الفصل الأول

المستقيمات والزوايا
Lines And Angles

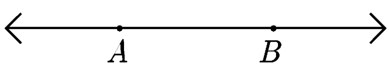
تبدأ دراسة الهندسة عادة بتقديم مفاهيم بدائية (مفاهيم تُقبل بدون تعريف) وهي النقطة والمستقيم والمستوى وبعض المسلمات التي تقدم بدون برهان.

النقطة [Point]

يستخدم رمز البائنة "**.**" لتمثيل النقطة وعادة ما يكون للبائنة مساحة ولكن النقطة التي تمثلها ليس لها مساحة. نستخدم حروف اللغة الصغيرة أو الكبيرة لنرمز إلى النقطة.

المستقيم [Line]

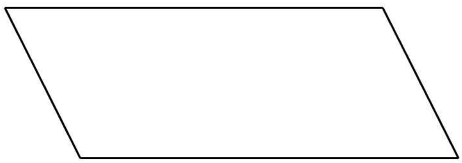
يتكون المستقيم من عدد غير منته من النقاط ويتم تمثيله كما في الشكل



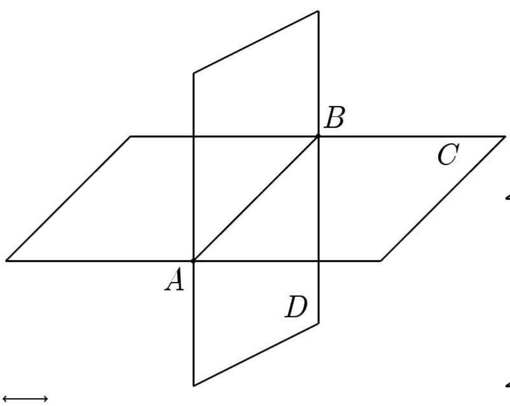
وبما أنه يحتوي النقطتين A و B فيمكن التعبير عنه على النحو $\overleftrightarrow{AB}$ أو يمكن تسميته بأحد حروف اللغة، مثل، l.

المستوى [Plane]

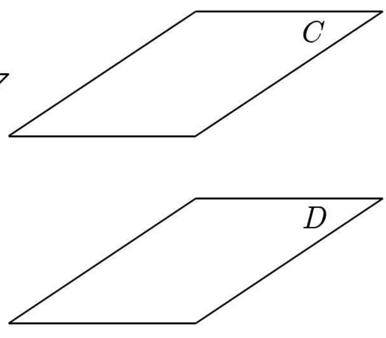
المستوى هو سطح منبسط ليس له سماكة ويتكون من عدد غير منته من النقاط، مثل، سطح المكتب أو أرضية غرفة ولكن لوح زجاج نافذة لا يعتبر مستوى لوجود سماكة للوح. ولأنه من المستحيل تمثيل صورة تمتد إلى مالانهاية فعادة نعبر عن المستوى بشكل مكون من أربعة أضلاع كما هو مبين أدناه



لاحظ أن المستوى هو مجموعة من النقاط، ولذا فتقاطع مستويين يجب أن يكون مجموعة النقاط المشتركة بين المستويين، فإذا وجد بالفعل نقاط مشتركة بين المستويين فإننا نقول إن المستويين متقاطعان ومجموعة تقاطعهما هي مستقيم، وأما في حالة عدم وجود نقاط مشتركة بين مستويين فنقول إنهما متوازيان ونمثل ذلك على الصورة



المستويان C و D يتقاطعان في المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$



مستويان متوازيان

تعريف

(١) الفضاء هو مجموعة جميع النقاط.

(٢) نقول إن مجموعة من النقاط على استقامة واحدة إذا وقعت جميعاً على مستقيم واحد وخلاف ذلك تكون النقاط ليست على استقامة واحدة.

(٣) نقول إن مجموعة من النقاط مستوية إذا وقعت جميعاً داخل مستوى واحد.

نقدم الآن بعض مسلمات الهندسة وسنضيف إلى هذه القائمة مسلمات أخرى كلما دعت الحاجة إلى ذلك.

مسلمة (١): يحتوي المستقيم نقطتين على الأقل.

مسلمة (٢): يحتوي المستوى ثلاث نقاط على الأقل.

مسلمة (٣): يحتوي الفضاء أربع نقاط على الأقل.

مسلمة (٤): لأي نقطتين مختلفتين يوجد مستقيم وحيد يمر بهما.

مسلمة (٥): لأي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يوجد مستوى وحيد يحويها.

مسلمة (٦): إذا وقعت نقطتان مختلفتان في مستوى فأي مستقيم يمر بهما يجب أن يقع بكامله في المستوى نفسه.

مسلمة (٧): إذا تقاطع مستويان مختلفان فإن تقاطعهما يجب أن يكون مستقيماً.

تستخدم المسلمات لإثبات بعض المبرهنات. نقدم بعض المبرهنات الأساسية دون تقديم برهان لمعظمها.

مبرهنة (١): إذا تقاطع مستقيمان فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.

مبرهنة (٢): إذا كانت النقطة A خارج المستقيم l فيوجد مستوى واحد فقط يحوي النقطة A والمستقيم l معاً.

مبرهنة (٣): إذا تقاطع مستقيمان فيوجد مستوى واحد فقط يحويهما.

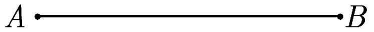
القطع والأشعة المستقيمة [Segments and Rays]

المسافة بين نقطتين (distance between two points): من الممكن إقران عدد حقيقي مع كل نقطة من نقاط خط مستقيم بنفس الطريقة التي ألفها الطالب في خط الأعداد الحقيقية. إذا كانت A و B نقطتين على مستقيم وكان العدد x مقروناً بالنقطة A والعدد y مقروناً بالنقطة B فإن المسافة بين النقطتين A و B يرمز لها بالرمز $|AB|$ أو AB وتعرف على أنها

$$AB = |AB| = |x - y| = |y - x|$$

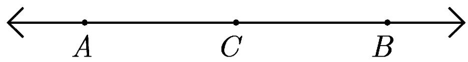
لاحظ أن المسافة بين A و B غير سالبة.

القطعة المستقيمة (segment): إذا كانت A و B نقطتين على المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$ فإن القطعة المستقيمة بين النقطتين A و B يرمز لها بالرمز $\overline{AB}$ وهي مجموعة النقاط الواقعة بين A و B بما في ذلك النقطتين A و B. تسمى النقطتان A و B طرفي القطعة المستقيمة $\overline{AB}$.

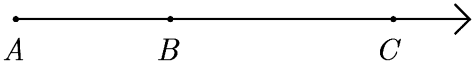


$\overline{AB}$

نقطة واقعة بين نقطتين (a point between two points): نقول إن النقطة C على المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$ تقع بين النقطتين A و B إذا وفقط إذا كان $|AC|+|CB|=|AB|$. نستخدم عادة الرمز $\overline{ACB}$ ليعني أن النقطة C تقع بين A و B.

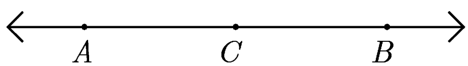


الشعاع (ray): الشعاع (أو نصف المستقيم) الذي يبدأ بالنقطة A باتجاه النقطة B يرمز له بالرمز $\overrightarrow{AB}$ وهو اتحاد مجموعة نقاط $\overline{AB}$ ومجموعة جميع النقاط C بحيث تقع B بين A و C.



الشعاع $\overrightarrow{AB}$

وإذا كانت النقطة C واقعة بين النقطتين A و B على المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$ فإننا نقول إن الشعاعين $\overrightarrow{CA}$ و $\overrightarrow{CB}$ متعاكسان.



$\overrightarrow{CB}$ معاكس للشعاع $\overrightarrow{CA}$

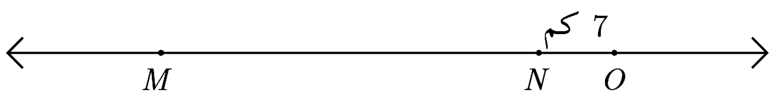
القطع المستقيمة المتطابقة (congruent segments): نقول إن القطعتين المستقيمتين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ متطابقتان ونكتب $\overline{AB}\equiv\overline{CD}$ إذا كان $|AB|=|CD|$ (أي $AB=CD$).

ملحوظة: لقياس طول قطعة مستقيمة نستخدم عادة المسطرة لإنجاز ذلك أو إحداثيات طرفي القطعة على خط الأعداد.

نقطة المنتصف (midpoint): تسمى النقطة M منتصف القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ إذا وقعت M على $\overline{AB}$ وكان $|MB| = |AM|$. لاحظ أن نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة وحيدة (لماذا ؟).

مُنَصِّف قطعة (bisector of a segment): إذا قطع مستقيم أو قطعة مستقيمة أو شعاع أو مستوى قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ عند منتصفها فإنه يسمى منصفاً للقطعة المستقيمة $\overline{AB}$.

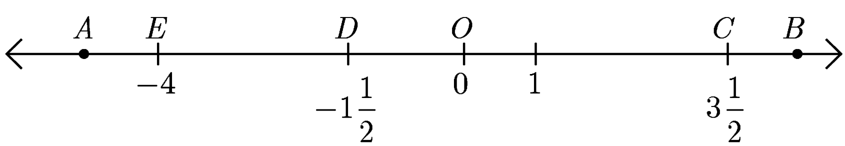
مثال (١): جد طول القطعة $\overline{MN}$ في الشكل المرفق



إذا كان $|MO| = 36$.

الحل: النقطة N واقعة بين النقطتين M و O. إذن، $|MO| = |MN| + |NO|$. أي أن $|MN| + 7 = 36$. من ذلك نجد أن $|MN| = 36 - 7 = 29$. ◇

مثال (٢): خط الأعداد المرفق يبين إحداثيات بعض نقاط المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$



جد طول القطعة $\overline{EC}$.

