الجسم ذي الشحنة (q) على الشحنة (q_o)، هو عبارة عن القوة الكهروستاتيكية التي تنشأ بين هاتين الشحنتين والمؤثرة على الشحنة الاختبارية (q_o)، وباستخدام النظام الدولي للقياس نعرِّف المجال الكهربائي بأنّه القوة الكهروستاتيكية المساوية لواحد نيوتن والتي تؤثر على شحنة كهربائية مقدارها واحد كولوم، وهذا ما يمكننا التعبير عنه رياضياً بالعلاقة الآتية:

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_o}} \qquad \text{(تعريف المجال الكهربائي)} \qquad (6\text{-}7)$$

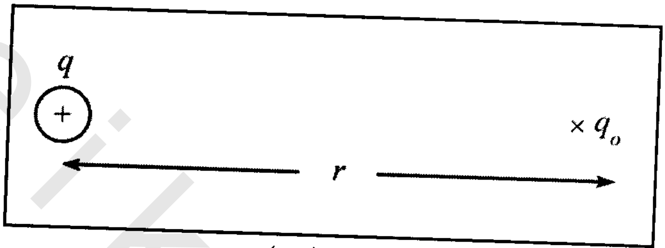
حيث إن $(\vec{E})$ هي شدة المجال الكهربائي، وهو كمية اتجاهية مقدارها $(\vec{F}/q_o)$ واتجاهها هو اتجاه القوة $(\vec{F})$ نفسه، أما وحدة قياسه في النظام العالمي (SI) فهي (N/C).

ومن الجدير بنا أن نؤكد على أن الشحنة الاختبارية سميت بهذا الاسم لأن مهمتها هي لاختبار وجود المجال الكهربائي فقط، وليس لها أثر يذكر على طبيعته أو مقداره، إنما ينشأ المجال الكهربائي بسبب شحنة الجسم (q)،

• • •

ولبيان ذلك تأمل الشكل (4-6)، حيث إن القوة الكهروستاتيكية المؤثرة على (q_o) هي:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}\hat{r}$$



الشكل (4-6)

الشحنة الاختبارية (q_o) تقع داخل حيِّز المجال الكهربائي للشحنة (q)

حيث إن (r) المسافة الفاصلة بين الشحنتين، أما شدة المجال الكهربائي فهو:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_o} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r} \qquad (6\text{-}8)$$

وهكذا نتبين أن الشحنة الاختبارية لا علاقة لها بالمجال الكهربائي.

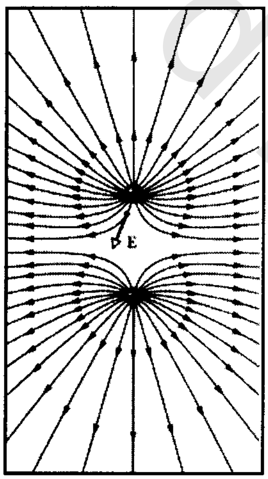
ومتجه الوحدة $(\hat{r})$ يشير إلى أنَّ اتجاه المجال $(\vec{E})$ باتجاه القوة $(\vec{F})$.

وتختلف شدة المجال الكهربائي $(\vec{E})$ بحسب اختلاف الظروف الفيزيائية للشحنة التي تسببه[1]، والجدول (2-6) يوضح شدة المجال $(\vec{E})$ لمجموعة من هذه الحالات. كما أن شكل خطوط المجال الكهربائي يختلف باختلاف الطبيعة الكهربائية للشحنة، انظر الشكل (5-6) و(6-6).

(1) تعمدنا وضع الجدول (2-6) بهدف إعطاء القارئ أمثلة على بعض حالات المجال الكهربائي.

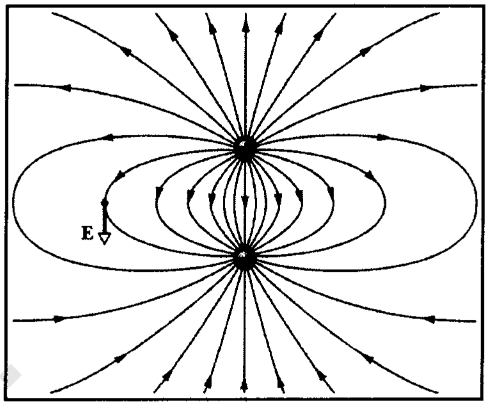
المجال الكهربائي **Electric Field**	المقدار (N/C)
على سطح نواة اليورانيوم *at the surface of uranium nuclus*	3×10^{21}
على مدار الإلكترون في ذرة الهيدروجين *within a hydrogen atom, at the electron orbit*	5×10^{11}
مجال الانهيار الكهربائي في الهواء *electric breakdown occurs in air*	3×10^{6}
ماسح آلة التصوير الضوئي *at the charged drum of a photocopier*	10^{3}
مجال تسريع الإلكترونات في التلفزيون *the electron beam accelerator in a TV set*	10^{3}
حول مشط بلاستيكي *near a charged plastic comb*	10^{3}
طبقة الغلاف الجوي السفلى *in the lower atmosphere*	10^{2}
المجال على سلك من النحاس داخل البيت *inside the copper wire of household circuits*	10^{2}

الجدول (6-2) يبين شدة المجال الكهربائي $(\bar{E})$ لمجموعة من الحالات المختلفة



الشكل (6-5) خطوط المجال الكهربائي الناتجة عن شحنتين متساويتين موجبتين

وفيها نرى كيف تتنافر الشحنتان خلال خطوط المجالات الكهربائية



الشكل (6-6) خطوط المجال الكهربائي

الناتجة عن شحنتين متساويتين ومختلفتي الإشارة،

وفيها نرى كيف تتجاذب الشحنتان من خلال خطوط المجالات الكهربائية

6-5 المجال الكهربائي الناشئ عن شحنة نقطية

:*Electric Field Due To A Point Charge*

إن المجال الكهربائي $(\vec{E})$ الناشئ عن شحنة نقطية مقدارها (q)، عند نقطة تبعد عنها مسافة مقدارها (r) هو مقدار القوة الكهروستاتيكية المؤثرة على شحنة اختبارية (q_o) ويساوي:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q}{r^2}\,\hat{r}$$

والصيغة الرياضية المتداولة لحساب شدة المجال الكهربائي هي:

$$\boxed{E = k\frac{q}{r^2}} \qquad \text{(تعريف المجال الكهربائي لشحنة)} \qquad (6\text{-}9)$$

حيث إن $(\hat{r})$ يمثل متجه الوحدة *unit vector* لمتجه الإزاحة الواصل بين الشحنة والنقطة المطلوب تعيين مقدار المجال الكهربائي عندها، أما اتجاه

$(\vec{E})$ فهو بالاتجاه الذي يبدو مبتعداً عن الشحنة إذا كانت موجبة، انظر الشكل (5-6) ومقترباً منها إذا كانت الشحنة سالبة، انظر الشكل (6-6).

مثال (6-3) Example

إذا كان نصف قطر *radius* نواة ذرة اليورانيوم (r) يساوي $(6.8\ fm)$ وإذا ما افترضنا أن شحنة النواة تتوزع بشكل منتظم في داخلها.

أوجد حسابياً شدة المجال الكهربائي عند نقطة على سطح النواة.

الحل *Solution*:

باستخدام العلاقة الرياضية *(10-6)* نجد أنَّ:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze}{r^2} = k\frac{Ze}{r^2}$$

$$= (9\times 10^{9}\ N.m^{2}.C^{-2})\ \frac{(92)(1.6\times 10^{-19}\,C)}{(6.8\times 10^{-15}\,m)^{2}}$$

$$E = 2.9\times 10^{21}\ N/C$$

حيث $(Z = 92)$ تمثل عدد البروتونات داخل نواة اليورانيوم.

