الفصل الثاني

ابستيمولوجية المنطق[1]

ما هو واضح للكل أن المنطق أساسه الصورية ، و بذلك يجب أن يتجنب كل ما هو بسيكولوجي أو الإنتقال من الفعل إلى المعيار (كما هو الحال بالنسبة لأنواع المنطق غير الصورية و هذا ما يؤاخذه "كافيس CAVAILLES "[2] ثم "بث Beth " على الفينومينولوجيا و لكن تطرح على الأقل ثلاث مسائل أساسية تكون الدراسة التكوينية مستعدة لتوضيحها وهذه المسائل هي :

1 – ما هي الروابط الموجودة بين منهج الصوري ومنهج التفكير الطبيعي؟

2 – أين تتجلى الصورية في المنطق؟

3 – لماذا تصادف الصورية حدودا بالمعنى الذي طرحه "قودل GODEL " [3] ؟

إن الرياضي "باش PASCH " [4] أكد أن خطوات الصورية تتجه عكس الاتجاه الطبيعي في التفكير . فإذا اقتصرنا على تحديد التفكير الطبيعي بمحتوى وعي الذات، فإن "باش" محق لأن الفكر العادي يتقدم، بينما الصورية تقوم على جهد ارتدادي من أجل تحديد الشروط الضرورية و الكافية لكل المعطيات التي يفترض أن تكون صادقة و استنتاج كل الوسائط و النتائج بصورة واضحة و جلية.

غير أنه من وجهة نظر النمو و البناء التدريجي للبنيات بمعزل عن الوعي الذات، يبدو أن هذا البناء يهتم أساسا بفصل الصور عن المحتويات و على تكوين صور جديدة بالتجريد التأملي لنطلاقا من بنيات من المستوى الأدني: من هذا المنطلق، فان الصورة المنطقية تبدو وكأنها امتداد أعلى لمثل هذه الحركة الخاصة بالمجموعة وعلى أنه موجّهة في الاتجاه المعاكس، لكن مع تجريد ضروري إضافي.

في الواقع، إذا كانت الصورية ترتكز في سياقها على بعض مبادئ التجريد الانعكاسي فهي تضيف لها حركية أكثر فأكثر .

و التجريد المقصود هو واضح عندما يستخرج المنطقي من فكره الخالص بعض

---

[1] – النص مأخوذ من كتاب جان بياجيه : Epistémologie Genitique, P.U.F, 1977,77-95. ، ترجمة الاستاذة بن ميسي زبيدة منية .

[2]– كافايس جان : رياضي و فيلسوف فرنسي (1903 – 1944) ملاحظاته فيما يخص تكوين النظرية المجردة للمجموعات هي خطوة معتبرة في ابستيمولوجيا الرياضيات.

[3] – قودل : منطقي و رياضي أمريكي من أصل نرويجي (1906 – 1978).

[4] – باش: منطقي و رياضي ألماني من أصل بولوني (1843 – 1930) صاحب البديهيات الأولى للهندسة 1882.

المبادئ الأولية، كمبدأ الهوية، مبدأ عدم التناقص و الثالث المرفوع، لكن الأمر لن يتوقف عند هذا الحد، و تاريخ الصورية نفسه يبين أنه انطلاقا من مستوى ما ، كما هو الشأن عند "أقليدس" ، البديهيات، يجب أن تبقى حدسية وواضحة (تتألف إذا من أفكار بسيطة تستعيرها من التفكير الطبيعي). التجريد السابق الذي أخذ موضعه في صف النشاط المفضل الذي أصبح واعي بأهدافه و بتعميمه، يصل إلى هذه القدرة الجديدة لتأكيد أسس النظريات الأقل فألاقل حدسا (الهندسات اللاأقليدية سجلت منعرجا ضروريا من هذا المنظور)، و كون الصورية اختصت بهذه المهام نفسها، فقد أعطت لنفسها الحق في اختيار البديهيات بكل حرية، حسب احتياجاتها و دون الاكتفاء بما يمدها لها التفكير الطبيعي من العناصر الوحيدة. أكثر تحديدا، إذا ميّزنا في صلب التجريد الانعكاسي بين التفكير بالمعنى التقريبي الهندسي لتحويل (إسقاط) بعض الروابط السابقة على مستوى جديد من التفكير، و التفكير بالمعنى العقلي لإعادة تركيب ضرورية من خلال إعادة بناء هذه الروابط في هذا المستوى الجديد، و إعادة البناء هذه تكون من خلال إعادة تركيب أكثر فأكثر حركية و تركيبات أكثر فأكثر حرية: و لهذا نجد مثلا الحق في تأسيس أنواع للمنطق الثلاثي القيم لكنها تقترب من الفكر المشترك، أو من سلسلة لا متناهية من القيم تعيد كثيرا من حدوس الثالث المرفوع.بكلمة، إن الصورية تكون من وجهة نظر تكوينية امتدادا للتجريد الانعكاسي الذي ينشط أصلا في نمو التفكير، لكن امتداده الذي من خلال التخصيص و التعميم التي يتحكم فيها يتحصل على حرية و خصوبة مركبة تتجاوز من كل النواحي حدود التفكير الطبيعي.

