

البحث الثالث :

« نظرية مقترحة في تعلم الرياضيات »

مقدمه : صحت ثورة تحديث البرامج المدرسية في الرياضيات أساليب **approaches** حديثه في تحليل العملية التعليمية . وقد قدمنا في دراسة سابقة (١) ثلاثة من هذه الأساليب يمكن اعتبارها مستقلة ومكملة بعضها البعض . وهى التعلم بالاكتشاف لبرونر والتعلم الموجه لجانييه والتعلم بالمعنى لاوسابل . كما قدمنا دراسة تحليلية لهذه الأساليب (٢) بالنسبة لعشر متغيرات في تعلم الرياضيات وتدريسها ، وكذلك دراسة وضع الطريقة البديهية التى تميز التركيبات الرياضية للرياضيات الحديثة والأحدث والتضمن التربوى لها (٣) . ومن ذلك اتضحت الحاجة الى بناء أسلوب جديد للتعلم يكامل بين هذه الأساليب . ويتمشى مع خصائص للرياضيات الحديثة (والأحدث) أهملتها هذه الأساليب . وعلى ذلك فاننا نقدم هنا أسلوبا جديدا في تعلم الرياضيات بمثابة نظرية مقترحة . وقد آثرنا تسميتها نظرية لاننا سنوضح فى هيكلها مبادئ أساسية أو تعميمات نسلم بصحتها ويمكن أن تكون نواة لفروض تشتق منها . ويبنى جسم النظرية على أساس نتائج البحوث التجريبية الخاصة بهذه الفروض . وبعض مبادئ النظرية المقترحة يمتد جذورها الى الأساليب الثلاث فى التعلم ليوحد ويكامل بينها ، وبعضها تعميمات تتعلق بتعلم وتدريس الرياضيات على أساس الدراسة التحليلية التى قدمناها فى (٤) ، وبعضها الآخر نبع من مجال خبرتنا فى تبسيط الرياضيات العالية للمراحل المدرسية .

الاطار العام للنظرية المقترحة :

تهدف النظرية المقترحة الى التكامل والتوحيد بين الأساليب الثلاث للتعلم بالاكتشاف والتعلم الموجه والتعلم بالمعنى ، بحيث تأخذ فى (م ٤ — دراسات تربوية)

الحسبان التطور في الرياضيات ومستويات التجريد التي تميز تركيباتها •

ومن ثم فالنظريه المقترحه تأخذ في الحسبان التعلم كعملية ونواتج (نتائج) وتهتم بالجوانب المعرفية والوجدانية • فبجانب انها تعمل على زرع المفاهيم والمبادئ والنظريات الرياضية في ذهن التلميذ تربى فيه حب الاستطلاع الرياضى والكشف والاعتماد على النفس والرغبة في تعلم رياضيات أكثر ، والاتجاهات السليمه حول اكتشاف الرياضيات واستخدامها ، وتركز على المتعلم وخصائصه وعلى الرياضيات النامية (الحديثه والأحدث) ومستويات التجريد التي تميز تركيباتها •

والطريقه التي تحاول بها النظريه التوحيد بين الأساليب الثلاث ليست سطحيه كما حدث بالنسبة لتوحيد الاكتشاف والتعلم الموجه لتكوين الاكتشاف الموجه (١) • حيث استخدم أحد ملامح التعلم الموجه فاقتصر التوجيه على مساعدة التلميذ للاكتشاف بارشادات موضوعه بأسلوب برنامجى • ولكن التوحيد عن طريق استخدام بعض مبادئ الأساليب المختلفه في صوره أكثر شمولاً وتفاعلاً في الاطار الجديد هذا بجانب اكمال هذه المبادئ في صورتها الجديده بمبادئ اثارها الدراسه التحليله (٢) ومن خبرتنا (وطلابنا في البحوث) في تبسيط الرياضيات العاليه (مثل التوبولوجى العام ، التوبولوجى الهندسى ، تكامل ليبيه) للمراحل المدرسيه • وعلى هذا الأساس نقترح مبادئ النظريه في النقطه التاليه •

مبادئ النظريه المقترحه :

المبدأ الأول : يسير تعلم الرياضيات في دورات قد تكون متداخله يكتشف فيها المتعلم المعلومات الرياضيه ويحققها وينظمها في ذهنه تنظيمًا منطقيًا وتتعاقب الدورات بحيث ان المعلومات الرياضيه في كل دوره أكثر تجريداً أو عمقا (أو علواً في السلم التعليمى) عن دوره السابقه •

المبدأ الثانى : تكون اثاره التعلم عن طريق الأحوال لأكثر تعميما .