6-6 الجهد الكهربائي *Electric Potential*:

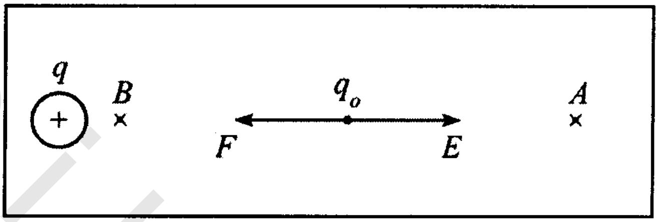
إذا قمنا بوصل جسمين مشحونين كهربائياً، فإن الشحنات تبدأ بالانتقال من أحدهما إلى الآخر، وهذا لا يحدث إلا إذا كان الجهد الكهربائي لأحدهما أعلى من الآخر، إذاً:

1- ماذا نقصد بمفهوم الجهد الكهربائي؟

2- ما هي الكميات الفيزيائية التي يعتمد عليها الجهد الكهربائي؟

3- ما هي العلاقة بين كلٍ من الجهد الكهربائي في نقطة ما والمجال الكهربائي لها؟

وللإجابة على هذه التساؤلات دعنا نتأمل الشكل (7-6).



الشكل (7-6) فرق الجهد لشحنة كهربائية اختبارية (q_o)

إذا تحركت الشحنة الكهربائية الاختبارية *test charge* (q_o) من النقطة (A) إلى النقطة (B) وبسرعة ثابتة داخل مجال تأثير الشحنة الموجبة $(+q)$، فإن مقداراً من الشغل يُبذل عليها ويُختزن فيها على شكل طاقة تسمى الطاقة الكامنة الكهربائية *electric potential energy*، والمقدار الناتج عن قسمة الشغل المبذول في تحريك هذه الشحنة الاختبارية بين نقطة البداية (A) ونقطة النهاية (B) على الشحنة الاختبارية ذاتها يسمى فرق الجهد بين هاتين النقطتين *potential difference*. ونستطيع التعبير رياضياً عن هذا المفهوم بالعلاقة الآتية:

$$V_{BA} = V_B - V_A = \frac{W_{A\to B}}{q_o} \qquad (6\text{-}10)$$

$$W_{A\to B} = (V_B - V_A)q_o = \Delta U$$

حيث إن:

$W_{A\to B}$: الشغل المبذول بواسطة القوة الخارجية (F) لنقل الشحنة (q_o) من (A) إلى (B).

(V_B) : الجهد الكهربائي عند النقطة (B).

(V_A) : الجهد الكهربائي عند النقطة (A).

(ΔU) : التغير في الطاقة الكامنة للشحنة (q_o).

ولبيان العلاقة بين الشغل المبذول على الشحنة (q_o) وطاقتها الكامنة الكهربائية، نتأمل مرة أخرى الشكل (8-6) لنجد أن القوة (F) تساوي المقدار (Eq) وتعاكسه في الاتجاه وهذا ما يفسر لنا أن الشغل هو مقدار سالب، أي أن:

$$-W_{A\to B} = -\Delta U$$

ونستطيع الآن أن نُعرّف حاصل ضرب الشحنة في الجهد عند نقطة ما، بأنّه الطاقة الكامنة للشحنة في تلك النقطة، فمثلاً الطاقة الكامنة للشحنة (q_o) عند النقطة B تساوي $(V_B\, q_o)$. وبناءً على ما تقدم فإن فرق الجهد بين نقطتين $(V_B - V_A)$ يساوي مقدار التغير الحاصل في الطاقة الكامنة الكهربائية مقسوماً على مقدار الشحنة المنقولة ومعنى ذلك:

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q_o} = \frac{U_B - U_A}{q_o}$$

وبصفة عامة يمكننا إيجاد مقدار الشغل الكهربائي المبذول بين نقطتين داخل المجال الكهربائي للشحنة النقطية (q) والمؤثر على شحنة اختبارية (q_o) من العلاقة الرياضية:

$$W = F.r$$
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{qq_o}{r^2}r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{qq_o}{r}$$

حيث إن (r) هي المسافة الفاصلة بين النقطتين (A) و(B)، نلاحظ أيضاً أن كلاً من (F) و(r) لهما ذات الاتجاه أي أن الزاوية بينهما تساوي الصفر.

تعريف الجهد الكهربائي في نقطة: هو الشغل المبذول لتحريك وحدة الشحنات الكهربائية من الـ (مالا نهاية) إلى النقطة المطلوبة دون إحداث أي تغيير في طاقتها الحركية. ويقاس الجهد بوحدة (J/C) وهي عبارة عن الفولت (V).

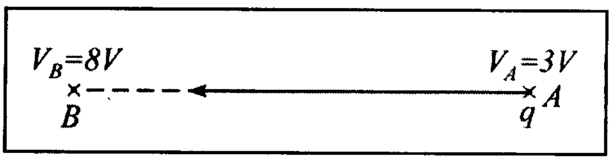
مثال (6-4) Example

شحنة كهربائية مقدارها $(4\times10^{-6}\ C)$ موجودة في نقطة يبلغ مقدار جهدها $(3V)$ تأمل الشكل (6-8)، ثم أوجد حسابياً:

1- الطاقة الكامنة للشحنة الكهربائية.

2- مقدار الشغل المطلوب لنقلها إلى نقطة أخرى يبلغ مقدار جهدها $(8V)$.

3- مقدار التغير في الطاقة الكامنة للشحنة عند نقلها من الموضع (A) إلى الموضع (B).



الشكل (6-8)، المثال (6-4)

الحل **Solution**:

1- الطاقة الكامنة:

$$U = qV$$
$$= (4 \times 10^{-6}\, C)\,(3V) = 12 \times 10^{-6}\, J$$

2- الشغل المطلوب لنقل الشحنة من (A) إلى (B).

$$W = q(V_B - V_A)$$
$$= (4 \times 10^{-6}\, C)\,(8V - 3V) = 20 \times 10^{-6}\, J$$

3- التغير في الطاقة الكامنة للشحنة:

$$\Delta U = U_B - U_A = 20 \times 10^{-6}\, J$$

ملاحظة: ماذا نستنتج من مقارنة نتائج المطاليب (2 و3)؟

وبالرجوع إلى العلاقة الرياضية التي تعبّر عن القوة الكهربائية الناشئة بين الشحنة (q) وشحنة اختبارية (q_o) ومفهوم الشغل خلال المسافة (r) عن الشحنة الكهربائية (q)، ومقدار الشغل المطلوب إنجازه، نجد أن:

$$W = Fr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{qq_o}{r^2}r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{qq_o}{r}$$

$$V = \frac{W}{q_o} = \frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{qq_o}{r}}{q_o} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r}$$

والصيغة الرياضية المتداولة لحساب الجهد الكهربائي هي:

$$\boxed{V = k\frac{q}{r}}$$ (تعريف الجهد الكهربائي لشحنة) *(6-11)*

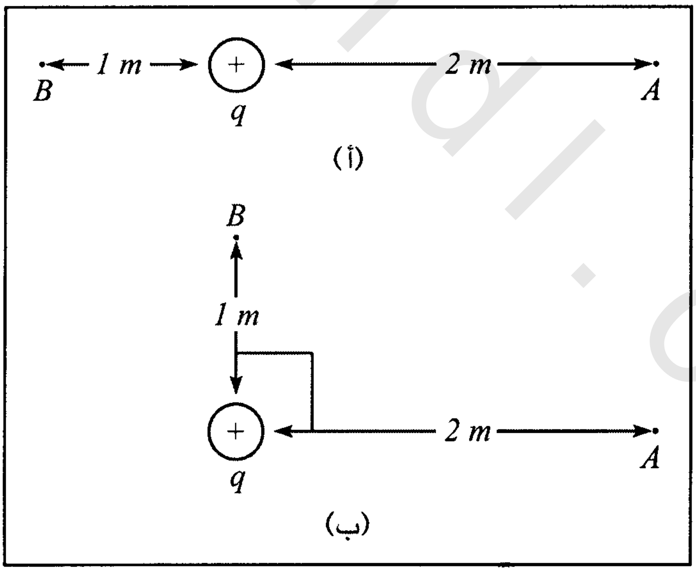
وهي العلاقة الرياضية التي تعبِّر عن الجهد الكهربائي عند نقطة تبعد مسافة (r) عن الشحنة (q)، وهو كمية عددية وليست اتجاهية.

