## الفصل التاسع

# المجال المغناطيسي

# *Magnetic Field*

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

1. أن يصف المجال المغناطيسي، على أنَّه الحيّز أو المنطقة التي تتميز بوجود قوة مغناطيسية يمكن اختبارها بواسطة القطب الشمالي لمغناطيس.
2. أن يحسب القوة المغناطيسية الناشئة عن تأثير مجال مغناطيسي على شحنة متحركة.
3. أن يحسب القوة المغناطيسية الناتجة عن تأثير مجال مغناطيسي في ناقل مستقيم يمر به تيار كهربائي.
4. أن يستخدم قانون بيو-سافار بشكل صحيح لحساب المجال المغناطيسي الناشئ عن تيار مستمر يسري في ناقل كهربائي.
5. أن يستخدم قانون أمبير في عددٍ من التطبيقات على مرور التيار الكهربائي خلال نواقل متناظرة هندسياً، لحساب المجال المغناطيسي.
6. أن يعبِّر عن معنى النفاذية المغناطيسية، وعلاقتها بشدة المجال المغناطيسي.

# المجال المغناطيسي

# *The Magnetic Field*

## 9-1 المقدمة *Introduction*:

إنَّ التجارب العلمية تؤكد على أن المجال المغناطيسي $(\vec{B})$ ينشأ بسبب حركة الشحنات الكهربائية، بمعنى أن الشحنات الكهربائية الساكنة لا ينشأ عنها مجال مغناطيسي، إذاً كيف نفسّر تفرد بعض المواد الطبيعية بامتلاكها مجالاً مغناطيسياً، ذلك الذي تعودنا على تسميته مغناطيساً طبيعياً أو دائماً *permanent magnet*؟

إنَّ المجال المغناطيسي لهذا النوع من المغانط يُعزى إلى التيارات الكهربائية التي تسري في مسارات مغلقة دائرية الشكل ناشئة عن حركة الإلكترونات في مدارات ذراتها، أما في المغناطيس الكهربائي *electromagnet* فإن الإلكترونات المتحركة خلال السلك أو الملف المصمم لهذا الغرض والمعبرة عن التيار الكهربائي هي المسؤولة عن نشوء المجال المغناطيسي. وهكذا نجد أن التفكير الصحيح في هذا الموضوع يكون على النحو الآتي:

*moving charge* (شحنة متحركة) $\leftrightarrow \vec{B} \leftrightarrow$ *moving charge* (شحنة متحركة)

واعتقادنا بأنَّ التيار الكهربائي هو نتيجة لحركة عدد هائل من الإلكترونات، يؤدي إلى:

*moving charge* (تيار كهربائي) $\leftrightarrow \vec{B} \leftrightarrow$ (تيار كهربائي) *moving charge*

إن العالم الفيزيائي أورستد *Hans Chrictian Orested* هو أول من أشار إلى هذه الحقيقة، وذلك في عام 1820م حيث أثبت أن إبرة البوصلة تنحرف عندما نقربها من سلك يمر به تيار كهربائي، وكانت تجربته هذه بدايةً لتطور هذا الموضوع تطوراً كبيراً.

إن أهمية هذه التجربة تتجسد في وجود العلاقة بين المغناطيسية والكهرباء، وهذا ما سوف يتضح من خلال هذا الفصل.

## 9-2 المجال المغناطيسي *The Magnetic Field* ( *B* ):

في الفصل السادس من هذا الكتاب كنا قد عرَّفنا المجال الكهربائي $(\vec{E})$ لشحنة كهربائية $(q)$ في وضع الاستقرار بواسطة شحنة اختبارية كهربائية $(q_o)$، وقمنا بعد ذلك بقياس القوة الكهروستاتيكية $(\vec{F})$ المؤثرة عليها وعرفنا $(\vec{F})$ على النحو الآتي:

$$\vec{F} = q\vec{E} \qquad (9\text{-}1)$$

وبهدف تعريف المجال المغناطيسي $(\vec{B})$ وبطريقة مماثلة، نستخدم القوة التي يؤثر بها هذا المجال على شحنة كهربائية تتحرك فيه بسرعة معلومة.

ولكننا، لا نستطيع أن نعرِّف القوة المغناطيسية بالطريقة التي استخدمنا لتعريف القوة الكهروستاتيكية، لأن المغناطيس أحادي القطب كما هو معلوم لايزال محض افتراض. إذاً لا بد من تعريف القوة المغناطيسية بدلالة الشحنة الكهربائية المتحركة. ولتحقيق هذا الغرض نلجأ إلى إطلاق شحنات كهربائية بسرعة معروفة في منطقة تأثير المجال المغناطيسي $(\vec{B})$،

وعلى افتراض أن الشحنة الموجهة إلى المجال المغناطيسي $(\vec{B})$ هي $(q)$، سرعتها $(\vec{v})$، لقد وُجد عملياً أن القوة $(\vec{F}_B)$ وهي القوة التي يؤثر بها المجال المغناطيسي على الشحنة الكهربائية المتحركة $(q)$، تساوي:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \tag{9-2}$$

وهكذا نلاحظ أنَّ القوة $(\vec{F}_B)$ هي حاصل الضرب الاتجاهي *cross product*، للمتجهين $(\vec{B})$ و $(\vec{v})$، حيث $(q)$ هي عبارة عن الشحنة الكهربائية، وقد تكون موجبة أو سالبة، والآن، ما الذي نستنتجه من المعادلة *(9-2)*؟

1- إن القوة المغناطيسية $(\vec{F}_B)$ دائماً تكون عمودية على المستوي المكون من متجه السرعة $(\vec{v})$ ومتجه المجال المغناطيسي $(\vec{B})$، وهذا ما يشير إلى أن القوة تستطيع فقط أن تغير اتجاه سرعة الشحنة المعرضة لتأثير المجال المغناطيسي المتنظم $(\vec{B})$، تأمل الشكل (9-1 أ، ب، جـ)، ويمكننا أن نستخدم قاعدة اليد اليمنى لتحديد اتجاه القوة $(\vec{F}_B)$، وذلك على النحو الآتي:

نبسط اليد اليمنى[1] على النحو المبين في الشكل (9-1 أ، ب، جـ)، ومن الواضح أنَّ أصبع الإبهام يشير باتجاه سرعة الشحنات الموجبة المتحركة $(\vec{v})$، بينما تشير باقي أصابع اليد اليمنى باتجاه المجال المغناطيسي $(\vec{B})$، وتكون القوة المغناطيسية $(\vec{F}_B)$ في هذه الحالة عمودية على راحة اليد،

(1) يميل البعض إلى استخدام اليد اليمنى مع الشحنات الموجبة واليسرى مع الشحنات السالبة، بحيث تكون راحة اليد إلى الأسفل.

واتجاهها مبتعداً عنها، تأمل الشكل (1-9 ب)، أما إذا كانت الشحنات المتحركة سالبة، فإن تمثيل القوة يكون وفقاً للشكل (1-9 جـ)، أي أن اتجاه القوة في هذه الحالة يكون معاكساً لاتجاهها في الحالة الأولى، عندما كانت الشحنات موجبة.