المبدأ الثالث : كل دوره تعلم فى صورتها المتكاملة تتم تبعا للمراحل الآتية : —

المرحلة الأولى : المرحلة التمهيدية أو مرحلة الاكتشاف وتتم وفقا للمراحل الجزئية الآتية :

(أ) **مرحلة التعامل مع المألوف** . وفيها يتعامل المتعلم مع ما هو معروف وملموس له لاستخلاص الخواص الرياضية الأساسية . ولكن التعامل هنا ليس بالضرورى مع أشياء وادوات (واقعية) ، ولكن مع ما هو معروف وملموس له حتى ولو كان شيئا مجردا توصل اليه فى دورة سابقة ومثله فى ذهنه وأصبح مألوفا له (وذا معنى) .

(ب) **مرحلة التجريد والبناء** . وفيها تجرد الخواص المستخلصة وتستخدم كنواة للوصول الى قانون أو فكرة عامة أو حل للمشكلة . وهذه تتناظر المرحلة الثالثة لبرونر ومرحلة البناء لدينيز .

المرحلة الثانية : **مرحلة التقنين** . وهى مرحلة تقنين الاكتشاف وفيها يضع المتعلم ما اكتشفه فى صورة متفق عليها رياضيا باستخدام لغه أو رموز رياضية مناسبة ويستخدم فيها التعلم الموجه .

المرحلة الثالثة : **مرحلة التحقيق** . وهى مرحلة تحقيق الاكتشاف . وهنا يتبين المتعلم صحة اكتشافه أو ما توصل اليه بأسلوب رياضى منظم أما : عن طريق التحقيق (والتعويض) المباشر فى خواص المشكلة التى استخلصها باستخدام وسائل عدديه أو هندسية ، أو باستخدام أسلوب منطقى مجرد باستخدام الطريقة البديهية والبرهان المنطقى أو عن طريق أخذ بعض الخواص التى استخلصها وجردها كمسلمات ويستنتج منها

ما اكتشفه بالبرهان المنطقى من تركيب رياضى • وفى هذه المرحلة يكون المتعلم واعيا ومدركا للخطوات المختلفة (كالمرحلة السابقة) • ويكون المتعلم هنا موجها وذا معنى فيستخدم مبدأ تحليل العمل لجانيه وطريقته فى بناء المادة الرياضية بطريقة متدرجه وهرمية كما قد تستخدم المنظمات المتقدمة أو التالية (حيث يكون المنظم بعد المادة المتعلمة وليس قبلها) ليستطيع المتعلم تمثيل ما تعلمه بطريقة تتكالف مع تنظيم المادة الرياضية أى ليتكالف التركيب المعرفى للمتعلم والتركيب (التنظيم) الرياضى المنطقى للمادة •

المرحلة الرابعة : مرحلة التطبيق • أى تطبيق الاكتشاف • وهنا يقوم المتعلم باستخدام ما توصل اليه (اكتشفه وحققه) فى الوصول الى :

(أ) تطبيقات مباشرة عددية هندسية ، مفاهيمية ، (فى الرياضيات أو خارجها) •

(ب) حل بعض المشكلات أو التمارين •

(ج) استنتاج بعض الحالات الخاصة فى الرياضيات أو خارجها • او اثبات قوانين نظريات مرتبطة •

(د) توسيع التركيب الرياضى الأساسى بحيث يكون هذا التركيب متشاكلا مع جزء من التركيب الموسع الجديد (مثل توسع النظم العددية من طبيعية — صحيحة قياسية — حقيقية — مركبه — هامتونيه كيليه الى جراسمانية) •

المبدأ الرابع : يكون التعلم على مستويات كل مستوى يتميز مراحلہ بأبعاد مختلفة • فمثلا المراحل المختلفة فى دورة التعلم المتكاملة تتميز بالأبعاد التى نوضحها فيما يلى : —

بالنسبة للمرحلة التمهيدية أو الاكتشاف :

(أ) التعامل بأشياء واقعية — التعامل مع المؤلف حتى ولو كان شيئاً مجرداً .

