الفصل الأول

القياسات في الفيزياء

Physical Measurements

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

1. أن يقرر بنفسه أهمية القياسات في حياتنا العلمية المعاصرة.
2. أن يتابع نشوء هذا العلم وتطوره وأن يتنبه إلى الفوائد التي جناها الإنسان من هذا العلم الهام، ولاسيما في دقة ضبط القياس.
3. أن يربط بين علم القياس وحكمة الله سبحانه وتعالى في تسخير مخلوقات هذا الكون لخدمة الإنسان، باعتبارها مصدر الإلهام الإلهي للإنسان في هذا المجال وغيره من المجالات الأخرى.
4. أن يعلم بأن النظام الدولي للقياس هو لغة عالمية واحدة يفهمها الجميع، وله دوره الأساسي في صياغة العلاقات الرياضية المعبرة عن القوانين الفيزيائية.
5. أن يجرب بنفسه عملية الربط والتوافق بين وحدات القياس وأبعادها.
6. أن يميّز بين الكميات الأساسية في النظام الدولي للقياس والكميات المركبة أو المشتقة، كي يستفيد منها في دراسته العملية والنظرية مستقبلاً.

القياسات في الفيزياء

Physical Measurements

1-1 المقدمة *Introduction*:

إن التعبير عن الكميات في علم الفيزياء لابد أن يكون من خلال الأرقام والوحدات المناسبة لها وهو ما يكفي لوصفها وصفاً صحيحاً. كما أنَّ علم الفيزياء لم يكن ليصل إلى ما وصل إليه من دور ريادي في تحقيق الإنجازات العلمية والتقنية ذات الصلة المباشرة لو لم يكن علماً دقيقاً، ذلك أن جميع مسائله النظرية والعملية تحتم علينا التعامل مع كميات مُقاسة، ويتم التعبير عنها بدلالة رقم ووحدة قياس مناسبة، متفقٌ عليها ومتوافقة مع الكمية المطلوب تحديدها وقياسها. وهذا ما يقودنا بالضرورة إلى دراسة مسألتين هامتين وهما:

1- الوحدات (وحدات قياس الكميات البُعدية) *measurement units of dimensional quantities*.

2- الأبعاد (أو الأسس الرياضية لوحدات القياس) *units dimensions*.

وهاتين المسألتين هما مضمون هذا الفصل التعليمي، إذ أننا سنقدم من خلالها تعريفاً علمياً لمجمل وحدات القياس الأساسية المتداولة، وسنوضِّح مفهومها بُعدياً، ونبيّن بعد ذلك ضرورة التوافق بين وحدات القياس وأبعادها، وفوائد كل ذلك في الاستخدامات التطبيقية والنظرية.

1-2 وحدات القياس *Measurement Units*:

عند تناول موضوع وحدات القياس وهو -بلا شك- موضوع أساسي في العلوم النظرية والتطبيقية، لا بد من التأكيد على أن الوحدات الثلاثة الأساسية: المتر، الكيلوغرام، الثانية، هي وحدات قياس الكميات الثلاثة الأساسية الطول، الكتلة، الزمن، والمتداولة في دراسة علم الميكانيكا، قد تمَّ زيادتها لاستكمال وحدات النظام الدولي للقياس ليكون شاملاً لباقي الفروع العلمية كالكهرباء والديناميكا الحرارية وغيرها، وذلك بإضافة أربع كميات أساسية أخرى وهي: الكلفن، الأمبير، الشمعة، المول، وهي وحدات قياس الكميات الأربع الأساسية الأخرى، درجة الحرارة، التيار الكهربائي، شدة الإضاءة، كمية المادة، ثم تلا ذلك إضافة الراديان كوحدة لقياس الزاوية المستوية والستراديان كوحدة لقياس الزاوية المجسمة، وهما وحدتان قياسيتان مكملتان وداعمتان للوحدات الأساسية. إن هذا النظام هو ما نطلق عليه تسمية النظام الدولي للقياس *International System*، واختصاراً *(SI)* وذلك عن التعبير الفرنسي *System International*.

هذا ما قرره المكتب الدولي للمقاييس والموازين باعتباره الجهة الدولية المسؤولة عن هذه العملية، ومقره في مدينة سيفر بالقرب من العاصمة الفرنسية باريس واسمه الكامل *International bureau of weight and measures*، وهو دون شك قد سهَّل اعتماد وحدات هذا النظام على مستوى دولي، وبالتالي استخدامها في الكتب والمراجع العلمية كلغة موحدة.

والجدول (1-1) يوضِّح وحدات قياس الكميات السبعة الأساسية للنظام بكامله، ونقول هنا: أساسية؛ ذلك لأن جميع وحدات القياس الأخرى تُشتق

بواسطتها[1]، أو بعبارة أخرى تدخل في تكوين غالبية الوحدات الأخرى. وللوحدات الأساسية المبيّنة في الجدول (1-1) وحدتان ملحقتان مكملتان تستخدمان لقياس الزوايا المستوية والزوايا المجسمة، انظر الجدول الملحق (1-1-أ).

الكمية	Quantity	الوحدة	(SI) Unit	الرمز	Symbol
الطول	*length*	المتر	*meter*	م	*m*
الكتلة	*mass*	الكيلوغرام	*kilogram*	كج	*kg*
الزمن	*time*	الثانية	*second*	ث	*s*
درجة الحرارة	*thermodynamics temperature*	الكلفن	*kelvin*	ك	*K*
شدة التيار	*electric current*	الأمبير	*ampere*	أمبير	*A*
قوة الإضاءة	*luminous*	الكانديلا	*candela*	الشمعة	*cd*
كمية المادة	*Amount of substance*	المول	*mole*	مول	*mol*

الجدول (1-1) يبين وحدات قياس الكميات الأساسية للنظام الدولي[2]

الكمية	Quantity	الوحدة	(SI) Unit	الرمز	Symbol
الزاوية المستوية	*plane angle*	راديان	*radian*	راد	*rad*
الزاوية المجسمة	*solid angle*	ستراديان	*steradian*	ستي راد	*sr.*

الجدول (1-1-أ) يبين الوحدات المكملة للوحدات الأساسية

وقد شاع استخدام ثلاثة أنظمة معيارية في مجال القياسات وهي:

(1) انظر الجدول (1-6) في الفقرة (1-4) من هذه الوحدة، ولاحظ أنّ الكميات الأساسية دخلت في تكوين الوحدات المشتقة الأخرى.

(2) هناك أسماء ورموز لمعظم وحدات القياس المركبة المتداولة علمياً والمتعارف عليها دولياً. انظر الجدول (1-6).

1-2-1 النظام المتري *Metric System*:

تقاس الكميات الثلاثة الأساسية في هذا النظام، الطول بالمتر والكتلة بالكليوغرام والزمن بالثانية، وهو البداية الأولية التي تطور منها النظام المذكور في الجدول (1-1)، ويعرف هذا النظام بنظام *(MKS system)* وهي الأحرف الثلاثة الأولى من أسماء وحدات القياس الثلاثة باللغة الإنكليزية *(Meter, Kilogram, Second)* تضاف إليها وحدة قياس درجة الحرارة المعروفة بالكلفن *Kelvin*، ويشار إليها اختصاراً *(K)*.

1-2-2 النظام الكاوسي *Gaussian system (CGS)*:

تقاس الكميات الثلاثة الأساسية في هذا النظام، الطول بالسنتيمتر والكتلة بالغرام والزمن بالثانية، ومن الواضح أنه يُستخدم مع الكميات الصغيرة مقارنة بنظام *(MKS)*، ذلك أن السنتيمتر هو جزء من مئة من المتر والغرام هو جزء من ألف من الكيلوغرام.

ينسب هذا النظام إلى العالم *Gauss*، أما *(CGS system)* فهي الأحرف الثلاثة الأولى من أسماء وحدات القياس المستخدمة في هذا النظام باللغة الإنكليزية *(Centimeter, Gram, Second)* وتقاس درجة الحرارة في هذا النظام أيضاً بالكلفن *(K)* مثله في ذلك مثل النظام المتري.

1-2-3 النظام البريطاني *British System (FPS)*:

تقاس الكميات الثلاثة الأساسية في هذا النظام: الطول بالقدم، والكتلة بالباوند، والزمن بالثانية، ويعرف هذا النظام بنظام *(FPS system)* وهي الأحرف الثلاثة الأولى من أسماء وحدات القياس الثلاثة باللغة الإنكليزية *(Foot, Pound, Second)*، وتقاس درجة الحرارة في هذا النظام بالفهرنهايت *Fahrenheit*.

