

## الفصل الثالث

### أمثلة على التخطيط المتباين

#### للتحدي القابل للتحقيق

« إن معرفة الكثير عن الأشياء ليست هي التي تجعلك ذكياً، فالذكاء ليس هو حصيلة معلوماتك فحسب، بل هو أيضاً الحكمة، أي الطريقة التي تجمع فيها المعلومات وتستخدمها.»

كارل ساغان - فلكي أمريكي

يتناول هذا الفصل أساليب محددة لزيادة توضيح كيفية التخطيط للأنشطة والدروس التي تعالج مستويات مختلفة من التحدي القابل للتحقيق. وستلاحظ في الأمثلة الآتية، كيف يتعلم الطلاب جميعهم المفاهيم نفسها في مستويات مختلفة من التحدي لتحقيق الحد الأقصى من النجاح، وتقليل الشعور بالإحباط وعدم الكفاية.

#### العمل مع الأشكال

النشاط المسمى «ارسم صورتني» هو نشاط ممتع بصورة خاصة لقرائي الخريطة، وأما بالنسبة للمستكشفين والطلاب الذين يتقنون معرفة الأشكال، فإنه يظهر لهم أهمية الاتصال. ويتضمن هذا النشاط الخطوات الآتية:

1. اطلب إلى الطلاب أن يعملوا في أزواج على أن تكون لديهم القدرات نفسها في تمييز الأشكال وتسميتها (أو اطلب إليهم أن يعملوا في أزواج على أن يكون أحدهما متقناً معرفة الأشكال وضعيفاً في مهارات

الاتصال، والآخر قوياً في مهارات الاتصال وضعيفاً في إتقان معرفة الأشكال).

2. أعط كل مجموعة ثنائية أشكالاً متنوعة (سواء أكانت وسائل إيضاح أو رسوماً أو قصاصات ورقية).

3. اطلب إلى أفراد كل مجموعة الجلوس متقابلين وجهاً لوجه أن يجلس أحدهما قبالة الآخر، بوجود حاجز بينهما يحول دون رؤية أحدهما عمل الآخر.

4. يعطي أحدهما تعليمات شفوية للآخر لرسم شكل معين. فمثلاً، يعطي طلاب تعليمات لزميله بأن يرسم «مثلاً طويلاً على أن يتجه طرفه المدبب إلى أسفل»، ومن ثم يرسم «نصف دائرة يكون جانبها المسطح إلى أسفل فوق قمة المثلث المسطحة» (كوز الآيس كريم).

5. أما بالنسبة للطلاب الكبار، فقد تتضمن التعليمات الشفهية مفردات وصفية يستخدمونها في الصف، مثل زاوية قائمة، أو مثلث متساوي الساقين، أو القطر، أو أضلاع متناسبة.

إن نجاح المتحدث في الاتصال اللفظي، ودقة الرسام في اتباع التعليمات المعطاة له، تصبح كأنها تغذية راجعة فورية عندما يرى كل زوج من الطلاب الرسم النهائي. فيشعر الواصف (الذي يصف) بالارتياح والرضا من التواصل الصحيح، ويفتخر الرسام بدقة انتباهه إلى التفاصيل المعطاة له في الوصف، ثم يتناقش الطالبان في الأمور التي عُيِّتَ لهما، وتلك التي أربكتهما في التعليمات الشفهية قبل أن يتبادلا الأدوار.

## تخمين الحجم

يخمن (يقدر) الطلاب في هذا النشاط الحجم في مستويات مختلفة من التحدي القابل للتحقيق، من خلال العمل في مجموعات متجانسة. ويهدف ذلك إلى إكسابهم قدرات في التخمين/ التوقع، وتمكينهم من التكيف مع الأدلة الجديدة، وإكسابهم مهارات الاتصال المتعلقة بالرياضيات ومهارة حسن تقدير الرقم، والوعي المفاهيمي.

**المجموعة الأولى:** مستوى تعقيد منخفض. اطلب إلى الطلاب أن يعملوا في مجموعات، وزود كل مجموعة بإبريق كبير يحتوي على ماء ملون. ووضّح لهم أن على كل عضو في المجموعة أن يملأ من الإبريق كوباً حجمه 250 مل تقريباً، ويخمن مستوى الماء الذي سيصل إليه عند سكبه في زجاجات ذات حجوم مختلفة (مثلاً، زجاجات عصير أو صودا أو أكواب قياس مختلفة الحجم). وعندما تتفق المجموعة على مستوى الماء الذي سيصل إليه في الإناء، عندئذٍ يستخدم الطلاب قلم تخطيط ليشيروا إلى مستوى الماء، ومن ثم يسكبون الماء الملون في الإناء ويناقشون النتيجة. (يمكن لأغراض القياس، أن يستخدم أفراد في مجموعة ما أقلاماً ذات ألون مختلفة؛ ليشير كل منهم إلى تخمينه الخاص).

تتضمن أسئلة النقاش والأعمال المحتملة في هذا النشاط ما يأتي:

- لماذا كان مستوى الماء أقل / أكبر من تخمينك؟
- ماذا سيكون توقعك لمستوى الماء في الإناء إذا أضفت إليه كوباً آخر؟ (يخمن الطلاب أولاً، ثم يضيفون الماء، ويناقشون النتائج).
- خمن كم كوباً سنحتاج إليه لملاء كل إناء؟ (يخمن الطلاب أولاً، ثم يضيفون الماء، ويناقشون النتائج). اطلب إلى الطلاب أن يعرضوا نتائجهم على صورة رسم بياني، أو جدول، أو رسم على شفافية، أو أي مخطط تنظيمي آخر، أو من خلال مناقشات المجموعات.