(ب) التجريد والبناء عن طريق اللعب بالمحسوسات ، أجهزة تركيبه الاستقراء من أنماط عدديه أو هندسية أو مفاهيمية — التعامل بالرموز والتركيبات الرياضية .

بالنسبة لمرحلة التقنين :

استخدام اللغة اللفظية — استخدام خليط من اللغة اللفظية والرموز — استخدام اللغة والرموز الرياضية .

بالنسبة لمرحلة التحقيق :

تحقيق عددي أو هندسي (أو مفاهيمي) مباشر لخواص المشكلة استخدام البرهنة المنطقية وأنواعها المختلفة باستخدام الطريقة البديهية

بالنسبة لمرحلة التطبيق :

تطبيقات مباشرة بأمثلة عددية أو هندسية أو مماثلة — تطبيقات خلاقة تؤدي الى تعميم أو توسع تركيبات رياضية أو خلق تركيبات رياضية .

المبدأ الخامس : ليس من الضروري ان يمر المتعلم بكل مراحل التعلم في الدورة المتكاملة .

المبدأ السادس : يوجد ثم تناظر بين مراحل نمو الطفل وبين مستويات التعلم التي تناظر بدورها أيضا مستويات تبسيط المادة .

المبدأ السابع : التعلم دالة لمتغيرات خاصة بالمتعلم (قدراته ، نواحي شخصيته ، أسلوبه المعرفي ، حصيلته المعرفيه (تنظيمه السيكلوجي للمعرفة) ومتغيرات متعلقة بالتنظيم المنطقي للمادة وطبيعتها (خصائصها) وأخرى متعلقة بالتربية بوجه عام .

والمبادئ السابقة المقترحة يمكن ان تكون نواة لنظرية في تعلم الرياضيات فكأى نظرية λ_{10041} في الرياضيات التربوية mathematical education تكون هذه المبادئ (وهى تناظر المسلمات) نقطة البداية تشتق على أساسها فروض البحث التى تتضح صحتها من النواحي التجريبية . أى تستخدم هذه المبادئ كنقطة بداية لتوجيه البحث في تعلم الرياضيات بصفة خاصة وفي الرياضيات التربوية بصفة عامة .

رابعاً : مناقشة حول النظرية المقترحة في تعلم الرياضيات :

نوضح فيما يلى ان المبادئ التى اتخذت لهذا الأسلوب الجديد أما تعميمات وضحت صحتها في مجالات أخرى ومثاله مع مبادئ وردت في الأساليب الثلاث وجذورها أو نتيجة لتبلور الأفكار الناشئة من خبرتنا في مجال تعليم الرياضيات العالية الجامعية أو تبسيطها للمراحل المدرسية .

١ - المبدأ الثانى للنظرية المقترحة الذى يقول (اثاره التعلم أو بدايته) عن طريق الأحوال الأكثر تعميماً ، مثاله مع أفكار أوسابل وبرونر من ان التعلم يبدأ من أعلى السلم التعليمى . فأوسابل يعتقد ان المنظم المتقدم (المادة الأكثر عمومية وتجريدا وشمولا) يسبق المادة المتعلمه ، أما لبرونر ، فاكتشاف حل المشكلة يكون في الصدارة (أو قمة السلم التعليمى) ويؤدى بالمتعلم الى ان يبحث عن الحقائق والعلاقات التى تكون ادنى في السلم التعليمى . كما ان هذا المبدأ يتفق مع ما استنتجه بياجيه من أن الرياضيات الحديثة أقرب الى ذهن الطفل من الرياضيات التقليدية ، حيث ان الرياضيات الحديثة أكثر شمولاً وعمومية . فمثلاً تبين لبياجيه ان الأفكار التوبولوجيه (بصورتها المبسطة) أقرب للطفل

من أفكار الهندسة الاقليديه ، كما أن التوبولوجى (كما ذكرنا) أعم أنواع الهندسات . كذلك تبين له ان بعض الأفكار الأساسية للمفاهيم الحديثة عن الفئات ، والعلاقات ، تعد أساسية لتكوين مفهوم العدد عند الطفل .