2- إنَّ المجال المغناطيسي لا يؤثر بأية قوة على الشحنات الموازية له، أو المتحركة بجهة معاكسة لحركته *parallel or antiparallel*، ومرة أخرى ومن خلال ملاحظة الشكل (1-9 جـ) نجد أنَّ:

$$\vec{F}_B = qv\,B\sin\theta \qquad (9\text{-}3)$$

حيث $(\theta)$ هي الزاوية بين متجه السرعة ومتجه المجال المغناطيسي.

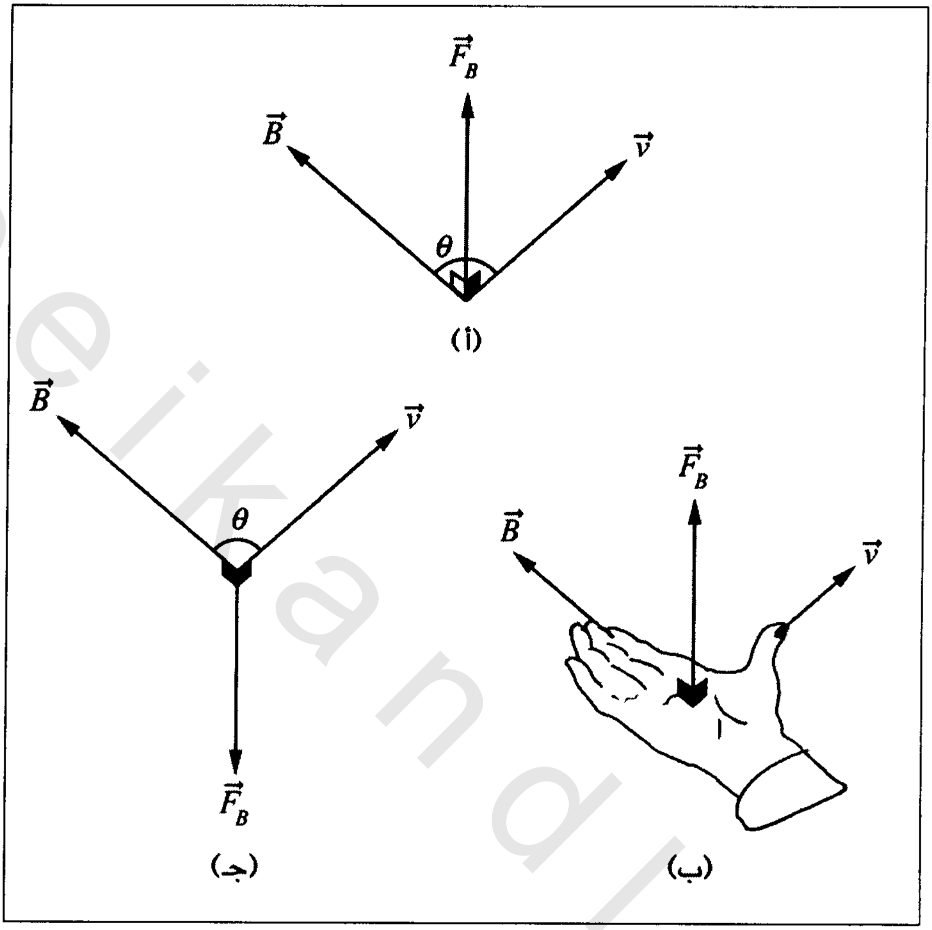
3- إنَّ أعلى قيمة للقوة المغناطيسية *deflecting force* هي:

$$\vec{F}_{B\,max} = qvB \qquad (9\text{-}4)$$

وذلك عندما تكون الزاوية $(\theta = 90°)$.

4- إن القوة المغناطيسية $(\vec{F}_B)$ تتناسب تناسباً مباشراً مع كلٍ من $(q)$ و$(v)$.

5- إن اتجاه $(\vec{F}_B)$ يعتمد على إشارة الشحنة الكهربائية، انظر الشكل (1-9 ب، جـ).




الشكل (1-9أ، ب، جـ)

أ- شحنة كهربائية موجبة $(q)$ تتحرك بسرعة $(v)$ في خلال مجال مغناطيسي $(\vec{B})$، تؤثر عليها قوة مغناطيسية $(\vec{F}_B)$.

ب- وتظهر فيه قاعدة اليد اليمنى وتوضح كيف أن $(v)$ تجتاح $(B)$.

جـ - وذلك عندما تكون الشحنة سالبة $(-q)$ فإن اتجاه $(\vec{F}_B)$ يكون بالاتجاه المعاكس لها بالشكل (أ).

إنَّ وحدة قياس المجال المغناطيسي $(\vec{B})$ في النظام الدولي للقياس $(SI)$ هي التسلا *tesla*، والتي يمكن تعريفها بالرجوع إلى المعادلة *(9-6)* على النحو الآتي:

(تعريف المجال المغناطيسي) $\boxed{B = \dfrac{F_B}{qv}}$

$$1\,tesla = 1T = \frac{Newton}{(Coulomb)(meter/second)}$$

$$= 1\frac{Newton}{(Coulomb/second)(meter)}$$

$$1T = 1\frac{N}{A.m}$$

ذلك أن:

$$Ampere = \frac{Coulomb}{second}$$

وتعرّف التسلا بأنها مقدار المجال المغناطيسي الذي يؤثر بقوة مقدارها واحد نيوتن في شحنة كهربائية مقدارها واحد كولوم، تتحرك بسرعة مقدارها واحد متر لكل واحد ثانية في اتجاه عمودي على المجال المغناطيسي.

وهناك وحدة أخرى شائعة لقياس شدة المجال المغناطيسي وهي الكاوس *Gauss*، ويسمى الجهاز الذي يستخدم لقياس شدة المجال المغناطيسي باسمها *Gauss meter*.

$$1\,T = 10^4\,Gauss$$

ولكن الكاوس لا ينتمي إلى النظام الدولي للقياس $(SI)$. وتختلف شدة المجال المغناطيسي من مكان لآخر، ولغرض التعرف على ذلك انظر الجدول (9-1).