ومن الجدير بالذكر هنا أن أهمية كلا النظامين الثاني والثالث بدأت تتلاشى تدريجياً مع ازدياد الاهتمام بالنظام الدولي للقياس. كما أن العلاقة التي سبق ذكرها عن النظامين (MKS) و(CGS) تنعكس على طبيعة القوانين الرياضية التي تصف مجموعة القوانين الفيزيائية وذلك حسب نوع النظام المعتمد أثناء اشتقاق تلك القوانين الرياضية. ولاسيما عند حساب الثوابت الخاصة بها.

1-3 وحدات القياس في النظام الدولي *International System Units (SI)*:

مادمنا قد تحدثنا عن الوحدات الأساسية للقياس والوحدات المشتقة أو المركبة لهذا النظام، فإنه من المناسب جداً أن نقدم تعريفات أولية مبسطة عن أهم وحدات القياس الأساسية في هذا النظام (الطول، الكتلة، الزمن)، إضافة إلى الكلفن والأمبير والشمعة والمول، وذلك لكي تساعد الطالب على الفهم والاستيعاب حيثما مرت معه، ونؤكد أننا سوف نعتمد هذا النظام في جميع فصول هذا الكتاب، كما نود الإشارة إلى مناسبة وحدات قياس هذا النظام لمختلف الكميات سواءً كانت كبيرة أو صغيرة لأنها متعلقة ببعضها البعض بأسس العدد عشرة.

1-3-1 المتر *Meter*:

يعتبر المتر *meter* وحدة قياس الطول في النظام الدولي (SI) ويمكن استخدامه في مختلف أقسام وفروع الفيزياء، والعلوم القياسية الأخرى، ولقد تم تعريف المتر أساساً لأول مرة على أنه جزء واحد من عشرة ملايين جزء من المسافة الفاصلة بين أحد قطبي الكرة الأرضية وخط الاستواء على امتداد خط الطول المار بمدينة باريس، وذلك في العام 1799م.

$$1\ meter = \frac{1}{10^7\ (pole - equator)\ distance} = \frac{1}{10^7\ (\text{المسافة بين القطب وخط الاستواء})}$$

وهذا يعني أن المسافة المذكورة بين قطب الكرة الأرضية وخط الاستواء $(10^7\ meter)$. كما أنّه من النتائج اللطيفة لهذا القياس أن محيط الكرة الأرضية يساوي $(4 \times 10^7\ meter)$، أي أربعة أضعاف المسافة الفاصلة بين القطب وخط الاستواء. وعند إعادة القياس بأجهزة أكثر تطوراً، وُجد أن هذا المقدار يقل بحوالي $(0.08\ mm)$ عن المقدار المقاس. وتمّ بعدها الاتفاق على المتر كوسيلة قياس علمية، وهو عبارة عن المسافة بين علامتين ثابتتين عند نهايتي ساق من سبيكة البلاتين والإيرديوم طولها بالتعريف متر واحد، محفوظ في قبو درجة حرارته ثابتة ومضبوطة، بحيث لا يحصل له أي تتمدد طولي، وهذا المكان في مدينة سيفر بالقرب من العاصمة الفرنسية باريس، وله مضاعفات وأجزاء يتم تداولها لغرض القياس، وبهدف التعرف على قسم منها انظر الجدول (2-1).

Name الاسم		Quantity in Meter ما يساويه بالمتر	Symbol الرمز	
centimeter	سنتيمتر	$1 \times 10^{-2}\ m$	cm	أجزاء المتر الشائعة
millimeter	مليمتر	$1 \times 10^{-3}\ m$	mm	
micrometer	مايكرومتر	$1 \times 10^{-6}\ m$	μm	
nanometer	نانومتر	$1 \times 10^{-9}\ m$	nm	
angstrom	أنغستروم	$1 \times 10^{-10}\ m$	A°	
femtometer	فيمتومتر	$1 \times 10^{-15}\ m$	fm	
inch	إنش، بوصة	$2.54 \times 10^{-2}\ m$	in	
hectometer	هكتومتر	$1 \times 10^{2}\ m$	h	مضاعفات المتر الشائعة
kilometer	كيلومتر	$1 \times 10^{3}\ m$	km	
mile	ميل	$1609\ m$	mi	
light-year	سنة ضوئية	$9.468 \times 10^{15}\ m$	---	

الجدول (2-1) أجزاء ومضاعفات المتر الأكثر استعمالاً

أما الآن وبعد التقدم التقني وتوفير الأجهزة العلمية المناسبة لقياس الطول الموجي فقد تمَّ اعتماد تعريف المتر المعياري، ولأهميته سوف نفرد له تعريفاً خاصاً به.

تعريف المتر المعياري[1] *Calibrated Meter*: هو عبارة عن (1650763.73) موجة في الفراغ من موجات التذبذب الإلكتروني بين المدارين $(5d_5)$ و $(2p_{10})$ للضوء (أحمر – برتقالي) تنبعث من ذرات نظير الكريبتون (86)، وهذا ما يمكّننا من قياس الأطوال بدقة تصل إلى $(10^{-8}\ meter)$، ويمكننا توضيح ذلك على الشكل التالي:

$$1 meter = 1650763.73\,\lambda$$

$\lambda = wave\ length\ of\ krypton\ isotope\ (86)$ الطول الموجي لنظير الكريبتون

$$\lambda = \frac{1}{1650763.73} = 6.057810^{-7}\ meter$$
$$= 6057.8\ A^{\circ}$$

وتصدر هذه الموجة الضوئية داخل أنبوب تفريغ محفوظ في وسط من النيتروجين السائل عند درجة الحرارة $(-210°C)$.

1-3-2 الثانية *Second*:

تعتبر الثانية *second* وحدة قياس الزمن في النظام الدولي (SI)، ويمكن استخدامها في مختلف أقسام وفروع الفيزياء، بل في كافة مجالات العلوم الأخرى. لقد تمَّ الاتفاق على تعريف الثانية، على أنَّها الفترة الزمنية اللازمة لحدوث تردد مقداره $(9192631770\ HZ)$ للإشعاع الناتج عن تردد الكترونات ذرة السيزيوم

---

(1) في العام 1982م تم تعريف المتر بدقة أكبر، وهو عبارة عن المسافة التي يقطعها الضوء في *(1/299792458)* ثانية في الفراغ.

cesium atom (133)، ويتم امتصاصه من قبل السيزيوم نفسه، والساعة المعيارية الآن هي عبارة عن ذرة سيزيوم. وللثانية مضاعفات وأجزاء تستخدم وفقاً لطبيعة الزمن المراد قياسه، والجدول (3-1) يبيِّن أكثرها استعمالاً.

Name الاسم	Quantity in Second ما يساويه بالثانية	Symbol الرمز	
millisecond ميلي ثانية	$1 \times 10^{-3}\ s$	*ms*	أجزاء الثانية الشائعة
microsecond مايكروثانية	$1 \times 10^{-6}\ s$	*μs*	
nanosecond نانوثانية	$1 \times 10^{-9}\ s$	*ns*	
picosecond بيكوثانية	$1 \times 10^{-12}\ s$	*ps*	
minute دقيقة	$60\ s$	*min*	مضاعفات الثانية الشائعة
hour ساعة	$3600\ s$	*h*	
day يوم	$8.64 \times 10^{4}\ s$	*d*	
year سنة	$3.156 \times 10^{7}\ s$	*y*	

الجدول (3-1) أجزاء ومضاعفات الوحدة الدولية لقياس الزمن (الثانية) الأكثر استعمالاً

أما التعريف القديم للثانية: هي عبارة عن جزء واحد من *(86400)* جزء من اليوم، أي أن مجموع الثواني في اليوم الواحد والبالغ أربعاً وعشرين ساعة يساوي *(86400)* ثانية، أي أنّ:

$$1s = (1/60)(1/60)(1/24) = (1/86400)$$

لقد تم استبعاد هذا التعريف في العام 1967م.