نأتي إلى المسألة الثانية: ما هي مواطن الأكسيوماتيكية في المنطق الصوري؟ بصيغة أخرى أين تتجلى الأكسيوماتيكية أو البدهنة في المنطق الصوري؟ من خلال تاريخ الرياضيات، نظرية صورية تكون غالبا صورية نظرية وحدسية أو سطحية سابقا.ففي المنطق، حاليا لا يمكن القول أكثر بالرغم أننا لانفهم جيدا كيف أن نسقا أكسيوماتيكيا يحتمل و يقبل بذلك بداية مطلقة لأن القضايا اللامبرهنة المختارة كأكسيومات (البديهيات) و المفاهيم اللامعرفة التي تساعد على تعريف التصورات اللاحقة تضم الأولى و أيضا الثانية في عالم من الروابط الضمنية.

من جهة أخرى منذ وضع العناصر "كمجموعة أجزاء" المكونة من الروابط الستة عشر الممكنة بين القضايا ق و ك (جداول الصدق الخاصة بها)، تدخل الإجراءات

قبليا في النسق، و هنا التركيب يمنع بنية حيرية للمجموعة لهذا النسق كما هو الشأن في جبر "بول" أو شبكته التوزيعية.

إن الحل الأول يرتكز على افتراض أن المنطق هو بدهنة أو أكسيوماتيكية لمعرفة الموضوعات الخارجية و بمفهوم "فيزياء الموضوعات العشوائية" أو "فيزياء موضوع ما" التي أكد عليها "سبنسر" « SPENCER » (التجريد انطلاقا من الصور أو العلاقات بين الأشياء، "بمعزل عن الحدود" إذا من خلال خصائصها الكمية أو الفيزيائية الخاصة) و قد أكد قونزت« GONSETH » هذا و لكن بصورة نسبية.

لكن الموضوع الفيزيائي هو مؤسس في الزمن و يتحول دون توقف أي باستمرار، بحيث إذا تكلم الشخص عن هويته (أ = أ) أو عن اللاتناقض(لا يمكن أن يكون و أن لا يكون أ في آن واحد)، أو الثالث المرفوع (أ أو لا أ)، فإن الأمر لا يتعلق بموضوعات مادية التي لا تتغير دائما جزئيا و بالتالي تتملص نسبيا من قواعدها، لكن الأمر يتعلق بالأفعال الممارسة على هذه المواضيع و هذا لا يعني شيء واحد، لأن الأفعال تترجم قبليا إجراءات الذات.

إذا بحثنا إذن من جهة الذات، يمكننا في بادئ الأمر أن نجعل المنطق لغة ثم نقوم بربطها مع الوضعية الحالية للنحو و بعلم الدلالة العاميين : في هذه الحالة المنطق لا يؤسس معرفة بمعنى الكلمة، بل صورة خالصة حيث من خلاله تقتصر الأكسيوماتيكية على إبعاد الخصائص التحليلية أو التكرارية [5].

لكن الملاحظة التكوينية النشوئية المدعمة بنتائج ألسنية "شومسكي"، تبين أن الذكاء يسبق اللغة و أن هذا الذكاء ما قبل النطق يحتوي على منطق لكن مركب من تناسق الأشكال المختلفة للأفعال (إتحاد، احتواء، ترتيب، تقابل...إلخ). من جهة ثانية فلقد بينت إحدى الدراسات التي قام بها مركزنا [6] أساس انتقادات "و.كوين" « W.QUINE » او لما نسميه بدوغماتية التجريبية المنطقية: إنها التمييز الجذري بين الأحكام التحليلية و الأحكام التركيبية.

في الواقع، نجد أن كل الوسائط بين رابطتين أو كل الروابط تبدأ بكونها تركيبية لتصبح تحليلية في أغلب الأحيان حسب "المفاهيم" (تصور معطى من الذات للتصورات أو الإجراءات التي يستخدمها مثلا + في 2+3 = 3+2).

في الواقع كل معرفة تبدأ في مستوياتها الأولى بالتجربة، لكن يمكن التمييز منذ

---

[5] - تحصيل حاصل.

[6] - مركز جان بياجي بجنيف.

البداية بين التجارب الفيزيائية مع تجريد الموضوع الخارجي و التجارب المنطقية - الرياضية مع تجريد منعكس مستمد من التنسيق بين أفعال الذات (مثل أن تفرض الذات ترتيب للموضوعات أو تغييرها لكي تتأكد بأن 2+3 = 3+2). و يتبع بالنسبة "للتحصيل الحاصل" الهدف المميز للمنطق فإنه يقيني أنه يقوم على هذه الخاصية إذا كان الأمر لا يتعلق إلا بتخصيص ميزة "صادقة دوما" لبعض الإجراءات، لكن "الصدق في كل الأحوال" لا يختزل أبدا إلى الهوية لأنه يمكن أن ينتج من التركيب و التوفيق، الذي يعتبر سياق للكثرة بمقدار ما هو منهج للوحدة. علاوة على ذلك، كل نسق صوري يقوم على بديهيات بحيث ان الشروط الثلاثة للإختيار هي أن تكون كافية، منسجمة فيما بينها و متميزة أي غير تكرارية و لا تحصيل حاصل.