نأمل بعد اطلاعك عزيزي الطالب على هذا الجدول أن تكون قد ميَّزت بعض الأمثلة على وجود المجال المغناطيسي، كما نأمل أن تكون قد ربطت بين طبيعة الشحنة الكهربائية المتحركة ومقدار المجال المغناطيسي الناشئ عنها.

| | | |
|---|---|---|
| $10^{8}\ T$ | شدة المجال على سطح النيوترون | *at the surface of a neutron star ( calculated )* |
| $1.5\ T$ | شدة المجال لمغناطيس كهربائي | *an electromagnet* |
| $10^{-2}\ T$ | شدة المجال بالقرب من مغناطيس صغير | *near a small bar magnet* |
| $10^{-4}\ T$ | شدة المجال عند سطح الأرض | *at the surface of the earth* |
| $10^{-10}\ T$ | شدة المجال في الفضاء بين النجوم | *in intersteller space* |
| $10^{-14}\ T$ | أقل مقدار للمجال في غرفة معزولة مغناطيسياً | *smallest value in a magnetically shielded room* |

**الجدول (1-9) المجال المغناطيسي لمجموعة من الحالات المختلفة**

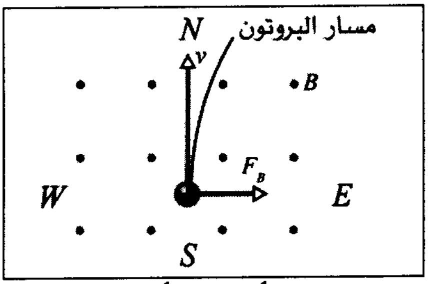
**مثال (1-9) *Example***

في حيز مختبري يبلغ مقدار المجال المغناطيسي $(B = 1.2\,mT)$، واتجاهه عمودياً نحو الأعلى، انظر الشكل (2-9)، يتحرك بروتون خلاله بطاقة حركية قدرها $(5.3\,MeV)$ وبشكل أفقي من الجنوب إلى الشمال، أوجد حسابياً مقدار قوة الانحراف التي تؤثر على البروتون، كتلة البروتون تساوي $(m_p = 1.67 \times 10^{-27}\ kg)$.

**الحل *Solution*:**

إن قوة الانحراف $(F_B)$ تعتمد على سرعة البروتون ذلك أن:

$$F_B = qv\,B\sin\theta$$




الشكل (2-9) يبيّن بروتوناً متحركاً خلال مجال مغناطيسي، منحرفاً نحو الشرق، نلاحظ اتجاه المجال عمودياً وإلى الأعلى

يمكننا إيجاد سرعة البروتون من خلال طاقته الحركية، على النحو الآتي:

$$K = \frac{1}{2}m_p v^2$$

$$(5.3\times10^6\,eV) = \frac{(1.67\times10^{-27}\,kg)v^2}{2}$$

إلا أنَّ:

$$v^2 = \left[\frac{(2)(5.3\times10^6)(1.6\times10^{-19}\,J/eV)}{(1.67\times10^{-27}\,kg)}\right]$$

$$v = 3.2\times10^7\,m/s$$

$$F_B = (1.6\times10^{-19}\,C)(3.2\times10^7\,m/s)(1.2\times10^{-3}\,T)(\sin 90)$$

$$= 6.1\times10^{-15}\,N$$

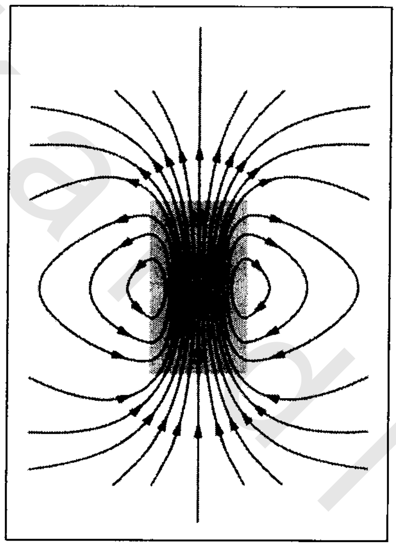
### 9-2-1 خطوط المجال المغناطيسي *Magnetic Field Lines*:

نقوم عادة بوصف المجال المغناطيسي بدلالة خطوط وهمية، نطلق عليها خطوط المجال المغناطيسي، وللتعرف على هذه الخطوط تأمل الشكل (3-9)، إنَّ

هذه الخطوط تأخذ مسارات مغلقة بدايةً من القطب الشمالي *north ploe* $(N)$ وتنتهي عند القطب الجنوبي *south pole* $(S)$.

إن تمثيل المجال المغناطيسي بهذه الطريقة تعبّر عن الدلالات العلمية الآتية:

1- إن ازدياد عدد هذه الخطوط يعبِّر عن ازدياد مقدار المجال المغناطيسي $(\vec{B})$.



**الشكل (3-9) يبيِّن خطوط المجال المغناطيسي لقضيب مغناطيسي، وهي على شكل حلقات مغلقة تبدأ عند القطب المغناطيسي الشمالي $(N)$ وتنتهي عند القطب الجنوبي $(S)$**

2- إن هذه الخطوط تكمل مساراً مغلقاً باستثناء الخط المستقيم الذي يمر وسط المغناطيس، إلا أنه هو الآخر يُكمل مساراً مغلقاً عند اللانهاية، وهذا هو السبب الذي يجعلنا نصف المجال المغناطيسي للأرض بأنّه موازٍ

لسطحها عند خط الاستواء، وعمودياً عليها عند القطبين فقط، أما في ما عدا ذلك فإنه يصنع زاوية $(\theta)$، تمثل زاوية الميل للمجال $(\vec{B})$.

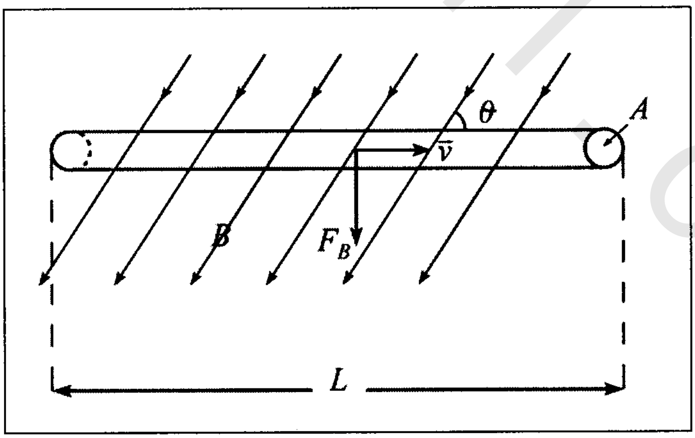
3- إن الميل عند أي نقطة وعلى أيٍ من تلك الخطوط يمثل مقدار المجال المغناطيسي عندها.

4- إن الكرة الأرضية تعتبر مغناطيساً كبيراً قطبه الجنوبي عند القطب الشمالي الجغرافي، وقطبه الشمالي عند القطب الجنوبي الجغرافِي، وهذا هو السبب الذي يجعل المغناطيس المعلق بخيط، أو الإبرة المغناطيسية لبوصلة تتجه شمال وجنوب على وجه التقريب.

## 9-3 القوة المغناطيسية المؤثرة في سلك يمر به تيار كهربائي

## *The Magnetic Force On A Current-carrying Wire*:

لدراسة القوة المغناطيسية المؤثرة في سلك ناقل مستقيم يمر به تيار كهربائي، تأمل الشكل (4-9).




الشكل (4-9) القوة المغناطيسية المؤثرة على سلك يمر به تيار كهربائي

بعد أن نتأمل الشكل (4-9) جيداً، نجد أن السلك الذي يسري فيه التيار الكهربائي $(I)$، طوله $(L)$، مساحة مقطعه $(A)$، موجود في مجال مغناطيسي منتظم مقداره $(B)$، وهدفنا الآن هو تحديد مقدار واتجاه القوة المغناطيسية المؤثرة على هذا السلك.