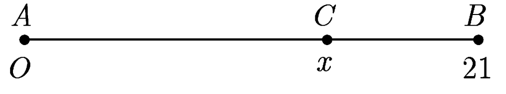
الحل: $7\frac{1}{2} = \left|3\frac{1}{2} - (-4)\right| = \left|EC\right|$. ◇

مثال (٣): إذا كان $\left|AB\right| = 5$ و $\left|BC\right| = 2$ و $\left|AC\right| = 7$ فأي من النقاط A، B، C تقع بين النقطتين الأخريين ؟

الحل: B تقع بين A و C لأن

$$\left|AC\right| = 7 = 5 + 2 = \left|AB\right| + \left|BC\right|$$ ◇

مثال (٤): العلاقة بين نقاط القطعة المستقيمة



هي $\left|AC\right| = 2\left|CB\right|$. ما قيمة x ؟

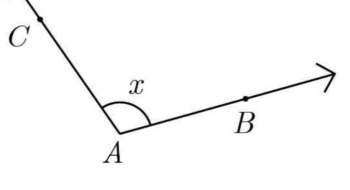
الحل: بما أن C تقع بين A و B وأن $\left|AC\right| = 2\left|CB\right|$ فإن

$$\left|AB\right| = \left|AC\right| + \left|CB\right| = 2\left|CB\right| + \left|CB\right| = 3\left|CB\right|.$$

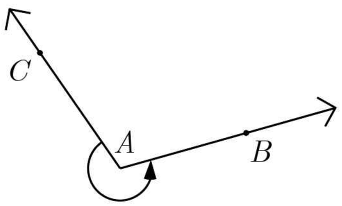
إذن، $7 = \frac{21}{3} = \left|CB\right|$. وبهذا يكون $\left|AC\right| = 14$ ومن ثم $x = 14$. ◇

الزوايا وقياسها [Angles and their Measure]

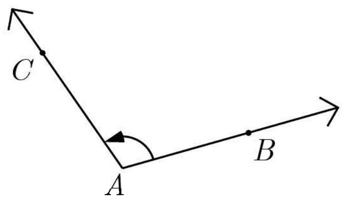
تعريف: تُعرف الزاوية على أنها اتحاد شعاعين يشتركان في نقطة البداية. تسمى نقطة البداية رأس الزاوية ويسمى الشعاعان ضلعي الزاوية. فمثلاً،



زاوية رأسها A وضلعاها هما $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$. لاحظ وجود زاوية أخرى ضلعاها $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$. متى شئنا التفريق بين هاتين الزاويتين سنتقيد بالحركة عكس عقارب الساعة فنسمي مثلاً الزاوية المرسومة في الشكل $\widehat{BAC}$، ونسمي الأخرى $\widehat{CAB}$.



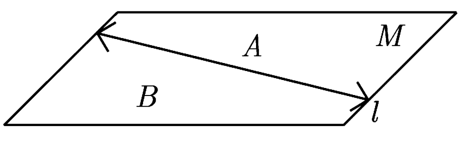
$\widehat{CAB}$

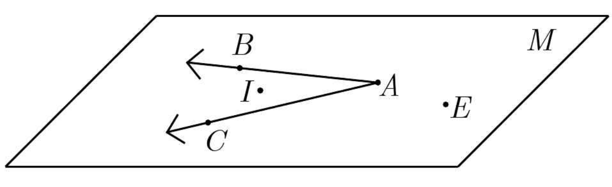


$\widehat{BAC}$

أما إذا كانت الزاوية المعنية مفهومة من السياق (كأن تكون مرسومة في الشكل) فقد نسميها بأي من الرمزين أو حتى $\widehat{A}$ أو x. نستخدم أياً من الرموز التالية للدلالة على هذه الزاوية: $\widehat{CAB}$ أو $\widehat{BAC}$ أو $\widehat{A}$ أو x.

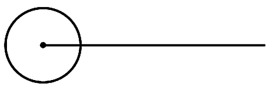
نحتاج للتعامل مع الزوايا إلى مفهوم نصف المستوى. في الشكل المرفق المستقيم l يجزئ المستوى M إلى ثلاث مجموعات هي المستقيم l نفسه ونصف المستوى الذي يحوي النقطة A ونصف المستوى الآخر الذي يحوي النقطة B. المستقيم l هو حافة كل من نصفي المستوى ولكنه لا يقع في أي منهما. الزاوية $\widehat{BAC}$ المبينة في الشكل أدناه تقع في المستوى M والنقاط A، B، C تقع على الزاوية. النقطة I تقع داخل الزاوية $\widehat{BAC}$ والنقطة E تقع خارجها. المنطقة التي تقع داخل الزاوية $\widehat{BAC}$





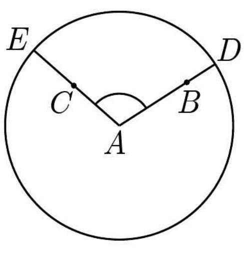
هي المنطقة داخل نصف المستوى الذي يحوي النقطة B والذي حافته $\overleftrightarrow{AC}$ مع نصف المستوى الذي يحوي النقطة C وحافته $\overleftrightarrow{AB}$. أما خارج الزاوية $\widehat{BAC}$ فهي مجموعة النقاط التي لا تقع على الزاوية ولا تقع داخل الزاوية.

تقاس الزاوية عادة بمقدار الدوران من أحد الأضلاع باتجاه عكس عقارب الساعة إلى الضلع الآخر وتستخدم في ذلك الدرجات كوحدات القياس حيث تساوي الدورة الكاملة 360 درجة (يرمز لذلك 360°).



دورة كاملة 360°

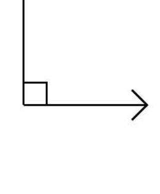
ملحوظة: هناك طريقة أخرى لقياس الزاوية تستخدم ما يعرف باسم وحدات الراديان. هنا نرسم دائرة نصف قطرها 1 ومركزها عند رأس الزاوية (انظر الشكل). قياس الزاوية بالراديان هو طول القوس $\widehat{DE}$. وبما أن محيط الدائرة يساوي 2π فإن $2\pi\,(rad) = 360^\circ$ أو $\pi = 180^\circ$.



بعض الزوايا الخاصة [Some Special Angles]

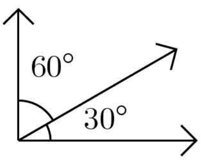
الزاوية الحادة (acute angle): هي الزاوية التي قياسها أصغر من 90° .

الزاوية القائمة (right angle): هي الزاوية التي قياسها يساوي 90° وعادة تمثل الزاوية القائمة بالشكل

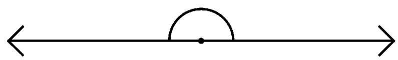


الزاوية المنفرجة (obtuse angle): هي الزاوية التي يزيد قياسها عن $90°$.

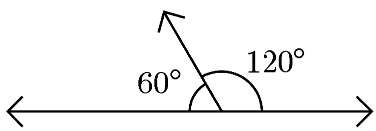
الزاويتان المتتامتان (complementary angles): يقال عن زاويتين أنهما متتامتان إذا كان مجموع قياسيهما يساوي $90°$.



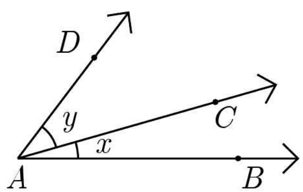
الزاوية المستقيمة (straight line angle): هي الزاوية التي قياسها $180°$.



الزاويتان المتكاملتان (supplementary angles): تسمى الزاويتان متكاملتين متى ما كان مجموع قياسيهما يساوي $180°$.

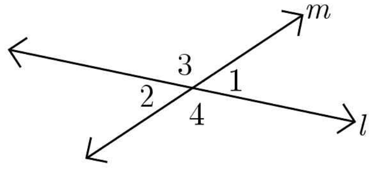


الزاويتان المتجاورتان (adjacent angles): هما زاويتان في المستوى تشتركان في ضلع ولكنهما لا تشتركان بنقاط داخلية.

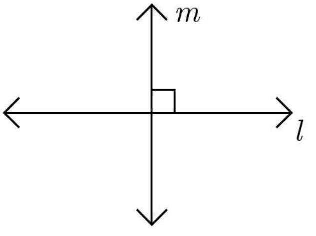


x و y زاويتان متجاورتان ويسمى كل من الضلعين $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB}$ ضلعاً خارجياً.

الزاويتان المتقابلتان بالرأس (vertical angles): إذا تقاطع المستقيمان l و m كما هو مبين في الشكل فإنه ينشأ عن ذلك عدد من الزوايا. نقول إن الزاويتين 1 و 2 (أو الزاويتين 3 و 4) متقابلتان بالرأس.

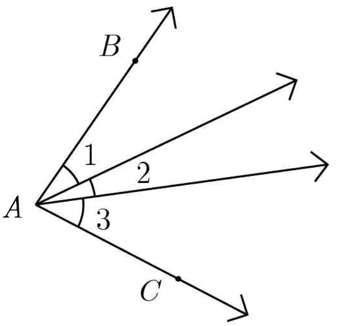


وإذا كانت إحدى الزوايا الناتجة عن هذا التقاطع قائمة (ومن ثم جميع الزوايا الأخرى قائمة) فإننا نقول إن المستقيمين متعامدان ونكتب $l \perp m$.



تعريف: نقول إن الزاويتين $\widehat{A}$ و $\widehat{B}$ متطابقتان إذا تساوى قياسهما. أي أن $\widehat{A} = \widehat{B}$.

مسلمة (٨): إذا تجاورت زوايا فإن قياس الزوايا الكبيرة يساوي مجموع قياسات الزوايا الصغيرة الناشئة عن هذا التجاور.



في الشكل أعلاه لدينا $\widehat{BAC} = \hat{1} + \hat{2} + \hat{3}$.

مثال (٥): يزيد قياس زاوية بمقدار $58°$ عن مكملتها. ما قياس الزاوية المكملة ؟

الحل: لنفرض أن الزاوية هي $\widehat{A}$ ومكملتها $\widehat{B}$. عندئذ، $\widehat{A} + \widehat{B} = 180°$ و $\widehat{A} = \widehat{B} + 58°$. إذن،

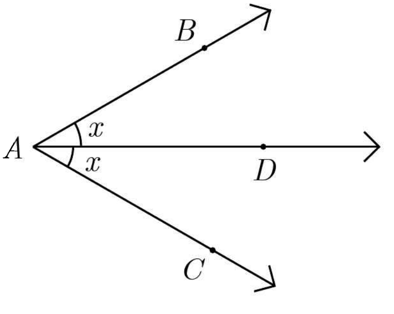
$$\begin{aligned} \widehat{B} + 58° + \widehat{B} &= 180° \\ 2\widehat{B} &= 122° \\ \widehat{B} &= 61°. \end{aligned}$$

◇

مثال (٦): أضفنا زاوية إلى نصف متممتها فكان الناتج زاوية قياسها $72°$. ما قياس الزاوية الكبيرة ؟

الحل: لنفرض أن $\widehat{A}$ هي الزاوية الكبيرة وأن $\widehat{B}$ هي الزاوية الصغيرة. عندئذ، $\widehat{A} + \widehat{B} = 90°$ و $\widehat{A} + \frac{1}{2}\widehat{B} = 72°$. بحل المعادلتين نحصل على $\widehat{A} = 54°$ و $\widehat{B} = 36°$. إذن، قياس الزاوية الكبيرة هو $54°$. ◇

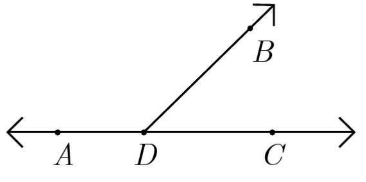
مُنَصِّف الزاوية (bisector of angle): نقول إن $\overrightarrow{AD}$ هو منصف الزاوية $\widehat{BAC}$ إذا وقعت D داخل الزاوية $\widehat{BAC}$ وكان $\widehat{BAD} = \widehat{DAC}$.