مثال (6-5) Example

إذا كان مقدار الشحنة النقطية *point charge*، الموضحة في الشكل (6-9) يساوي $(1\ \mu C)$، وتبعد النقطة (A) عنها مسافة قدرها $(2\ m)$، أما النقطة (B) فتبعد $(1\ m)$.

1- أوجد فرق الجهد $(V_A - V_B)$ في الشكل (6-10 أ).

2- أوجد فرق الجهد $(V_A - V_B)$ في الشكل (6-9 ب).



الشكل (6-9)، المثال (6-5)

الحل **Solution**:

-1

$$
\begin{aligned}
V_A - V_B &= k\frac{q}{r_A} - k\frac{q}{r_B} \\
&= kq\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right) \\
&= (9\times 10^9\ N\,m^2\,C^{-2})\,(1\times 10^{-6}\ C)\left(\frac{1}{2m} - \frac{1}{1m}\right) \\
&= -4500V
\end{aligned}
$$

2- بما أن الجهد الكهربائي يعتمد على مقدار المسافة (r) وليس على اتجاهها إذاً:

$$V_A - V_B = -4500V$$

6-7 السعة الكهربائية *Capacitance*:

تعتبر السعة الكهربائية مفهوماً هاماً للغاية، وهو من أهم التطبيقات المباشرة على مفهوم الكهرباء الساكنة، وذلك بعد وصل طرفي المكثف الكهربائي *capacitor* بفرق جهد مناسب. إنَّ السعة *capacitance* صفة من صفات المكثف والذي يُصمم بأشكال مختلفة تناسب الغرض المقصود من استعمالها، إذ أن هذا الاستعمال يؤدي إلى تخزين الطاقة الكهربائية في المكثف، كما يؤدي إلى نشوء مجال كهربائي بين لوحيه له تطبيقات عديدة في الدوائر الكهربائية والإلكترونية. وكما نعلم، فإنَّ المكثف هو عبارة عن لوحين متوازيين مصنوعين من مادة ناقلة للكهرباء يفصل بينهما وسط عازل،

يحمل الوجهان الداخليان للوحين المتوازيين شحنات كهربائية متعاكسة بسبب فرق الجهد الكهربائي (V) بينهما. إنَّ كمية الشحنة المختزنة storage charge (q) في المكثف تتناسب تناسباً طردياً مع فرق الجهد بين لوحيه، أي أنَّ:

$$q \propto V$$

حيث إن ثابت التناسب هنا هو ما نطلق عليه "السعة الكهربائية" للمكثف (C)، والتي يعتمد مقدارها على الأبعاد الهندسية[1] للمكثف ونوع المادة العازلة بين اللوحين، أي أن:

$$q = CV \qquad (6\text{-}12)$$

ولغرض التعرف على الشكل المبسط للمكثف الكهربائي، انظر الشكل (10-6 أ، ب). إن وحدة قياس السعة الكهربائية في النظام الدولي (SI) هي الكولوم لكل فولت، أو ما يعرف بالفاراد *Farad* حيث إن:

$$1\ Farad = 1\ Coulomb\,/\,1\ Volt$$
$$1\ F = 1\ C\,/\,1\ V$$

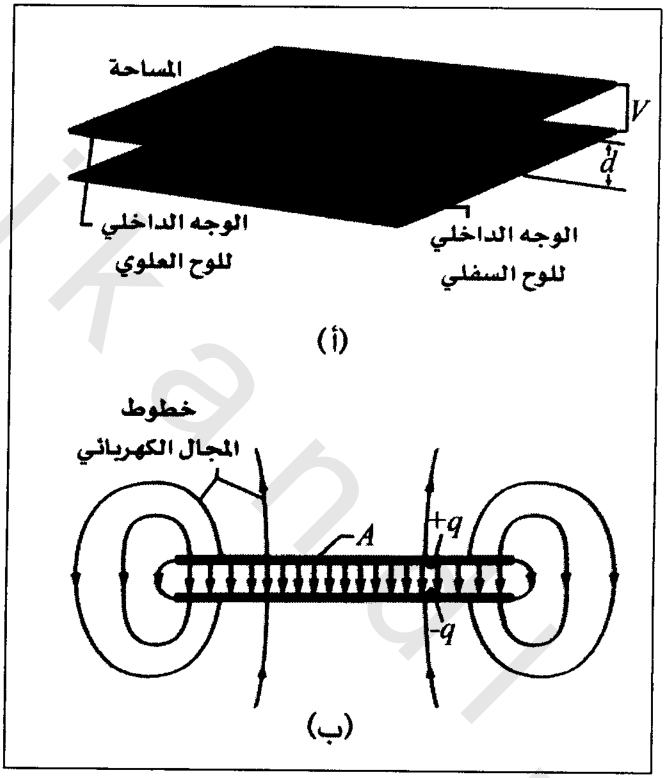
ويعتبر الفاراد وحدة كبير جداً لقياس السعة الكهربائية للمكثف ولهذا نلجأ عادةً إلى استعمال أجزاء الفاراد ونذكر هنا أكثرها تداولاً، مايكروفاراد، نانوفاراد، وبيكوفاراد.

إن سعة المكثف ذي اللوحين المتوازيين السابق الذكر، يمكن حسابها وذلك بحساب شدة المجال الكهربائي $(\vec{E})$ الناشئ بين اللوحين وذلك باعتماد

(1) المقصود بالأبعاد الهندسية للمكثف، مساحة اللوحين وشكلهما الهندسي، والمسافة الفاصلة بينهما.

قانون كاوس *Gaus's law* الذي يربط بين كل من المجال الكهربائي والشحنة الكهربائية بالعلاقة الرياضية:

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}.\vec{d}A = q \qquad (6\text{-}13)$$



الشكل (6-10)

أ- وفيه يظهر شكل المكثف ذي اللوحين المتوازيين، والمتساويين في المساحة (A) وتفصلهما عن بعضهما مسافة (d)، بينما يظهر فرق الجهد بينهما (V)، وكذلك الشحنتين على الوجهين الداخليين $(+q)$ و$(-q)$.

ب- وفيه تظهر خطوط المجال الكهربائي $(\vec{E})$ وهو مجال منتظم في وسط المكثف بينما يتهدب *(fringes)* عند حافتي المكثف، ويتم إهمال مجال منطقة التهدب لصغر المسافة (d) مقارنة بالمساحة (A).