كنا قد توصلنا في الفقرة (2-9) إلى أن القوة المغناطيسية $(\vec{F}_B)$ المؤثرة على شحنة كهربائية $(q)$ تسير بسرعة $(\vec{v})$، إلى العلاقة الرياضية *(9-6)*، والتي تنص على أن:

$$F_B = q\vec{v} \times B$$

ومن الواضح أنَّ الشحنة الكهربائية في حالة السلك هذه تساوي:

$$q = en(LA)$$

حيث إنَّ حجم السلك هو عبارة عن حجم أسطوانة مساحة قاعدتها $(A)$ وطولها $(L)$، يساوي $(LA)$، وعدد الشحنات لوحدة الحجوم هو $(n)$، بينما $(e)$ هي شحنة الإلكترون المتعارف عليها، إذاً، القوة المغناطيسية المؤثرة في السلك تساوي:

$$F_B = en(LA)v\,B\sin\theta \qquad (9\text{-}5)$$

ولكن المقدار $(v = L/t)$ وكذلك $(I = enLA/t)$، وبتعويض هذه المقادير في المعادلة *(9-5)* نجد أنَّ:

$$F_B = ILB\sin\theta$$

وبصفة عامة نكتبها على النحو الآتي:

$$\boxed{\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}} \qquad \text{(القوة المغناطيسية المؤثرة في سلك)} \qquad (9\text{-}6)$$

وهي المعادلة الرياضية التي تعبر عن القوة المطلوبة، أما اتجاهها فيتم تحديده بواسطة قاعدة اليد اليمنى، ونذكّر بأن اتجاه $(\vec{L})$ هو اتجاه سريان التيار الكهربائي.

وإذا لم يكن السلك الناقل مستقيماً فيمكننا تقسيمه إلى أجزاء مستقيمة صغيرة، ونعاملها وفقاً للصيغة الرياضية (9-6)، بعد ملاحظة أن محصلة القوة المؤثرة على السلك في هذه الحالة هي المجموع الاتجاهي للقوى المؤثرة على مجموع القطع المستقيمة، ويمكننا في هذه الحالة التعبير عن القوة $(F_B)$ وفقاً للمعادلة الرياضية الآتية:

$$dF_B = Id\vec{L} \times \vec{B}$$

حيث إنَّ كلاً من $(d\vec{F}_B)$ و $(d\vec{L})$ أجزاء تفاضلية من القوة الكلية $(\vec{F}_B)$ والطول الكلي $(\vec{L})$.

**مثال (9-2) Example**

قطعة من سلك ناقل مستقيم طولها $(0.5\ m)$ يمر بها تيار مقداره $(12\ A)$ يصنع زاوية مقدارها $(30°)$، يؤثر فيها مجال مغناطيسي مقداره $(2 \times 10^{-2}\ T)$.

أوجد حسابياً مقدار القوة المغناطيسية المؤثرة على هذه القطعة.

**الحل Solution:**

باستخدام العلاقة الرياضية (9-5):

$$F_B = ILB \sin\theta$$

نجد أن:

$$I = 12\,A$$
$$L = 0.5\,m$$
$$B = 2\times 10^{-2}\,T$$
$$\theta = 30^\circ$$
$$F_B = (12\,A)(0.5\,m)(2\times 10^{-2}\,T)\sin 30^\circ$$
$$= 0.06\,N$$

**مثال (9-3) Example**

سلك نحاسي مستقيم موضوع بشكل أفقي في مجال مغناطيسي $(\vec{B})$، يمر به تيارٌ مقداره $(28\,A)$. أوجد حسابياً مقدار واتجاه المجال المغناطيسي $(\vec{B})$ بحيث يبقى السلك عائماً، وتوازن القوة $(F_B)$ وزن السلك $(mg)$، تأمل الشكل (9-5)، إذا علمت أن الكثافة الطولية[1] لمادة السلك تساوي $(46.6\,g/m)$.

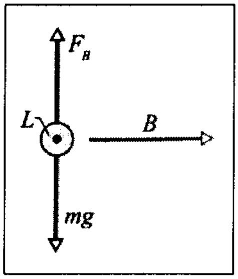
**الحل *Solution*:**

بالنظر إلى الشكل (9-5)، نجد أنَّ وزن السلك $(mg)$ تعادله قوة مغناطيسية $(F_B)$ يمكن حسابها من المعادلة *(9-6)*، أي أن:

$$F_B = mg = LIB$$
$$B = \frac{mg}{LI} = \frac{(46.6\times 10^{-3}\,kg)(9.8\,m/s^2)}{(1m)(28\,A)}$$
$$= 1.6\times 10^{-2}\,T$$

(1) الكثافة الطولية لمادة هي كتلة وحدة الأطوال، ووحدة قياسها في النظام الدولي *(SI)* هي $(kg/m)$.

نلاحظ أننا عوضنا عن كتلة السلك بالمقدار $(46.6 \times 10^{-3}\ kg)$ ، مستفيدين من الكثافة الطولية التي أعطيت في نص السؤال، وبمعاينة الشكل نجد أن هذا المجال المغناطيسي يتجه نحو الأعلى أي خارجاً من الورقة.

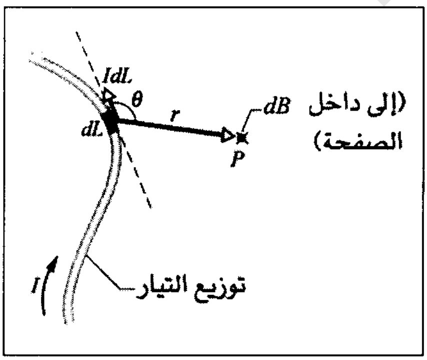



الشكل (9-5)، المثال (9-3)

## 9-4 المجال المغناطيسي الناشئ عن تيار كهربائي (قانون بيو-سافار)

## :*Biot-Savart law, Magnetic Field Du To ACurrnet*

بهدف استيعاب القانون المنسوب إلى العالمين (بيو - سافار) *Biot-Savart* المستخدم لحساب المجال المغناطيسي للتيار الكهربائي المار في سلك ناقل، بدايةً، تأمَّل الشكل (9-6).




الشكل (9-6)

بعد ملاحظة الشكل (6-9) نجد أن مقداراً من طول السلك $(dL)$ يمر خلاله تيار كهربائي ثابت مقداره $(I)$، ينشأ عنه مجال مغناطيسي مقداره $(dB)$ عند النقطة $(p)$ التي تبعد مسافة $(r)$ عن قطعة السلك الناقل. لقد أكدّ هذان العالمان أنّ مقدار المجال المغناطيسي التفاضلي $(dB)$ يكون عمودياً على مقدار طول السلك التفاضلي $(dL)$ وهو في اتجاه التيار الكهربائي عند النقطة $(p)$، كما أنَّهما توصلا إلى النتائج الآتية:

$$dB \propto \frac{1}{r^2}$$

$$dB \propto I$$

$$dB \propto \sin\theta$$

$$dB \propto dL$$

حيث إن $(\theta)$ هي الزاوية بين $(dL)$ واتجاه الخط الواصل بين $(dL)$ والنقطة $(p)$:

$$dB \propto \frac{IdL\sin\theta}{r^2}$$

وبعد تحويل التناسب إلى مساواة وإدخال ثابت التناسب، نجد أنَّ:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IdL\sin\theta}{r^2} \qquad \text{(قانون بيو -سافار)} \qquad (9\text{-}7)$$