1-3-3 الكيلوغرام *Kilogram*:

يعد الكيلوغرام ثالث الكميات الأساسية في النظام الدولي *(SI)*، وهو الذي يمكن استخدامه في كافة المجالات العلمية والتطبيقية لقياس الكتلة، والكيلوغرام عبارة عن سبيكة مصنوعة من خليط البلاتين والإيريديوم محفوظة

في مدينة سيفر بالقرب من العاصمة الفرنسية باريس، على شكل أسطوانة قطرها يساوي طولها ويساوي $(3.9\,cm)$. وهناك تعريف آخر للكيلوغرام؛ وهو عبارة عن كتلة ليتر واحد من الماء عند درجة الحرارة $(4°C)$ وهي الدرجة التي تصل عندها كثافة الماء إلى أعلى قيمة لها. أما التعريف الثالث للكيلوغرام؛ فهو عبارة عن كتلة (5.01188×10^{25}) ذرة من الكربون (12)، ويميل الكثير إلى استخدام هذا التعريف الأخير للكيلوغرام وذلك لدقته، وللكيلوغرام أجزاء ومضاعفات، لازالت تستخدم استخدامات خاصة ولا تخضع للقواعد العامة المعروفة للأجزاء والمضاعفات وذلك وفقاً لطبيعة الكمية المراد قياسها، والجدول (4-1) يبيِّن أكثرها استعمالاً.

Name الاسم	Quantity in Kilogram ما يساويه بالكيلوغرام	Symbol الرمز
gram الغرام	$1 \times 10^{-3}\,kg$	*g*
atomic mass unit وحدة الكتلة الذرية	$1.66 \times 10^{-27}\,kg$	*u*
ounce آونس	$2.835 \times 10^{-2}\,kg$	*oz*
pound باوند، رطل	$0.4536\,kg$	*lb*
slug سْلج	$14.59\,kg$	*sl*
ton طن	$103\,kg$	*ton*

الجدول (4-1) أجزاء ومضاعفات خاصة للوحدة الدولية لقياس الكتلة (الكيلوغرام) وهي شائعة الاستخدام

1-3-4 الكلفن *Kelvin*:

هو عبارة عن وحدة قياس درجة الحرارة *temperature* في النظام الدولي (SI)، على مقياس كلفن *Kelvin scale* الديناميكي الحراري *thermodynamics*، ويساوي عددياً $(1/273.16)$ من درجة الحرارة المطلقة للنقطة الثلاثية

للماء، والتي تُعتبر بداية التدريج على مقياس كلفن. والكلفن هو وحدة القياس الرابعة في النظام الدولي للقياس (SI).

1-3-5 الأمبير *Ampere*:

هو عبارة عن وحدة قياس شدة التيار الكهربائي *electric current intensity* في النظام الدولي (SI)، والأمبير هو عبارة عن التيار المار في سلكين طويلين باتجاهين متعاكسين تفصلهما مسافة مقدارها متر واحد عن بعضهما البعض، وتنشأ بينهما نتيجة لذلك قوة مقدارها $(2\times10^{-7}\ N)$ وهو وحدة القياس الخامسة في النظام الدولي للقياس (SI).

1-3-6 الشمعة *Candela*:

هي عبارة عن وحدة قياس شدة الإضاءة *luminous intensity* وهي تساوي $(1/60)$ من شدة إضاءة إشعاع جسم أسود *black body radiation* مساحته $(1cm^2)$ عند درجة الحرارة $(2045\ K)$، وهي درجة حرارة تجمد البلاتين، والشمعة هي وحدة القياس السادسة في النظام الدولي للقياس (SI).

1-3-7 المول *Mole*:

وهو وحدة قياس كمية المادة *amount of substance* وهو عبارة عن كمية المادة الموجودة في نظام يحتوي على عدد من الوحدات الأولية يساوي عدد ذرات الكربون (12) الموجودة في كتلة مقدارها $(12\times10^{-3}\ kg)$ منه، والوحدات الأولية يقصد بها الذرات أو الجزيئات أو الأيونات أو مجموعة تشتمل على كل هذه الأنواع، والمول هو وحدة القياس السابعة في النظام الدولي للقياس (SI).

وأخيراً نلاحظ من الجدول (1-1) أننا أضفنا كل من الراديان *radian* وهو وحدة قياس الزاوية النصف قطرية المستوية ويساوي ($57.3°$)، والسيترادیان *steradian* وهو وحدة قياس الزاوية النصف قطرية المجسمة. وذلك في النظام الدولي للقياس.

ولجميع وحدات القياس الدولية المتفق عليها أجزاء ومضاعفات يمكن إجمالها بالجدول (5-1).

Factor معامل الضرب	Prefix البادئة	Symbol الرمز	Factor معامل الضرب	Prefix البادئة	Symbol الرمز
10^{24}	yotta- يُوتا	Y	10^{-24}	yocto يُوكتا	y
10^{21}	zetta- زِيتا	Z	10^{-21}	zepto- زيبتا	z
10^{18}	exa- إكزا	E	10^{-18}	atto- أَتو	a
10^{15}	peta- بيتا	P	10^{-15}	femto- فيمتو	f
10^{12}	tera- تيرا	T	10^{-12}	pico- بيكو	p
10^{9}	giga- غيغا	G	10^{-9}	nano- نانو	n
10^{6}	mega- ميغا	M	10^{-6}	micro- مَايكرو	μ
10^{3}	kilo- كيلو	k	10^{-3}	milli- مِلي	m
10^{2}	hecto- هكتو	h	10^{-2}	centi- سَنتي	c
10^{1}	deka- ديكا	da	10^{-1}	deci ديسي	d

الجدول (5-1) يوضح البدايات التي يمكن إضافتها قبل وحدات النظام الدولي للقياس[1]
Prefixes for (SI) units

(1) جرت العادة على وضع هذا الجدول في الملاحق الخاصة بنهاية الكتاب، إلا أننا رأينا -توخياً للفائدة- وضعه ضمن مادة الكتاب وذلك لعدم استخدام الطلاب للملاحق بصفة عامة.

ويلاحظ من الجدول أن هذه الإضافات الابتدائية *prefixes* تبدأ بالمقدار الكبير جداً يوتا (*yotta*)، وتنتهي بالمقدار الصغير جداً يوكتو (*yocto*). وجميع هذه البدايات يمكن إضافتها إلى عناصر النظام الدولي الموجودة في الجدول (1-1).

وأخيراً لابد من الإشارة إلى أن بعض الكميات الفيزيائية ليس لها وحدات قياس ويُكتفى للتعبير عنها بذكر عدد مجرد غير متبوع بوحدة كالسماحية النسبية (ε_r) أو الوزن النوعي، وذلك لأنها عبارة عن النسبة بين كميتين فيزيائيتين من النوع نفسه.

1-4 الأبعاد *Dimensions*:

إن الكمية الفيزيائية، بصفة عامة توصف من خلال مقدار عددي متبوع بوحدة خاصة به من ذات الجنس، أي متوافقة معه من حيث الوحدات والأبعاد، بغض النظر عن النظام المستخدم *dimensional consistency and units consistency*. والكميات الأساسية عددها سبع، هي: الطول، والكتلة، والزمن، ودرجة الحرارة، وشدة التيار الكهربائي، وشدة الإضاءة، وكمية المادة، ومن الممكن التعبير عنها بالأحرف الكبيرة ذات الأقواس المربعة التالية:

درجة الحرارة	*[K]*	الطول	*[L]*
التيار الكهربائي	*[A]*	الكتلة	*[M]*
شدة الإضاءة	*[Cd]*	الزمن	*[T]*
كمية المادة	*[Mol]*		

إن هذه الرموز داخل الأقواس المربعة [ ] مع أسسها، يطلق عليها الأبعاد، وهي تأخذ أسساً مختلفة عندما نستخدمها مع الوحدات المركبة تتراوح ما بين الموجب والسالب مروراً بالقيمة صفر، وهذا ما يظهر جلياً أثناء استخدام نظرية التوافق بين الوحدات والأبعاد في مجالات عديدة والتي يمكن إجمالها بالآتي:

1- التأكد من سلامة وصحة القوانين الفيزيائية.

2- اشتقاق القوانين الفيزيائية.

3- استنتاج وحدات الثوابت في القوانين الفيزيائية.

4- التحويل من نظام إلى آخر، كالتحويل من نظام (MKS) إلى (CGS) وبالعكس.