المجموعة الثانية: مستوى تعقيد متوسط (تفكير مفاهيمي مبكر). سينفذ الطلاب في هذه المجموعة النشاط السابق نفسه، ولكن عليهم تصميم التجربة بأنفسهم. علماً بأن الهدف لم يتغير وهو أن يخمن الطلاب، ولكن ستزوّد كل مجموعة منهم بمواد التجربة (إبريق يحتوي على ماء ملون، أوعية ذات أقطار مختلفة، وكوب سعته 250 مل) دون إعطائهم خطوات تنفيذها؛ لذا يتعين على الطلاب أن يخمنوا أولاً، ثم يتناقشوا في كيفية جمع الأدلة لتخمين عدد أكواب الماء التي يحتاجون إليها لملء كل وعاء. دع الطلاب يسجلوا ملاحظاتهم الجماعية (أو الشخصية) حول تخميناتهم ونتائجهم وتفسيراتهم. وينبغي أن يتحدّى الطلاب الإجابة عن الأسئلة، ويفسروا لماذا يغيرون تخميناتهم، ويستندون في ذلك إلى «المبادئ» (أي الأفكار أو المفاهيم العامة) التي يعتقدون أنها تنطبق على النشاط. وقد تتضمن الأمثلة على هذه المبادئ ما يأتي: «كلما زاد قطر الوعاء، انخفض مستوى الماء فيه»، أو على نحو أكثر تحديداً «إذا تضاعف قطر الوعاء، فسينخفض مستوى الماء إلى الربع تماماً»؛ لذا شجّع الطلاب ذوي مستويات التفكير العليا على اقتراح طريقتين أو أكثر لإكمال التجربة وحل المسألة.

راقب الطلاب في أثناء سكب الماء من الإبريق إلى الكوب ومن الكوب إلى الأوعية، واطلب إليهم التوقف بعد كل خطوة، وكتابة أي تخمين جديد بناءً على الأدلة التي يحصلون عليها في أثناء تنفيذ النشاط. وإذا عدّل الطلاب تخميناتهم، فعليهم أن يعطوا الأسباب، وأن يحتفظوا بملاحظات أو رسوم بيانية لعرض نتائج التجربة (وشجعهم على استخدام مصطلحات مثل نصف، ربع، النسبة المئوية).

المجموعة الثالثة: مستوى تعقيد عالٍ (تفكير مفاهيمي أكثر تجريباً). يستخدم الطلاب في هذه المجموعة وحدات القياس المترية، ومشاهدة العلامات التي تشير إلى مقدار الحجم بالمل، على كوب القياس. وبعد تنفيذ الطلاب التجربة التي صمّموها، يسكبون الماء من الكوب الذي سعته 250 مل في كوب القياس الذي

يحتوي علامات القياس المترية. وبالإضافة إلى الخطوات التي اتبعتها المجموعة الثانية، فإن هذه المجموعة تحلّل وتخمّن وتختبر وتضبط، وتحدّد العلاقة بين حجم الأكواب واللترات والمليترات والجرامات، ومن ثم يتناقشون في الطرق التي تمكّنهم من معرفة معامل تحويل الوحدة لكل من هذه المقارنات (مثلاً: كم كوباً في اللتر؟)، والبحث في كيفية تطبيق معامل تحويل الوحدة على المليترات والجرامات.

بعد أن تكمل المجموعات الثلاث التجربة، يشارك أفرادها معاً في خبراتهم ونتائجهم، وكيف كانت كل مجموعة تعدّل تخمينها بناءً على الأدلة الجديدة. وتبدأ المجموعة الأولى بالحديث؛ لأنها قد تكون المعلومة الوحيدة التي يدلون بها، ومن ثمّ تضيف كل مجموعة معلومات جديدة إلى نتائج المجموعة السابقة. ثم دوّن ملاحظات الصف على جدول أو مخطط تنظيمي؛ حتى يستطيع الطلاب فيما بعد إجراء المزيد من التخمينات على البيانات التي جُمعت، واختبار معاملات تحويل الوحدات التي استخدموها، ومن ثمّ اعتماد هذه المعاملات بكتابتها في جداول التحويل المعتمدة.

وأخيراً، يمكن للطلاب جميعاً المشاركة في كيفية نقل المعلومات - أيّ كيفية استخدامها في أغراض أخرى غير التي استخدمت في التجربة الصفية - فمثلاً، كيف توهم تصاميم الأوعية بأن هناك مجموعة من العوامل يجب أخذها في الحسبان عند تقدير الثمن والتأثير البيئي لبيع السلع في أوعية ذات حجوم كبيرة، مع مراعاة المستويات المختلفة للتحدي القابل للتحقيق لدى الطلاب، حيث يمكن إعطاؤهم واجبات منزلية متباينة. فعلى سبيل المثال، يمكن للطلاب ذوي المستوى المتدني البحث في المحال التجارية الكبيرة (السوبرماركت)، أو في إعلانات الصحف لتقويم كيف تغري الشركات المختلفة الناس بشراء منتجاتها بناءً على حجم الوعاء أو تصميمه، في حين يمكن للطلاب ذوي مستوى العالي

تحديد أيّ القيمتين أفضل من حيث الثمن والكمية: ست علب من الصودا سعة كل منها 500 مل، أو قارورة سعتها لتر وبالسعر نفسه. والطريقة الفضلى هي جعل الطلاب يصوغون أسئلتهم الخاصة بالأشياء التي يريدون تقويمها – وهي طريقة تشعرهم بالحرية، وتعطي معنى لأعمالهم.