حيث إن $(\mu_o)$ مقدار ثابت يسمى ثابت النفاذية *permeabiliy constant*، أما مقداره العددي فيساوي إلى:

$$\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}\ T.m/A$$
$$\approx 1.26 \times 10^{-6}\ T.m/A$$

ويُلاحظ من خلال الشكل (9-6) أنَّ اتجاه المقدار $(dB)$ إلى داخل الصفحة، كما نلاحظ أيضاً أن مقدار الضرب الاتجاهي $(dL \times r)$ حيث إن $(r)$ في هذه الحالة هو المتجه الممتد من عنصر التيار إلى النقطة $(p)$، وهكذا يمكننا إعادة كتابة المعادلة (9-7) بالصيغة الاتجاهية الرياضية الآتية:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{L} \times \vec{r}}{r^3} \qquad (9\text{-}8)$$

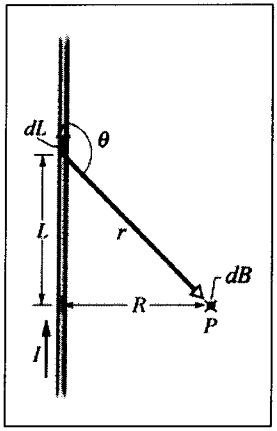
إن العلاقة الرياضية (9-7) تمثل الصيغة العامة لقانون بيو - سافار، ويمكننا استخدامها لحساب شدة المجال المغناطيسي في حالات مختلفة، وسنستعرضها فيما يلي على شكل أمثلة محلولة.

**مثال (9-4) Example**

استخدم الصيغة الرياضية العامة لقانون بيو - سافار للتعبير عن شدة المجال المغناطيسي الناشئ عن سلك طويل جداً، عند نقطة $(p)$ تبعد عنه مسافة $(r)$ ويمر خلاله تيار كهربائي ثابت مقداره $(I)$، انظر الشكل (9-7).

**الحل Solution:**

بهدف التعبير رياضياً عن شدة المجال المغناطيسي الناشئ بسبب مرور تيار كهربائي مقداره $(I)$ في سلك طويل، وعلى مسافة منه مقدارها $(r)$، يمكننا استخدام قانون العالِمين بيو - سافار، ولكي نتوصل إلى النتيجة المناسبة، لنتأمل مرةً أخرى الشكل (9-7).




الشكل (7-9)

المجال المغناطيسي لتيار كهربائي يمر في سلك طويل جداً

إن النقطة $(p)$ هي النقطة التي نبحث عن شدة المجال المغناطيسي عندها بسبب مرور جزء من التيار في النصف العلوي من السلك، وذلك بحساب التكامل من $(0-\infty)$ في المعادلة $(9\text{-}8)$، وذلك بعد ملائمتها مع المثال (4-9):

$$d\vec{B}=\left(\frac{\mu_o}{4\pi}\right)\frac{Id\vec{L}\times\vec{r}}{r^3}$$

حيث إن المتجه $(\vec{r})$ يبدأ من العنصر التفاضلي للتيار وينتهي عند النقطة $(p)$، كما أن حاصل الضرب الاتجاهي $(d\vec{L}\times\vec{r})$ يبين اتجاه المجال المغناطيسي $(d\vec{B})$، والآن:

$$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IdL\sin\theta}{r^2}$$

ذلك أن:

$$dL\times r=dL\,r\sin\theta$$

وبملاحظة أن السلك يتأثر بالمقدار نفسه من المجال المغناطيسي في نصفية العلوي والسفلي، لذا نلجأ إلى ضرب المعادلة بالعدد اثنين، إذاً:

$$\vec{B} = \int dB = \frac{\mu_0}{2\pi}\int_0^\infty \frac{\sin\theta \, dL}{r^2}$$

وبالرجوع إلى الشكل (7-9) نجد أن:

$$\sin(\theta) = \sin(\pi-\theta) = \frac{R}{\sqrt{L^2+R^2}}$$

$$r = (L^2+R^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_o I}{2\pi}\int_o^\infty \frac{R}{\left(L^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}} dL$$

$$= \frac{\mu_o I}{2\pi R}\left[\frac{L}{\left(L^2+R^2\right)^{\frac{1}{2}}}\right]_o^\infty$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi R}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_o I}{2\pi R}$$

والآن، ومرةً أخرى، وبسبب التناظر الكبير لتوزيع التيار الكهربائي فإننا نستطيع استخدام قانون أمبير، لحلقة مغلقة تسمى حلقة أمبير، ففي الحالة التي بين أيدينا، -حالة السلك الطويل- نستطيع استخدام قانون أمبير لإيجاد النتيجة نفسها باستخدام قانون بيو-سافار، وذلك حسب الآتي:

$$\oint \vec{B}.ds = \mu_o I \qquad (9\text{-}9)$$

هذه هي الصيغة الرياضية لقانون أمبير ومن الواضح أنَّ، الحلقة المغلقة هي دائرة نصف قطرها $(R)$، أي أنَّ:

$$\oint \vec{B}.dL = 2\pi R B$$

$$2\pi R B = \mu_o I$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_o I}{2\pi R}$$

وهي ذات النتيجة الأولى التي حصلنا عليها باستخدام الصيغة العامة لقانون بيو - سافار.

كما يمكننا معالجة هذه المسألة دون اعتماد النصف العلوي $(0-\infty)$ أو النصف السفلي $(\infty - 0)$، وذلك بإجراء التكامل مرة واحدة من بداية السلك إلى نهايته $(-\infty, +\infty)$ وذلك على النحو الآتي:

$$B = \int_{-\infty}^{+\infty} dB = \frac{\mu_o I}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dL \sin\theta}{r^2}$$

$$\tan\ \theta = \frac{R}{L},\ L = R \tan\ \theta$$

$$\sin\ \theta = \frac{R}{r}, r = \frac{R}{\sin\ \theta}$$

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi} \int \frac{R\, d\theta}{\sin^2\theta} \frac{\sin\theta}{\left(\dfrac{R^2}{\sin^2\theta}\right)} = \frac{\mu_o I}{4\pi} \int \frac{-R \sin^3\theta\, d\theta}{\sin^2\theta R^2}$$

$$= \frac{-\mu_o I}{4\pi} \int_{\pi}^{0} \sin\theta\, d\theta = \frac{-\mu_o I}{4\pi} \left[-\cos\theta\right]_{\pi}^{0}$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi R}$$

ملاحظة: عندما تتغير $(dL)$ من $(-\infty+\infty)$ فإن الزاوية تتغير من $(0-\pi)$.

إن العلاقة الرياضية (9-9)، هي ما نسميه قانون أمبير، ويمكننا استخدامه لحساب المجال المغناطيسي عندما نتأكد أنّ التناظر الإحصائي الهندسي لتوزيع التيار الكهربائي متحقق، وسنكتفي ببيان نتيجة المثال التالي حول هذا القانون.