إذا كان المنطق هو أكثر من كونه بتبديه للغة، فهل يمكن أن نستنتج أنه يصورن التفكير المادي؟ نعم و لا: إنه ليس قطعا صحيحا أن نشير من خلال هذا المصطلح إلى الفكر الواعي للذات مع حدوسها و مشاعرها الواضحة و الظاهرة، لأن هذه الأخيرة تتغير في غضون التاريخ ["برنايز" « BERNAYS » و النمو] و إنها أيضا بعيدة على أن تكون كافية لوضع أسس للمنطق. في المقابل، إذا تجاوزنا ما يمكن ملاحظته و حاولنا إعادة بناء البنيات، ليس من خلال ما تقوله الذات أو ما تفكر فيه بصورة واعية، لكن من خلال ما يمكن فعله بواسطة إجراءات حين تبحث عن حلول للمسائل الجديدة عليها، و هنا نجد أنفسنا أمام البنيات المنطقية مثل زمرة INRC التي تمّ اكتشافها في 1949 بعد ملاحظة سلوكات الأفراد. و بهذا المعنى الخاص و المحدد للبنيات الطبيعية لا شيء يمنعنا من اعتبار أن المنطق يهتم بصورة هذه البنيات، ثم يتجاوزها من بعد بحرية أي يتحرر منها، مثل الحساب العلمي هو جزء من "الأعداد الطبيعية" مع إتمامها بصورة أكثر خصوبة.

إن منطق أرسطو يقدم لنا مثلا لهذا الإنتقال بين البنيات الطبيعية و إعادة بنائها صوريا و بين الإنتقال المهم و المثقف لأنه يبين أنه لم يكن واع بما يمكن أن تمنحه له بنيات الإنطلاق (أنه لم يلاحظ وجود منطق العلاقات و لا بنيات المجموعة): إن التجريد المنعكس ضروري للصورية، و حتى بالنسبة لشبه الصورية الحدسية و هي القياس فإنها تقوم من خلال إعادة البناء بالتدريج و بالتالي مرحلة مرحلة و هذا ما يسمح (لاحقا) بكل التجاوزات.

القـول أن المنطـق هـو صوريـة البنيـات الإجرائيـة الطبيعيـة لا يستبعد كـون هـذه الصورية كما رأينا في "أ" تنتج صورة لتفكير خاص متميز مُحصلة علـى حريتهـا و خصوبتها الخالصتين.

ج) إن ما يفيدنا معرفته بالنسبـة للروابط بين الصـورية و النمـو البسيكوتكـويني للبنيـات الطبيعيـة هو أن الأولـى بتحـررها و بسيطرتها على الفكر فقد صـادفت فـي وقت ما حدودا خـاصة بهـا (قـودل GODEL ، تـارسكي TARSKI ، شـرش CHURCH ، كلين KLEEN ، تـورينغ TURING ،لونستنLOWENSTEIN سكولمنSKOLEM). بينما هـذه البنيـات الطبيعيـة هـي تعويضيـة، و تـتراجع مـن خـلال البنـاءات، فهـي لا تـوجد بصـورة أقل دائما بهذا المعنى من نظـرية صورية أقل خصوبـة لا يمكنـها أن تضمـن بواسطـة أسـاليبها الخـاصة لا تناقضهـا، و لا الخاصية القطعية لكل قواعدها، و أنها بحاجة لكي تصل إلى ذلك أن تقوم على نسق أكثر قـوة و صلابة و على هذا ، ونظرا لكون بناء البنية الأكـثر صـلابة لا يمكنـه أن يتم دون اتباع البنية السابقة (الحساب عبـر نهائي بالنسبة للحسـاب الأولـي) و أن أبسط بنية في السلم هـي أضعـف البنيـات (هنـا منطـق البرنكيبيـا بالنسبة للحسـاب الأولى) ، فإننا نجد أنفسنا أمام واقعتين أساسيتين بحيث ان الصلة و ما يتوصـل بهـا تكوينيا يبدو محتملا و هاتان الـواقعتـان همـا:

وجود تسلسل في "درجة" ، البنيـات و ضـرورة التأسيس لأن نسـق البنيـات لـم يعد يقارن بهرم ثابت له قاعدة لكل يقارن بشكل حلزوني يتسع دون نهايـة عموديـا. هـذا يعني، كيف نفسر الحدود العوضية للصوريـة ؟ إن المجانسـة التـي شككنا فيهـا مـع البناء التكويني تفترض حلا : و هي أن مفاهيم الصورة و المحتوى هـي بـالضرورة نسبية، و أن الصورة أو البنية الصورية لايمكن أن تصل إلى استقلاليـة كاملة.