### استكشاف خطوط الأعداد

خط الأعداد هو رسم هندسي مفيد للمستكشفين وقارئ الخريطة على حدٍ سواء. فالمستكشفون يمكنهم التحرك على طول الخط، وقارئو الخريطة يمكنهم فحص وتقويم النقاط والأنماط في الخط. وتسمح هذه الاستراتيجية أيضاً لطلابك باكتساب بعض الخبرة باستخدام جداول KWL، حيث يتكون الجدول من ثلاثة أعمدة معنونة على النحو الآتي: أعرف، أريد أن أعرف، تعلّمت. حيث تحفّز هذه الاستراتيجية المعرفة السابقة لدى الطلاب؛ إذ تطلب إليهم أن يحدّدوا ما الذي يعرفونه أصلاً عن موضوع ما، وكتابة إجاباتهم في العمود الأول من الجدول. ومن ثمّ يضعون الأهداف التي تحددها الذي يريدون معرفته في العمود الثاني. وفي نهاية تدريس الوحدة الدراسية، يناقش الطلاب ما الذي تعلّموه، ويكملون الكتابة في العمود الثالث من الجدول، ويمكن أن يصحّحوا أي أخطاء ارتكبوها في العمود الأول، أعرف. وبالإضافة إلى ذلك، إذا أعدّ الطلاب جداول «أعرف – أريد أن أعرف – تعلّمت» الخاصة بهم، فعندئذٍ يمكنهم تضمين أهدافهم الشخصية في الجدول، أيّ الأمور التي يريدون معرفتها خصوصاً ما له صلة بالوحدة الدراسية القادمة.

اطلب إلى الطلاب جميعاً (أو قسم الصف إلى مجموعات صغيرة) أن يكتشفوا بحرية خط الأعداد دون إعطائهم مهمة محددة، بوصف ذلك نشاطاً مبدئياً لاستراتيجية خط الأعداد. وابدأ برسم عدد من خطوط الأعداد على أوراق كبيرة لوضعها على الأرض، أو استخدم لاصقاً لتثبيتها. ثم اطلب إلى

الطلاب بعد تعرّف خطوط الأعداد، أن يعملوا في مجموعات مختلطة لرسم جدول أعرف- أريد أن أعرف- تعلّمت، وتعبئة العمودين الأول والثاني أعرف- أريد أن أعرف، ثم يتشاركوا في أفكارهم، ويدونوها في جدول أكبر رسمته. وستلاحظ في أثناء تجوالك بين الطلاب، والاستماع إلى أفكارهم في الاجتماع الأول لهم مع مجموعاتهم، أن الخلفية النظرية قد تكون مخالفة لتوقعاتك عن مدى إتقان كل طلاب للموضوع. ويمكن أن يكون مصدر المعلومات هذا عن تباين المعلومات أكثر موثوقية من الإضافات التي يكتبها كل طلاب في جدول أعرف- أريد أن أعرف- تعلّمت، الخاص بمجموعته.

يمكنك في الدروس اللاحقة، نقل الطلاب إلى مجموعات ذات مستوى أعلى أو إلى مستوى أدنى للتحدي القابل للتحقيق، ويعتمد ذلك بناءً على ملاحظاتك حول مدى فهمهم ومشاركاتهم في المجموعات غير المتجانسة التي شكّلت في البداية. ثم توجّه المجموعات التي وضعت في المستوى المناسب للتحدي، على أن تتحسن من خلال استمرارهم في تنفيذ الأنشطة. أمّا الطلاب الذين يتمتعون بمستويات إتقان/ خلفية عالية، فإنهم سيصلون في النهاية إلى التحليل المفاهيمي الذي يعنيه خط الأعداد بالنسبة للأعداد الصحيحة. والمجموعات التي تعمل بصورة أكثر في المستويات التأسيسية في الاستكشاف، ينبغي أن تكون ضمن المستويات المناسبة للتحدي القابل للتحقيق، ولكنهم سيستفيدون أيضاً مما يجري حولهم. فملاحظاتهم عن إشراك المجموعات الأخرى في أنشطة تبدو ممتعة، سيؤدي إلى توليد الدافعية لديهم للاستمرار في الاكتشافات والنقاشات؛ لتحقيق مستويات أعلى لو طبقوا هذه الأنشطة نفسها.

والنشاط الآتي يوضح التمايز الذي يمكن أن يحدث في المجموعات المتجانسة، ويمكن أن يُستفاد منه في مستويات متنوعة من التحدي القابل للتحقيق.

المجموعة الأولى: مستوى تعقيد منخفض. اعمل «نمذجة توضيحية»، على أن تعدّ بصوت مرتفع كلما تقدمت إلى الأمام على طول خط الأعداد من الصفر إلى 5، وأنت تنظر للأسفل وتعدّ الأرقام في أثناء السير. ومن ثمّ يأخذ كل طلاب الدور في عدّ الخطوات بصوت مرتفع في أثناء سيره، ويتوقف حيث شاء، ويعلن عن عدد الوحدات التي تخطّأها. وتؤكد بقية المجموعة على كلام السائر «بالنظر» إلى العدد الذي يقف عليه. وبعدها يحظى كل طلاب بفرصة للمشاركة، شجّع أفراد المجموعة على مناقشة ملاحظاتهم. ثم اطلب إليهم أن يكتبوا نتائجهم أو يرسموها بصورة فردية على جدول المجموعة.

المجموعة الثانية: مستوى تعقيد متوسط (تفكير مفاهيمي مبكر) يمكن للطلاب الذين يظهرون إتقانهم مبكراً أن يكونوا في مجموعة مرنة في القسم الثاني من الوحدة الدراسية، ومن ثمّ يرتقي مستواهم إلى إجراء الجمع والطرح. ويمكن للطلاب الذي يسير على خط الأعداد أن يتوقف عند أي نقطة. وعليه، يمكن لأفراد المجموعة أن يأخذ كل منهم دوراً، ويطلب إلى الطالب أن يسير خطوة أخرى، ويعلن عن الرقم الجديد. ويمكن لهذا الطالب أن يختار إما النظر إلى الرقم، وإما تخمين الإجابة قبل التأكد.