حيث إن (q) هي الشحنة الكهربائية الموضوعة على السطح، والتكامل هنا يشمل السطح الكلي للوح الناقل، أما (dA) فهو الجزء التفاضلي من السطح الكلي ذي المساحة (A)، بينما يمثل المتجه $(d\vec{A})$ متجه المساحة العمودي عليها، أما إذا لم يكن عمودياً، فنلاحظ أنَّ علامة الضرب القياسي الموجودة بين متجه المجال $(\vec{E})$ ومتجه المساحة $(d\vec{A})$، هي التي تضبط هندسياً هذه العلاقة. وباعتبار أن كلاً من $(\vec{F})$ و(ε_0) من جهة و$(\vec{E})$ و(dA) من جهة أخرى موازية لبعضها البعض، أي أن الزاوية بين $(\vec{E})$ و$(d\vec{A})$ تساوي الصفر، إذاً يمكننا إعادة صياغة المعادلة *(6-14)* على النحو الآتي:

$$\varepsilon_0 \vec{E} A = q \qquad (6\text{-}14)$$

ذلك أن تكامل الجزء التفاضلي من المساحة (dA) هو المساحة الكلية (A)، كما يمكننا حساب فرق الجهد (V) بين لوحي المكثف وذلك بعد أن عرفنا مقدار المجال الكهربائي من المعادلة المعروفة:

$$V = Ed \qquad (6\text{-}15)$$

وهكذا، ومن المعادلات *(6-12)*، *(6-14)*، *(6-15)* نجد أن:

$$\varepsilon_o E A = C E d$$

$$C = \varepsilon_o \frac{A}{d} \qquad (6\text{-}16)$$

وبما أن الحالة العامة تقتضي وجود ثوابت عزل لمواد عازلة أخرى غير الفراغ ولهذا لا بد من إعادة صياغة المعادلة *(6-16)* على الشكل الآتي:

$$\boxed{C = \varepsilon_o \varepsilon_r \frac{A}{d}} \qquad \text{(سعة المكثف)} \qquad (6\text{-}17)$$

حيث إن (ε_r) هو ثابت السماحية النسبية للمادة العازلة التي يمكن أن تملأ الفراغ بين لوحي المكثف، كالزجاج والمايكا، وقد مر ذكره عند مناقشة قانون كولوم.

6-8 توصيل المكثفات على التوازي *Capacitors in Parallel*:

إن الاستخدامات العملية للمكثفات الكهربائية تقتضي استخدام مجموعة منها، وهذه المجموعة يتم وصل عدد منها على التوازي *in parallel* وأحياناً أخرى وصل عدد منها على التوالي *in series*، وأحياناً أخرى على التوازي والتوالي معاً في آن واحد، وسوف نبدأ بإيجاد السعة المكافئة لمجموعة من المكثفات الموصولة على التوازي، بحيث توصل الألواح المشحونة بشحنة سالبة مع بعضها البعض وتوصل الألواح المشحونة بشحنة موجبة مع بعضها البعض، انظر الشكل (6-11 أ، ب)، تجد أن جميع المكثفات (C_1, C_2, C_3) لها الجهد (V) نفسه، أي أن:

$$V_1 = V_2 = V_3 = V$$

أما الشحنة الكلية (q):

$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

تمعن مرة أخرى بالشكل (6-11 ب)، تجد أنه يمثل المكثف المكافئ لمجموعة المكثفات الثلاثة، ولبيان ذلك تابع ما يلي:

$$q_1 = C_1 V,\ q_2 = C_2 V,\ q_3 = C_3 V$$
$$q = q_1 + q_2 + q_3 = C_1 V + C_2 V + C_3 V = V(C_1 + C_2 + C_3)$$

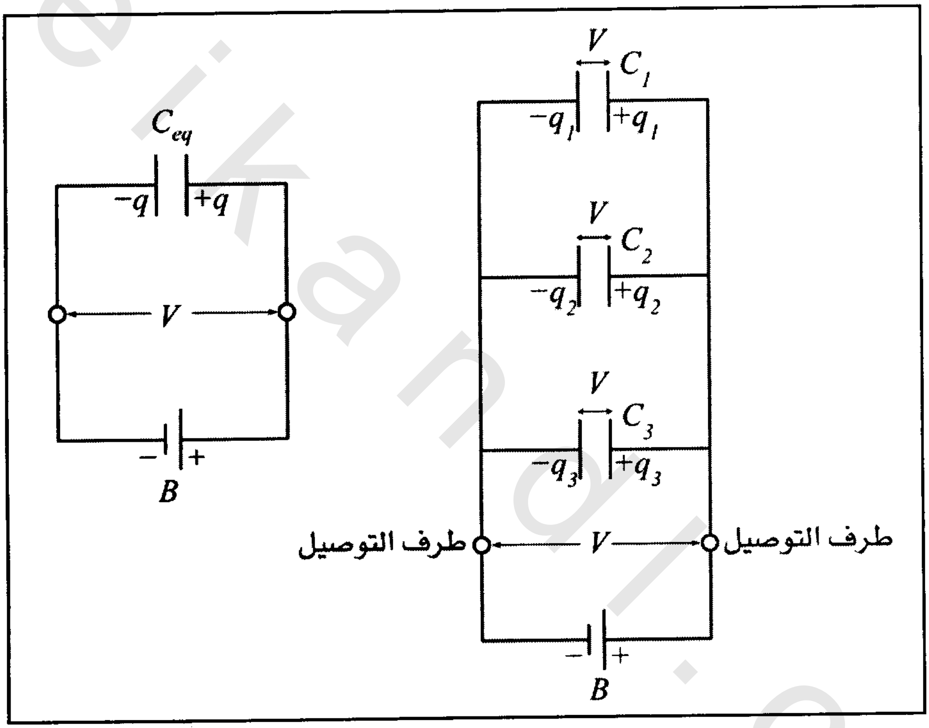
وهكذا نجد أن الحالة العامة يمكن التعبير عنها على النحو الآتي:

$$C = C_{eq} = \frac{q}{V} = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots = \sum_{i=1}^{n} C_i \ldots \qquad (6\text{-}19)$$

حيث إن (n) هو عدد المكثفات الموصولة على التوازي.

وهكذا نجد أنَّ السعة المكافئة في الشكل (11-6) هي (C):

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$



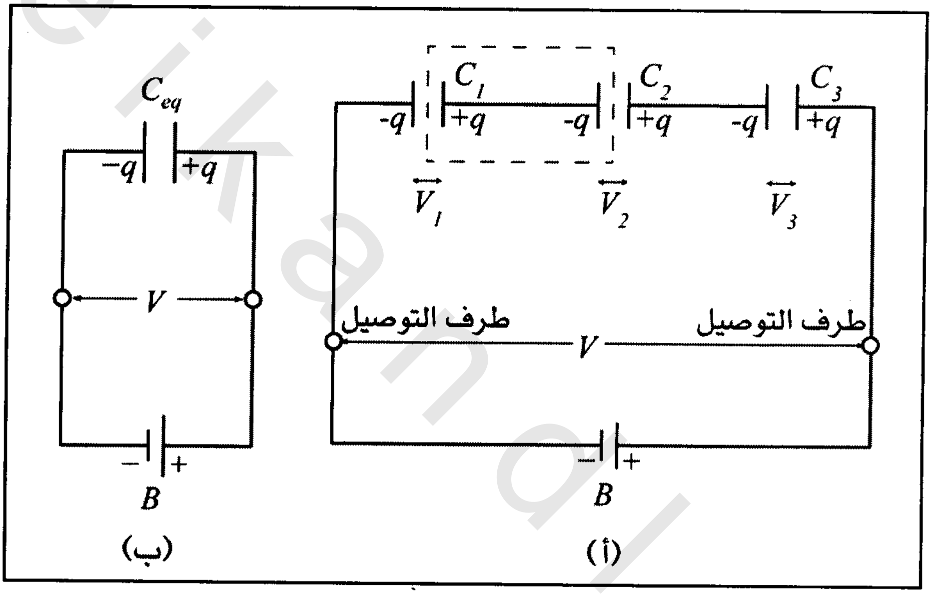
الشكل (11-6 أ، ب)

أ- يبين ثلاثة مكثفات (C_1,C_2,C_3) تم وصلها على التوازي *connected in parallel*، **إلى مصدر فرق الجهد البطارية (B) والذي يساوي (V).**

ب- ويبين المكثف (C_{eq}) المكافئ لمجموع المكثفات الثلاثة وكذلك يبين أن الشحنة الكلية هي عبارة عن مجموع الشحنات الثلاث $(q_1 + q_2 + q_3)$.