ويمكن ان نستخلص هذا المبدأ أيضا من نتائج تجريب البرامج الحديثة فى المراحل المختلفة وخاصة الأولى ، ومن نتائج بحوث دينير (١) التى تبين فاعلية مدخل الرياضيات حتى التقليدية منها عن طريق المفاهيم الحديثة الأكثر تعميما وشمولا . كما بينت البحوث فاعلية المداخل التى تشتمل على الاحوال العامة (كمدخل) فى فهم المفاهيم والأفكار الرياضية الاعلى فى السلم التعليمى . فمثلا وضحت الدراسة ان المدخل الى النظام العدى بأسس مختلفة (ومنها الحالة الخاصة بأساس عشرة) يؤدى الى سهولة فهم الضرب والقسمة المطولة واجراءاتها المختلفة (٢)، وكذلك الأعمال النظرية التى قدمناها (فى مراجع) (٥) ، (٦) توضح ان الرياضيات الحديثة (مفاهيمها — علاقاتها — أساسياتها — نظرياتها — تركيباتها وهى الأكثر عمومية وشمولا) تعد أساسية فى فهم وبناء الرياضيات حتى التقليدية منها على أساس سليم فى ذهن تلميذ المرحلة الأعدادية أو الثانوية . وبلغة أخرى تعد أساسية للتنظيم المنطقى وكذا السيكلوجى للمادة . ونود ان نشير أيضا ان المدخل عن طريق الأحوال الاعم حتى فى الرياضيات التقليدية يساعد على فهم المفاهيم المترتبة ، وقد وضحنا ذلك ايضا فى مرجع (٦) — فمثلا فهم حل معادلتين آينيتن من الدرجة الثانية بصفة عامة (عن طريق التعويض بأحد المتغيرين ينتج معادلة من الدرجة الرابعة فى مجهول واحد) يؤدى الى فهم الحالات الخاصة وعدد جذورها (الأربعة) وأنواعها ...) كما بينت الدراسة (لاحد طلابنا) أيضا فاعلية مدخل تدريس التكامل الاعم وهو تكامل ليبييه Lebague لتلميذ المرحلة الثانوية (٧) .

٢ — بالنسبة للمبدأ الأول للنظرية المقترحة ، فواضح ان الدورىه للتعلم فيه تتفق مع فكرة دينيز فى ان التعلم يمر بدورات متعاقبة ، وايضا

مع أفكار برونر عن المنهج الحلزونى ، وتتابع مراحل نمو التفكير لبياجيه ، والدوريه فى مراحل التفكير الابداعى أو الخلاقه (٥) . اما اختلاف مستويات التجريد وعمقها فى الدورات المتعاقبه الموجوده أيضا فى المبدأ الأول فهى تتفق مع تفسير هاريسون (٥) لمراحل النمو لبياجيه أو الدراسات الخاصة بتبسيط الرياضيات للمراحل المدرسية . كما انه يتفق مع رأى سكيب الذى يوضح فيه : أنه بينما المفاهيم الأساسية مثل الفئات والتناظر الاحادى ، .. يمكن ان تنمى عن طريق وسائل ملموسه (أو اجهزة تركيبية) الا أن المفاهيم المركبة التى تعتمد على مفاهيم كثيره أساسية ولها طبيعة أكثر تجريدا تحتاج الى طريقة مجردة فى تقديمها . وذلك بتقديم المفاهيم المركبه فى مستوى التجريد المناسب للدورة التعليمية . كذلك تقديم الأفكار المركبة فى مستوى التجريد المناسب يتفق مع رأى العالم الرياضى فرويدنثال (٦) ، الذى يحذر من أن تبسيط الأفكار الرياضية المجردة (مثل تركيب المجموعة) للمراحل المبكرة قد يشغل التلاميذ باجراءات وانشطة طويلة تنته فيها الأفكار الرياضية . وهو يخشى من ان وضع الرياضيات المتقدمه (العالية) بصورة ابتدائية بأسلوب خاطئ باستخدام نماذج لا تنقل الأفكار الرياضية بأمانيه ، تكون عملية خطرهم فيها تقليد ولمسات صناعية تشوه الافكار الكبيرة للنظريات الرياضية وتحول الرياضيات الى لا رياضيات . فمن رأيه مثلا ان محاولة اتاحة الفرصه للتلميذ اكتشاف تركيب (خاصه بديهيات) المجموعة عن طريق جداول المجموعات أو رسم المجموعة قد يؤدى الى ان يعتقد التلميذ الاعتقاد الخاطئ بأن كل العمليات الثنائية لها خواص تركيب المجموعة . وعلى ذلك فهو يرى عدم التبدير باعطاء الافكار الرياضية المجردة بصفة عامة مثل مفهوم المجموعة والاكتفاء بالتمهيد لها فى المراحل الأولى .