أما في ساحـة النمو فهذا واضـح: إن البنيـات الحسـية الحركيـة هـي صـور بالنسبة للحركات البسيطة التي تقوم بتنسيقها ، لكنها محتويات بالنسبة للأفعـال الداخليـة [7] و التصورية المفهومية [8] للمستوى اللاحق، و إن الإجـراءات الملمـوسة هـي صـور بالنسـبة للإجـراءات الصوريةللمسـتوى 11-15 سـنة، هـذه الأخـيرة ليسـت إلا محتويات بالنسبة للإجراءات التي تطبق عليها في المستويات اللاحقـة.

---

[7] – Interiorisées.

[8] – Conceptualisées.

نفس الشيء، في المثال الذي اختاره "قودل" « GODEL » فالحساب الأولي هو صورة محتواها منطق الفئات و العلاقات (العدد هو تركيب الإحتواء و الترتيب و هو نفسه محتوى على أساس أنه قوة للعدد) في الحساب عبر نهائي.

إذا كان الأمر كذلك، فإننا نفهم أن الصورة تبقى بالضرورة محدودة أي لا يمكن أن تضمن صلابتها دون أن تكون صالحة لأن تكون صورة أكثر اتساعا لأن وجودها نفسه يبقى مرتبط بمجموع البناء.

و لنأخذ مثالا أقل تقنية من مثال العدد، يمكن استخراج من مستوى الإجراءات الملموسة بعض الروابط الضمنية بين التصنيف و التسلسل: إن متتالية احتواءات الفئات الإبتدائية (في مقابل أ َ ، بَ ، جَ ...) للتصنيف أ + أ َ = ب ، ب + بَ = جـ ... و هي تسلسل (أ < ب < جـ) و العكس يمكن الجمع بهذه الطريقة حدود متتالية (الأول محتوى في فئة الحدين الأولين و هما بدورهما محتويان في الحدود الثلاثة الأولى و هكذا).

غير أنه و طالما لم نكون زمرة INRC لا يمكن التوحيد في نسق صوري وحيد منشق بين القلب و العكس هذان النوعان من تكتلات الفئات و العلاقات فإن صوريتهما بهذه السمة تبقى غير كاملة طالما أنها لم تحقق دمجها في بنية أكثر قوة.

و كخلاصة إن هذه الملاحظات القليلة تكفي دون شك لتبيان أن طرح المسائل الكبرى للإبستيمولوجيا المنطق و مناقشتها (بتميزها بدقة عن التقنية نفسها للمنطقي في البرهنة على النظريات حيث تستبعد البسيكو-تكوينية كليا) لا يمكنها أن تضيع و يمكنها و لو عرضيا أن تحتل مكانا في الإهتمامات التكوينية.

ابستيمولوجية الرياضيات:عندما سمى "كرونكر" « KRONECKER » الأعداد الطبيعية هدية من الله الجميل، و كل الباقي هو مكون من البشر، فهو بهذا يحتفظ بهذا الجزء على الفور للتكوين ما قبل العلمي لكن دون إدراك بصورة كافية أن هذا الجزء هو قابل للتحليل في المجتمعات البدائية عند الطفل و ممثلين آخرين للاله (لا ننس البيغاوات PERUCHES لـ "أوتوكوهلر" « OTTO KOHLER ») كان من طبيعة مماثلة لعمل الرياضيين أنفسهم لاحقا: التقابلات الثنائية واحد واحد - واحدا و التي أقر بها "كانتور" « CANTOR » لكي يؤسس لنظرية المجموعات، وكانت معروفة منذ القدم من خلال المقابضة (تبادل واحد مقابل واحد) ، و أن تكوينها يمكن أن يتابع من خلال ملاحظة الطفل و حتى بعض الكائنات العليا.

إن البنيات الأم "الثلاث" لبورباكي تلاحظ على شكل صور أولية لكن متميزة

ابتداءا من مستوى الإجراءات الحسية للطفل، و يمكن الحديث عن نماذج "ماكلاين" « MCLANE » و "إيلنبرغ" « EILENBERG » إبتداءا من مستوى الدوائل المكونة، بالمعنى العامي لكن يبين عمومية هذه البنية الأساسية (فئة الأشياء مع الدوال التي تشتمل عليها و مع تركيبتها المحددة)، هذا يعني أن المسائل الثلاث الأساسية و الكلاسيكية لإبستيمولوجيا الرياضيات هي أن نفهم:

– لماذا هي خصبة بالرغم أنها تنطلق من تصورات أو بديهيات قليلة و فقيرة .؟

2 – لماذا تفرض نفسها بصورة ضرورية و تبقى دقيقة بصورة لا نهائية رغم خاصيتها البنائية التأسيسية التي يمكن أن تجعلها منبعا للاعقلانية.؟

3 – لماذا تتطابق الرياضيات مع التجربة أو الواقع الفيزيائي رغم كونها ذات طبيعة استنتاجية كلية؟

أ – نعتبر خصوبة الرياضيات على أنها فرضية مقبولة مع استبعاد التأويل التكراري من ساحة المنطق. من جهة أخرى التصور التكراري للرياضيات ليس إلا فرضية إتفق نسبيا حولها، لأنه إذا قبلناها يبقى علينا أن نبين لماذا منذ 25 قرنا نقول نفس الأشياء تحت صور جديدة و دائما غير متوقعة.