إن الكميات الفيزيائية الأخرى يمكن التعبير عنها بضرب أو قسمة عدد من هذه الكميات السبع، وهي كميات مركبة، فعلى سبيل المثال، تُعَرّف السرعة بأنها الإزاحة المقطوعة خلال وحدة الزمن، أي أن السرعة مركبة من كمية الطول وكمية الزمن، وبعبارة أخرى:

$$v = \frac{x}{t}$$

وعند التعبير عن كل كمية برمزها وأبعادها نجد:

$$[v] = \frac{[L]}{[T]} = [L][T]^{-1}$$

فالرمز الموجود داخل القوسين [ ] مع الأس الذي يمثله، يعبر عن بُعد الكمية الفيزيائية، ففي هذا المثال نجد أن [L] وأسه واحد يمثل الإزاحة وهي

عبارة عن طول محدد، أما $[T]$ الموجودة في المقام وأسه (1) واحد فيمثل الزمن، ومن الممكن التعبير مجدداً عن السرعة بالشكل الآتي:

$$[L][T]^{-1} = m\ s^{-1}$$

ذلك أن المتر هو وحدة قياس كمية الطول والثانية هي وحدة قياس كمية الزمن، إذاً:

(m/s) هي وحدة قياس السرعة في نظام (MKS)، وهذا المثال البسيط يوضّح العلاقة الأساسية بين كل من الوحدات والأبعاد، وذلك إذا كانت الكمية مركبة.

مثال (1-1) *Example*

من المعلوم أن النيوتن هو وحدة قياس القوة في النظام الدولي للقياس وهو اسم العالم الفيزيائي المعروف اسحق نيوتن *Isaac Newton*، والنيوتن هو وحدة مركبة وليست أساسية، بيِّن ذلك مستخدماً قانون نيوتن الثاني.

إن القوة *Force* وفقاً لقانون نيوتن ا لثاني هي:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

حيث إن (m) كتلة الجسم، $(\vec{a})$ تسارع الجسم وهو عبارة عن تغير السرعة خلال وحدة الزمن، وبما أن وحدة قياس السرعة هي (m/s) ووحدة قياس الزمن هي (s) يكون التسارع:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{(m/s)}{(s)} = (m/s^2)$$

وعليه فإن القوة التي تجعل كتلة مقدارها $(1kg)$ تكتسب تسارعاً مقداره $(1m/s^2)$ هي النيوتن، وبما أن:

$$\vec{F} = m\vec{a} = (kg)(m/s^2)$$

ونلاحظ أن النيوتن وحدة قياس مركبة من الكميات الثلاثة الكتلة والطول والزمن، ويمكن تمثيله بُعدياً على الشكل: $[M][L][T]^{-2}$

إذاً النيوتن هو $(kg.m/s^2)$، وذلك بعد التعويض عن كل كمية بوحدة قياسها، وهذا تعبير عن النيوتن على أنه وحدة قياس مركبة وليست أساسية.

مثال (1-2) *Example*

من المعلوم أن الجول هو وحدة قياس الطاقة أو الشغل في النظام الدولي للقياس، وهو عبارة عن القوة مضروبة في الإزاحة، بيِّن ذلك مستخدماً القانون العام للشغل:

$$W = \vec{F}.\vec{r}$$

حيث $(\vec{F})$ هي القوة و $(\vec{r})$ هي الإزاحة التي عَملتْ خلالها هذه القوة، وهكذا نجد أنَّ المسألة على درجة كبيرة من السهولة، فالشغل هو عبارة عن حاصل ضرب القوة في الإزاحة، وهذه هي الصيغة الرياضية العامة للشغل، ويُلاحظ فيها وجود علامة الضرب القياسي لكميتين فيزيائيتين متجهتين، إذًا:

$$J = (kg\frac{m}{s^2})(m)$$

$$= (kg\frac{m^2}{s^2})$$

ونلاحظ أن الجول وحدة قياس مركبة من الكميات الثلاثة الكتلة، الطول، الزمن. ويمكن تمثيله بُعدياً على الشكل $[M][L]^2[T]^{-2}$.

وبناءً على ما تقدم فإن الشغل المبذول عند إزاحة جسم يخضع لتأثير قوة مقدارها $(1N)$ مسافة مقدارها $(1m)$ باتجاه القوة هو عبارة عن جول واحد، ولابد من التأكّد من مقدار الزاوية بين متجه القوة ومتجه الإزاحة.

أما وحدات قياس الكميات الكهربائية فهي في غالبيتها تحمل أسماء فيزيائيين كبار مثل كولومب *Coulomb* وفولت *Volt* وسواهم، وهي وحدات مركبة وليست أساسية أو بسيطة.

إن الدراسة التفصيلية للأبعاد تشير بشكل قاطع إلى ضرورة توافقها مع الوحدات، وعلى الرغم من أننا خصّصنا فقرةً لكلٍ منهما على سبيل التوضيح، إلا أنّه لابد من التأكيد على ضرورة التوافق والانسجام التام بين الوحدات والأبعاد، وذلك هو مضمون "نظرية العلاقة بين الوحدات والأبعاد" *Dimensions and units theory*. ومفاد هذه النظرية أن طرفي أية معادلة يجب أن يكونا متساويين، أي أننا لابد أن نفهم معنى إشارة المساواة من حيث أبعاد (أسس) الكميات التي تظهر على الطرفين بعد استخدام التعبير الرياضي بشكله الصحيح، ثمَّ نعالج كل وحدة قياس من الطرف الأيسر للمعادلة مع ما يقابلها في الطرف الأيمن ولتوضيح ذلك سوف نناقش بعض الأمثلة.

مثال (1-3) *Example*

اشتق مستخدماً نظرية توافق الوحدات والأبعاد، معادلة الطاقة الحركية لجسم كتلته (m) ويتحرك بسرعة ثابتة (v).

الحل ***Solution***:

علـى وجـه العمـوم يمكننـا التعـبير عـن أي مقـدار فيزيـائي (A) وفقـاً لنظرية الأبعاد بالشكل التالي:

$$A = CL^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma}$$

حيـث أن الأسـس (α,β,γ) مـن الممكـن أن تكـون أعـداداً سـالبة أو موجبة أو صفراً، كما يمكن أن تكون أعداداً كسرية، و(C) هو ثابت التناسـب، وفي هـذا المثـال مـن المعلـوم أن وحـدة قيـاس الطاقـة الحركيـة هـي الجول، والجول كما هو معلوم في النظام الدولي للقياس عبارة عن:

$$J = kg\left(\frac{m^2}{s^2}\right)$$

$$[M]^1 \; [LT^{-1}]^2$$

$$\therefore \qquad [L]^{\alpha} \; [M]^{\beta} \; [T]^{\gamma}$$

أي أن:

$$\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = -2$$

وهكذا نجد أنَّ:

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

حيث وجد عملياً أن مقدار الثابت:

$$C = (1/2)$$

ولمزيد من البيان لأهمية العلاقة بين الوحدات وأبعادها واتباع الأسلوب التحليلـي لنظريـة الأبعـاد *dimensional analysis*، سـوف نتنـاول عـدداً مـن الأمثلة الأخرى:

مثال (4-1) Example

استخدم نظرية التوافق بين وحدات قياس الكميات الفيزيائية وأبعادها لتتأكد من صحة المعادلة الفيزيائية الآتية:

$$Q = kA\frac{(T_2 - T_1)}{d}t$$

وذلك باستخدام طريقة تحليل أبعاد الكميات الفيزيائية على طرفي المعادلة حيث إن:

(Q): تمثل كمية الحرارة المنتقلة خلال التوصيل *conducting heat*.

(k): معامل التوصيل الحراري *thermal conduction coefficient*.

(A): مساحة سطح التوصيل.

(T_2, T_1): درجتي الحرارة على جانبي التوصيل.

(t): زمن التوصيل.

(d): مسافة التوصيل الحراري.

الحل *Solution*:

إنَّ أبعاد وحدات الطاقة الأساسية هي مكونات الجول *Joule* إذن:

$Q = [M][L]^2[T]^{-2}$

أما الكميات الأخرى على طرف المعادلة الأيمن فهي:

معامل التوصيل الحراري = $k = [M][L][T]^3[K]^{-1}$

سطح التوصيل = $A = [L]^2$

درجة الحرارة = $T = [K]$

مسافة التوصيل = $d = [L]$

ولكي تكون المعادلة صحيحة فإن أبعاد كميات الطرف الأيسر يجب أن تكون مساوية لأبعاد كميات الطرف الأيمن.

$$[M][L]^2[T]^{-2} = [M][L][T]^{-3}[K]^{-1}[L]^2[K][L]^{-1}[T]$$

$$[M][L]^2[T]^{-2} = [M][L]^2[T]^{-2}$$

وهكذا نجد أن المعادلة صحيحة.