وسّع النشاط من خلال الطلب إلى أفراد المجموعة أن يتوقعوا أين يمكن أن يكون المتطوع «السائر» عندما يسير خطوة، أو خطوتين أو ثلاث خطوات، وهكذا. ومن ثم يتعين على الطالب أن يتخذ عدد الخطوات الصحيحة؛ وعليه، تستطيع المجموعة أن تختبر صحة تخمينها. ويمكن للمتطوع أن يخمن على نحو مستقل قبل أن يطبق الخطوات، ويختبر صحة تخمينه.

يمكن للمجموعة بعد أن يتاح لكل فرد منها الفرصة بأن يكون هو «السائر»، أن تمثّل نتائجها على صورة رسم بياني أو جدول. ثم يتعين على الطلاب أن يصفوا النشاط الذي نفذوه مستخدمين مفرداتهم الخاصة، إذ قد يستخدم بعضهم

مفردات تشير إلى عملية الجمع، مثل «سار إلى الأمام 3 مربعات من الرقم 3 وانتهى إلى المربع 6»، أو «سار إلى الأمام (أو إلى اليمين) 3 خطوات أخرى من الرقم 3، ووقف على الرقم 6». واكتب على السبورة قائمة بالمفردات الرياضية ذات العلاقة التي يستخدمها الطلاب في وصفهم.

عندما ينظر الطلاب إلى الكلمات التي استخدموها في وصف السير إلى الأمام أو اليمين، فإنهم قد يستخدمون كلمة جمع، ولكن هذا ليس أهم من مشاهدة هذه العملية، ووصف النتيجة المتوقعة. وبمرور الوقت، سيكتشف الطلاب عملية الجمع، وسيستخدمون في النهاية هذه المفردة بعد أن يكونوا قد فهموا معناها؛ لذا شجعهم في الأنشطة اللاحقة في لعبة السير على خط الأعداد، على استخدام كلمة جمع، واكتب نتائجهم في جمل، مثل: «كنت واقفاً على الرقم 7، ومن ثم جمعت 3 خطوات أخرى، وأصبحت واقفاً على الرقم 10».

لم يمض وقت طويل قبل أن يبدأ الطلاب طبيعياً باختبار الحركة على خط الأعداد في الاتجاه المعاكس، حيث إنهم سيتوصلون إلى مفهوم الطرح على خط الأعداد. هناك خيارات (احتمالات) عدة يمكن القيام بها لمساعدة الطلاب على تحويل هذه المعلومات الجديدة إلى تمثيلات أخرى من الجمع والطرح من خلال المعالجة الذهنية، بما في ذلك تنظيم مجموعة من الأشياء، وكتابة جمل باستخدام مفردات مفاهيمية مناسبة.

يمكن للطلاب الاستمرار في لعبة السير على خط الأعداد، فمثلاً يمكن أن تطلب أنت أو أفراد المجموعة من المتطوع «السائر» البدء من الرقم 9 والسير 5 خطوات إلى الخلف. ثم اطلب إلى الطلاب أن يتوقعوا قبل أن ينتقل المتطوع من مكانه، ثم اطلب إلى الطلاب، بعد انتهاء التوقع، أن يتوقعوا الرقم الذي سيقف عليه «السائر» إذا سار خطوة أو خطوتين إلى اليسار، ثم اطلب إليهم أن يتوقعوا أيضاً من جديد الرقم الذي كان مطلوباً أول مرة (أي السير خمس خطوات

إلى اليسار)، واطلب إلى «السائر» أن يتبع عدد الخطوات الصحيحة. فإذا بقي التخمين (التوقع) غير صحيح، فاطلب إلى الطلاب أن يتشاوروا فيما بينهم في كيفية إعادة النظر من جديد في العملية التي شاهدوها، والتخمين بصورة صحيحة في المرة القادمة. وإذا تطلّب الأمر، فاطلب إليهم العودة إلى التمرين الأول وهو عدّ المربعات في أثناء مشاهدتها. حيث يبدأ «السائر» عند الرقم 9، ومن ثم، دون أن يخمّن، يعدّ حتى 5 بصوت عالٍ في أثناء السير خمس خطوات على خط الأعداد إلى اليسار. وشجع الطلاب على الجهر بصوت عالٍ للتعبير عن الإجراءات التي ينفذونها، فمثلاً «بدأت من الرقم 9، ثم مشيت خمس خطوات إلى الورا، وأنا الآن واقف على الرقم 4».

عندما يخطئ أفراد المجموعة في التخمين شجّعهم على اتباع النموذج التدريبي الذي أعدته؛ لأنه سيساعدهم على رفع مستوى مهارتهم عند تلقيهم التعليمات الداعمة، وتجنب الانتقاد أو أخذ الحل من «السائر». سيشعر كل من «السائر» وقائد المجموعة بالراحة والرضا بسبب هذا التعاون، وسيشعرون أيضاً حتى بالدوامين الجالب للمتعة عندما يكون اللطف والتفاؤل والرضا الذاتي ورحابة الصدر والتفاعل الإيجابي بين الأقران. وسيؤدي ذلك إلى انخفاض مستوى التوتر، وسيعود الطلاب إلى تنفيذ أنشطة خط الأعداد بمشاعر إيجابية، وهذا يعود إلى تفاعل دورة الدوامين والمتعة التي تجعلهم يتقبلون تنفيذ تجربة إيجابية.

لقد شاهدت طلاب يشاركون في هذا النشاط في مناسبات عديدة، ويتناقشون في أسباب صحة بعض التخمينات، وخطأ بعضها الآخر.

لقد كان تفاعلهم حماسياً، ولكن نادراً ما كان مندفعاً أو عدوانياً. لقد شعروا بالراحة في مشاركتهم الآخرين في الأفكار وتحمل المسؤولية الجماعية للتواصل بصبر حتى تستمر المجموعة في اكتشاف المعرفة وبنائها معاً.