6-9 توصيل المكثفات على التوالي Capacitors in series :

يمكننا عملياً توصيل مجموعة من المكثفات ببعضها البعض على التوالي *in series*، أي توصيل الألواح بطريقة متوالية اللوح الثاني للمكثف الأول مع اللوح الأول للمكثف الثاني، واللوح الثاني للمكثف الثاني مع اللوح الأول للمكثف الثالث، وهكذا إلى نهاية الأمر، انظر الشكل (12-6 أ، ب).



الشكل (12-6 أ، ب)

أ- يبين ثلاثة مكثفات (C_1,C_2,C_3) تم وصلها على التوالي *connected in series*، إلى مصدر فرق الجهد البطارية (B) والذي يساوي (V).

ب- يبين المكثف المكافئ (C_{eq}) كما يوضح أن فرق الجهد (V) عبر هذا المكثف المكافئ هو عبارة عن حاصل جمع فرق الجهد $(V_1+V_2+V_3)$ عبر المكثفات الموضحة في الجزء (ب) من هذا الشكل.

إنَّ ملاحظة الشكل (12-6) تبيِّن لنا أن مجموعة من المكثفات وعددها ثلاثة، تم وصلها على التوالي، وهذا ما يؤدي بالضرورة إلى وجود ثلاث قيم مختلفة لفرق الجهد بعدد المكثفات الموصولة على التوالي، أي أنَّ لكل مكثف فرق الجهد الخاص به، (V_1, V_2, V_3) ، بينما نلاحظ أنَّ الشحنات الكهربائية متساوية لجميع هذه المكثفات، أي أن:

$$q = q_1 = q_2 = q_3$$

$$V_1 = \frac{q}{C_1}, V_2 = \frac{q}{C_2}, V_3 = \frac{q}{C_3}$$

أما فرق الجهد الكلي:

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

وأخيراً فإن السعة المكافئة هي:

$$C_{eq} = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}} = \frac{\cancel{q}}{\cancel{q}\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)}$$

$$1 = C_{eq}\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \qquad (6\text{-}20)$$

كما يمكن إعادة صياغتها بشكلها العام:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} \qquad (6\text{-}21)$$

حيث إن (n) عدد المكثفات في الدائرة الموصلة على التوالي.

6-10 الطاقة الكهربائية المختزنة في مكثف مشحون

Storage Energy In A Charged Capacitor:

إن مقدار الشحنة الكهربائية (q) في المكثف يتناسب مع فرق الجهد (V) بين طرفي المكثف الكهربائي، ومن المعلوم أن الجهد الكهربائي بين طرفي المكثف يبدأ من القيمة $(V = 0)$ عندما تكون الشحنة الكهربائية $(q = 0)$ ثم يزداد تدريجياً إلى القيمة $(V = V)$ عندما يكتمل شحن المكثف وتصل الشحنة الكهربائية إلى المقدار (q)، أي أن القيمة المتوسطة للجهد بين طرفي المكثف هي:

$$\overline{V} = \frac{V+0}{2} = \frac{1}{2}V \qquad (6\text{-}22)$$

حيث إن (V) هو فرق الجهد بين طرفي البطارية.

أما الشغل اللازم إنجازه لنقل الشحنة الكلية (q) عبر متوسط الجهد $(\overline{V})$ فهو:

$$W = q\left(\frac{1}{2}V\right) = \frac{1}{2}qV \qquad (6\text{-}23)$$

ويتم بعد ذلك تخزين هذا الشغل كطاقة كهربائية كامنة في المجال الكهربائي بين لوحي المكثف، ويمكن حسابه على النحو الآتي:

$$U = W = \frac{1}{2}qV = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 \qquad (6\text{-}24)$$

ويلاحظ بأن للمعادلة $(6\text{-}24)$ لها ثلاث صيغ رياضية يمكن استخدامها حسب المعلومات المتوافرة عن الدائرة الكهربائية.

مثال (6-6) *Example*

مكثفـــان ســـعة كـــل منهمـــا $(C_1 = 200\,PF)$ ، $(C_2 = 600\,PF)$ تم وصلهما على التوازي، ثم شحنا حتى صار فرق الجهد بين لوحي كلٍ منهما $(120\ volt)$.

1- أوجد حسابياً الشحنة الكهربائية على كل مكثف.

2- أوجد حسابياً السعة المكافئة للمجموعة.

الحل *Solution*:

-1

$$\begin{aligned} q_1 &= C_1 V \\ &= (200\times 10^{-12}\ F)(120V) \\ &= 2.4\times 10^{-8}\ C \\ q_2 &= C_2 V \\ &= (600\times 10^{-12})(120V) \\ &= 7.2\times 10^{-8}\ C \\ q &= q_1 + q_2 \\ &= (2.4+7.2)\times 10^{-8} = 9.6\times 10^{-8}\ C \end{aligned}$$

-2

$$\begin{aligned} C &= C_1 + C_2 \\ &= (200\times 10^{-12}) + (600\times 10^{-12}) \\ &= 800\times 10^{-12}\ F \\ C &= 8\times 10^{-10}\ F \end{aligned}$$

مثال (6-7) Example

مكثفان سعة كل منهما $(C_1 = 3\,PF)$ ، $(C_2 = 6\,PF)$ تم وصلهما على التوالي، ثم وصلت المجموعة بفرق جهد مقداره $(V = 10\ volt)$.

1- أوجد حسابياً السعة المكافئة للمجموعة.

2- أوجد حسابياً الشحنة الكلية على المجموعة والشحنة على كل مكثف.

3- أوجد حسابياً فرق الجهد عبر كل مكثف.

الحل **Solution**:

-1

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$
$$= \frac{1}{3\,PF} + \frac{1}{6\,PF} = \frac{(6+3)}{18\,PF}\frac{1}{2\,PF}$$
$$C = 2\,PF = 2\times 10^{-12}\,F$$

-2

$$q = CV$$
$$= (2\times 10^{-12}\,F)(10\,V) = 2\times 10^{-11}\,C$$

وبما أن التوصيل على التوالي:

$$q = q_1 = q_2 = 2\times 10^{-11}\,C$$
$$V_1 = \frac{q}{C_1} = \frac{2\times 10^{-11}\,C}{3\times 10^{-12}\,F} = 6.67\,V$$
$$V_2 = \frac{q}{C_2} = \frac{2\times 10^{-11}\,C}{6\times 10^{-12}\,F} = 3.33\,V$$

ونلاحظ هنا أن توصيل المكثفات على التوالي يعمل على توزيع الجهد على المكثفات، أي أن:

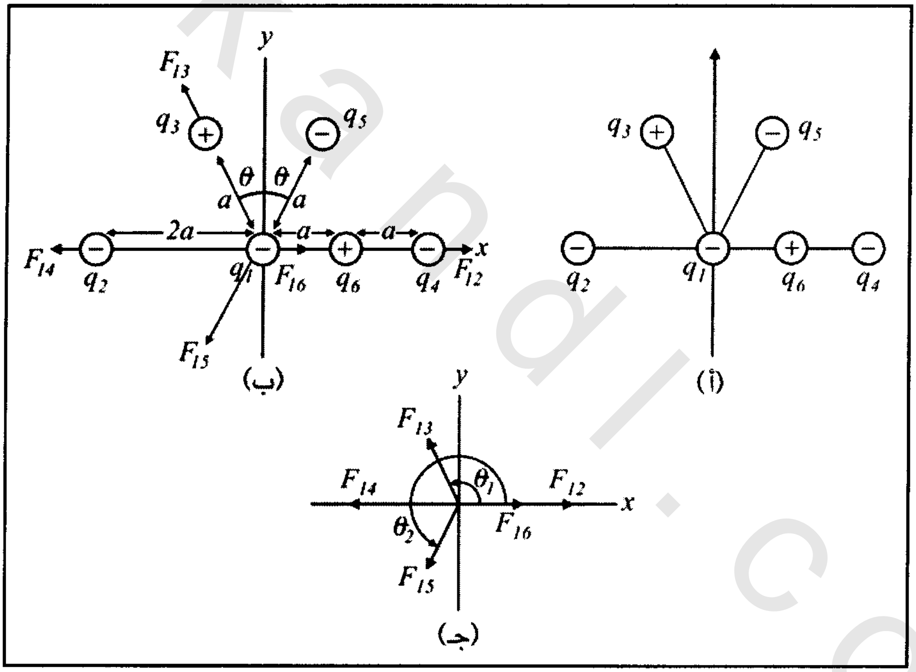
$$V_t = V_1 + V_2$$
$$10 = 6.67 + 3.33 = 10\, volt$$

مسائل عامة محلولة

solved problems

6-1 الشكل (13-6 أ ، ب ، جـ) يمثل ترتيباً لست شحنات كهربائية ، حيث تبلغ المسافة (a) $(2\ cm)$ والزاوية (θ) $(30°)$ ، أما مقدار كل من الشحنات الست فهو $(3 \times 10^{-6}\ C)$ وطبيعتها الكهربائية موضحة على الشكل.