**مثال (9-5) *Example***

استخدم قانون أمبير للتعبير عن شدة المجال المغناطيسي الناشئ عن مرور تيار كهربائي ثابت $(I)$ في عروة دائرية نصف قطرها $(r)$.

**الحل *Solution*:**

إن الصيغة العامة لقانون أمبير هي:

$$\oint \vec{B}.d\vec{L}=\mu_o I$$

حيث يشير الطرف الأيمن إلى إيجاد التكامل حول مسار مغلق، وهو في هذه الحالة عبارة عن عروة أو حلقة دائرية، نصف قطرها $(r)$، إذن:

$$\oint dL=2\pi r$$

$$B(2\pi r)=\mu_o I$$

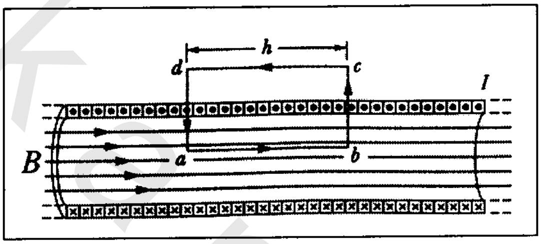
$$\boxed{B=\frac{\mu_o I}{2\pi r}} \qquad \text{(9-10)}$$

(المجال المغناطيسي $B$ لعروة دائرية)

## 9-5 المجال المغناطيسي لملف حلزوني

## :The Magnetic Field of Solenoid

تأمل الشكل (9-8) حيث تلاحظ أن الملف الحلزوني هو عبارة عن ملف إسطواني طويل يحتوي على عدد $(n)$ من اللفات لوحدة الطول، يمر خلاله تيار ثابت مقداره $(I)$، ونلاحظ في هذه الحالة أن الموصل تتطبق عليه شرط التماثل الهندسي لاستخدام قانون أمبير.




الشكل (9-8)

وبهدف حساب المجال المغناطيسي $(\vec{B})$ نأخذ مقطعاً طولياً لملف حلزوني نموذجي حيث تكون لفاته محكمة وملتصقة ببعضها البعض، إن حلقة أمبير المغلقة في هذه الحالة هي عبارة عن المستطيل $(a\ b\ c\ d)$ ويمثل التيار $(I_o)$ المقدار الذي يمر خلال حلقة أمبير. والآن يمكننا استخدام قانون أمبير على الأجزاء الأربعة من هذه الحلقة.

$$\oint \vec{B}.dL = \int_a^b \vec{B}.dL + \int_b^c \vec{B}.dL + \int_c^d \vec{B}.dL + \int_d^a \vec{B}.dL$$

حيث إن $(\vec{B})$ عمودي على كل من $(b\ c)$ و$(d\ a)$، وهكذا نجد أن الزاوية بينهما $(90°)$ ومعلوم أنَّ $(\cos 90)$ يساوي الصفر، وهكذا فلا وجود للمجال المغناطيسي على هاتين القطعتين $(B = 0)$، أما القطعتين

$(ab)$ و$(cd)$ فـإن الزاوية بينهما وبين المجـال $(\vec{B})$ تساوي الصفر، وهـذا يؤدي إلى أن:

$$\int_a^b \vec{B}.dL = \int_0^d \vec{B}.dL = \vec{B}\,h$$

حيث إن $(h)$ هو طول كلٍ من المسارين $(a\,b)$ و$(c\,d)$، وكنا قد بينا أن عدد اللفات لوحدة الطول في الملف هو $(n)$، نستطيع الآن أن نعبر عن التيار الكلي خلال حلقة أمبير بالشكل الآتي:

$$I_o = I(nh)$$
$$\oint \vec{B}.dL = \vec{B}\,h = \mu_o\, I\, n\, h$$

$$\vec{B} = \mu_o\, I\, n \qquad \text{(شدة المجال المغناطيسي } B \text{ لملف حلزوني)} \qquad (9\text{-}11)$$

إنَّ العلاقة الرياضية *(9-11)* تعبِّر عن شدة المجال المغناطيسي لملف حلزوني نموذجي *ideal solenoid*. أما المجال المغناطيسي لملف حلقي *toroid* يحمل تياراً مقداره $(I)$ وعدد لفاته الكلية $(N)$ فإن المجال المغناطيسي الناشئ داخله هو:

$$\vec{B}(2\pi r) = \mu_o\, I\, N$$

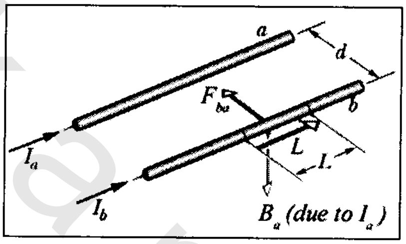
$$\boxed{B = \frac{\mu_o\, I\, N}{2\pi\, r}} \qquad \text{(شدة المجال المغناطيسي } B \text{ لملف حلقي)} \qquad (9\text{-}12)$$

إنَّ العلاقة الرياضية *(9-12)* تعبِّر عن شدة المجال المغناطيسي لملف دائري، نصف قطره $(r)$، وهو نصف قطر حلقة أمبير.

## 9-6 القوة المتبادلة بين سلكين طويلين جداً

## :Interacting force-two parallel currents

إن الغاية من دراسة هذه الفقرة هي تحديد مقدار واتجاه القوة المغناطيسية المتبادلة بين سلكين طويلين جداً، متوازيين، تفصلهما عن بعضهما مسافة $(d)$، يسري خلالهما تياران $(I_a)$ و$(I_b)$، ولهذه الغاية تأمل الشكل (9-9).




الشكل (9-9)

إن تحقيق هذه الغاية يتم من خلال إيجاد المجال المغناطيسي الذي يؤثر به السلك الثاني على السلك الأول، ثم تحديد القوة الناتجة عن ذلك.

وسنبدأ بالبحث عن القوة الناشئة عن السلك $(b)$ بسبب المجال المغناطيسي $(B_a)$، إنَّ المجال المغناطيسي $(B_a)$ المؤثر على كل نقطة من السلك $(b)$ هو:

$$B_a = \frac{\mu_o I_a}{2\pi d} \qquad (9\text{-}13)$$

ويمكننا تحديد اتجاهه باستخدام قاعدة اليد اليمنى، انظر الشكل (9-9)، والآن يمكننا إيجاد القوة المغناطيسية $(F_{ba})$ المؤثرة على السلك $(b)$، وذلك باستخدام العلاقة الرياضية (9-5)، حيث:

$$F_{ba} = I_b\, L \times B_a \qquad (9\text{-}14)$$

ونلاحظ من الشكل (9-9) أنّ كلاً من $(L)$ و $(B_a)$ متعامدان، والآن من العلاقتين الرياضيتين (9-13) و(9-14) نجد أنَّ:

$$F_{ba} = I_b\, L\, B_a \sin 90^\circ = \frac{\mu_o\, L\, I_a\, I_b}{2\pi\, d}$$

$$\boxed{F_{ba} = \frac{\mu_o I_a I_b L}{2\pi\, d}} \qquad \text{(القوة المتبادلة بين سلكين)} \qquad (9\text{-}15)$$

أما اتجاه القوة $(F_{ba})$ فيمكننا معرفته بمعرفة حاصل الضرب الاتجاهي للمتجهين $(L \times B_a)$، وباستخدام قاعدة اليد اليمنى نجد أنّ $(F_{ba})$ تتجه مباشرة إلى السلك $(a)$.