تأتي أهمية عدم فرض مفردتي الجمع أو الطرح أو الرمزين + أو - في هذه المرحلة؛ لأنه بوسع الطلاب بناء مفاهيمهم الخاصة بدلاً من حفظ صيغ مجردة. فعندما نلجأ إلى التجريد بإضافة الكلمات والرموز الصحيحة فيما بعد، سينشأ مسار عصبي قوي ودقيق، وستكون لهاتين المفردتين في ذهن الطلاب معانٍ ملموسة؛ لأنهم سبق أن بنوا هذين المفهومين بأنفسهم، واختبروا المكافأة الذاتية في تحقيق تحدٍّ قدرّوا قيمته.

المجموعة الثالثة: مستوى تعقيد عالٍ (تفكير مفاهيمي أكثر تجريباً). بالنسبة للطلاب الذين لاحظت تحسّناً في إتقانهم في المستوى المتوسط، وهم حالياً دون مستوى التحدي القابل للتحقيق المناسب لهم، أو بالنسبة للطلاب الذين يتقنون المادة الأساسية، فإن الأنشطة المذكورة هنا أعلى من مستواهم. لذا اطلب إلى الطلاب أن يعملوا في مجموعات ثنائية من خلال العصف الذهني؛ كي يتعرفوا كيفية استخدام خط الأعداد في أمور أخرى، أو يتبعوا توجيهاتك كي يتوصلوا إلى مفهوم المضاعفات والضرب. فمثلاً، يمكنك أن تسأل السؤال الآتي: «هل يمكنك إيجاد طريقة لتعرف ماذا سيحصل، وكيف يمكنك أن تخمّن مكان «السائر» إذا سار خطوتين في كل مرة؟»

عندما يتقن الطلاب في النهاية، الطرح على خط الأعداد، عليهم أن يتعرفوا كيفية كتابة الأعداد الصحيحة السالبة إلى أسفل العدد 0 (إذا كان خط الأعداد رأسيًا)، أو يسار العدد 0 (إذا كان خط الأعداد أفقيًا). لذا سيطلبون إليك إضافة المزيد من الورق على يسار الصفر (أو بإمكانك المبادرة وإضافته قبل حصة الرياضيات القادمة) لاستكشاف الأعداد السالبة. وعندما تجد الطلاب يناقشون ويخمّنون ويطلبون إليك تدريسهم المباشر فهم بذلك يرغبون في معرفة ما يجب أن تدرّسهم، ويكونون في وضع مثالي للتعليم الاندفاعي والمثابرة من خلال التعلم من الأخطاء والعقبات. لذا، شجّعهم أولاً على استخدام التخمين للتحقق

من صحة فهمهم، وأسألهم: «أين سيكون موقع «السائر» إذا بدأ من العدد 7 وسار 7 خطوات، أو 9 خطوات، أو 11 خطوة إلى اليسار؟». ينبغي أن يقف كل طلاب على العدد (العدد 7)، ومشاركة المجموعة في تخمين العدد الذي سيقف عليه عندما يسير السائر الخطوات المختلفة إلى اليسار قبل أن يسير فعلاً.

إن استمرار استخدام التخمين للتحقق من الفهم في هذه المرحلة، يؤدي إلى بناء المنطق الرياضي لدى الطلاب، وهي طريقة مريحة (أي أقل مجازفة) وأكثر متعة؛ (لأنها تتضمن الحركة، وتحفز الدوبامين، ويشارك فيها الأقران) للتدرّب من خلال تمارين القلم والورقة، وأن هذه الطريقة أكثر ملاءمة؛ لأن المهمة ليست استخدام الرموز المجردة للسالب أو الطرح، ولكن بناء المفاهيم التي سيربطها الطلاب لاحقاً بهذه الرموز. وهذه الطريقة في بناء المفهوم تتفادى الخلط المحتوم فيما يتعلق بالفرق بين رمز - على أنه إشارة إلى القيمة السالبة، والرمز نفسه الذي يشير إلى عملية الطرح.

شجع الطلاب على إيجاد كلمات لوصف ما تمثّله الأعداد السالبة بالنسبة إليهم. فقد يقولون مثلاً: «ثلاثة أسفل 1»، أو «ثلاثة على الجهة الأخرى من الصفر». وبالنسبة للطرح، ستصبح هذه الكلمات التي استعملها الطلاب مفاهيم مملوكة لهم؛ لأنهم يبنون فهمهم بأنفسهم. وعليه، فإن الطلاب يمتلكون أدوات قيمة للتعزيز والمعالجة الذهنية لتطوير مفهوم الأعداد السالبة لديهم.

وبمرور الوقت، لاحظ كيف يختلف الطلاب عندما يسيرون على خط الأعداد، واطلب إليهم أن يصفوا طريقة تفكيرهم. سوف تجد أدلة تمكّنك من تمييز المستكشفين الذين يقومون أولاً بالسير خطوات، ومن ثم يطوّرون قواعد أو مفاهيم موحّدة لبناء فهمهم للأعداد السالبة. وستلاحظ أيضاً أن قارئ الخريطة يرسمون رسوماً بيانية، أو يدوّنون الملاحظات ويرسمون خطوط أعداد

صغيرة خاصة بهم، أو يعبرون بالألفاظ عن الخطوات بصورة متسلسلة قبل أن يفكروا في تطوير مفهوم موحد.

بعد أن يستوعب الطلاب في المجموعة الثالثة الحركة على خط الأعداد، فإن الخطوة التالية هي جعلهم يستخدمون وسائل يدوية لتوضيح أن 3 زائد 4 يساوي 7، وأن 7 «مطروحاً منها» 3 يساوي 4. وشجعهم في أثناء قيامهم بذلك، على التفكير بصوت عالٍ، ووصف ما يقومون به باستخدام لغتهم الخاصة. ويجب أن تعمل المجموعات ضمن قاعدة أساسية، وهي أنه يمكن لأفراد المجموعة أن يختلفوا مع شرح المتحدث، أو يتفقوا معه، أو يضيفوا إلى كلامه فقط بعد أن ينتهي. حيث يوفر لك الاستماع إلى هذه النقاشات معلومات فعالة عن التقويم التكويني في أثناء قيامك بوضع علامات إلى جانب أسماء الطلاب المستعدين للانتقال إلى مستوى أعلى من التحدي القابل للتحقيق.