هنا يوجد إذن إشكال و هو تكويني بنائي بقدر ما هو تاريخي نقدي، لأن التجديدات المستمرة التي يتوصل إليها من خلال عمل الرياضيات ليست إكتشافات لأن الأمر يتعلق بحقائق غير معطاة آنفا، و لا إبداعات لأن الإبداع يحتوي على جانب معين من الحرية، سيما كل علاقة أو بنية رياضية جديدة تتميز بضرورتها منذ نشأتها، هذا "البناء الضروري" هو الذي يطرح التساؤل حول الميكانيزم التكويني للرياضيات.

وإن أهمية هذا البعد التكويني هو تبيان من خلال هذه النقطة بعض المقاربات بين ما يقوله الرياضيون و ما يكشف عنه تحليل المستويات الأولية حيث توجد الفرضيات الممكنة القائمة على الجذور السيكولوجية و حتى البيولوجية لمثل هذه البناءات.

إن إجابة الرياضيين تعود بصورة عامة إلى ربط التحديدات بإمكانية تطبيق إجراءات على إجراءات أخرى بصورة مستمرة.فبمجرد تكوين مجموعتين ل و م (و هذا ما يدفعنا لجمع الأشياء إجرائيا)، يمكن تطبيق س من ل على ع (واحد و واحد فقط من م ، حيث الدالة الإجرائية يمكن أن تكون تقابل واحد بواحد "كما هو الحال بالنسبة لـ س واحد") أو لا (عدة س ل ع واحد).

يمكننا تكوين الجداء ل x م لهاتين المجموعتين أو على العكس مجموعة حاصل قسمة من خلال تجزئة قائمة على علاقة التكافؤ (مثلا مجموعة الرجال على علاقة المواطنة الناتج مجموعة المواطنين).

يمكننا بنفس الطريقة استنتاج تركيبيا من كل مجموعة، مجموع أجزائها، أو بتكرار الإجراءات نتحصل على سلم للمجموعات قاعدته ل و م.

يمكننا خاصة و بمعزل عن طبيعة مجموعات القاعدة تكوين أو بناء بنيات باستخلاص الخصائص المشتركة بفضل الإجراءات المطبقة على هذه المجموعات، و هذه البنيات يمكن أن تقارن فيما بينها بواسطة النظريات التي ستكون واحدة إذا كان هناك تجانس (كما هو الشأن في الهندسة الأقليدية و نظرية الأعداد الحقيقية) و إلا ستكون متعددة (الزمرات و الطوبولوجيا).

كل الرياضيات يمكن أن تترجم إلى حدود لبناء البنيات و مثل هذا البناء يبقى بابه مفتوح باستمرار.وإن العلامة أو الرمز الأكثر بلاغة لهذا النوع من الذوبان الذي يبين الإمتداد الهائل للرياضيات الجديدة هو المعنى الجديد لمصطلح "الكائنات" الرياضية: لنتوقف عند تكوين ضروب من الأشياء المثالية المعطاة دفعة واحدة لنا أو للخارج، إذن لتتوقف من تقديم معنى أنطولوجي. فالكائنات الرياضية تغير باستمرار وظيفتها و هذا بتغييرها للمستوى، إن إجراءا يطبق على مثل هذه الكائنات يصبح بدوره موضوع لنظرية، و هكذا إلى أن نصل إلى بنيات بالتناوب البنيوي أو البنائي اوبواسطة بنيات أكثر قوة، فالكل يمكن أن يصبح "كائنا" ، حسب الدرجة، و تنشأ عن هذه النسبة صور و محتويات.

لكن رغم الوقاحة التي تبدو جلية عند مقارنة الرياضي بالطفل، فإنه من الصعب أن ننكر وجود بعض القرابة بين هذا الدوام البنائي الحدسي و الفكري للإجراءات على إجراءات أخرى و التركيبات الأولى أو التنسيقات اللاواعية التي تسمح بتكوين الأعداد أو القياس (Mesure) والجمع او جداء الكسور ...إلخ.فالعدد الصحيح نفسه من حيث هو تركيب لاحتواء الفئات و النظام التسلسلي يمكن أن يعتبر كنتيجة لإحدى الإجراءات المطبقة على إجراءات أخرى و نفس الشيء بالنسبة للقياس (التجزئة و التنقل).والجداء هو جمع المجاميع، كسور التكافؤات المطبقة لنبين جدائين و توزيع سلسلة من الكسور، إلخ.

لكن، و حتى قبل تكوين أول الكائنات الرياضية، فإن مسار التفكير المجرد الذي اخذنا منه الأمثلة المذكورة آنفا تمثل صور متطورة، فهو في نشاط مستمر أثناء

تكوين المفاهيم و إجراءات البداية: وهي تقوم دائما على إنتاج تنسيقات جديدة للصور السابقة، و هذه العملية التي ما هي إلا إجراءات مطبقة على إجراءات، مثلا إتحاد فئات متميزة من وجهة نظر التصنيف هو في نفس الوقت مهيأ من إتحاد عناصر في فئات و مضافة إلى هذه على أساس كونها إجراءا جديدا يكمل الإجراءات السابقة بتوسيعها، و نفس الشيء بالنسبة للتعدي، إلخ.