أوجد القوة الكهروستاتيكية (F_1) المؤثرة على الشحنة (q_1) من باقي الشحنات الأخرى.



الشكل (13-6 أ، ب، جـ) [1]

(1) نلاحظ أن وجود الشحنة (q_6) بين الشحنتين (q_4) و (q_1) لا يؤثر بحال من الأحوال على القوة الكهروستاتيكية المؤثرة على الشحنة (q_1) من قبل الشحنة (q_4).

الحل **Solution:**

من المعلوم أن القوة المطلوب إيجادها $(\vec{F}_1)$ هي كمية اتجاهية، وعليه فهي عبارة عن محصلة مجموعة القوى الاتجاهية $(\vec{F}_{12}, \vec{F}_{13}, \vec{F}_{14}, \vec{F}_{15}, \vec{F}_{16})$، وبالنظر إلى الشكل نجد أن الشحنات الخمسة تؤثر في الشحنة (q_1) السالبة على النحو الآتي:

1- الشحنة (q_2) سالبة فهي تتنافر مع (q_1) ولذلك يكون متجه القوة إلى الخارج وتمثلها القوة $(\vec{F}_{12})$.

2- الشحنة (q_3) وهي موجبة فهي تحاول الابتعاد عن الشحنة (q_1) أي أن اتجاه قوتها مبتعد عن $(\vec{F}_{13})$ ولذلك يكون متجه القوة مبتعداً عن (q_1) وتمثلها القوة $(\vec{F}_{13})$.

3- الشحنة (q_4) وهي سالبة فهي تتنافر مع الشحنة (q_1) ولذلك يكون متجه القوة بعيداً عنها وإلى الخارج وتمثلها القوة $(\vec{F}_{14})$.

4- الشحنة (q_5) وهي سالبة وتتنافر مع الشحنة (q_1) ولذلك يكون متجه القوة بعيداً عنها وتمثلها القوة $(\vec{F}_{15})$.

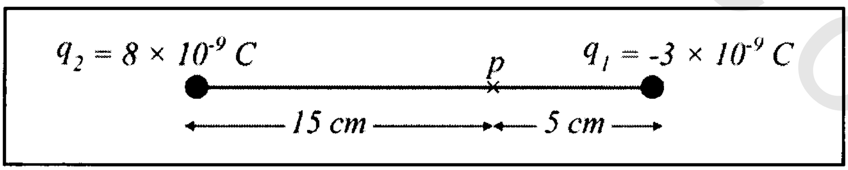
5- الشحنة (q_6) وهي موجبة فهي تجذب الشحنة (q_1) نحوها وتمثلها القوة $(\vec{F}_{16})$، وستعتمد تحليل هذه القوى على المحاور الديكارتية (x, y):

القوى على المحور السيني	القوى على المحور الصادي
$F_{14} = K\dfrac{q^2}{(2a)^2}\cos(180)$	$F_{13y} = K\dfrac{q^2}{a^2}\sin(120)$
$F_{12} = K\dfrac{q^2}{(2a)^2}\cos(0)$	$F_{15y} = K\dfrac{q^2}{a^2}\sin(240)$
$F_{13x} = K\dfrac{q^2}{a^2}\cos(120)$	$\sum F_{1y} = 0$
$F_{16} = \dfrac{q^2}{a^2}\cos(0)$	
$F_{15x} = K\dfrac{q^2}{a^2}\cos(240)$	

$$\begin{aligned}\sum F_{1x} &= F_{12} - F_{14} + F_{16} - F_{13}\cos(120) - F_{15}\cos(240)\\ &= F_{16} - (0.5F_{13} + 0.5F_{15})\\ &= 0\end{aligned}$$

ملاحظة: نلاحظ من الشكل أنّ القوتين (F_{12}) و (F_{14}) متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتجاه، كما نلاحظ أنّ القوتين (F_{13y}) و (F_{15y}) أيضاً متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتجاه.

6-2 تأمل الشكل (6-14)، ثم أوجد حسابياً مقدار الجهد الكهربائي عند النقطة (p).



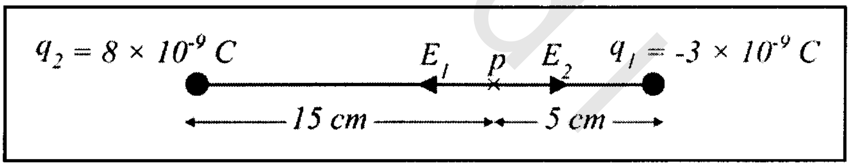
الشكل (6-14)

الحل **Solution**:

بملاحظة الشكل نجد أن الشحنة الأولى ذات طبيعة كهربائية سالبة، بينما الشحنة الثانية ذات طبيعة كهربائية موجبة، وعليه فإن الجهد عند النقطة (P) هو عبارة عن:

$$\begin{aligned}
V_P &= k\frac{q_2}{r_2} - \frac{q_1}{r_1} \\
&= k\left(\frac{q_2}{r_2} - \frac{q_1}{r_1}\right) \\
&= 9\times 10^{9}\left(\frac{8\times 10^{-9}\,C}{15\times 10^{-2}\,m} - \frac{3\times 10^{-9}\,C}{5\times 10^{-2}\,m}\right) \\
&= 9\times 10^{9}\ (5.3\times 10^{-8} - 6\times 10^{-8}) \\
&= -63\ V
\end{aligned}$$

6-3 تأمل الشكل (6-15)، ثم أوجد حسابياً مقدار شدة المجال الكهربائي عند النقطة (p)، ثم حدّد اتجاهه.



الشكل (6-15)

الحل **Solution**:

بما أن الشحنة الأولى سالبة، فإن متجه المجال يدخل إليها متجهاً نحو النقطة (P)، أما اتجاه المجال الكهربائي بالنسبة للشحنة الثانية الموجبة فيكون مبتعداً عنها، أيضاً نحو النقطة (P)، وعليه فإنَّ:

$$E_1 = k\frac{q_1}{r_1^2} 9\times 10^9 \ \frac{\left(-3\times 10^{-9}\,C\right)}{\left(5\times 10^{-2}\,m\right)^2}$$
$$= -10800\ N/C$$
$$E_2 = k\frac{q_2}{r_2^2} = 9\times 10^9 \ \frac{\left(8\times 10^{-9}\,C\right)}{\left(15\times 10^{-2}\,m\right)^2}$$
$$= 3200 \quad N/C$$

أما محصلة المجال الكهربائي عند النقطة (P) فهو:

$$E = E_2 + E_1 = 3200 - 10800$$
$$= -7600\ N/C$$

6-4 مكثف كهربائي *capacitor* متوازي اللوحين، والمسافة الفاصلة بينهما $(d = 1\times 10^{-3}\,m)$ ، ومقدار سعته $(C = 6\times 10^{-6}\,F)$.