مسلمة (٩): لأي زاوية يوجد منصف واحد فقط.

مبرهنة (٤): إذا وقع الضلعان الخارجيان لزاويتين متجاورتين على مستقيم واحد فإن الزاويتين متكاملتان.

البرهان: نفرض أن $\widehat{ADB}$ و $\widehat{BDC}$ زاويتان متجاورتان وأن $\overrightarrow{DA}$ و $\overrightarrow{DC}$ يقعان على $\overleftrightarrow{AC}$ كما هو مبين في الشكل. بما أن $\widehat{ADC} = 180°$ وأن $\widehat{ADC} = \widehat{BDC} + \widehat{ADB}$ فنجد أن $\widehat{BDC} + \widehat{ADB} = 180°$. ومن ثم فهما زاويتان متكاملتان. $\square$



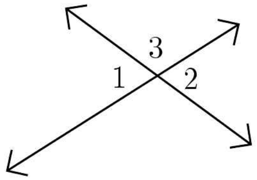
مبرهنة (٥): إذا وقع الضلعان الخارجيان لزاويتين متجاورتين حادتين على مستقيمين متعامدين فإنهما متتامتان.

مسلمة (١٠): من نقطة معطاة على مستقيم في مستوى يوجد شعاع وحيد يبدأ بالنقطة المعطاة ويكوّن زاوية وحيدة مع المستقيم.

مبرهنة (٦): من نقطة معطاة على مستقيم في مستوى يمكن إنشاء مستقيم عمودي وحيد على المستقيم المعطى.

مبرهنة (٧): الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان.

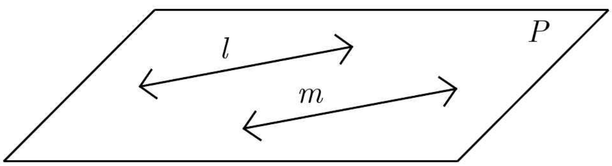
البرهان: لنفرض أن $\hat{1}$ تقابل الزاوية $\hat{2}$ بالرأس كما هو مبين في الشكل المرفق.



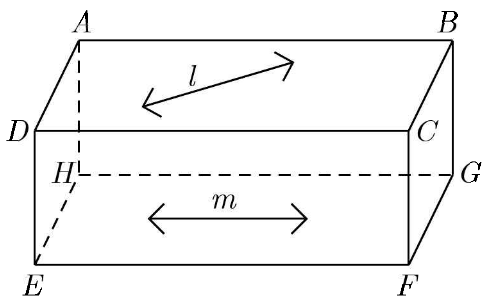
الآن، $\hat{1}+\hat{3}=180°$ لأنهما يكونان زاوية مستقيمة و $\hat{2}+\hat{3}=180°$ لأنهما يكونان زاوية مستقيمة. إذن، $\hat{1}+\hat{3}=\hat{2}+\hat{3}$ ومن ثم فإن $\hat{1}=\hat{2}$. $\square$

المستقيمات المتوازية [Parallel Lines]

نقول إن المستقيمين l و m متوازيان ونكتب $l \parallel m$ إذا وقعا في المستوى نفسه ولم توجد نقاط مشتركة بينهما.



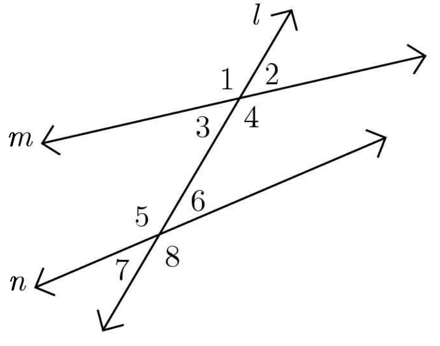
أما إذا كان المستقيمان في مستويين مختلفين ولم توجد نقاط مشتركة بينهما فإننا نقول في هذه الحالة إن المستقيمين متخالفان (skew). في الشكل المرفق، المستقيمان l و m متخالفان لأنهما واقعان في مستويين مختلفين $ABCD$ و $CDEF$.



لقد سبق وأن تعرفنا على مستويين متوازيين وهما مستويان لا توجد نقاط مشتركة بينهما، مثل $ABCD$ و $EFGH$.

إذا لم توجد نقاط مشتركة بين مستقيم ومستوى فنقول إنهما متوازيان. فمثلاً، المستقيم l في الشكل أعلاه يوازي المستوى $EFGH$.

المستقيم القاطع (transversal line): هو المستقيم الذي يقطع مستقيمين (أو أكثر) في المستوى الذي يحويهما بنقاط مختلفة، مثل، المستقيم l يقطع المستقيمين m و n في الشكل المرفق.



ينشأ عن قطع مستقيم لمستقيمين عدد من الزوايا لها أهمية خاصة.

الزوايا الداخلية (interior angles): 3 ، 4 ، 5 ، 6 هي زوايا داخلية.

الزوايا الخارجية (exterior angles): 1، 2، 7، 8 هي زوايا خارجية.

الزوايا المتناظرة (corresponding angles): الزاويتان المتناظرتان تقعان على الجهة نفسها من القاطع ولهما رأسان مختلفان وإحداهما زاوية داخلية والأخرى زاوية خارجية. في الشكل أعلاه، أزواج الزوايا المتناظرة هي (1 و 5)، (2 و 6)، (3 و 7)، (4 و 8).

الزوايا التبادلية داخلياً (alternate interior angles): الزاويتان التبادليتان داخلياً هما زاويتان داخليتان لهما رأسان مختلفان ويقعان على جهتين مختلفتين من القاطع. في الشكل أعلاه يوجد زوجان من الزوايا التبادلية داخلياً هما (3 و 6) و (4 و 5).

الزوايا التبادلية خارجياً (alternate exterior angles): الزاويتان التبادليتان خارجياً هما زاويتان خارجيتان لهما رأسان مختلفان ويقعان على جهتين مختلفتين من القاطع. في الشكل أعلاه يوجد زوجان من الزوايا التبادلية خارجياً هما (1 و 8) و (2 و 7).

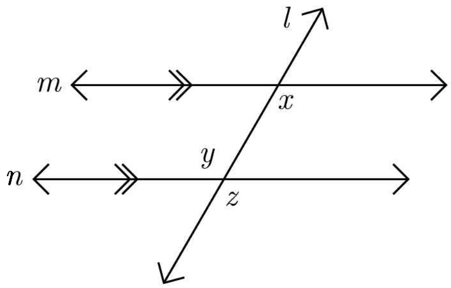
الزوايا المتقابلة بالرأس (vertical angles): الزاويتان المتقابلتان بالرأس هما زاويتان تشتركان في الرأس ومتقابلتان. أزواج الزوايا المتقابلة بالرأس في الشكل أعلاه هي (1 و 4)، (2 و 3)، (5 و 8)، (6 و 7).

مسلمة (١١): إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متناظرتين متطابقتان.

مسلمة (١٢): إذا قطع مستقيم مستقيمين وكانت الزوايا المتناظرة متطابقة فإن المستقيمين متوازيان.

مبرهنة (٨): إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين وكانت الزاويتان $\hat{x}$ و $\hat{y}$ تبادليتين داخلياً فإن $\hat{x} = \hat{y}$.

البرهان: لنفرض أن المستقيم l يقطع المستقيمين المتوازيين m و n كما في الشكل المرفق



الآن: $\hat{z} = \hat{x}$ بالتناظر و $\hat{z} = \hat{y}$ بالتقابل بالرأس. إذن، $\hat{x} = \hat{y}$. □

مبرهنة (٩): إذا قطع مستقيم مستقيمين وكانت الزاويتان التبادليتان داخلياً متطابقتين فإن المستقيمين متوازيان.

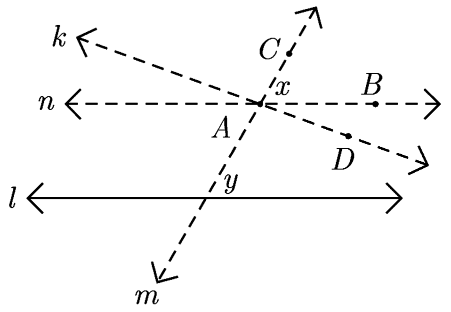
البرهان: لنفرض أن l قطع المستقيمين m و n وكان $\hat{x} = \hat{y}$ كما هو مبين في الشكل المرفق مع المبرهنة (٨). عندئذ، $\hat{x} = \hat{z}$ (لأن $\hat{z} = \hat{y}$ بالتقابل بالرأس). وبما أن $\hat{x}$ و $\hat{z}$ متناظرتان فإن $m \parallel n$. □

مبرهنة (١٠): لنفرض أن المستقيم l يقطع كلاً من المستقيمين m و n وكان $m \parallel n$ و $l \perp n$. عندئذ، $l \perp m$. وبالعكس، إذا كان $l \perp m$ و $l \perp n$ فإن $m \parallel n$. □

مبرهنة (١١): إذا قطع المستقيم l كلاً من المستقيمين m و n وكانت $\hat{x}$ و $\hat{y}$ زاويتين داخليتين واقعتين على الجهة نفسها من القاطع فإن $m \parallel n$ إذا وفقط إذا كان $\hat{x} + \hat{y} = 180^\circ$.

مبرهنة (١٢): من نقطة A غير واقعة على المستقيم l يمكن إنشاء مستقيم وحيد يوازي l ويمر بالنقطة A.