أما القوة التي تؤثر على السلك $(a)$ فيمكننا إيجادها بالطريقة الأولى نفسها، وسنجد أن اتجاهها نحو السلك $(b)$، وهكذا، فإنَّ السلكين المتوازيين يجذبان بعضهما البعض، أما إذا كان التياران باتجاهين مختلفين فإن السلكين المتوازيين سوف يتنافران، وعليه يمكننا أن نستنتج ما يلي:

التياران المتوازيان (على الاتجاه نفسه) الماران في سلكين متوازيين يؤديان إلى تجاذبهما مع بعضهما البعض، أما التياران غير المتوازيين (باتجاهين مختلفين) فإنهما يؤديان إلى تنافر السلكين.

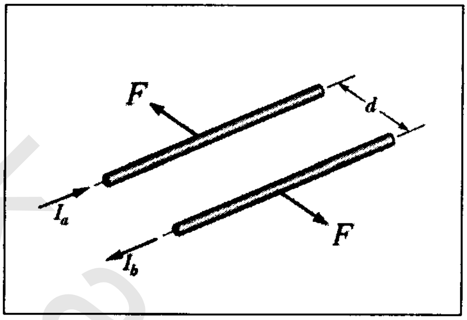
**مثال (9-6) *Example***

في الشكل (9-10) تلاحظ سلكين طويلين متوازيين تفصلهما عن بعضهما مسافة ثابتة $(d)$ يحملان تيارين كهربائيين على التوالي $(I_a, I_b)$ باتجاهين متعاكسين، حيث إن:

$$d = 5.3\,cm, I_b = 32\,A, I_a = 15\,A$$

أوجد حسابياً مقدار القوة المغناطيسية بين السلكين، وحدد اتجاهها، وذلك على امتداد جزء من طولهما يساوي $(40\,m)$.

الحل ***Solution***:




**الشكل (10-9) يوضح قوة التنافر بين سلكين طويلين جداً**

تأمل الشكل (10-9).

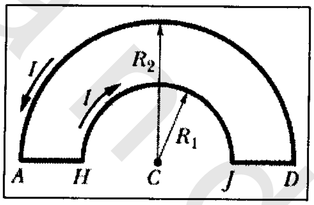
باستخدام العلاقة الرياضية *(9-15)*، نجد أنَّ:

$$I_a = 15\,A, \qquad , \qquad I_b = 32\,A$$
$$d = 5.3\,cm \qquad , \qquad L = 40\,m$$
$$\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}\ T.m$$
$$F_{ab} = \frac{\mu_o I_a I_B L}{2\pi d}$$
$$= \frac{(4\pi \times 10^{-7})(15)(32)(40)}{2\pi(5.3 \times 10^{-2})}$$
$$= 7.24 \times 10^{-2}\ N$$

أما اتجاهها فهو عمودي على اتجاه السلكين، مشيراً نحو الخارج، ذلك أنها قوة تنافر.

# مسائل عامة محلولة
# *solved problems*

9-1 استخدم قانون بيو-سافار *Biot-Savart*، وذلك لحساب شدة المجال المغناطيسي $(B)$ عند مركز الشكل (11-9) المبين بالنقطة $(C)$، وكما تلاحظ فإن الشكل عبارة عن نصفي دائرتين، نصف قطر الأولى $(R_1)$، ونصف قطر الثانية $(R_2)$ وتلاحظ أيضاً أن المجال المغناطيسي ناشئ عن الشكل المغلق $(ADJHA)$، إذا كان مقدار التيار المار خلاله $(I)$.



الشكل (11-9)

**الحل *Solution*:**

إن الصيغة الرياضية لقانون بيو-سافار هي:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{L}\times\vec{r}}{r^3}$$

1- نلاحظ أولاً أن القطعتين المستقيمتين $(AH)$ و$(JD)$ يمر بكل منهما تيارين مختلفين في الاتجاه ومتساويين في المقدار، وهذا ما يؤكد لنا أن المجالين المغناطيسيين الناشئين عن كلٍ من القطعتين،

متساويان في المقدار ومتعاكسان في الاتجاه أيضاً، والخلاصة أن كلاً من القطعتين لا تسهمان في المجال المغناطيسي عند النقطة $(C)$.

2- إن المجال الناشئ عن نصف الدائرة الأولى، عند النقطة $(C)$ هو:

$$B_{C1} = \left(\frac{\mu_o}{4\pi}\right)\int\frac{I\,d\vec{L}_1\times\vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_o I}{4\pi}\int\frac{R_1\,d\vec{L}}{R_1^3}$$

$$d\vec{L}\times\vec{r} = r\,ds\sin(90) = r\,dL$$

$$\int\frac{R_1\,dL}{R_1^3}\int\frac{dL}{R_1^2} = \frac{1}{R_1^2}\int dL = \frac{\pi R_1}{R_1^2} = \frac{\pi}{R_1}$$

$$B_{C1} = \left(\frac{\mu_o I}{4\pi}\right)\left(\frac{\pi}{R_1}\right) = \frac{-\mu_o I}{4R_1}$$

وهكذا نجد أن المجال الناشئ عن النصف الثاني ذي نصف القطر $(R_2)$:

$$B_{C2} = \frac{\mu_o I}{4R_2}$$

$$B_C = B_{C1} + B_{C2} = \frac{\mu_o I(R_2 - R_1)}{4R_1 R_2}$$

مع ملاحظة أنّ اتجاه شدة المجال إلى داخل الصفحة.

9-2 في ذرة الهيدروجين، إذا افترضنا أن الإلكترون يتحرك على مسار دائري نصف قطره يساوي $(5.3\times 10^{-11}\ m)$ ويسير بسرعة خطية منتظمة مقدارها $(m/s\,10^6 \times v = 1.3)$.

أوجد حسابياً شدة المجال المغناطيسي الناتج عن حركة الإلكترون، وذلك عند مركز الذرة.

ملاحظة: كتلة الإلكترون $(m_e = 9.11 \times 10^{-31}\ kg)$، وشحنته $.(q = 1.6 \times 10^{-19}\ C)$

**الحل *Solution*:**

إن اتجاه المجال المغناطيسي يكون عمودياً على السرعة الخطية للإلكترون، ويمكن حساب القوة المغناطيسية في هذه الحالة من العلاقة الرياضية:

$$F_B = q\vec{v} \times \vec{B} = q\,v\,B\ \sin 90 = q\,v\,B$$

كما يمكننا إيجاد تسارع الإلكترون من العلاقة الرياضية لقانون نيوتن الثاني:

$$F_B = m_e\,a$$

$$a = \frac{F_B}{m_e}$$

وبما أن مسار الإلكترون دائري، يمكننا إيجاد تسارعه بدلالة كلٍ من السرعة الخطية ونصف قطر المسار، إذن:

$$a = \frac{v^2}{r^2}$$

$$B = \frac{F_B}{qv} = \frac{m_e v^2}{e\,r\,v} = \frac{m_e v}{er}$$

$$= \frac{(9.11 \times 10^{-31}\ kg)(1.3 \times 10^6\ m/s)}{(1.6 \times 10^{-19}\ C)(5.3 \times 10^{-11}\ m)} = 1.39 \times 10^4\ T$$

# مسائل وتمارين الفصل التاسع

# *Chapter Nine Exercises & Problems*

9-1 بروتون يتحرك بزاوية قدرها $(23°)$ بالنسبة لمجال مغناطيسي شدته $(2.6\,mT)$ ويعاني من تأثير قوة مغناطيسية قدرها $(6.5\times10^{-17}\,N)$.