مثال (1-5) *Example*

استخدم نظرية التوافق بين وحدات قياس الكميات الفيزيائية وأبعادها ، لاشتقاق المعادلة الفيزيائية التي تعبّر عن القدرة الكهربائية في دائرة تحتوي مقاومة (R) ويمر فيها تيار كهربائي (I) ، علماً بأن القدرة الكهربائية تتناسب طردياً مع كلٍ من شدة التيار المار ومقدار المقاومة، وتسمى بالقدرة المُقاوِمة *resistive power* ، واختصاراً يشار إليها بالحرف الإنكليزي (P).

الحل Solution:

من المعلوم أن أبعاد المقاومة[1] هي:

$$R = [M][L]^2 [T]^{-3} [A]^{-2}$$

أما أبعاد القدرة الكهربائية[2] فهي:

$$P = [M][L]^2 [T]^{-3}$$

وأخيراً أبعاد التيار:

$$I = [A]$$

بما أن القدرة الكهربائية (P) تتناسب تناسباً طردياً مع كل من المقاومة والتيار، إذاً الصيغة الرياضية المعبرة عن ذلك هي:

$$P \propto I^{\alpha} R^{\beta}$$

وعند التعبير عن كل كمية بأبعادها نجد أنَّ:

$$[M][L]^2 [T]^{-3} = K[A]^{\alpha} [M]^{\beta} [L]^{2\beta} [T]^{-3\beta} [A]^{-2\beta}$$

$$= K[A]^{\alpha-2\beta} [M]^{\beta} [L]^{2\beta} [T]^{-3\beta}$$

بمقارنة الطرفين نجد أن أس التيار في الطرف الأيسر هو الصفر، أي أن:

(1) إنَّ وحدة قياس المقاومة في النظام الدولي للقياس هي الأوم، وهي وحدة مركبة وليست أساسية، ويمكن للقارئ أن يعود إلى مفهوم فرق الجهد لاشتقاق وحدة قياس المقاومة.

(2) كذلك فإن وحدة قياس القدرة الكهربائية مركبة وليست أساسية، وهي الواط، ويمكن للقارئ أن يعود إلى تعريف القدرة ليشتق وحدة قياسها.

$$\alpha - 2\beta = 0$$

$$\alpha = 2\beta$$

وبمقارنة أس $[L]$ في الطرفين نجد أس الطول هو الواحد ، أي أن:

$$2\beta = 2$$

$$\beta = 1$$

$$\alpha = 2$$

وهكذا نجد أن:

$$[M][L]^2[T]^{-3} = K[A]^2[M][L]^2[T]^{-3}[A]^{-2}$$

$$[M][L]^2[T]^{-3}[A]^{-2} = R$$

$$[A]^2 = I^2$$

وهكذا نجد أن:

$$P = KI^2R$$

حيث:

$$K = 1$$

وتسهيلاً على القارئ سوف نرتب مجموعة كبيرة من الكميات الفيزيائية المختلفة مع وحدات قياسها وأبعادها وفقاً للنظام الدولي (SI)، في الجدول (1-6).

الرمز الدولي	Quantity	الكمية	الأبعاد[1] Dimensions	شكل الوحدة الأساسي
A	area	المساحة	L^2	m^2
X	amount of substance	كمية المادة	Mol	mol
a	acceleration	التسارع (العجلة)	LT^{-2}	ms^{-2}
L	angular momentum	الزخم الزاوي	$ML^2 T^{-1}$	$kg\, m^2\, s^{-1}$
I	current	شدة التيار	A	A
C	capacitance	السعة	$M^{-1} L^{-2} T^4 A^2$	$kg^{-1} m^{-2} s^4 A^2$
ρ	mass density	الكثافة الحجمية	ML^{-3}	$kg\, m^{-3}$
U	energy	الطاقة	$ML^2 T^{-2}$	$kg\, m^2\, s^{-2}$
C	electric charge	الشحنة الكهربائية	AT	$A\, s^{-1}$
V	electric potential	الجهد الكهربائي	$ML^2 T^{-3} A^{-1}$	$kg\, m^2\, s^{-3} A^{-1}$
E	electric field strength	شدة المجال الكهربائي	$MLT^{-3} A^{-1}$	$kg\, m\, s^{-3} A^{-1}$
R	electric resistance	المقاومة الكهربائية	$ML^2 T^{-3} A^{-2}$	$kg\, m^2\, s^{-3} A^{-2}$
v	frequency	التردد	T^{-1}	s^{-1}
F	force	القوة	MLT^{-2}	$kg\, m\, s^{-2}$
L	inductance	الحث	$ML^2 T^{-2} A^{-2}$	$kg\, m^2\, s^{-2} A^{-2}$
l	length	الطول	L	m
I	luminous intensity	شدة الإضاءة	$C\, d$	cd
Φ	luminous flux	الفيض الضوئي	$C\, d\, S\, r$	cd sr
L	luminance	شدة الاستضاءة	$Cd\, L^{-2}$	$cd\, m^{-2}$

الجدول (1-6) الكميات الفيزيائية وأبعاد وحداتها

(1) أبعاد أو أسس الكميات الفيزيائية.

الرمز الدولي	Quantity الكمية		الأبعاد Dimensions	شكل الوحدة الأساسي
m	*mass*	الكتلة	M	kg
I	*moment of inertia*	عزم القصور الذاتي	ML^2	$kg\ m^2$
Φ_B	*magnetic flux*	الفيض المغناطيسي	$ML^2\ T^{-2}\ A^{-1}$	$kg\ m^2\ s^{-1}\ A^{-1}$
B	*magnetic field density*	كثافة المجال المغناطيسي	$MT^{-2}\ A^{-1}$	$kg\ s^{-2}\ A^{-1}$
P	*magnetic pole*	القطب المغناطيسي	$L\ A$	$m\ A$
T	*magnetic field strength*	شدة المجال المغناطيسي	$L^{-1}\ A$	$m^{-1}\ A$
k_m	*permeability*	النفاذية	$MLT^{-2}\ A^{-2}$	$kg\ s^{-2}\ A^{-2}$
T_s	*surface tension*	الشد السطحي	$M\ T^{-2}$	$kg\ s^{-2}$
C	*specific heat*	الحرارة النوعية	$L^2\ T^{-2}\ K^{-1}$	$m\ s^{-2}\ K^{-1}$
t	*time*	الزمن	T	s
T	*temperature*	درجة الحرارة	K	K
τ	*torque*	عزم الدوران	$ML^2\ T^{-2}$	$kg\ m^2\ s^{-2}$
k	*thermal conductivity*	التوصيل الحراري	$MLT^{-3}\ K^{-1}$	$kg\ m\ s^{-3}\ K^{-1}$
V	*volume*	الحجم	L^3	L^3
v	*velocity*	السرعة	LT^{-1}	LT^{-1}

تابع الجدول (6-1) الكميات الفيزيائية وأبعاد وحداتها

ملاحظة: يمكنك -عزيزي القارئ- إضافة القوسين [ ] إلى كل وحدة قياس أساسية موجودة في عمود الأبعاد.

ولمزيد من التوضيح وتسهيلاً على الطالب واستكمالاً لمعرفة الرموز اللاتينية المستعملة للتعبير عن بعض الكميات المركبة فإن الجدول (7-1) يشمل على الحروف اللاتينية الأساسية والتي يبلغ تعدادها أربع وعشرون حرفاً.

الحرف اللاتيني *Greek Name*	الرسم الصغير *Lower case*	الرسم الكبير *Capital*	الحرف اللاتيني *Greek Name*	الرسم الصغير *Lower case*	الرسم الكبير *Capital*
Alpha ألفا	α	A	*Nu* مْيو	ν	N
Beta بيتا	β	B	*Xi* إكسا	ξ	Ξ
Gamma غاما	γ	Γ	*Omicron* أُمِكر	o	O
Delta دلتا	δ	Δ	*Pi* بَاي	π	Π
Epsilon إبسلن	ε	E	*Rho* رُو	ρ	P
Zeta زيتا	ζ	Z	*Sigma* سيجما	σ	Σ
Eta إيتا	η	H	*Tau* تَاو	τ	T
Theta ثيتا	θ	Θ	*Upsilon* أبسِلُن	υ	Y
Iota أيوتا	ι	I	*Phi* فَاي	ϕ	Φ
Kappa كابَا	κ	K	*Chi* كَاي	χ	X
Lambda لامدا	λ	Λ	*Psi* بساي	ψ	Ψ
Mu ميو	μ	M	*Omega* أوميغا	ω	Ω

جدول (7-1) ويبين الحروف اللاتينية في شكليها الصغير والكبير[1]

تستخدم هذه الحروف في شكلها الصغير *lower case* أو شكلها

(1) تعمدنا وضع هذا الجدول ضمن الفصل الأول، لضرورة إطلاع القارئ على الحروف اللاتينية ومعرفة شكليها، وذلك لكثرة استخدامها في العلاقات الرياضية الفيزيائية.