ب – بالنسبة الآن لدقة أو ضرورة البنيات المكونة بصورة متزايدة، فإن " ميرسون MEYERSON "الذي أراد أن يختزل عمل العقل إلى مسار واحد هو الهوية، كانت له "الشجاعة الفلسفية" في التأكيد أن في الوقت الذي تصل فيه الرياضيات إلى جديد، فهي تقوم باستعارة من الواقع و تصبح من هذا الواقع لا عقلية.

في الواقع، حسب هذا الكاتب الهوية نفسها هي التي تتصف بالوضوح، بينما "المختلف" يتجاوز العقل اذ على الإجراءات نفسها أن تدرك أنها أجزاء مستنبطة من الواقع، لأن ماهي إلا امتداد للأفعال، و أنها بذلك تعكس من هذا الحدث لاعقلانية لا يمكنها إلا أن تتزايد مع جداء البناءات.

إن أهمية مثل هذه الأطروحات هي أنها تستلزم نوعا من التناسب المقلوب بين الخصوبة و الدقة، لكن بمعنى مغاير لذلك في الوضعية المنطقية حيث التحصيل حاصل يميز كل الرياضيات التي تشمل من جهة الحد الأقصى من الدقة و الحد الأدنى من الجدة من جهة أخرى.

"ميرسون" فوق هذا هو أكثر منطقية من "غوبلو GOBLOT " الذي يرى أن البناءات الإجرائية التي تفسر الخصوبة لم تنظمها سوى "القضايا المقبولة سابقا" : و لهذا إما أنهذه الأخيرة تحتوي مسبقا على نتائج البناءات، و بالتالي ليس هناك جديد، و إما أنها لا تستلزمها، و بذلك كيف تقوم بتنظيمها لأنه لا يكفي وجود اللامتناقص بين البنيات السابقة و الجديدة لكي تفرض هذه الأخيرة وجودها و بالضرورة ؟

في الواقع إن الحدث الذي يثير الإنتباه و تقريبا يحتوي على التناقض و هو ما يجب أن نوضحه هو أن الخصوبة و الضرورة يتماشيان دائما بالتوازي: لا أحد يستطيع أن ينكر أن الإزدهار المدهش للرياضيات "المعاصرة" هو قائم على النوعين المتضايفين من التقدم الأول يتمثل في البنائية المعمقة و الثاني في الدقة النامية. إنه إذن في قلب هذا البناء نفسه للبنيات، يجب أن نبحث عن سر هذه

"الضرورة الجوهرية" حسب التعبير القديم المستعمل من قبل" بوترو BOUTROUX " أكثر من هذا يبدو أنه من العدل أن نميز بين مستويين للضرورة بالتمييز، حسب الملاحظة العميقة "لكورنو COURNOT "، بين البراهين المنطقية البسيطة و البراهين التي تنتج "أسباب" النتائج الأولى لا تعنى إذن إلا بتبيان كيف أن النتائج يمكن أن تستخرج من المقدمات وبأنها هي التي تشملها (و هي مجتمعة) بينما الثانية تريد إبراز نوع من قانون التركيب الذي يؤدي إلى النتائج، و هذا ما يعيدنا من جديد إلى التوفيق بين البنائية و الدقة.

مثال واضح بصورة خاصة هو ذلك الذي يتمثل في البرهنة بالخلف، و الذي يرتكز في برهنة، سلسلة كاملة من الأعداد، و هذا ما يعود إلى التأكيد على خاصية مميزة داخل البنية من خلال قوانين الجملة و الضبط الذاتي لهذه البنية، و نشير في هذا الصدد إلى تشابه تكويني لكن قليل الوضوح.فبينما تكوين ترتيب الإحتواء و الترتيب الذي يكون العدد لا يحقق الإحتفاظ بالمجموعات العددية إلا حوالي 7 – 8 سنوات، فإننا نجد ابتداءا من خمس سنوات و نصف، أطفالا حيث إذا وضعنا في يد كويرة في كأس مرني و في اليد الأخرى كويرة في وعاء مغطى بستار، فإن هؤلاء الأطفال يلاحظون المساواة اللانهائية للتجربتين، "عندما نعرف مرة، نعرف دائما": يقول طفل في الخامسة من عمره الذي فشل في الإجابة على الأسئلة الخاصة بالإحتفاظ (لأنه في إضافة كل مرة كويرة يكافئ سلسلة من الإنضمامات و تتابع الحركات يحتوي ذاته على نظام حيث يوجد فيه تركيب ذاتي و مؤقت للإحتواء و الترتيب).