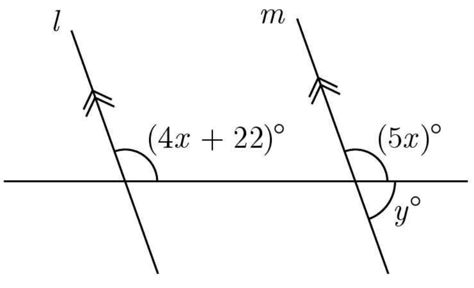
البرهان: ارسم مستقيماً m يمر بالنقطة A ويقطع l. الآن، ارسم الشعاع $\overrightarrow{AB}$ بحيث يكون $\hat{y} = \hat{x}$. بما أن $\hat{x}$ و $\hat{y}$ متناظرتان ومتطابقتان فإن $n \parallel l$.



ولبرهان وحدانية المستقيم n نستخدم البرهان بالتناقض حيث نفرض وجود مستقيم آخر k يمر بالنقطة A ويوازي l. الآن، $C\widehat{A}D = \hat{y}$ بالتناظر. ولكن $\hat{x} = \hat{y}$. إذن، $C\widehat{A}D = \hat{x}$ وهذا مستحيل إلا إذا كان المستقيم k يطابق المستقيم n. □

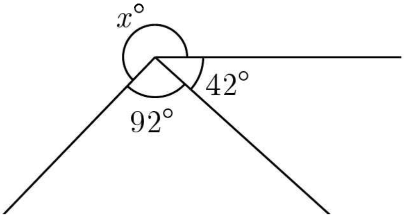
مبرهنة (١٣): من نقطة A غير واقعة على المستقيم l يمكن إنشاء مستقيم وحيد يعامد l.

مثال (٧): في الشكل المرفق، $m \parallel l$. احسب قياس $\hat{y}$.



الحل: $(4x + 22)^\circ = (5x)^\circ$ بالتناظر. من ذلك نجد أن $x = 22^\circ$. إذن $5x = 110^\circ$. الآن، $y = 180^\circ - (5x)^\circ = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$. ◇

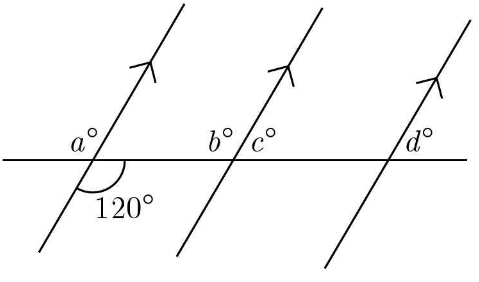
مثال (٨): في الشكل المرفق، جد قياس $\widehat{x}$.



الحل: $x° + 42° + 92° = 360°$ (لماذا؟). إذن،

$x° = 360° - 134° = 226°$. ◇

مثال (٩): في الشكل المرفق، جد قياس $\widehat{d}$.

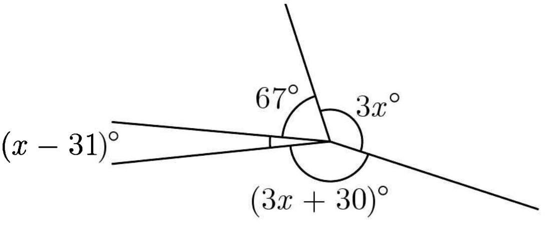


الحل: $\widehat{a} = 120°$ بالتقابل بالرأس. $\widehat{b} = 120°$ تناظر $\widehat{a}$.

$\widehat{c} = 180° - b° = 180° - 120° = 60°$ لأن $\widehat{b} + \widehat{c}$ زاوية مستقيمة.

إذن، $\widehat{d} = \widehat{c} = 60°$ بالتناظر. ◇

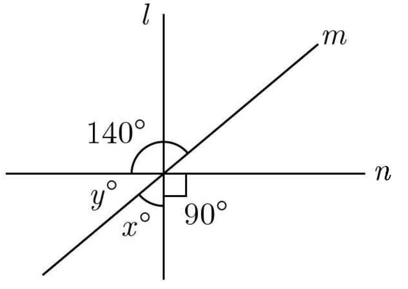
مثال (١٠): في الشكل المرفق، جد قيمة x.



الحل:

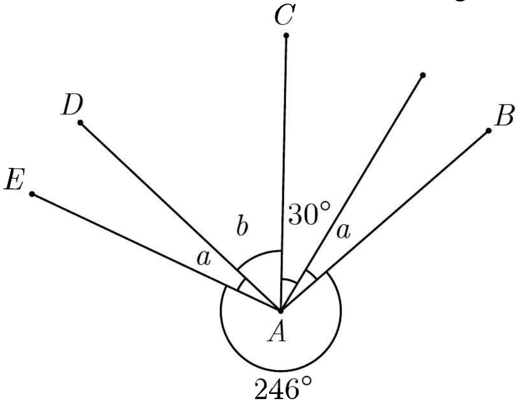
$$3x + 30 + x - 31 + 3x + 67 = 360^\circ$$
$$7x = 360^\circ - 66^\circ = 294^\circ$$
$$x = 42^\circ.$$
◇

مثال (١١): في الشكل المرفق l، m، n ثلاثة مستقيمات تلتقي في نقطة واحدة. احسب قياس $\hat{x}$.



الحل: المستقيمان l و n متعامدان، إذن، $x + y = 90^\circ$. لكن $y = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$. إذن، $x = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$. ◇

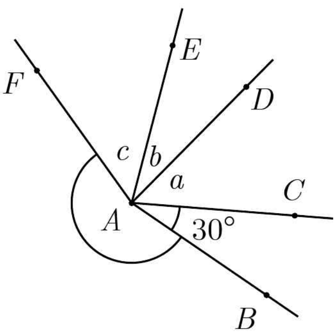
مثال (١٢): في الشكل المرفق



$\overleftrightarrow{AC}$ منصف للزاوية $\widehat{BAD}$. ما قيمة b ؟

الحل: بما أن $\overleftrightarrow{AC}$ منصف للزاوية $\widehat{BAD}$ فإن $b = a + 30°$. أيضاً، $a + 30° + b + a + 246° = 360°$. أي أن $2a + b = 84°$. وبحل المعادلتين $b - a = 30°$ و $2a + b = 84°$ نجد أن $a = 18°$ و $b = 48°$. ◇

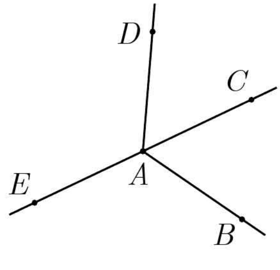
مثال (١٣): في الشكل المرفق



$\widehat{BAF} = 2\widehat{CAE}$ و $\overleftrightarrow{AD}$ منصف $\widehat{BAF}$. جد قياس الزاوية $\hat{b}$.

الحل: بما أن $\widehat{BAF} = 2\widehat{CAE}$ فإن $30° + a + b + c = 2(a + b)$. أي أن $a + b - c = 30°$. وبما أن $\overleftrightarrow{AD}$ منصف للزاوية $\widehat{BAF}$ فإن $b + c = a + 30°$. أي أن $-a + b + c = 30°$. وبحل المعادلتين معاً نجد أن $2b = 60°$. إذن $b = 30°$. ◇

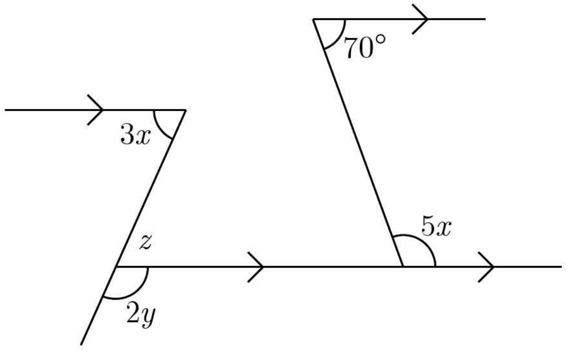
مثال (١٤): في الشكل المرفق



$\widehat{BAE} = \widehat{EAD}$ و $\widehat{CAB} = \widehat{CAD}$. أثبت أن EAC مستقيماً.

الحل: بما أن $\widehat{EAD} + \widehat{BAD} + \widehat{CAD} + \widehat{CAB} = 360°$ فإن $2\widehat{EAD} + 2\widehat{CAD} = 360°$. أي أن $\widehat{EAD} + \widehat{CAD} = 180°$. وبهذا يكون EAC مستقيماً. ◇

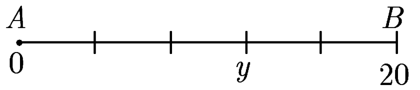
مثال (١٥): في الشكل المرفق جد قيمة $x + y$.



الحل: $5x + 70° = 180°$ زاويتان داخليتان تقعان على الجهة نفسها من القاطع. إذن، $x = 22°$. أيضاً، $3x = z$ بالتبادل. إذن، $z = 66°$. الآن، $2y + z = 180°$ زاوية مستقيمة. من ذلك نجد أن $2y = 114°$ ومن ثم فإن $y = 57°$. إذن، $x + y = 22° + 57° = 79°$. ◇

مسائل محلولة

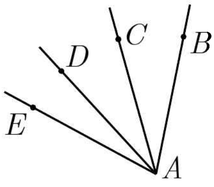
(١) [AJHSME 1989] إذا كانت المسافة بين النقاط على القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ متساوية فما قيمة y ؟



(أ) 8 (ب) 10 (ج) 12 (د) 16

الحل: الإجابة هي (ج): بما أن المسافة بين جميع النقاط متساوية فإن المسافة بين أي نقطتين متتاليتين تساوي $4 = \frac{20}{5}$. إذن، $y = 3 \times 4 = 12$.