قمنا بربط لوحيه بفرق جهد كهربائي (V) ، حتى أصبح مقدار شحنته الكهربائية $(q = 6\times 10^{-6}\,C)$.

أوجد حسابياً:

1- مقدار فرق الجهد الكهربائي بين لوحي المكثف (V).

2- مقدار المجال الكهربائي داخل المكثف (E).

3- مقدار الشغل اللازم لنقل شحنة كهربائية مقدارها $(0.5\times 10^{-6}\,C)$ من اللوح الموجب للمكثف إلى اللوح السالب.

الحل Solution:

1- إن العلاقة الرياضية بين كلٍ من شحنة المكثف وسعته وفرق الجهد بين لوحيه هي:

$$q = CV$$

$$6 \times 10^{-6}\,C = 6 \times 10^{-6}\,F\,V$$

$$V = \frac{6 \times 10^{-6}\,C}{6 \times 10^{-6}\,F} = 1\ volt$$

2- إنَّ العلاقة الرياضية بين كلٍ من شدة المجال الكهربائي وفرق الجهد والمسافة بين اللوحين هي:

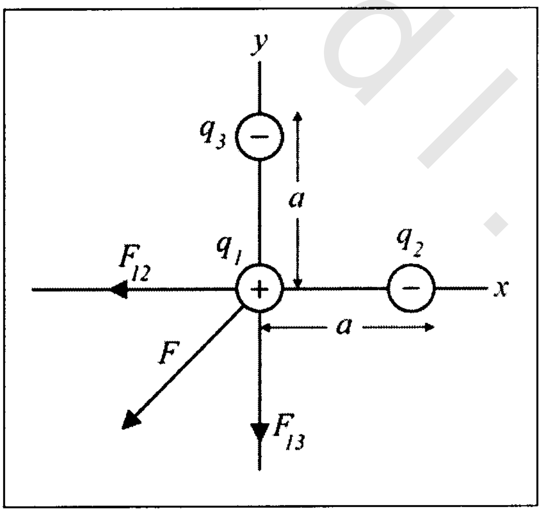
$$E = \frac{V}{d} = \frac{1\ volt}{1 \times 10^{-3}\,m} = 1 \times 10^{3}\ V/m$$

3- أما مقدار الشغل فهو عبارة عن:

$$W = \frac{1}{2}qV = \frac{1}{2}(0.5 \times 10^{-6}\,C)(1 volt)$$

$$= 10^{-6}\ Joule$$

6-5 في الشكل (16-6) ترتيب لثلاث شحنات كهربائية $(q_1 = 10nC)$ و $(q_2 = -20nC)$ و $(q_3 = -20nC)$ ، أما المسافة الفاصلة $(a = 30cm)$. أوجد حسابياً مقدار القوة الكهروستاتيكية المؤثرة على الشحنة (q_1).



الشكل (16-6)

الحل *Solution*:

من الواضح أن الشحنة (q_2) ذات طبيعة كهربائية سالبة، فهي سوف تؤثر على الشحنة (q_1) بقوة (F_{12}) باتجاهها، كما أنَّ الشحنة (q_3) أيضاً ذات طبيعة كهربائية سالبة، وبالتالي فإنّ القوة (F_{13}) ستكون باتجاهها، كما نلاحظ أنَّ كلا القوتين متعامدتين على بعضهما البعض، والآن:

$$F_{12} = k\frac{q_1 q_2}{a^2} = 9\times 10^9 \ \frac{(10\times 10^{-9}\ C)(-20\times 10^{-9}\ C)}{(30\times 10^{-2})^2}$$
$$= -2\times 10^{-5}\ N$$

(قوة تجاذب)

$$F_{13} = k\frac{q_1\ q_3}{a^2} = 9\times 10^9 \ \frac{(10\times 10^{-9}\ C)\ (-20\times 10^{-9}\ C)}{(30\times 10^{-2})^2}$$
$$= -2\times 10^{-5}\ N$$
$$F = \sqrt{(F_{12})^2 + (F_{13})^2} = 2.8\times 10^{-5}\ N$$

مسائل وتمارين الفصل السادس

Chapter Six Exercises & Problems

6-1 شحنتان كهربائيتان مقدار الأولى $(2\ \mu C)$ ومقدار الثانية $(-3\ \mu C)$، المسافة الفاصلة بينهما $(30\ cm)$. أوجد مقدار القوة الكهروستاتيكية التي تؤثر على الشحنة الثانية. هل هي قوة تجاذب أم تنافر؟ لماذا؟

6-2 إذا كانت شحنة نواة ذرة الأرغون تساوي $(18\ e)$. أوجد القوة الكهروستاتيكية بين نواتي ذرتي أرغون المسافة الفاصلة بينهما $(1\ nm)$. هل هي قوة تجاذب أم تنافر؟ لماذا؟

6-3 كرتان من نخاع البيلسان تحمل الأولى شحنة مقدارها $(3 \times 10^{-9}\ C)$ والثانية شحنة مقدارها $(120 \times 10^{-9}\ C)$، تفصلهما عن بعضهما مسافة قدرها $(3\ nm)$ في الهواء، أوجد مقدار القوة الكهروستاتيكية بينهما. هل هي قوة تجاذب أم تنافر؟

6-4 ما هو مقدار الشحنة الكهربائية النقطية التي تولد مجالاً كهربائياً مقداره $(1\ N/C)$ عند نقطة تبعد عنها مسافة مقدارها $(1\ m)$؟

6-5 جسيم مقدار كتلته $(0.5 \times 10^{-3}\ kg)$ يحمل شحنة سالبة مقدارها $(5 \times 10^{-6}\ C)$، تحرك هذا الجسيم بدءاً من السكون بتأثير مجال كهربائي مقداره $(0.5 \times 10^{5}\ N/C)$ مسافة قدرها $(10 \times 10^{-2}\ m)$.

أوجد حسابياً:

1- مقدار القوة الكهروستاتيكية التي أثر بها المجال الكهربائي في الجسيم.

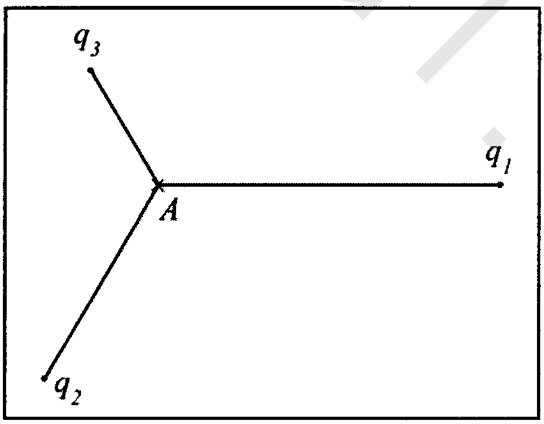
2- مقدار السرعة النهائية للجسيم.

3- مقدار الشغل الذي بذله المجال الكهربائي لتحريك الجسيم.

ملاحظة: هل يمكنك أن تفسّر أين ذهب هذا الشغل؟

مساعدة بسيطة: يمكنك عزيزي القارئ استخدام قانون نيوتن الثاني في الحركة وكذلك قوانين الحركة على خط مستقيم لحل هذه المسألة.

6-6 ثلاث شحنات كهربائية مقاديرها على التوالي $(q_1 = -5\times 10^{-9}\ C)$ ، $(q_2 = 6\times 10^{-6}\ C)$ ، $(q_3 = 3\times 10^{-6}\ C)$ تبعد عن النقطة (A) على التوالي $(r_1 = 10\times 10^{-2}\ m)$ ، $(r_2 = 5\times 10^{-2}\ m)$ ، $(r_3 = 3\times 10^{-2}\ m)$ ، انظر الشكل (6-17)، أوجد حسابياً مقدار الجهد الكهربائي عند النقطة (A).