الكبير *capital* عادة عند استخدام اللغة الإنكليزية في العلوم التطبيقية، فمثلاً نستخدم $(\alpha,\omega,\theta,\gamma,\beta)$ للتعبير عن الكميات القياسية وكذلك للتعبير عن الأسس والزوايا.

أما في خصائص المادة فتستخدم (η) للتعبير عن اللزوجة، (λ) للتعبير عن الطول الموجي، (ρ) للتعبير عن الكثافة، (ν) للتعبير عن التردد، (π) للتعبير عن النسبة الثابتة للدائرة، والقياس الراديانى للزوايا المستوية *Plane angle*، والقياس الستيراديانى للزوايا المجسمة *solid angle*، وهذه جميعها في شكلها الصغير. أما في شكلها الكبير، فمن أكثر الحالات استخداماً (Ω) للتعبير عن الأوم، وهو وحدة قياس المقاومة، و (Z) للتعبير عن ممانعة الدائرة الكهربائية في التيار المتناوب، وتقرأ زيتا.

مثال (1-6) Example

إذا علمت أن المدى الأفقي الذي يمكن أن يقطعه الجسم المقذوف (x) *Projectile* يعتمد على كل من السرعة الابتدائية لإطلاق القذيفة (v_o)، وعجلة الجاذبية الأرضية (g). استخدم نظرية التوافق بين الوحدات الفيزيائية وأبعادها لاشتقاق الصيغة الرياضية التي تعبّر عن المدى الأفقي للقذيفة.

الحل Solution:

$$x \propto (v_o, g)$$

ومثلما تعودنا دائماً، عند تحويل التناسب إلى مساواة لابد من إدخال الثابت وليكن (K)، كما أنّنا لا نعلم كيفية هذا التناسب، الذي يمكن تحديد طبيعته من خلال تحديد أسس كلٍ من السرعة الابتدائية وعجلة الجاذبية الأرضية.

لنفترض أن هذه الأسس هي على التوالي (α,β)

$$x = K v_o^{\alpha} g^{\beta}$$

هنا تكمن الفائدة العملية لنظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها في إمكانية استخدامها لاشتقاق المعادلات الفيزيائية.

نلاحظ أن وحدات الطرف الأيسر للمعادلة تقاس في النظام الدولي بالأمتار، إذاً، أبعاد كمية الطول ورمزها هو: $[L]$

لنفتش الآن عن أبعاد كميات الطرف الأيمن:

$$\{[L][T]^{-1}\}^{\alpha}\{[L][T]^{-2}\}^{\beta}$$

$$= [L]^{\alpha}[T]^{-\alpha}[L]^{\beta}[T]^{-2\beta}$$

$$= [L]^{\alpha+\beta}[T]^{-\alpha-2\beta}$$

بمساواة الطرفين نجد أن الكميات هي:

$$[L] = [L]^{\alpha+\beta}[T]^{-\alpha-2\beta}$$

ولغرض توفير وحدة الزمن في الطرف الأيسر، نضرب بالكمية البعدية $[T]^0$ والقاعدة في ذلك معروفة، ذلك أن أي مقدار مرفوع للأس صفر يساوي الواحد، إذاً:

$$[L][T]^0 = [L]^{\alpha+\beta}[T]^{-\alpha-2\beta}$$

المساواة والتكافؤ هنا تقتضي أنّ أسس الكميات على طرفي المعادلة يجب أن تكون متساوية، وهذا ما نسميه تحليل الأبعاد .dimensions analysis

$$\therefore \quad \alpha+\beta = 1 \Rightarrow \alpha = 1-\beta \qquad (1)$$

$$-\alpha-2\beta = 0 \Rightarrow -\alpha = 2\beta$$

$$\therefore \quad -(1-\beta) = 2\beta$$
$$-1 + \beta = 2\beta$$
$$2\beta - \beta = -1$$

$$\beta = -1 \qquad (2)$$

بالتعويض في المعادلة *(1)*:

$$\alpha = 1-\beta = 1-(-1) = 2$$

$$\boxed{\therefore \quad x = K\frac{v_o^2}{g}}$$

وهي المعادلة التي تعبر عن المدى الأفقي الذي يمكن أن تقطعه القذيفة.

مثال (1-7) *Example*

إذا كان القانون الذي يعبر عن الإزاحة النهائية (x) لجسم يتحرك بتسارع ثابت (a) هو:

$$x = x_o + v_o t + (1/2)at^2$$

حيث (x_o) هي الإزاحة الابتدائية للجسم (t) هو الزمن الذي استغرقته الحركة، (v_o) هي السرعة الابتدائية. اختبر صحة هذا القانون مستخدماً طريقة تحليل أبعاد الكميات الفيزيائية (الأسس).

الحل *Solution*:

أبعاد كميات الطرف الأيسر للقانون:

$$[L]$$

أما أبعاد كميات الطرف الأيمن فهي:

$$[L] + [L][T]^{-1}[T] + [L][T]^{-2}[T]^{2}$$

في مثل هذه الحالة، لا بد من أن نتذكر بأن أبعاد كميات كل حد من الحدود الموجودة على الطرف الأيمن يجب أن تمتلك أبعاد كميات الطرف الأيسر نفسها حتى تكون المعادلة صحيحة، إذاً:

$$[L] = [L]$$

$$= [L][T]^{-1}[T] = [L]$$

$$= [L][T]^{-2}[T]^{2} = [L]$$

وهكذا نجد أن المعادلة صحيحة بعد اختبارها من خلال مقارنة أبعاد الطرفين.

مثال (1-8) *Example*

يعتمد تردد *frequency* ذبذبة *oscillation* الحبل المشدود (f) على كل من قوة شد الحبل $(\vec{F})$ وكتلة وحدة أطواله *mass per unit length* (m/ℓ).

اشتق العلاقة الرياضية التي تعبر عن تردد الحبل بدلالة المتغيرات السابقة، مستفيداً من نظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها للكميات الفيزيائية.

الحل ***Solution***:

من الواضح أن التردد يعتمد على كلٍ من:

$$f \propto (F, \ell, m/\ell)$$

وكما تعودنا دائماً، لاستبدال هذا التناسب بعلامة المساواة نعمد إلى إدخال ثابت، وليكن (K).

$$v = KF^{\alpha} l^{\beta} \left(\frac{m}{l} \right)^{\gamma}$$

وأصبح مألوفاً لدينا أن عملية الاشتقاق تتم من خلال تحليل أبعاد كميات طرفي المعادلة *dimensions analysis* وذلك لمعرفة شكل الاعتماد على المتغيرات (أسيا)، من خلال مقارنة أسس وحدات الطرفين.