1- أوجد حسابياً سرعة البروتون.

2- أوجد حسابياً الطاقة الحركية للبروتون مقدرة بوحدات $(eV)$.

9-2 سلك موصل يمر خلاله تيار كهربائي تبلغ شدته $(4.4\,A)$، يتعرض لتأثير مجال مغناطيسي منتظم وعمودي عليه، مقدار شدته $(1.5\,T)$

أوجد حسابياً القوة المغناطيسية لكل وحدة طول من هذا السلك.

9-3 ملف حلزوني *solenoid* طوله $(95\,cm)$ ونصف قطره $(2\,cm)$، وعدد لفاته $(1200)$ لفة يحمل تياراً قدره $(3.6\,A)$.

أوجد حسابياً مقدار المجال المغناطيسي داخل الملف.

9-4 ملف حلزوني عدد لفاته $(200)$ لفة، وطوله $(25\,cm)$ وقطره $(10\,cm)$، ويحمل تياراً قدره $(0.3\,A)$.

أوجد حسابياً مقدار المجال المغناطيسي قرب مركزه.

9-5 ملف حلزوني طوله $(13\,cm)$ وقطره $(2.6\,cm)$ يحمل تياراً قدره $(18\,A)$. مقدار المجال المغناطيسي بداخله يساوي $(23\,mT)$.

أوجد حسابياً طول السلك الذي صنع منه الملف.

9-6 ملف حلقي دائري *toriod* مساحة مقطعه على شكل مربع طول ضلعه $(5\,cm)$ ، ونصف قطره الداخلي $(1.5\,cm)$ ، أما عدد لفاته فيساوي $(500)$ لفة ويحمل تياراً قدره $(0.8\,A)$.

1- أوجد حسابياً مقدار المجال المغناطيسي داخل الملف عند قطره الداخلي.

2- أوجد حسابياً مقدار المجال المغناطيسي داخل الملف عند قطره الخارجي.

9-7 سلكين مصنوعين من مادة موصلة، طويلين متوازيين تفصلهما عن بعضهما مسافة $(12\times 10^{-2}\,m)$ ، ويسري في كلٍ منهما تيار كهربائي مقداره $(40\,A)$.

أوجد حسابياً القوة المغناطيسية المتبادلة بينهما، ثم حدد اتجاهها وذلك على امتداد جزء من طولهما يساوي $(10\,m)$.

# مسائل اختيارية

## *Optional Problems*

9-1 إلكترون يمتلك متجه السرعة الممثل كالآتي:

$$\vec{v} = (2\times10^{6}\ m/s)i + (3\times10^{6}\ m/s)j$$

يتحرك خلال مجال مغناطيسي يمثل المتجه

$$\vec{B} = (0.03T)i - (0.15T)j$$

1- أوجد حسابياً مقدار واتجاه القوة المغناطيسية المؤثرة على الإلكترون.

2- أعد المطلوب (1) نفسه على بروتون يمتلك السرعة نفسها.

9-2 إلكترون يتحرك في مجال مغناطيسي منتظم بسرعة اتجاهية:

$$\vec{v} = (40\,km/s)i + (35\,km/s)j$$

ويعاني من تأثير قوة اتجاهية:

$$\vec{F} = -(4.2\times10^{-15}\,N)i + (4.8\times10^{-15}\,N)j$$

أوجد حسابياً مقدار المجال المغناطيسي المؤثر، إذا علمت أنَّ مركبة المجال على المحور السيني $(B_x = 0)$.

## الخلاصة

## *Summary*

- **المجال المغناطيسي *magnetic field***: ينشأ بفعل الشحنات الكهربائية المتحركة، وهو الحيِّز أو المنطقة التي تظهر فيها القوة المغناطيسية التي يمكننا اختبارها بواسطة القطب الشمالي لمغناطيس، وتقاس شدة المجال المغناطيسي بوحدة التسلا، وهي وحدة القياس المعتمدة في النظام الدولي للقياس $(SI)$، وعندما تكون الزاوية بين المجال وسرعة انجراف الشحنات الكهربائية $(90°)$ فإن المجال:

$$B = \frac{F_B}{qv}$$

$$1T = \frac{1N}{1C\left(\frac{1m}{1s}\right)} = \frac{1N}{1A.1m}$$

- القوة المغناطيسية المؤثرة على سلك طوله $(L)$ يمر به تيار كهربائي ثابت $(I)$ ويخضع لتأثير مجال مغناطيسي مقداره $(B)$ تساوي:

$$F_B = I\,\vec{L} \times \vec{B}$$

- **قانون بيو–سافار *Biot's-Savart law***:

$$dB = \frac{\mu_o I}{4\pi}\frac{d\vec{L} \times \vec{r}}{r^3}$$

يستخدم هذا القانون لإيجاد المجال المغناطيسي الناشئ عن مرور تيار كهربائي في ناقل مستقيم، عند نقطة معلومة، وهو يتناسب طرداً مع شدة التيار الكهربائي $(I)$ وعكسياً مع المسافة بين النقطة المعلومة والناقل.

- **قانون أمبير** ***Amper's law***:

$$\oint \vec{B}.d\vec{L} = \mu_o I$$

ويستخدم في حالة التناظر الهندسي للتيار الكهربائي، وذلك باختبار حلقة مغلقة لمرور التيار تسمى حلقة أمبير *Amperian Loop*، ومن الاستنتاجات المباشرة لهذا القانون:

1- المجال المغناطيسي الناشئ عن عروة دائرية نصف قطرها $(r)$:

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

2- المجال المغناطيسي لملف حلزوني:

$$B = \mu_o I n$$

حيث إن $(n)$ عدد اللفات لوحدة الطول.

3- المجال المغناطيسي لملف حلقي:

$$B = \frac{\mu_o I N}{2\pi r}$$

حيث إن $(N)$ العدد الكلي للفات، $(r)$ نصف قطر اللفة الواحدة.

• القوة المغناطيسية المتبادلة بين سلكين طويلين جداً:

$$F_{ba} = \frac{\mu_o I_a I_b L}{2\pi d}$$

حيث إن $(L)$ طول السلك، $(I_a)$ التيار المار خلال السلك الأول، $(I_b)$ التيار المار خلال السلك الثاني، $(d)$ المسافة الفاصلة بين السلكين.