الشكل (6-17)، المسألة (6-6)

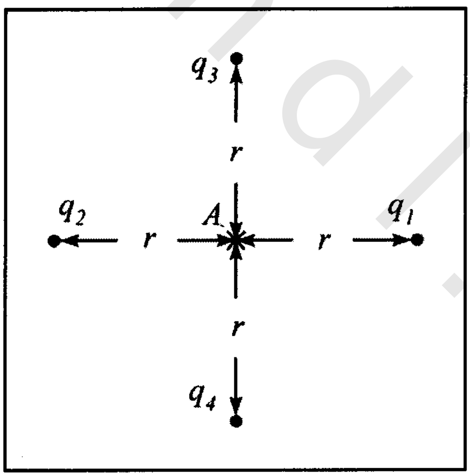
6-7 أربعة شحنات كهربائية مقاديرها على التوالي $(q_1 = -3\times 10^{-9}\ C)$ ، $(q_2 = q_3 = q_4 = 3\times 10^{-9}\ C)$ ، تبعد عن النقطة (A) مسافات متساوية مقدارها $(r = 3\times 10^{-2}\ m)$ ، انظر الشكل (6-18).

أوجد حسابياً:

1- مقدار الجهد الكهربائي عند النقطة (A).

2- مقدار (محصلة) المجال الكهربائي عند النقطة (A)، ثمَّ حدِّد اتجاهها.

3- وضعنا شحنة خامسة $(q_5 = 9\times 10^{-6}\ C)$ عند النقطة (A)، أوجد مقدار القوة الكهربائية الساكنة (F_{15}) بينها وبين الشحنة (q_1) ، ثم حدِّد اتجاهها.



الشكل (6-18)

6-8 مكثف يتكون من لوحين متوازيين مساحة كل منهما $(202\ \ cm^2)$ ، تفصلهما طبقة من الهواء سمكها $(0.4\ cm)$.

1- أوجد مقدار سعة المكثف الكهربائية.

2- تم وصل هذا المكثف بمصدر قوته الدافعة الكهربائية $(500\ V)$.
أوجد مقدار الشحنة الكهربائية على كل لوح.

3- أوجد مقدار الطاقة الكهربائية المختزنة في المكثف، وشدة المجال الكهربائي بين لوحيه.

4- تم إدخال لوح من المايكا سمكه $(0.4\ cm)$ وسماحيته النسبية تساوي (8). أوجد مقدار الشحنة الكهربائية الإضافية على المكثف. ثم أوجد مقدار الطاقة الكهربائية الكلية المختزنة فيه.

6-9 مكثف مقدار سعته $(3\ \mu F)$ وذلك عندما يكون الهواء هو الوسط العازل بين لوحيه، أوجد مقدار سعة هذا المكثف عندما يكون الشمع هو الوسط العازل بين اللوحين، إذا السماحية النسبية للشمع تساوي (2.8).

6-10 مكثف مقدار سعته $(60\ PF)$ أوجد الطاقة الكهربائية المختزنة فيه وذلك:

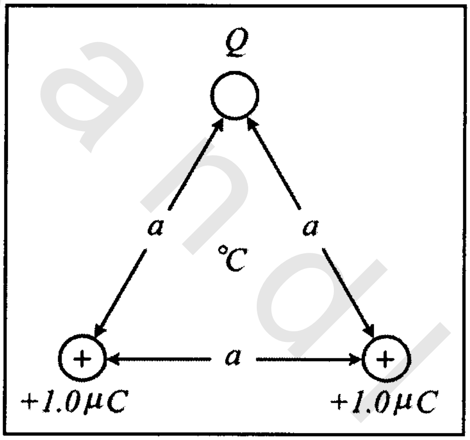
1- عندما يُشحن حتى يصل فرق الجهد بين لوحيه $(2\ kV)$.

2- عندما تكون الشحنة التي يحملها كل لوح $(3 \times 10^{-8}\ C)$.

مسائل اختيارية

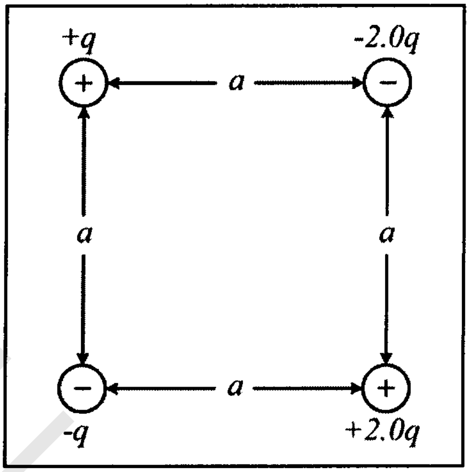
Optional Problems

6-1 في الشكل (19-6) وضعت الشحنات الثلاثة على رؤوس مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه (a)، حدد مقدار وإشارة الشحنة (Q) وذلك حتى يصبح مقدار المجال الكهربائي في مركز المثلث عند النقطة (C) مساوياً إلى الصفر.



الشكل (19-6)

6-2 في الشكل (20-6) لديك أربع شحنات كهربائية وضعت على رؤوس مربع طول ضلعه يساوي $(5\ cm)$، ومقدار الشحنة $(q = 1\times10^{-8}\ C)$ أوجد مقدار واتجاه المجال الكهربائي في مركز الشكل المربع.



الشكل (20-6)

الخلاصة
Summary

- **قانون كولوم:** هو العلاقة الرياضية التي يمكننا استخدامها لحساب مقدار القوة الكهروستاتيكية بين شحنتين كهربائيتين، تفصلهما عن بعضهما مسافة معلومة، وصيغته الرياضية:

$$F(N) = \frac{1}{4\pi \varepsilon_o} \frac{q_1 q_2}{r^2} = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

- **الكولوم:** هو مقدار الشحنة الكهربائية التي إذا وضعت في الفراغ على مسافة متر واحد من شحنة ثانية مماثلة لها، كانت القوة الكهروستاتيكية المتبادلة بينهما مساويةً إلى $(9 \times 10^9 N)$. وهو الوحدة الدولية لقياس مقدار الشحنة الكهربائية.

- **المجال الكهربائي السكوني:** هو عبارة عن حيِّز من الفراغ يحيط بشحنة كهربائية معلومة، يظهر ضمن حدوده تأثير القوة الكهروستاتيكية على شحنة اختبارية موجبة، إذا وضعت في أي نقطة داخل المجال، ويعبَّر عنه رياضياً بالمعادلة:

$$E(N/C) = \frac{F}{q_o} = \frac{1}{4\pi \varepsilon_o} \frac{q}{r^2} = k \frac{q}{r^2}$$

- **الجهد الكهربائي:** هو الشغل الكهربائي المطلوب لنقل وحدة الشحنات الموجبة من الـ (مالا نهاية) إلى نقطة معلومة. ويعبَّر عنه رياضياً بالعلاقة:

$$V(volt) = \frac{-W_{\infty \to A}}{q_o} = \frac{1}{4\pi \varepsilon_o} \frac{q}{r} = k \frac{q}{r}$$

- **السعة الكهربائية لمكثف:** هي كمية الشحنة الكهربائية اللازمة لإحداث تغير في جهد نظام معين (مكثف) بمقدار فولت واحد، ونعبِّر عنها رياضياً بالعلاقة:

$$C(farad) = \frac{q}{V}$$

ويمكننا حساب سعة المكثف إذا عرفنا أبعاده الهندسية والمسافة بين لوحيه، وطبيعة المادة العازلة بينهما من العلاقة الرياضية:

$$C = \varepsilon_o \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

كما يمكننا إيجاد السعة المكافئة لمجموعة من المكثفات موصولة على التوالي من القانون:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots$$

أما إذا كانت مجموعة المكثفات موصولة على التوازي فإن السعة المكافئة هي:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \ldots$$

أما الطاقة الكهربائية المختزنة في المكثف الكهربائي فيمكن حسابها من العلاقة الرياضية:

$$U = \frac{1}{2} qV$$