(٢) في الشكل المرفق $\widehat{BAE} = 73°$ ، $\widehat{BAC} = 27°$ ، $\widehat{DAE} = 19°$. ما قياس الزاوية $\widehat{CAD}$ ؟

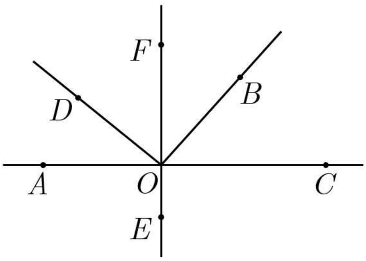


(أ) $19°$ (ب) $23°$ (ج) $27°$ (د) $32°$

الحل: الإجابة هي (ج): لاحظ أن الزوايا متجاورة، ولذا فإن

$$\begin{aligned}
\widehat{BAE} &= \widehat{BAC} + \widehat{CAD} + \widehat{DAE} \\
73° &= 27° + \widehat{CAD} + 19° \\
\widehat{CAD} &= 73° - 46° = 27°.
\end{aligned}$$

(٣) في الشكل المرفق، $\widehat{AOB} = 132^\circ$ ، $\widehat{COD} = 141^\circ$. $\overleftrightarrow{AOC}$ و $\overleftrightarrow{EOF}$ مستقيمان متعامدان. ما قياس $\widehat{DOB}$ ؟



(أ) 88° (ب) 90° (ج) 91° (د) 93°

الحل: الإجابة هي (د): لاحظ أن

$$\widehat{DOF} = \widehat{DOC} - 90^\circ = 141^\circ - 90^\circ = 51^\circ .$$

$$\widehat{BOF} = \widehat{AOB} - 90^\circ = 132^\circ - 90^\circ = 42^\circ .$$

إذن، $\widehat{DOB} = \widehat{DOF} + \widehat{FOB} = 51^\circ + 42^\circ = 93^\circ$.

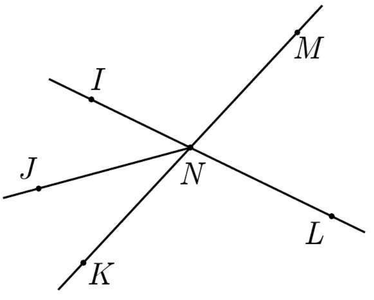
(٤) إذا كانت الزاوية $\widehat{B}$ متممة للزاوية $\widehat{A}$ وكان مجموع الزاويتين $\widehat{A}$ و $\widehat{B}$ مكملاً للزاوية $\widehat{C}$ وكان قياس الزاوية $\widehat{A}$ يساوي $2r + 5^\circ$ وقياس الزاوية $\widehat{C}$ يساوي $8r + 10^\circ$ فإن قياس $\widehat{B}$ يساوي

(أ) 45° (ب) 55° (ج) 60° (د) 65°

الحل: الإجابة هي (د): بما أن $\widehat{B}$ متممة للزاوية $\widehat{A}$ فإن $\widehat{A} + \widehat{B} = 90^\circ$. وبما أن $\widehat{A} + \widehat{B}$ مكملة للزاوية $\widehat{C}$ فإن $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$. إذن، $\widehat{C} = 180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{B}) = 90^\circ$. ولكن $\widehat{C} = 8r + 10^\circ$. إذن،

$8r + 10° = 90°$. ومن ذلك يكون $r = 10°$. وبهذا فإن $\widehat{A} = 2r + 5 = 25°$. وأخيراً، $\widehat{B} = 90° - \widehat{A} = 90° - 25° = 65°$.

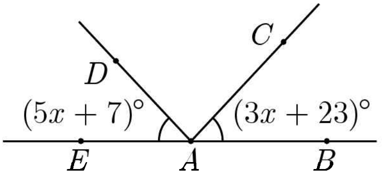
(٥) في الشكل المرفق، $\widehat{MNL} = 73°$ و $\widehat{INJ} = 41°$، $\overleftrightarrow{KNM}$ و $\overleftrightarrow{INL}$ مستقيمان. ما قياس الزاوية $\widehat{JNK}$ ؟



(أ) $22°$ (ب) $32°$ (ج) $42°$ (د) $52°$

الحل: الإجابة هي (ب): $\widehat{INK} = \widehat{MNL} = 73°$ بالتقابل بالرأس. إذن، $\widehat{JNK} = \widehat{INK} - \widehat{INJ} = 73° - 41° = 32°$.

(٦) في الشكل المرفق، A نقطة واقعة على المستقيم $\overleftrightarrow{EB}$ والزاويتان $\widehat{BAC}$ و $\widehat{EAD}$ متطابقتان. ما قياس الزاوية $\widehat{DAC}$ ؟



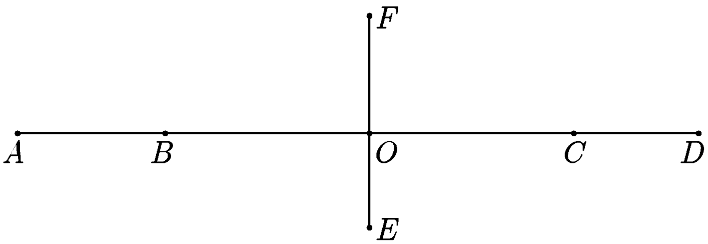
(أ) $77°$ (ب) $86°$ (ج) $90°$ (د) $95°$

الحل: الإجابة هي (ب): بما أن $\widehat{BAC} = \widehat{EAD}$ فإن

$$5x + 7 = 3x + 23$$
$$2x = 16$$
$$x = 8^\circ$$

إذن، $\widehat{EAD} + \widehat{BAC} = (5 \times 8 + 7) + (3 \times 8 + 23) = 94^\circ$. وبهذا يكون $\widehat{DAC} = 180^\circ - 94^\circ = 86^\circ$.

(٧) في الشكل المرفق، $\overleftrightarrow{EOF}$ منصف عمودي للقطعة $\overline{BC}$. $OC = 18$، $AB = 2x + 1$، $CD = 3x - 7$، $BO = 4x - 6$. ما طول القطعة $\overline{AD}$ ؟



(أ) 60 (ب) 58 (ج) 54 (د) 50

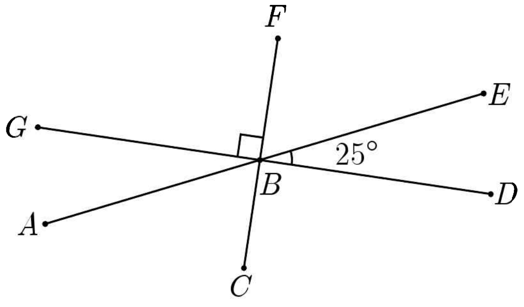
الحل: الإجابة هي (أ): بما أن $\overleftrightarrow{EOF}$ المنصف العمودي للقطعة $\overline{BC}$ فإن

$$BO = OC$$
$$4x - 6 = 18$$
$$x = 6$$

إذن، $AB = 2x + 1 = 13$، $CD = 3x - 7 = 11$. ولذا فإن

$$AD = AB + BO + OC + CD = 13 + 18 + 18 + 11 = 60.$$

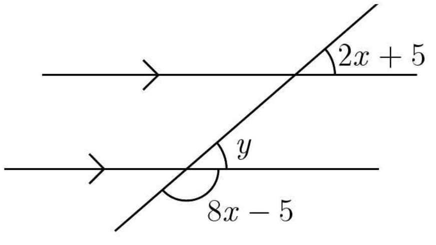
(٨) في الشكل المرفق $\overleftrightarrow{ABE}$، $\overleftrightarrow{CBF}$، $\overleftrightarrow{DBG}$ ثلاثة مستقيمات تتقاطع في النقطة B. ما قياس الزاوية $\widehat{ABC}$ ؟



(أ) $65°$ (ب) $55°$ (ج) $50°$ (د) $45°$

الحل: الإجابة هي (أ): بما أن $\widehat{DBF} = 90°$ فإن $\widehat{EBF} = 90° - 25° = 65°$.
إذن، $\widehat{ABC} = \widehat{EBF} = 65°$ بالتقابل بالرأس.

(٩) ما قياس الزاوية y في الشكل المرفق؟



(أ) $21°$ (ب) $30°$ (ج) $41°$ (د) $50°$

الحل: الإجابة هي (ج): لدينا

$y = 2x + 5°$ بالتناظر

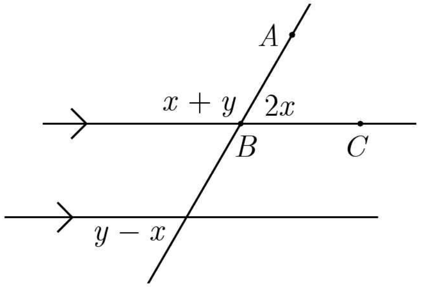
$y + 8x - 5° = 180°$ زاوية مستقيمة.

من ذلك نرى أن $y = 2x + 5°$ و $y = -8x + 185°$. ولذا فإن

$$2x + 5° = -8x + 185°$$
$$10x = 180°$$
$$x = 18°$$

وبالتالي فإن $y = 2x + 5° = 2 \times 18° + 5° = 41°$.

(١٠) ما قياس الزاوية $\widehat{ABC}$ في الشكل المرفق؟



(أ) 60° (ب) 65° (ج) 67° (د) 69°

الحل: الإجابة هي (أ): لدينا

$$x + y + 2x = 180^\circ \quad \text{زاوية مستقيمة}$$

$$y - x = 2x \quad \text{زاويتان تبادليتان خارجياً.}$$

من ذلك نجد أن $y = 180^\circ - 3x$ و $y = 3x$. إذن، $3x = 180^\circ - 3x$. أي أن $6x = 180^\circ$. ومنه فإن $x = 30^\circ$. وبهذا فإن

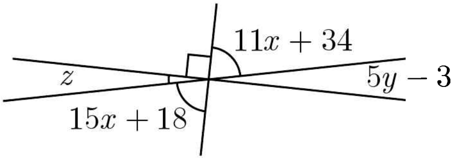
$$\widehat{ABC} = 2x = 2 \times 30^\circ = 60^\circ .$$

(١١) [AMC8 2001] زرعت ست أشجار على استقامة واحدة بحيث أن المسافات بينها متساوية. إذا كانت المسافة بين الشجرة الأولى والرابعة تساوي 60 متراً فما المسافة بالأمتار بين الشجرة الأولى والأخيرة ؟

(أ) 90 (ب) 100 (ج) 105 (د) 120

الحل: الإجابة هي (ب): يوجد ثلاث مسافات بين الشجرة الأولى والرابعة. ولذا كل من هذه المسافات تساوي $\frac{60}{3} = 20$ متراً. إذن، المسافة بين الشجرة الأولى والأخيرة هي $5 \times 20 = 100$ متراً.