وسيختلف الطلاب في الوقت الذي سيحتاجون إليه في التخمين والتصحيح والتمرين والملاحظة قبل أن تضح لديهم العملية أو الإجراء الجديد، والاستعداد لتبسيط المفهوم وتوحيده، باستخدام كلمات جديدة في الوصف المعتمد للأعداد السالبة. وعندما يصبح النشاط البدني منطقياً لدى الطلاب، ويصبحون قادرين على أن يتواصلوا مع الآخرين في فهمهم، عندئذ يكونون مهيبين لامتلاك التمثيلات الرياضية التجريدية والمفاهيمية العالية المستوى في استخدام الأرقام والرموز وإشارات العمليات والصيغ والمعادلات. فقد يصلون للإجابات الصحيحة دون المرور بهذه الخطوات الوسطى، ولكن ستكون إجاباتهم محفوظة عن ظهر قلب، وخالية من الفهم المفاهيمي الذي يبني الشبكات العصبية الضرورية للمعرفة الرياضية.

وكما تفعل مع معظم المجموعات التعاونية، أعلن للطلاب عن وقت للانتباه قبل بضع دقائق من توقّفهم عن جمع بيانات جديدة، واطلب إليهم مناقشة ما

لاحظوه؛ حيث إن هذا الوقت يسمح للطلاب الذين لم يشاركوا بالمشاركة. وعندما تعلن عن الوقت مرة أخرى، عليهم كتابة استنتاجاتهم أو رسمها بصورة فردية، ثم تدوينها على جدول المجموعة. ولكن قبل أن يعرض الطلاب النتائج التي توصلوا إليها، راجع المادة التي ستقدمها المجموعة لترى إن كان الوقت مناسباً حتى يسمع سائر أفراد الصف المعلومات، أو قد يكون عرض المجموعة أيضاً فوق مستوى التحدي القابل للتحقيق لبعض الطلاب، حتى يتقدموا أكثر في استكشافاتهم.

إذا كانت هذه الحالة مطروحة، فوضِّح السبب للمجموعة، وراجع معهم الأخطاء، وادعم اقتراحاتهم في إجراء المزيد من البحث إذا كانت المجموعات الأخرى بحاجة إلى مزيد من الوقت، وتحدهم في إعداد مادة ليعرضوها على الصف بوضوح من أجل الطلاب الذين بدؤوا للتوّ باستيعاب المفهوم. وأحد الخيارات لبناء فهم عميق لديهم وبناء مهارات الاتصال، هي إعداد مادتهم بطرق عدة، مثل استخدام أشكال مختلفة من المدخلات المثيرة للحواس (كالمدخلات المرئية والسماعية، وعرض حي للخطوات التي نفذوها) حتى ترتبط بنقاط القوة التعليمية لدى المستكشفين وقارئ الخريطة.

### فهم عملية القسمة

بعد أن تمهّد الوحدة الدراسية لتقويم المعرفة السابقة عن الموضوع وإثارة الدافعية لدى الصف، نمذج النشاط الآتي باستخدام الوسائل اليدوية، والهدف من ذلك أن يستوعب الطلاب مفهوم القسمة بوصفها طريقة لتقسيم الكميات الكبيرة إلى أعداد محدّدة لهذه التقسيمات، وإدراك أن العملية (التي ليس من الضرورة في البداية أن نسمّيها القسمة) هي أداة لتخمين عدد الأشياء التي ستكون في كل مجموعة جديدة بناءً على الهدف (أي، كم مجموعة صغيرة نحتاج إليها؟).

عودة إلى العمل بدءاً من هذا الهدف، يستخدم هذا النشاط الوسائل اليدوية على أنها تمثيل تجريدي لعملية القسمة. وإحدى طرق تقييم المعرفة السابقة هي عرض أمثلة عدة باستخدام الوسائل، وعدّ عدد الأجسام الموجودة لدى كل مجموعة صغيرة. وبعد عرض بضعة أمثلة، اطلب إلى الطلاب كتابة تخميناتهم حول أهداف العرض التالي على ورقة أو على سبوراتهم البيضاء الخاصة بهم. وستساعدك التغذية الراجعة من هذا التمرين على تخطيط المجموعات المرنة للنشاط التالي.

**المجموعة الأولى:** مستوى تعقيد منخفض. تضم هذه المجموعة الطلاب الذين تكون تخميناتهم في معظمها غير صحيحة بعد استخدامك الوسائل اليدوية، وحتى بعد أن تلقيت تغذية راجعة صحيحة على الأسئلة التي طُرحت في البداية. وستطوّر هذه المجموعة مهارات ما قبل القسمة من خلال الألعاب أو «المشاركة» في الأنشطة. لذا، ابدأ بإعطاء المجموعة 10 وسائل يدوية كالمكعبات الصغيرة، واطلب إليهم أن يبينوا كيف يمكنهم تقسيمها على مجموعتهم لو كانت مكوّنة من خمسة أفراد (يمكن تعديل الأرقام حسب عدد أفراد المجموعة). ويمكن للطلاب أن يعتمدوا في عملهم على نقاط القوة التعليمية التي لديهم، والعمل بصورة فردية في مجموعات أو ثنائية في البداية. وقد يرغب قارئو الخريطة في التفكير أولاً، ومن ثم مناقشة أفكارهم، وأخيراً توزيع المكعبات وفقاً لذلك. ويمكن للمستكشفين الذين يرغبون في الحركة أو استخدام الوسائل قبل أن يدلوا بأفكارهم القيام بذلك. وعندما تجتمع المجموعة للنقاش، اطلب إلى كل طلاب أو إلى كل زوج منهم توضيح الأسباب التي دفعته إلى العمل.