الطرف الأيسر يحتوي على التردد، ومعلوم لدينا أن وحدة قياس التردد في النظام الدولي (SI) هي (s^{-1}).

$$\begin{aligned}[T]^{-1} &= K\{[M][L][T^{-2}]\}^{\alpha} [L]^{\beta} [M]^{\gamma} [L]^{-\gamma} \\ &= K[M]^{\alpha+\gamma} [L]^{\alpha-\gamma+\beta} [T]^{-2\alpha}\end{aligned}$$

نلاحظ أن كمية الزمن فقط هي التي ظهرت على الطرف الأيسر، ولغرض تأمين باقي الكميات، نعمد إلى الخطوة التوضيحية المتعارف عليها، بضرب الطرف الأيسر بالكميات $[M]^0 \, [L]^0$:

$$[M]^0 \, [L]^0 \, [T]^{-1} = K[M]^{\alpha+\gamma} \, [L]^{\alpha-\gamma+\beta} \, [T]^{-2\alpha}$$

وبمقارنة الطرفين نجد أنَّ:

(أسس الكتلة) $\alpha + \gamma = 0 \Rightarrow \alpha = -\gamma$

(أسس الطول) $\alpha - \gamma + \beta = 0 \Rightarrow -\gamma - \gamma + \beta = 0$

$$\Rightarrow -2\gamma = -\beta$$

$$-2\alpha = -1 \Rightarrow \alpha = 1/2$$ (أسس الزمن)

$$\therefore \quad \gamma = -1/2$$
$$\beta = -1$$

$$\therefore \quad f = KF^{\frac{1}{2}}\ell^{-1}\left(\frac{m}{l}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= KF^{\frac{1}{2}}l^{-1}m^{-\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{f = \frac{K}{l}\sqrt{\frac{F}{m}}}$$

ملاحظة هامة: نلاحظ في الطرف الأيمن للمعادلة بأننا أبقينا على المقدار $(m/l)^{-\frac{1}{2}}$ كما هو، دون أن نجري عملية الضرب مع $(l)^{-1}$، وهنا يجب أن يتذكر الطالب أن التطبيق الصحيح للقانون يتطلب تعويض كتلة وحدة الأطوال للمادة المستخدمة لصناعة الحبل، ومعروف أن وحدة الأطوال هي المتر، ولذا أبقينا على المقدار $(m/l)^{-\frac{1}{2}}$ كما هو، والرمز (m) في القانون هو عبارة عن (m/l).

مسائل عامة محلولة

solved problems

1-1 من المعلوم أن معدل السريان لمائع هو عبارة عن حجم السائل المار فى الثانية الواحدة, يعتمد على كل من انحدار الضغط (p/ℓ)، حيث (p) هو فرق الضغط بين طرفي أنبوبة السريان (ℓ)، هو طول أنبوبة السريان، كما يعتمد على لزوجة السائل *(visconsity)* (η) ونصف قطر الأنبوبة (r).

استخدم مفهوم نظرية التوافق بين الكميات وأبعادها وذلك لاشتقاق القانون الرياضي الذي يعبر عن معدل السريان معتمداً على المتغيرات المذكورة أعلاه.

الحل *Solution*:

لنرمز لمعدل السريان كما هو مستخدم في معظم المراجع: Q

$$Q \propto \left(\frac{P}{l}\right) \eta \; r$$

$$Q = K \left(\frac{P}{l}\right)^{\alpha} \eta^{\beta} \; r^{\gamma}$$

وبالتعويض عن هذه الكميات بمعادلات أبعادها نحصل على:

$$[M]^0 \, [L]^3 \, [T]^{-1} = K\left\{[M]\{L][T]^{-2} \, [L]^{-2} \, [L]^{-1}\right\}^{\alpha} \left\{[M][L]^{-1} \, [T]^{-1}\right\}^{\beta} [L]^{\gamma}$$

$$[M]^{\alpha} \, [L]^{-2\alpha} \, [T]^{-2\alpha} \, [M]^{\beta} \, [L]^{-\beta} \, [T]^{-\beta} \, [L]^{\gamma}$$

$$[M]^{\alpha+\beta} \, [L]^{-2\alpha-\beta+\gamma} \, [T]^{-2\alpha-\beta}$$

وبمقارنة أسس الكميات الأساسية في طرفي المعادلة، نجد أنّ:

$$\alpha + \beta = 0 \Rightarrow \alpha = -\beta \qquad (1)$$

$$-2\alpha - \beta + \gamma = 3 \qquad (2)$$

$$-2\alpha - \beta = -1 \Rightarrow -2\alpha + \alpha = -1 \qquad (3)$$

من المعادلة رقم *(3)*، نجد أنّ :

$$-\alpha = -1 \Rightarrow \alpha = 1$$

وبتعويض مقدار (α) في المعادلة رقم *(1)*، نجد أنّ:

$$\therefore \quad \beta = -1$$

وأخيراً بتعويض كلٍ من (α) و (β) في المعادلة رقم *(2)*، نجد أنَّ:

$$-2 + 1 + \gamma = 3$$

$$-1 + \gamma = 3 \Rightarrow \gamma = 4$$

$$\therefore Q = K\left(\frac{P}{l}\right)^{1} \eta^{-1} r^{4}$$

$$\boxed{Q = K\frac{Pr^{4}}{l\eta}}$$

1-2 استخدم نظرية التوافق بين الكميات وأبعادها وذلك للتثبت من صحة القانون:

$$\eta = K\frac{r^{2}}{v}(\rho_s - \rho_\ell)g$$

وهو ما يعرف بقانون ستوك في اللزوجة *Stock's law*، حيث (r) نصف قطر الكرة المعدنية ذات الكثافة (ρ_s)، (v) سرعة سقوط الكرة

داخل السائل ذي الكثافة (ρ_ℓ) ولزوجته (η)، (g) تسارع الجاذبية الأرضية $K = \frac{2}{9}$، وهذه القيمة للثابت تم قياسها علمياً.

الحل *Solution*:

لكي يكون قانون اللزوجة هذا صحيحاً فان الكميات الفيزيائية الأساسية المقاسة في النظام الدولي (SI) بأبعادها في الطرف الأيسر تساوي الكميات الفيزيائية بأبعادها في الطرف الأيمن من القانون.

الطرف الأيسر: نحن نعلم أن أبعاد الكميات الفيزيائية للزوجة هي:

$$\eta = [M]\ [L]^{-1}\ [T]^{-1}$$

وهذا ما يمكن معرفته من خلال قانون اللزوجة بتعريفه العام حيث:

$$\eta = \left(\frac{F}{A}\right)\left(\frac{L}{v}\right)$$

$$= \frac{(kg)(\cancel{m})(s)^{\cancel{-2}\,-1}}{m^{\cancel{2}\,1}}\left(\frac{\cancel{s}}{\cancel{m}}\right)(m)$$

$$= kg.m^{-1}.s^{-1}$$

$$= [M]\,[L]^{-1}\,[T]^{-1}$$

الطرف الأيمن: كما يلاحظ بان الطرف الأيمن يتكون من حدين، أبعاد كميات كل منهما يجب أن تكون مساوية لأبعاد كميات الطرف الأيسر:

الحد الأول:

$$\left(\frac{r^2}{v}\right)\rho_s g$$

$$\frac{m^2}{(m.s^{-1})}\,\frac{kg}{m^3}\,\frac{m}{s^2} = kg.m^{-1}s^{-1}$$

أما تمثيله وفقاً لنظرية توافق الوحدات والأبعاد:

$$[M]\,[L]^{-1}\,[T]^{-1}$$

الحد الثاني:

$$\left(\frac{r^2}{v}\right)\rho_\ell g$$

$$= \frac{m^2}{\left(m.s^{-1}\right)}\frac{kg}{m^3}\frac{m}{s^2} = kg.m^{-1}.s^{-1}$$

أما تمثيله وفقا لنظرية توافق الوحدات والأبعاد:

$$[M]\,[L]^{-1}\,[T]^{-1}$$

وهكذا نجد أن وحدات الكميات الفيزيائية للحدين الأول والثاني تساوي وحدات الكميات الفيزيائية للطرف الأيسر بأبعادهما، وذلك في النظام الدولي للقياس (SI).

أي أن قانون ستوك صحيح، وهذه هي واحدة من الفوائد العديدة لدراسة تحليل الكميات الفيزيائية وأبعادها.

1-3 جسم أسود *black body* مساحة سطحه (A)، ودرجة حرارته المطلقة (T)، يبعث طاقة حرارية مشعة مقدارها (Q) خلال زمن مقداره (t).

إذا كانت كمية الطاقة الحرارية المنبعثة إشعاعياً تساوي:

$$Q = \sigma \ \ A\ t\ T^4$$

حيث (σ) هو ثابت ستيفان بولتزمان *Stefen-Boltzman constant*، استخدم نظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها لإيجاد الأبعاد الفيزيائية لثابت ستيفان بولتزمان وفق النظام الدولي للقياس الدولي (SI).

الحل *Solution*:

من خلال القانون الوارد في نص المسألة نجد أن:

$$\sigma = \frac{Q}{A \ \ t \ \ \ T^4}$$

البسط: من المعلوم أن كمية الطاقة الحرارية تقاس بالجول وهو عبارة عن:

$$N.m = kg\frac{m}{s^2}.m = kg\frac{m^2}{s^2} = [M][L]^2\ [T]^{-2}$$

المقام: ويتكوّن من الكميات:

$$A = area = m^2 = [L]^2$$

$$T = time = s = [T]$$

$$T^4 = temperatur = K^4 = [K]^4$$

وهكذا نجد أن :

$$\sigma = \frac{[M]\,[L]^2\ [T]^{-2}}{[L]^2\ [T]\,[K]^4}$$

$$= \ [M][T]^{-3}\ [K]^{-4}$$

$$= kg.s^{-3}\ K^{-4}$$

وهي وحدة القياس المطلوبة، وكما نلاحظ فهي وحدة مركبة وليست بسيطة.