(١٢) قيمة y في الشكل المرفق تساوي



(أ) $3°$ (ب) $5°$ (ج) $7°$ (د) $9°$

الحل: الإجابة هي (أ): لدينا

$$11x + 34 + 5y - 3 = 90$$ (زاوية قائمة)

أي أن $$11x + 5y = 59$$ (١)

كما أن $$z = 5y - 3$$ (بالتقابل بالرأس)

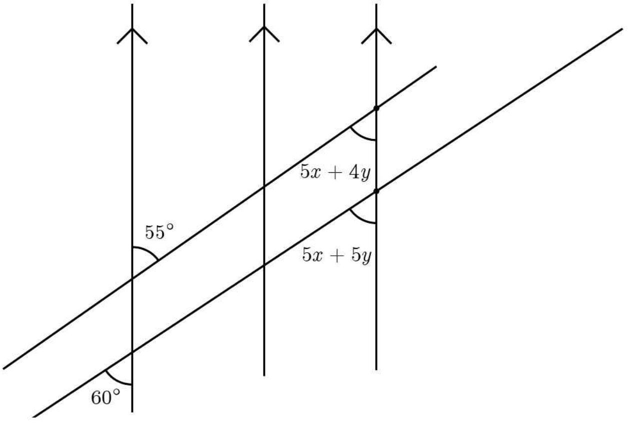
ولكن $$z = 90 - 15x - 18$$

إذن، $$5y - 3 = 90 - 15x - 18$$

أي أن $$15x + 5y = 75$$ (٢)

بحل المعادلتين (١) و (٢) نجد أن $x = 4°$ وأن $y = 3°$.

(١٣) ما قيمة المجموع $x + y$ في الشكل المرفق ؟



(أ) $12°$ (ب) $20°$ (ج) $24°$ (د) $26°$

الحل: الإجابة هي (أ): لدينا

$$5x + 5y = 60° \quad \text{(بالتناظر)}$$

$$5x + 4y = 55° \quad \text{(بالتبادل الداخلي)}$$

بحل المعادلتين نجد أن $x = 7°$ و $y = 5°$. إذن، $x + y = 12°$.

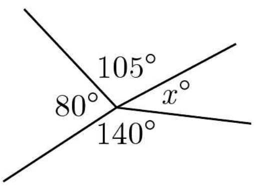
(١٤) ما قياس الزاوية التي قياس مكملتها يساوي ثلاثة أمثال قياس متممتها ؟

(أ) $30°$ (ب) $40°$ (ج) $45°$ (د) $50°$

الحل: الإجابة هي (ج): لنفرض أن قياس الزاوية هو x. إذن، قياس متممتها هو $90 - x$ وقياس مكملتها $180 - x$. من ذلك نجد أن

$$180 - x = 3(90 - x)$$
$$2x = 90$$
$$x = 45°$$

(١٥) [AUST.MC 1986] قيمة x في الشكل المرفق تساوي

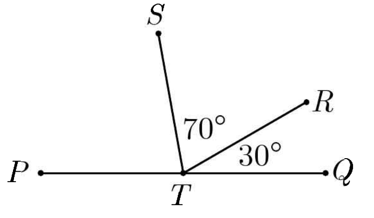


(أ) $35°$ (ب) $40°$ (ج) $45°$ (د) $75°$

الحل: الإجابة هي (أ):

$$x° = 360° - (105° + 80° + 140°) = 360° - 325° = 35° .$$

(١٦) [AUST.MC 1982] في الشكل المرفق، النقطة T واقعة على المستقيم $\overleftrightarrow{PQ}$. ما قياس الزاوية $\widehat{PTS}$ ؟



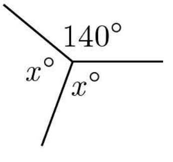
(أ) $80°$ (ب) $85°$ (ج) $90°$ (د) $95°$

الحل: الإجابة هي (أ):

$$\widehat{PTS} = 180° - (30° + 70°) = 180° - 100° = 80°\,.$$

(١٧) [AUST.MC 1981] قيمة x في الشكل المرفق تساوي

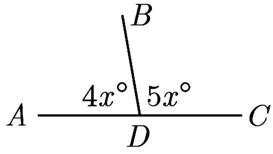
(أ) $20°$ (ب) $70°$ (ج) $110°$ (د) $220°$



الحل: الإجابة هي (ج): بما أن $x° + x° + 140° = 360°$ فإن $2x = 220°$.
وبهذا فإن $x = 110°$.

(١٨) [AUST.MC 1979] في الشكل المرفق $\overleftrightarrow{ADC}$ مستقيم. قياس الزاوية $\widehat{BDC}$ يساوي

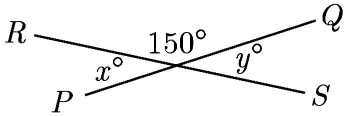
(أ) $20°$ (ب) $50°$ (ج) $80°$ (د) $100°$



الحل: الإجابة هي (د): بما أن $4x + 5x = 180°$ فإن $x = 20°$. إذن، $\widehat{BDC} = 5 \times 20 = 100°$.

(١٩) [AUST.MC 1978] في الشكل المرفق $\overleftrightarrow{PQ}$ و $\overleftrightarrow{RS}$ مستقيمان متقاطعان. قيمة $x + y$ تساوي

(أ) $15°$ (ب) $30°$ (ج) $60°$ (د) $180°$

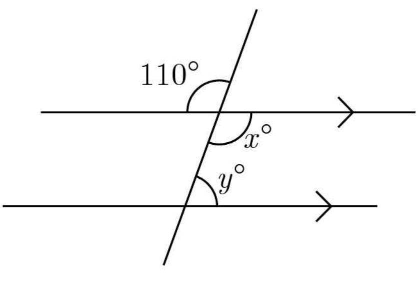


الحل: الإجابة هي (ج):

$x = y = 180° - 150° = 30°$. إذن، $x + y = 60°$.

(٢٠) قياس الزاوية $\hat{y}$ في الشكل المرفق يساوي

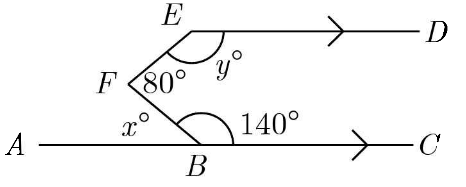
(أ) $70°$ (ب) $90°$ (ج) $100°$ (د) $110°$



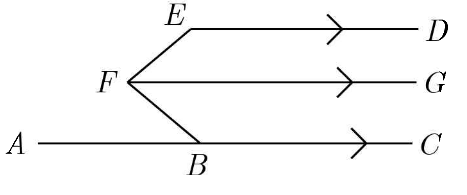
الحل: الإجابة هي (أ): $x = 110^\circ$ بالتقابل بالرأس. إذن، $y = 180^\circ - x = 70^\circ$.

(٢١) قيمة $x + y$ في الشكل المرفق تساوي

(أ) 120° (ب) 140° (ج) 160° (د) 180°



الحل: الإجابة هي (د): ارسم مستقيماً موازياً للمستقيم $\overleftrightarrow{ABC}$ من النقطة F وليكن $\overleftrightarrow{FG}$.



لدينا

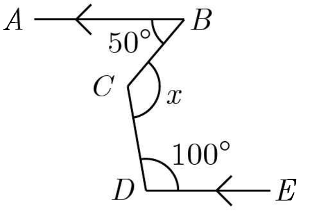
$x = 180 - 140 = 40^\circ$ (زاوية مستقيمة)

$\widehat{GFB} = \hat{x} = 40^\circ$ (بالتبادل الداخلي)

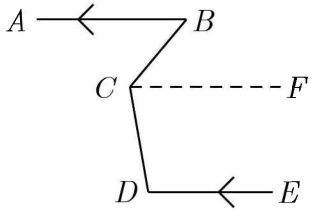
إذن، $G\hat{F}E = 80 - 40 = 40^\circ$. من ذلك نجد أن $y = 180 - 40 = 140^\circ$. وبهذا يكون $x + y = 40 + 140 = 180^\circ$.

(٢٢) قياس الزاوية $\hat{x}$ في الشكل المرفق تساوي

(أ) 70° (ب) 110° (ج) 120° (د) 130°



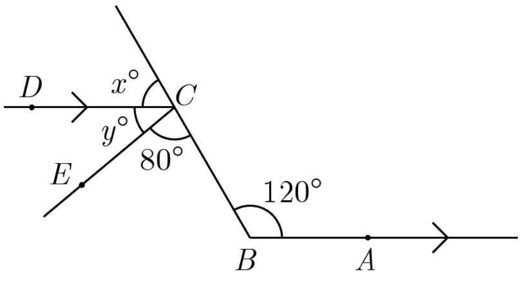
الحل: الإجابة هي (د): ارسم مستقيماً موازياً للمستقيم $\overleftrightarrow{DE}$ ويمر بالنقطة C وليكن $\overleftrightarrow{CF}$.



عندئذ، $\widehat{FCD} = 180° - 100° = 80°$ و $\widehat{FCB} = 50°$ بالتبادل الداخلي.
إذن، $\hat{x} = \widehat{FCD} + \widehat{FCB} = 80° + 50° = 130°$.

(٢٣) في الشكل المرفق، قيمة $x - y$ تساوي

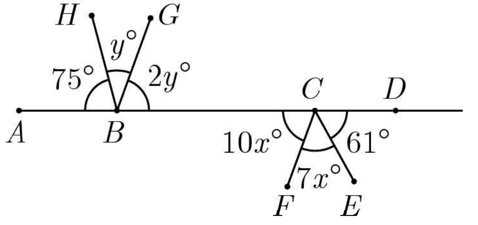
(أ) $10°$ (ب) $20°$ (ج) $30°$ (د) $40°$



الحل: الإجابة هي (ب): لدينا $y + 80 = 120°$ بالتبادل الداخلي. إذن،

$\hat{y} = 40°$. الآن، $x + y + 80 = 180°$ لأنها زاوية مستقيمة. إذن، $\hat{x} = 60°$.
وبهذا يكون $x - y = 20°$.

(٢٤) في الشكل المرفق



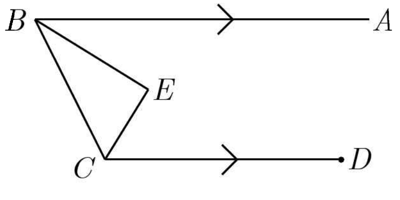
(أ) $\widehat{GBC} = 80°$ (ب) $\widehat{FCE} = 60°$

(ج) $\overleftrightarrow{BG} \parallel \overleftrightarrow{CF}$ (د) $\overleftrightarrow{HB} \parallel \overleftrightarrow{CF}$

الحل: الإجابة هي (ج): لدينا $75 + y + 2y = 180°$.
ومن ثم فإن $y = 35°$ وأن $2y = 70°$. أيضاً، $10x + 7x + 61 = 180°$.
إذن، $x = 7°$ ومن ثم فإن $10x = 70°$. من ذلك نجد أن $2y = 10x$ وهما زاويتان تبادليتان داخلياً. إذن، $\overleftrightarrow{BG} \parallel \overleftrightarrow{CF}$.