استخدم في المرحلة التالية 15 مكعباً، واطلب إلى كل فرد أن يخمن عدد المكعبات التي سيحصل عليها كل فرد في المجموعة إذا وُزعت المكعبات توزيعاً عادلاً. وسيتحقّق الطلاب فيما بعد من صحة تخميناتهم باستخدام المكعبات.

كّرر هذه العملية مستخدماً عدداً مختلفاً من المكعبات في كل مرة، ومن ثم اختر عدداً مختلفاً من الطلاب في كل مجموعة (مثلاً، إثنان أو ثلاثة). ويتعين على الطلاب تسجيل البيانات، ومناقشة النتائج التي توصلوا إليها، وإعداد ملخص أو رسم بياني يوضح تفسيراتهم.

**المجموعة الثانية:** مستوى تعقيد متوسط (تفكير مفاهيمي مبكر). تتألف هذه المجموعة من الطلاب الذين خضعوا للتغذية الراجعة التصحيحية، وكانت تخميناتهم صحيحة وقادرين على توضيح تفسيراتهم (التعليقات) عندما كنت تدمج عملية تقسيم الوسائل اليدوية للصف جميعاً. ويمكن لأفراد هذه المجموعة البدء باستخدام الوسائل اليدوية الخاصة بهم، ولكنهم سيكونون قريباً مستعدين للانتقال إلى تحدٍّ أكبر.

استخدم قطعاً نقدية حقيقية أو بلاستيكية، وكوّن مجموعات خماسية من الطلاب، ثم أسأل السؤال الآتي، مثلاً: كم قلم رصاص ثمنه 10 قروش، يستطيع كل فرد من أفراد المجموعة «شراء» لو وُزِعَ 100 قرش على المجموعة توزيعاً عادلاً؟ ثم أسأل أسئلة أخرى حول شراء أشياء ثمنها 10 قروش، ومن ثم 20 قرشاً، لتحديد عدد الأشياء التي يستطيع كل فرد «شراءها». وبعد أن يستخدم الطلاب الوسيلة التي يفضلونها (مثلاً، شفهيّاً أو باستخدام مخطط تنظيمي) لعرض نجاحهم عندما يحلون المسائل المتعلقة بالأشياء التي ثمنها 10 قروش أو 20 قرشاً، يمكن أن يجربوا تحديّاً آخر وهو شراء أشياء قيمة كل منها 15 قرشاً، ملتزمين بقاعدة أن يحظى كل فرد من المجموعة بالعدد نفسه من الأشياء.

هيئ الطلاب في جميع أنشطة تعلّم المجموعة، للنجاح من خلال مشاركتهم في قواعد العمل الجماعي (العمل في مجموعات)، مثل القاعدة التي تنص على أن يكون كل فرد في المجموعة قادراً على توضيح ما تقوم به مجموعته مع إعطاء السبب، أو لا يُعدّ عمل المجموعة بصورة كلية ناجحاً.

المجموعة الثالثة: مستوى تعقيد عالٍ (تفكير مفاهيمي أكثر تجريداً). تتألف هذه المجموعة على الأرجح من الطلاب الذين يعرفون مسبقاً كيفية إجراء عملية القسمة التي لها باقٍ. وقد تفصل هذه المجموعة عن مجموعة مستوى التعقيد المتوسط؛ لأنك لاحظت أن طلابها بحاجة إلى مستوى أعلى من التحدي القابل للتحقيق، أو ربما لجأت إلى تقويم مسبق يكشف عن خلفياتهم النظرية؛ وعليه، فإنه من المنطقي أن يكونوا منذ البداية ضمن المجموعة ذات مستوى التعقيد العالي.

ويمكن أن يستخدم هؤلاء الطلاب قطعاً نقدية حقيقية أو بلاستيكية للإجابة عن الأسئلة المتعلقة بشراء أشياء (مثلاً، كميات صغيرة لها قيمة معينة وكتل كبيرة أغلى ثمناً) ثمنها 10 قروش و20 قرشاً، ثم يحسبوا قيمة أعداد متنوعة من الكميات الصغيرة، ثم من الكميات الكبيرة، ثم مما اختلط منها. وأخيراً، يوزعون الوحدات (القروش مثلاً) توزيعاً عادلاً على أفراد المجموعة، ومن ثم يوزعون الكميات التي لها ثمن معين من الوحدات.

قريباً، ستجد أن بعض أفراد المجموعة بدؤوا في كتابة الحسابات باستخدام الرموز الرياضية الصحيحة. ومن المحتمل أن يستخدموا مصطلح الباقي عندما يستخدمون كتلاً صغيرة وكتلاً كبيرة لتمثل قيمة 30 قرشاً، ومن ثم يلتزمون بالشرط وهو أن يحظى كل فرد في المجموعة بالقيمة نفسها التي تمثلها الكتل.

هناك خيارات عدة متاحة لهؤلاء الطلاب. ويمكنك أن تطلب إليهم قسمة مقبولة لمنتجات ما لا يمكن إجراؤه، على أن يلتزموا بفئات 10 و20 قرشاً بما في ذلك الوحدات (مثل الفلوس)، ويمكن التقسيم إلى أجزاء متساوية في القيمة، بالإضافة إلى هذه الفئات. ويمكن أن يناقش الطلاب مفهوم الباقي مستخدمين تعبيراتهم الخاصة، ومن ثم كتابة نص روائي أو مسرحي يمثلون فيه الباقي على أنه كائن متحرك. وقد يصبح هذا العمل جزءاً من التدريس في الحصة القادمة

عن الباقي أو الكسور في إجابات مسائل القسمة. ويمكن أيضاً تصوير المسرحيات الفكاهية لطلاب صفوف السنة القادمة.