ملاحظة: وجد العالمان ستيفان و بولتزمان أن القيمة العددية لهذا الثابت هي:

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ kg.s^{-3}\ .K^{-4}$$

مسائل وتمارين الفصل الأول

Chapter One Exercises & Problems

1-1 استخدم مفهوم نظرية التوافق بين وحدات الكميات وأبعادها لغرض التعبير عن الكميات الفيزيائية الآتية، مستخدما الوحدات الرئيسية البسيطة للنظام الدولي (SI).

الطول، المساحة، الحجم، الزمن، السرعة، التسارع، الكتلة، الكثافة، الكثافة النوعية، القوة، القدرة، التردد.

1-2 استخدم نظرية توافق وحدات الكميات وأبعادها للتحقق من صحة أو عدم صحة القوانين الفيزيائية الآتية:

أ- قانون نيوتن الثاني: $\vec{F} = m\vec{a}$

حيث تمثل $(\vec{F})$ القوة و(m) كتلة الجسم و$(\vec{a})$ التسارع.

ب- قانون نيوتن للجذب العام: $\vec{F} = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

حيث تمثل $(\vec{F})$ القوة، و(m_1) كتلة الجسم الأول، و(m_2) كتلة الجسم الثاني، و(r) المسافة الفاصلة بينهما، (G) ثابت الجذب العام لنيوتن.

جـ- قوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت:

$$v = v_o + xt$$

$$x = x_o + vt + (1/2)xt^2$$

حيث تمثل (v) السرعة النهائية، و (v_o) السرعة الابتدائية، (x) الإزاحة النهائية، و (x_o) الإزاحة الابتدائية، و (t) الزمن.

1-3 اشتقاق المعادلات الفيزيائية هو الآخر من أهم فوائد نظرية التوافق بين وحدات الكميات وأبعادها، استخدم هذه النظرية لاشتقاق معادلة البندول البسيط، مفترضاً أن طول البندول (l)، وكتلة الجسم المعلق (m)، وزمن الذبذبة الواحدة (T)، وتسارع الجاذبية الأرضية (g).

1-4 اشتقاق وحدات الثوابت الفيزيائية يعد أيضاً من الفوائد العامة لنظرية توافق وحدات الكميات وأبعادها، استخدم مفهوم هذه النظرية لاشتقاق وحدات الثوابت في المعادلات الآتية:

أ- قانون هوك: $\vec{F} = -kx$

حيث تمثل $(\vec{F})$ قوة الإرجاع، (x) مقدار الإزاحة، (k) ثابت قانون هوك.

ب- قانون الجذب العام لنيوتن: $\vec{F} = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

حيث تمثل (F) القوة، و (m_1) كتلة الجسم الأول، و (m_2) كتلة الجسم الثاني، و (r) المسافة الفاصلة بينهما، (G) ثابت الجذب العام لنيوتن.

1-5 استخدم مفهوم نظرية توافق وحدات الكميات وأبعادها لتحويل النيوتن كوحدة لقياس القوة في النظام (MKS) إلى ما يعادلها في النظام (CGS). ما اسم وحدة القوة في النظام (CGS)؟ اذكرها.

1-6 ما هي العلاقة بين كل من؟

أ- ياردة مربعة وقدم مربع.

ب- بوصة مربعة وسنتميتر مربع.

ج- ميل مربع وكيلو متر مربع.

د- متر مكعب وسنتميتر مكعب.

وضح ذلك بإجراء الحسابات اللازمة.

1-7 تعتبر الأرض بشكل تقريبي كرة نصف قطرها يساوي $(6.37 \times 10^{6}\ m)$:

أ- أوجد حسابياً محيط الكرة الأرضية مقاساً بالكيلومترات؟

ب- أوجد حسابياً مساحة الكرة الأرضية مقاسة بالكيلومترات المربعة؟

جـ- أوجد حسابياً حجم الكرة الأرضية مقاساً بالكيلومترات المكعبة.

مسائل اختيارية

Optional Problems

1-1 إذا علمت أن سرعة الضوء تساوي $(3\times 10^{8}\ m.s^{-1})$. أوجد حسابياً سرعة الضوء بكل من الوحدات الآتية:

قدم/ثانية. مليمتر/ بيكو ثنية

1-2 من المعروف أن جزئية الماء تحتوي على ذرتين من الهيدروجين وذرة واحدة من الأكسجين، فإذا علمت كتلة ذرة الهيدروجين يساوي $(1u)$، وكتلة ذرة الأكسجين تساوي $(1u)$.

أ- أوجد حسابياً كتلة جزئية الماء بالكيلوغرام.

ب- إذا علمت أن كتلة ماء المحيطات في العالم يساوي $(1.4\times 10^{21}\ kg)$، فكم يبلغ عدد الجزئيات فيها؟

الخلاصة

Summary

- إنّ جميع وحدات قياس الكميات البُعدية تحدد الأساس الفعلي لاشتقاق مختلف المعادلات الرياضية في مختلف فروع العلوم النظرية والتطبيقية، حيث تعتبر مقياساً لصحة وسلامة المعادلات من خلال تساوي وحدات كميات طرفي المعادلة الرياضية للقانون بصفة عامة، وإدراكاً لأهمية هذا الأمر، فقد تم اعتماد النظام الدولي للقياس (*SI*) بوحداته السبع الأساسية.
- يعتبر كلٍ من النظامين المتري للقياس (*MKS*)، والنظام الكاوسي (*CGS*) منتميان إلى النظام الدولي للقياس (*SI*)، ذلك أن النظام المتري يعتمد أربع كميات هي: الطول، الكتلة، الزمن، ودرجة الحرارة، مقاسة بوحدات النظام الدولي نفسها، كما أن النظام الكاوسي يعتمد الكميات نفسها، مقاسةً بأجزاء وحدات النظام الدولي للطول والكتلة، حيث يُقاس الطول بالسنتيمتر، والكتلة بالغرام، وتبقى الثانية كما هي وحدة لقياس الزمن.
- إنَّ النظام البريطاني (*FPS*) -والذي يعتمد القدم، الباوند، والثانية لقياس الكميات الأساسية، كما يعتمد الفهرنهايت لقياس درجة الحرارة- قد بدأ استخدامه يتلاشى تدريجياً مع انتشار النظام الدولي للقياس.

- إنَّ مقادير الثوابت الفيزيائية -التي تظهر أثناء اشتقاق القوانين - تختلف باختلاف النظام المعتمد للقياس، فمثلاً في قانون كولوم عند اعتماد النظام الدولي فإن ثابت التناسب يساوي ($9\times10^{9}\ Nm^{2}\ C^{-1}$) أما عند اعتماد النظام الكاوسي فيساوي ($1\,dyne\,cm^{2}\ esu^{-2}$). والثوابت الفيزيائية يتم تحديد مقاديرها عملياً بصفة عامة.

إن أجزاء ومضاعفات جميع وحدات النظام الدولي للقياس تخضع للجدول (1-5)، وهناك بعض الوحدات الأخرى أوردناها في مجال استخداماتها حسب أهميتها، وتلفظ هذه المضاعفات والأجزاء كما نلفظها باللغة الإنكليزية، بعد إضافتها إلى الوحدات الدولية للقياس.

- إن نظرية التوافق بين وحدات الكميات الفيزيائية الأساسية وأبعادها، تعتبر ذات فوائد عديدة، نذكر منها اشتقاق المعادلات الفيزيائية، التحويل من نظام قياس إلى نظام قياس آخر، اشتقاق وحدات قياس الثوابت الفيزيائية، التأكد من صحة القوانين الفيزيائية عند وجود حالة من الشك، وذلك بمطابقة أو عدم مطابقة وحدات الكميات الفيزيائية على طرفي المعادلة بأبعادها.

- إنَّ علم القياس هو من العلوم الأساسية التي لا غنى للقارئ عنها في أيٍ من التخصصات العلمية ذات الطابع النظري أو ذات الطابع التقني التطبيقي.