(٢٥) في الشكل المرفق، $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$، $\overline{BE}$ ينصف $\widehat{ABC}$، $\overline{CE}$ ينصف $\widehat{DCB}$. قياس $\widehat{BEC}$ يساوي

(أ) $80°$ (ب) $90°$ (ج) $95°$ (د) $100°$

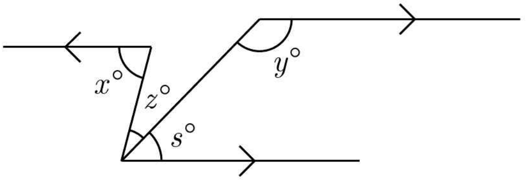


الحل: الإجابة هي (ب): لدينا $\widehat{ABC} + \widehat{DCB} = 180°$. وبما أن $\overline{BE}$ و $\overline{CD}$ منصفان نجد أن $2\widehat{ABE} + 2\widehat{ECD} = 180°$. أي أن $\widehat{ABE} + \widehat{ECD} = 90°$.
الآن، برسم موازياً $\overleftrightarrow{EF}$ للمستقيم $\overleftrightarrow{CD}$ نجد أن

$$\widehat{BEC} = \widehat{BEF} + \widehat{FEC} = \widehat{ABE} + \widehat{ECD} = 90°.$$

(٢٦) في الشكل المرفق، قياس $x + y - z$ يساوي

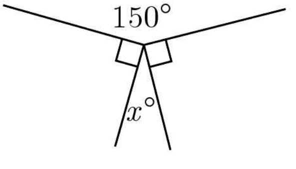
(أ) $100°$ (ب) $120°$ (ج) $150°$ (د) $180°$



الحل: الإجابة هي (د): لدينا $y + s = 180°$، $x = z + s$. من ذلك نجد أن $s = x - z$ وأن $180° = y + s = y + x - z = x + y - z$.

(٢٧) [Gauss 2010] ما قياس الزاوية x في الشكل المرفق؟

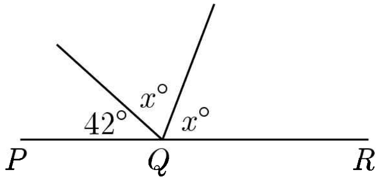
(أ) $25°$ (ب) $30°$ (ج) $35°$ (د) $40°$



الحل: الإجابة هي (ب): لدينا $x + 90 + 150 + 90 = 360°$.
إذن، $x = 360 - 330 = 30°$.

(٢٨) [Gauss 2010] في الشكل المرفق، $\overleftrightarrow{PQR}$ مستقيم. ما قيمة x ؟

(أ) 54° (ب) 64° (ج) 69° (د) 75°



الحل: الإجابة هي (ج): لدينا

$$\begin{aligned} x + x + 42 &= 180^\circ \\ 2x &= 138^\circ \\ x &= 69^\circ. \end{aligned}$$

(٢٩) [MAΘ 2011] الزاويتان $\widehat{A}$ و $\widehat{B}$ متكاملتان والزاويتان $\widehat{B}$ و $\widehat{C}$ متكاملتان أيضاً. إذا كان $\widehat{A} = (3x+16)^\circ$ و $\widehat{C} = (5x-24)^\circ$ فما قياس الزاوية $\widehat{B}$ ؟

(أ) 70° (ب) 84° (ج) 104° (د) 134°

الحل: الإجابة هي (ج): لدينا

$$\begin{aligned} \widehat{A} + \widehat{B} &= 180^\circ \\ 3x + 16 + B &= 180 \\ B &= 164 - 3x \qquad (١) \end{aligned}$$

أيضاً،

$$\begin{aligned} \widehat{B} + \widehat{C} &= 180^\circ \\ B + 5x - 24 &= 180 \\ B &= 204 - 5x \qquad (٢) \end{aligned}$$

من (١) و (٢) نحصل على

$$164 - 3x = 204 - 5x$$
$$2x = 40$$
$$x = 20^\circ$$

إذن، $\widehat{B} = 164 - 3 \times 20 = 104^\circ$.

(٣٠) [MAΘ 2010] لنفرض أن T نقطة واقعة بين M و H على القطعة المستقيمة $\overline{MH}$ والنقطة A واقعة بين M و T. إذا كان $MA : AT : TH$ يساوي $2 : 4 : 5$ وكان $AT = 20$ فما طول القطعة $\overline{MH}$ ؟

(أ) 25 (ب) 30 (ج) 35 (د) 55

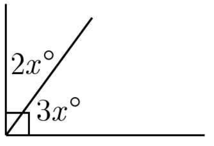
الحل: الإجابة هي (د): لنفرض أن $MA = 2x$. عندئذ، $AT = 4x$ و $TH = 5x$. وبما أن $AT = 20$ نجد أن $x = 5$. إذن،

$$MH = 11x = 11 \times 5 = 55 .$$

مسائل غير محلولة

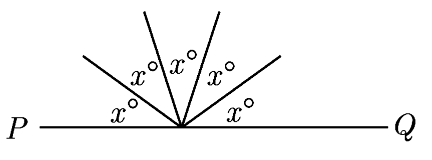
(١) [Gauss 2011] ما قيمة x في الشكل المرفق؟

(أ) 15° (ب) 18° (ج) 20° (د) 22°



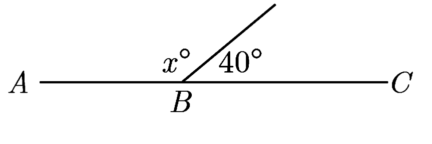
(٢) [Gauss 2008] في الشكل المرفق، $\overleftrightarrow{PQ}$ مستقيم. ما قيمة x ؟

(أ) 20° (ب) 36° (ج) 45° (د) 72°

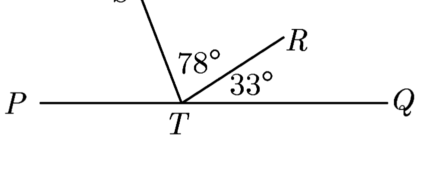


(٣) [Gauss 2006] في الشكل المرفق، $\overleftrightarrow{ABC}$ مستقيم. ما قيمة x ؟

(أ) 50° (ب) 100° (ج) 120° (د) 140°



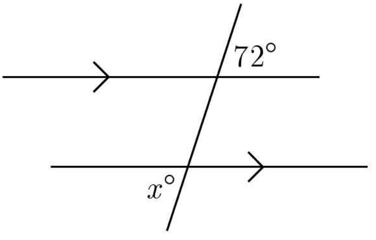
(٤) [AUST.MC 1990] في الشكل المرفق، $\overleftrightarrow{PQ}$ مستقيم. ما قياس الزاوية $\widehat{STP}$ ؟



(أ) 69° (ب) 89° (ج) 101° (د) 111°

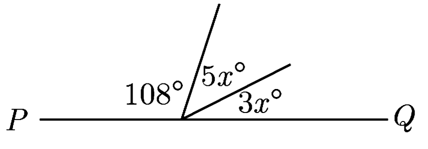
(٥) [AUST.MC 1989] ما قياس الزاوية $\widehat{x}$ في الشكل المرفق؟

(أ) 72° (ب) 108° (ج) 118° (د) 128°



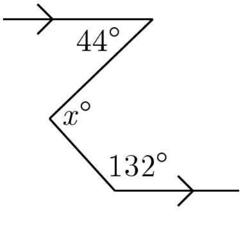
(٦) [AUST.MC 1987] في الشكل المرفق $\overleftrightarrow{PQ}$ مستقيم. ما قيمة x ؟

(أ) 9° (ب) 11° (ج) 16° (د) 27°

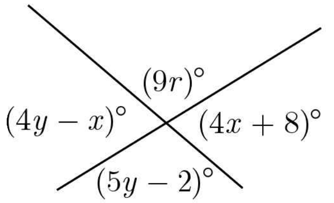


(٧) [AUST.MC 1985] في الشكل المرفق، قياس الزاوية $\widehat{x}$ يساوي

(أ) 90° (ب) 92° (ج) 96° (د) 112°



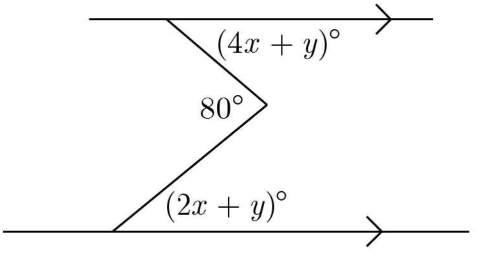
(٨) [MAΘ 2010] في الشكل المرفق، المستقيمان متقاطعان. ما قيمة r ؟



(أ) 6° (ب) 8° (ج) 12° (د) 14°

(٩) [MAΘ 2007] ما قيمة $3x+y$ في الشكل المرفق؟

(أ) 40° (ب) 50° (ج) 80° (د) 100°

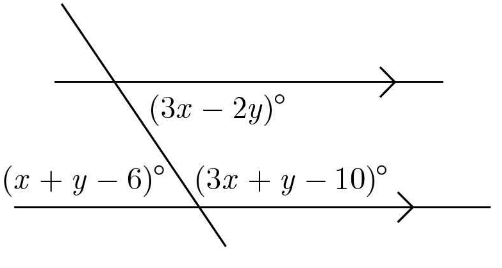


(١٠) ما قياس الزاوية التي قياس متممتها يساوي 40% من قياس مكملتها؟

(أ) 24° (ب) 26° (ج) 30° (د) 35°

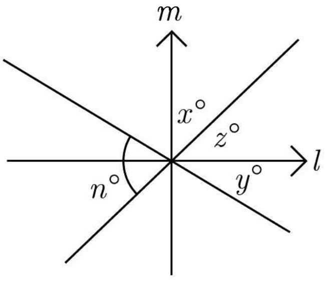
(١١) [MAΘ 2005] ما قيمة x في الشكل المرفق؟

(أ) 22° (ب) 24° (ج) 36° (د) 40°



(١٢) [MAΘ 2005] في الشكل المرفق، المستقيمان l و m متعامدان، قياس الزاوية $\hat{n}$ يساوي $75°$ ما قيمة $x - y$ ؟