وهذا ما يركز عليه المبدأ الأول مع المبدأ الثالث فى الاسلوب الجديد من التمهيد للأفكار الرياضية فى مرحلة التعامل مع المؤلف ،

واكتشاف الخواص الرياضية وتجريدها في الدورات التعليمية المتعاقبة المختلفة .

٣ — بالنسبة للمبدأ الثالث للنظرية المقترحة الخاص بمراحل (استراتيجيات التعلم) فهو من جهة يكامل مراحل برونر ودينيز للتعلم بالاكتشاف في ضوء المادة الرياضية وطبيعتها النامية ، ويستخدم أفكار جانييه وأوسابل في تسهيل اجتياز هذه المراحل . ومن جهة أخرى كما أوضحنا في النقطة السابقة يتفق مع أفكار سكيب وفرويدنثال الخاصة بتقديم الأفكار المركبة أو المتقدمة المجردة . كما أنه يتفق مع الدراسات التجريبية الخاصة بتبسيط الرياضيات العالية للمرحلة الثانوية مثل ماجاء في (٧) وغيرها . فمثلا في دراسة تحت التجريب لتقديم التوبولوجى التحليلي (العام) لتلميذ المرحلة الثانوية تبين ان التلميذ في المرحلة التمهيديّة يتعامل مع المؤلف في فراغ الاعداد الحقيقة ذى بعد واحد ح^١ ثم في بعدين ح^٢ ثم في ثلاثة ابعاد ح^٣ ليكتشف الفترات المفتوحة وخواصها على خط الاعداد أولا ثم ما يناظرها في الفراغات الأخرى يقننها (كمرمفتوحة) ويحقق الخواص بأسلوب هندسى في فراغ ذى بعد واحد ثم يطبقها في فراغات بأبعاد مختلفة ، وفي الوصول الى مفاهيم تربولوجية توصف عن طريق الكرات المفتوحة مثل الجوار وخواصه ، والانغلاق وخواصه ، وفى دورة تعليمية أخرى تجرد الكره المفتوحة الى فئة مفتوحة وتجرد الخواص الأساسية للفئات المفتوحة وتستخدم كبديات للتركيب التربولوجى ثم تشتق خواص المفاهيم التربولوجية كنظريات من بديات هذا التركيب

٤ — بالنسبة للمبدأ الرابع للنظرية المقترحة الخاص بأبعاد مستويات التعلم ، فهو يحدد التعلم على أساس المستويات التى تصنف تبعاً لأبعادها المختلفة ويتفق هذا المبدأ جزئياً مع مستويات (مراحل) تبسيط المادة لبرونر (١) ولكنه أكثر شمولاً وتكاملاً حيث ان مراحل برونر تعد حالة خاصة منه . كذلك يعتبر هذا المبدأ أكثر احتواءاً وشمولاً وتصنيفاً

من مستويات المعرفة لبلوم (تذكر — فهم — تحليل — تطبيق — بناء — تقويم) حيث أوردنا البناء ضمن ابعاد المرحلة التمهيدية للاكتشاف وأبعاد مرحلة التحقيق • كذلك الفهم والتحليل متضمن في مرحلة التحقيق • وتستند ابعاد المستويات المختلفة في هذا المبدأ الى افكار بياجيه ، وهاريسون ، والسلم التعليمي لجانيه ، طبيعة المادة الرياضية النامية • كما يكامل هذا المبدأ ، المبدأ الثالث والأول لهذا الأسلوب الجديد •