في كلمة، إذا كان جداء البنيات يحقق الخصوبة فإن قوانين التركيب الداخلي الخاصة بها(مثلا قابلية العكس ق . ق$^{-1}$ ـ 0) منبع اللاتناقض أو الخارجي والتماثل فوق البنيوي تضمن ضرورتها من منطلق العلاقات الناتجة، عن الصنف الذاتي. لكن يجب دون شك أن نميز من هذا المنظور بين درجات للبنيوية، يمكن بذلك أن نطلق اسم "فئات ضعيفة البنية" على الفئات التي لا تحتوي على قانون تركيب يسمح لها بالإنطلاق من خصائص الكل إلى خصائص الجزء (مثلا من اللافقريات إلى الرخويات إلى مجوفات البطن)، و فئات قوية البنية و هي التي تحتوي على مجموعة من تحولات خاضعة لجملة من المعايير (مثلا الزمرة و الزمرات الجزئية) هذا التمييز المقبول على المستوى التكويني يقترب دون شك من مفهوم من أكبر إلى أصغر " قوة " للبنيات، و هو ما يوجد من قبل في أعمال

"قودل Godel "و لا يستبعد إن استطعنا من هذه الوجهة التمييز بين درجات اللاتناقض: فقد يبدو لنا أكثر تناقضا أن نقبل ن – نَ = 0 من أن نضع بالنسبة لفئة كيفية قليلة البنيوية أ – أ ´ = 0 . على كل حال، نبرهن في الحساب على الهوية في كل الفئات المعدومة، بينما غياب البطاطا لا يستلزم غياب السبانخ.

جـ- أما بالنسبة للعلاقات بين الرياضيات و الواقع، فيجب أن نعرف أن في الواقع كل شيء يبدو قابلا لأن يكون رياضيا. دون شك فإن هذا ليس إلا مصادرة، لكن نجاحها مازال إلى الآن متصاعدا، حتى في الميادين التي مازالت صامدة كما هو الحال بالنسبة للظواهر الحيوية. أكثر من هذا، فغالبا ما أكدنا على أحكام مسبقة أو توقعات مفاجئة من خلالها البنيات الإجرائية المكونة استنتاجيا دون أي قلق في التطبيق استطاعت إعطاء بعد تدخل إطارات أو وسائل تفسيرية للظواهر الفيزيائية المكتشفة لاحقا: نظرية النسبية و الفيزياء النووية و يقدمان في هذا أمثلة عديدة.

إن الإجابة التي تقترحها الدراسات التكوينية هي أنه كما رأينا، إذا كانت البنيات الأولية تعتمد على تنسيقات عامة للفعل، و هذه التنسيقات تقوم على تنسيقات عصبية فإنه يجب أن نصل إلى التنسيقات العضوية و البيوفيزيائية حتى نتوصل إلى منابعها، وإن الربط بين إجراءات الذات و بنيات الموضوع يجب أن يبحث داخل الجسم قبل أن يثبت من خلال الإلتقاء الذي يتم بين الإستنتاج و التجربة الخارجية، لأنه بصفة عامة "الحياة هي خالقة الصور" كما يقول "براشيه Brachet " (و هو المعنى الذي أشار إليه أرسطو)، و إن تقاطع الصور المادية للعالم الفيزيائي و الذي يشمل على الجسم كجزء منه و الصور اللازمنية (Intemporelles) المكوّنة من الذات تبدو نظريا مدركة.

إن استمرار التسلسلات لا يمكن أن يتوقف من خلال المسار لأنه بين البنيات العضوية في الإنطلاق و بنيات الإجراءات الصورية الخاصة بالذهن تدرج سلسلة طويلة بل بالغة الطول و التعقد من التكوّنات مع التقاطع بين مستوى و آخر على مستوى العضوية و التجريد المنعكس مع إعادة تنظيم جديد على مستوى السلوك.

لكن على عكس الممارسات التي تتكوّن في الخارج، و النظريات القائمة على التجربة، فإنه ما يخص البنيات المنطقية – الرياضية أنها لا تضع أبدا البنيات السابقة كسبب لكن تتجاوزها بإكمالها على أساس أنها بنيات جزئية، و إن النقائص الأولية لا تتعلق إلا بحدود ضيقة جدا لصور الإنطلاق، إنها ظاهرة من نفس النوع الذي يؤكد إستمرارية الصور العامة للتنسيق.

و في المقابل إن المسألة تهتم بالفهم فيما تتمثل التبادلات بين الرياضيات التي تتجه نحو الإستنتاج الوحيد و عناصر معطيات التجربة عندما يصبح الطفل قادرا في نفس الوقت على البرهنة و على إجراء التجارب. في الواقع إن الخطوات الرياضية الأولى يمكن أن تبدو تجريبية: جمع أو فصل عناصر سلسلة من القريصات ، التحقق من الخاصية التبديلية من خلال تعويض التشكيلات أو المجموعات الجزئية إلخ. لكن عكس التجربة الفيزيائية حيث الحكم هو مستمد من الخصائص المميزة للموضوع فإن قراءة " التجارب المنطقية – الرياضية " هي قراءة للخصائص الناتجة عن تأثير الفعل على الموضوع (الإتحاد ، الترتيب إلخ) ، إنه إذن من الطبيعي أن تكون هذه الأفعال الداخلية على شكل إجراءات قادرة على أن تترجم رمزيا و بالتالي إستنتاجيا.