وهناك خيار آخر، هو تزويد هذه المجموعة بإعلانات من الصحف، أو النشرات الإعلانية الخاصة بالمحال التجارية الكبيرة (السوبرماركت) التي تعرض منتجات بسعرين مختلفين بناءً على ما تشتريه، فمثلاً، شراء منتج واحد بنصف دولار أو ثلاثة منتجات بدولار، ثم اطلب إلى الطلاب قصّ إعلانات من الصحف تتعلق بمنتجات يحبونها، واكتشاف طرق (عملية أو خيالية) لمعرفة سعر المنتج الواحد بالسعر الجديد، ومعرفة المبلغ الذي سيحتاجون إليه لشراء منتج لكل طلاب في الصف. ويمكن للطلاب بعد ذلك تصميم ملصقات إعلانية باستخدام الإعلان الأصلي، وتوظيف أفكارهم في حل المسائل التي اقترحتها عليهم. ويمكن أيضاً أن تكون هذه الملصقات الإعلانية جزءاً من المادة التعليمية عندما يكون سائر الطلاب مستعدين للقيام بهذا النوع من الحسابات. وستشير هذه التجربة الدافعية لدى الطلاب في هذه المجموعة؛ لأنها ضمن المستوى المناسب لهم من التحدي القابل للتحقيق، وتتطلب منهم الإبداع وتشتمل على خيارات متعددة لنقاط القوة التعليمية المختلفة، وهذه التجربة ذات قيمة لأنها مفيدة للدروس اللاحقة.

نشاط صفي للمجموعات كلها. ينمّي الطلاب من خلال هذا النشاط أفكارهم الخاصة عن الباقي، ويختبرون درساً اجتماعياً قيماً عن العدل. ويتيح هذا النشاط أيضاً فرصة لعرض مواقف تكون فيها الآراء المختلفة جميعها صحيحة.

قسّم الصف إلى مجموعات ثلاثية، واطلب إلى الطلاب تقسيم سبع كتل كبيرة على أن يحصل أفراد المجموعة على حصص متساوية. وهناك حلول غير عملية وخيالية، مثل الادّعاء بتقسيم الكتل الباقية إلى أجزاء هي فرص عظيمة للمتعة والإبداع. وعلى الرغم من أن المجموعات لا تزال تعمل ضمن الخلفية المعرفية للطلاب المتعلقة بالقسمة التي لها باق، إلا أن المفاهيم التي يبنونها

الطالب أو يكتبها أو يرسمها أو يطبقها تصبح «إعلانات» محفزة للدروس اللاحقة المتعلقة بالكسور دون استخدام مصطلح كسر.

وتصبح الكلمات والتوضيحات التي يستخدمها الطلاب روابط في الذاكرة، كالمشاعر الإيجابية والمتعة (المعززة من قبل الدوبامين) التي يحظون بها في أثناء محاولاتهم حل مسألة الكميات في مجموعاتهم. لذا؛ سنتشأ لديهم شبكة عصبية تربط المعلومات الجديدة عن الكسور بعضها ببعض في الوحدة الدراسية القادمة، وسيتعامل الطلاب مع الكسور بتفاؤل ومرونة.

أطلبُ إلى طلابي وضع قوائم بالكلمات أو عمل رسوم في أثناء الاستقصاء عن الكميات الإضافية كي أتمكّن من إعادة إنشاء رابط بنشاط الكميات في الدروس اللاحقة. ولما كانوا قادرين على الإبداع وليس بالضرورة عمليين في نشاط الكميات، فإن أفكارهم تعكس كثيراً من الأفكار، مثل تقسيم الكميات بالمنشار إلى قطع، أو رمي القطع بعيداً، أو شراء قطع إضافية من المجموعات الأخرى، أو مشاركة القطع مع مجموعة أخرى بالتناوب (على أن تأخذ كل مجموعة القطع الإضافية في أيام متناوبة). ويرسمون أيضاً بابتهاج رسوماً مبدعة ويكتبون كلمات؛ حيث إنني أضيفها لاحقاً إلى جدول الصف، مثل استعار، أعار، قسّم، فصل، قطع، أجزاء متساوية، قطع، كامل، نصف، ربع. ألصق هذا الجدول ورسومهم عندما نبدأ بالوحدة الدراسية عن الكسور، ثم أعيد الجداول والرسوم الأصلية إلى المجموعات لاحقاً؛ فبالنسبة للمجموعتين الأولى والثانية، أكتب المفردات الرياضية «الرسمية» أسفل كلماتهم، وأطلب إلى المجموعة الثالثة كتابة المفردات أو الرموز التي يعتقدون أنها مناسبة.

وفي نهاية اليوم، خصّص وقتاً لإعطاء عقلك الفرصة للإقرار بالإنجازات التي حققتها؛ هل قللت من السلبية تجاه الرياضيات لدى أحد الطلاب أو أشركت تلميذاً واحداً على الأقل في مستوى التحدي القابل للتحقيق المناسب له؟ وهل

عرضت شيئاً عن الرياضيات قدّره الطلاب واستمتعوا به؟ وهل شعر الطالب المعارض بالراحة في المشاركة، أو جازف بارتكاب الأخطاء؟ إن حدث ذلك، فقد قربت تلميذاً من الموقف الإيجابي تجاه الرياضيات، بل وأكثر من ذلك. وإذا شعر طلابك بالتفاؤل الناتج عن التحسن ضمن مستواهم في التحدي القابل للتحقيق، فإن هذه التجربة الإيجابية ستقوي إحدى الشبكات العصبية المتعلقة بالرياضيات. كان اليوم ناجحاً؛ لأن هذا المسار العصبي أصبح أقوى وأقرب إلى أن يصبح المسار الاعتيادي لدى الطلاب—أي الذي سيعمل بعقله عندما يتعامل مع تحديات جديدة بكل مرونة. فهذا جيد لك!