٥ — بالنسبة للمبدأ الخامس الذى يبين ان كل دوره تعليمية لا تستلزم بالضرورة أن تكون في صورتها المتكاملة (أى قد لا تمر بكل المراحل) فتنبع من فكرة برونر عن المنهج الحلزوني ، وجانيه للسلم التعليمي مع ، الاخذ في الاعتبار مراحل النمو لبياجيه وحدودها •

٦ — بالنسبة للمبدأ السادس الذى يحدد العلاقة بين مستويات تبسيط المادة ومراحل التعليم ومراحل النمو ، فهو يتفق مع أفكار بياجيه وبرونر فيسلم بإمكانية تبسيط المادة بأمانة رياضية بشرط ان تناسب مرحلة نمو الطفل • وهو مع المبدأ الرابع الخاص بأبعاد التعلم يتفق مع اوسابل في تمثيل المادة بمعنى في ذهن التلميذ •

٧ — بالنسبة للمبدأ السابع الخاص بمتغيرات التعلم فهو يتفق مع أفكار شالمان عن الاسلوب المعرفي ودراسات ايزنك وولاش في مجال العوامل الشخصية وأثرها في التعلم وكذلك مع بحوث كرونباخ بشأن الفروق الفردية والتعلم (وطرق التدريس) وأفكار بلوم عن مستوى التمكن (٣) ، وهو يربط بين أفكار برونر وجانيه من جهة واوسابل من جهة أخرى في ان التعلم عملية نتاج (ناتج) ،ويربط بين طبيعة المادة والنتائج التربوية وخصائص المتعلم •

وعموما فالنظرية المقترحة تحتاج الى بلورة لمبادئها • وهذا يتأتى عن طريق اشتقاق فروض على أساس مبادئها واختبار صحتها تجريبيا أو تحليلها نظريا • وبذلك يتسع جسم النظرية من جهة ومن جهة أخرى

نرجع الى الوراء ونرسي مبادئها على أساس أعمق وبعلاقات أوثق . وهذا ما يتبع في النظم البدييه الرياضيه للبورباكين (٣) .

وختاما نود أن نقدم الشكر لطلبة الدبلوم الخاص على مدى ست سنوات الذين كان لهم الفضل من خلال مناقشاتهم في بلورة أفكار النظرية.

المراجع :

١ — د. نظلة حسن أحمد خضر « حول تعلم الرياضات » مقبول للنشر في مجلة التربية بقطر — البحث الاول في هذا الكتاب .

٢ — د. نظلة حسن أحمد خضر « دراسة تحليلية للتعلم بالاكشاف والتعلم الموجه والتعليم بالمعنى بالنسبة لمفردات اساسية تخص تدريس الرياضات مقبول للنشر في مجلة التربية بقطر — البحث الثاني في هذا الكتاب .

٣ — د. نظلة حسن أحمد خضر « دور الطريقة البديهية في الرياضيات الحديثة (والاحداث) والتضمين التربوي لها » صحيفة التربية : العدد الاول ١٩٧٧ .

٤ — احسان مصطفى شعراوي « اثر فهم النظام العددي العشري على نجاح تلاميذ المرحلة الابتدائية في فهم الاسس التي تقوم عليها العمليات الحسابية واتقانهم لها » رسالة دكتوراه — كلية التربية جامعة عين شمس ١٩٧٢ .

٥ — د. نظلة حسن أحمد خضر « اصول تدريس الرياضيات » عالم الكتب ١٩٧٤ .

٦ — د. نظلة حسن أحمد خضر « المدرس والرياضيات الحديثة والتقليدية » عالم الكتب ١٩٧٨ .

٧ — عبد اللطيف الجزار : « مدخل مقترح لتدريس التكامل — بواسطة مفاهيم نظرية القياس » رسالة ماجستير — كلية البنات — جامعة عين شمس ١٩٧٧ .