و إنه في هذا الإطار حيث البنيات الإجرائية المتعددة بل المتضاعفة تحضر إنطلاقا من هذه الصور الأولية فإن اتفاقها " مع الموضوعات العشوائية " يبقى مؤكدا حيث لا تجربة فيزيائية يمكنها أن تكذبها لأنها تعتمد على خصائص الأفعال أو الإجراءات لا على خصائص الموضوعات الإجرائية في حد ذاتها. لنذكر بأنه يجب أن نشير إلى ملاحظة هامة في هذا المجال الذي يخص الإجراءات الفضائية و هي التي تتعلق ببنيات الذات مع تجريدات منعكسة و بالتجربة أو التجريد الفيزيائي في نفس الوقت لأن الموضوعات ذاتها تحتوي على هندسة، لكن يبقى أن نتأمل الحالات و تاريخ الفيزياء غني بها حيث نجد فيه بعض المحتويات التجريبية تقاوم الإجراءات المعلومة و تفرض بناءات جديدة. و هذا ما لاحظناه من قبل منذ التكوين إلى المستويات حيث تكوّن القوانين و خاصة التفسير السببي تنتج بنيويات تبدو مفروضة من الخارج.وما يلفت الإنتباه هو أن نجد في مثل هذه الأوضاع البسيطة سياقا يقارن جزئيا بالروابط التي توجد في مستويات عليا للتفكير العلمي بين الفيزياء التجريبية ثم النظرية (هذه الأخيرة تبقى خاضعة للتجربة) و الفيزياء الرياضية التي تعيد بناء بأسلوب استنتاجي كل ما تفرز عنه المعارف السابقة. نلاحظ إذن حوالي 10 - 11 سنة محاولات لوضع علاقات التي تبقى جزئية مثل الإحالات الفضائية الناتجة عن نسقين متميّزين لكن غير متناسقين، أو من التقابلات الكمية التي تراعي اللامساواة لكن دون تجاوز الإجراءات الجمغية، ثم في الوجه الثاني فإن التوقعات تصبح ممكنة عندما يكون النسقان متناسقين فيما بينهما أو عندما تتكوّن الروابط الجدائية الخاصة بالنسب. لكن في مثل هذه الحالات التجربة لاتكفي لكي تحقق تكوين إجراءات

جديدة، و هذا راجع للخطأ الذي ينتج عن وسائل الملاحظة الكاملة، و إن النشاط الإجرائي للذات هو الذي يؤدي إلى تأسيس هذه الوسائل و من جهة ثالثة إلى البنية التوضيحية. أكثر تحديدا فإن دور التجربة لا يهتم من ناحية أولى إلا بدحض الأحكام المسبقة و الظنية البسيطة القائمة على الإجراءات التي تنظمها الذات و تجبره على أن يبحث على الأكثر كمالا.

مثلا في دراسة على توزيعية مد المطاط، فإن الذات تبدأ بالبرهنة بحدود جمعية إضافية ، مثال إذا كانت الإطالة أو التمدد تسجل في الطرف فقط (ثم بحدّ كل من القطع اللامتساوية لكن مع إضافات متساوية) فإن التجربة قد تقوده لكن نتيجة خطأ البنيات الجدائية و النسب فإنه يرضي بالعلاقات الجزئية و يقبل بأن أكبر القطع يزيد طولا عن الأصغر لكن لا يعرف بكم. أما الناحية الثانية فإنها تبدأ من فهم النسبة لكن مهم جدا أن نسجل أن هذه الأخيرة لا تنتج أيضا عن التجارب، فهي تكوّن وسيلة استيعاب و تمثيل ضرورية لقراءة هذه التجارب، و إذا كانت هذه الأخيرة قد أدت إلى تكوينها فيجب تدخل النشاط المنطقي الرياضي للذات لكي تتم. نأتي الآن إلى الناحية الثالثة و التي يمكن اعتبارها امتدادا للناحية الثانية: إن تفسير المدّ يكون بالإعتماد على نقل الحركة التوزيعي و بالتالي المتجانس في القوة. لكن من وجهة نظر رياضية ، فإن أهمية هذا التفسير السببي هو أنه إذا كان الأمر يتعلق بالفعل بـ " حمل " الإجراءات على الموضوع ذاته كما رأينا في الفقرة السابقة فإن إنتاج هذا النموذج لم يكن ممكنا إلا بالإعتماد على وسيلة استيعاب ساعدت من قبل على قراءة القانون، إذن إنطلاقا من بناء منطقي – رياضي " تطبيقي " للموضوعات قبل أن تحمل عليها الإجراءات المكونة بحجة سببية نلاحظ إذن وجود تقارب نسبي بين هذه الوقائع التكوينية و الطرق التي من خلالها الفيزياء الرياضية نفسها تخضع لبناءات مستقلة محدثة لكن غير مملاة من التجربة.

لنصعد الآن إلى مستوى أعلى من البسيكوتكوينية، و يمكننا أن نصل إلى حد رؤية تشابه بين العلاقات المعرفية الحسية للإستنتاج الداخلية و التجربة ، و العلاقات البيولوجية للعوامل الوراثية التكوينية مع الواقع، عندما يكون الأول بصورة تلقائية ظاهرة منسوخة (Phénocopie) لا تستنتج من فعل (Phénotype) لكن تقابلها بنوع من القولبة النشيطة.