(أ) $15°$ (ب) $20°$ (ج) $30°$ (د) $45°$



(١٣) [MAΘ 2003] مجموع قياسي زاوية حادة وزاوية منفرجة يساوي $140°$. مجموع ضعف مكملة الزاوية المنفرجة وثلاثة أمثال متممة الزاوية الحادة يساوي $340°$. ما خارج قسمة الزاوية المنفرجة على الزاوية الحادة ؟

(أ) 8 (ب) 10 (ج) 12 (د) 13

(١٤) [MAΘ 2003] النقطة B هي منتصف القطعة المستقيمة $\overline{AC}$ وإحداثيها هو 5. إذا كان إحداثي A أكبر من إحداثي C وكان $BC = 9$ فإن طول القطعة $\overline{AC}$ يساوي

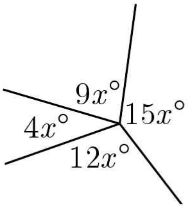
(أ) 14 (ب) 16 (ج) 18 (د) 20

(١٥) [MAΘ 2002] قياس مكملة الزاوية $\hat{A}$ يساوي أربعة أضعاف قياس متممتها. ما قياس الزاوية $\hat{A}$ ؟

(أ) $36°$ (ب) $54°$ (ج) $60°$ (د) $120°$

(١٦) [MAΘ 2002] في الشكل المرفق، ما قيمة المقدار $4x^2$ ؟

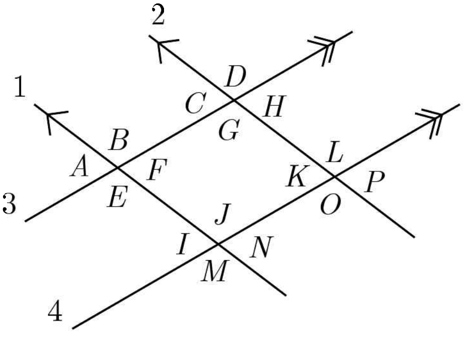
(أ) 64 (ب) 324 (ج) 362 (د) 1296



(١٧) [MAΘ 2001] في الشكل المرفق، المستقيم 1 يوازي المستقيم 2 والمستقيم 3 يوازي المستقيم 4 والحروف على الشكل هي قياسات الزوايا. إذا كان المستقيم 3 لا يعامد المستقيم 1، فكم عبارة من العبارات التالية صائبة ؟

(i) $A = B$ (ii) $C = G$ (iii) $M = P$ (iv) $O = D$

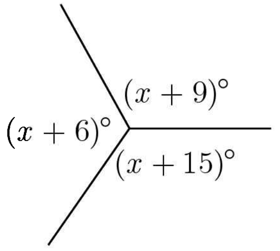
(v) $L = F$ (vi) $E = N$ (vii) $H = I$ (viii) $J = K$



(أ) 0 (ب) 1 (ج) 2 (د) 3

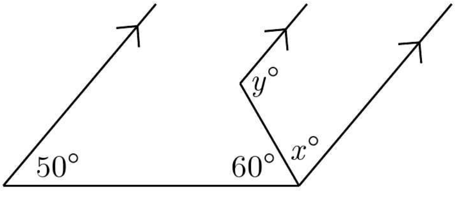
(١٨) [AUST.MC 1995] ما قياس الزاوية الكبرى في الشكل المرفق ؟

(أ) $116°$ (ب) $120°$ (ج) $125°$ (د) $130°$

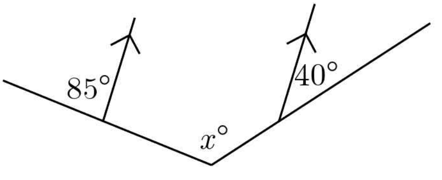


(١٩) [AUST.MC 2000] قيمة $y-x$ في الشكل المرفق تساوي

(أ) 30° (ب) 40° (ج) 60° (د) 70°

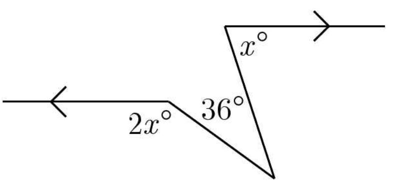


(٢٠) ما قياس الزاوية $\hat{x}$ في الشكل المرفق ؟



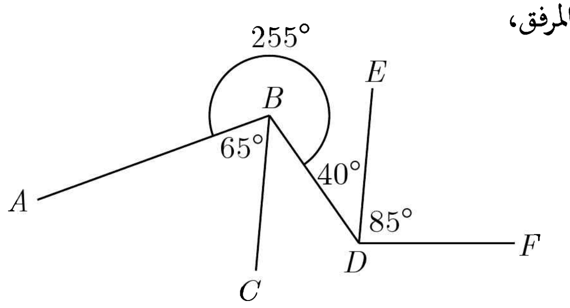
(أ) 85° (ب) 95° (ج) 110° (د) 125°

(٢١) ما قياس الزاوية $\hat{x}$ في الشكل المرفق ؟



(أ) 72° (ب) 80° (ج) 120° (د) 144°

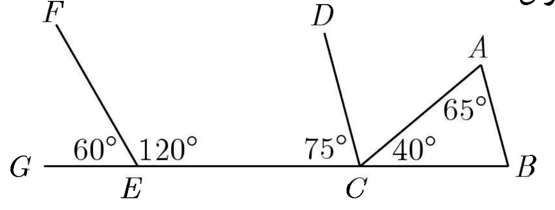
(٢٢) في الشكل المرفق،



(أ) $\widehat{CBD} = 65^\circ$ (ب) $\overleftrightarrow{DF} \parallel \overleftrightarrow{AB}$

(ج) $\overleftrightarrow{DE} \parallel \overleftrightarrow{BC}$ (د) $\widehat{BDF} = \widehat{ABD}$

(٢٣) في الشكل المرفق

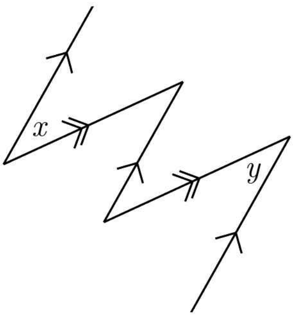


(أ) $\widehat{B} = 80^\circ$ (ب) $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

(ج) $\widehat{DCA} = 75^\circ$ (د) $\overleftrightarrow{EF} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

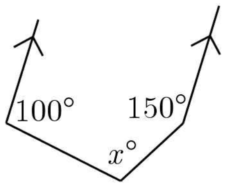
(٢٤) في الشكل المرفق، ما قيمة $x - y$ ؟

(أ) 0° (ب) 20° (ج) 30° (د) 40°



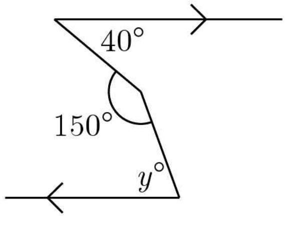
(٢٥) ما قياس الزاوية $\hat{x}$ في الشكل المرفق ؟

(أ) $30°$ (ب) $50°$ (ج) $80°$ (د) $110°$



(٢٦) ما قياس الزاوية $\hat{y}$ في الشكل المرفق ؟

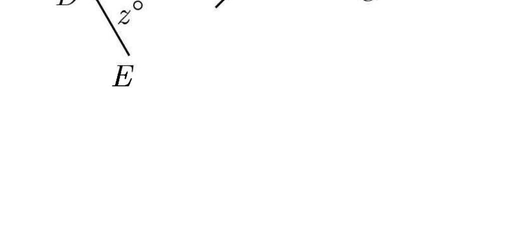
(أ) $50°$ (ب) $70°$ (ج) $75°$ (د) $80°$



(٢٧) في الشكل المرفق:

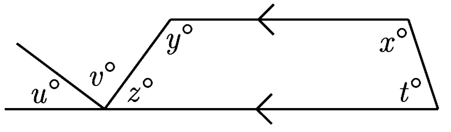
(أ) $\hat{x} = 120°$ (ب) $\hat{y} = 120°$

(ج) $\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$ (د) $\hat{y} + \hat{z} = 80°$



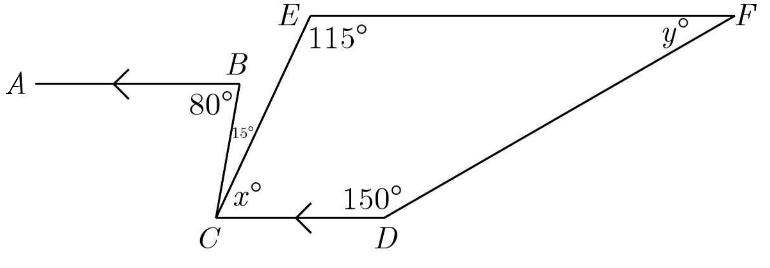
(٢٨) في الشكل المرفق:

(أ) $\hat{y} = \hat{v}$
(ب) $\hat{z} + \hat{u} + \hat{v} = 90°$
(ج) $\hat{x} + \hat{y} + \hat{z} + \hat{t} = 180°$
(د) $\hat{y} - \hat{x} = \hat{t} - \hat{z}$



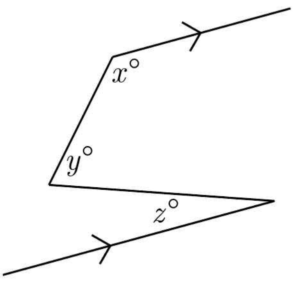
(٢٩) في الشكل المرفق:

(أ) $\hat{x} = 60°$
(ب) $\hat{x} = 55°$
(ج) $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{EF}$
(د) $\hat{x} + \hat{y} = 90°$



(٣٠) في الشكل المرفق قيمة $x + y - z$ يساوي

(أ) $90°$
(ب) $120°$
(ج) $150°$
(د) $180°$



إجابات المسائل غير المحلولة

(١) ب	(٢) ب	(٣) د	(٤) أ	(٥) أ
(٦) أ	(٧) ب	(٨) ج	(٩) أ	(١٠) ج
(١١) ج	(١٢) أ	(١٣) د	(١٤) ج	(١٥) ج
(١٦) ب	(١٧) ج	(١٨) ج	(١٩) ب	(٢٠) د
(٢١) أ	(٢٢) ج	(٢٣) ب	(٢٤) أ	(٢٥) د
(٢٦) ب	(٢٧) ج	(٢٨) د	(٢٩) ج	(٣٠) د