المفصل	المركبة الأفقية	المركبة العمودية
①	$-F_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} f_1 + f_2 = 0$	$\frac{\sqrt{2}}{2} f_1 - F_2 = 0$
②	$-\frac{\sqrt{2}}{2} f_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} f_4 = 0$	$-\frac{\sqrt{2}}{2} f_1 - f_3 - \frac{1}{2} f_4 = 0$
③	$-f_2 + f_5 = 0$	$f_3 - 10,000 = 0$
④	$-\frac{\sqrt{3}}{2} f_4 - f_5 = 0$	$\frac{1}{2} f_4 - F_3 = 0$

الطرائق التي تناولها الباب السادس استخدمت الأساليب المباشرة في حلِّ نظام بحجم $n \times n$ من المعادلات الخطية بصيغة $Ax = b$. وفي هذا الفصل سنتناول طرائق التكرار لحلِّ نظام من هذا النوع.

1.7 معايير المتجهات والمصفوفات

Norms of Vectors and Matrices

الثابت عبارة عن عدد حقيقي (أو مركب) ويعبَّر عنه عموما باستخدام حروف إغريقية أو مائلة. المتجهات يعبر عنها باستخدام حروف بارزة (غامقة).

أوضحنا في الباب الثاني أساليب التكرار لإيجاد جذور المعادلات من النوع $f(x) = 0$. ووجدنا تقريبًا أو (تقريبات) ابتدائية. بعدئذ تُحدّد تقريبات جديدة استنادًا إلى جودة التقريب السابق للمعادلة. ولمناقشة طرائق التكرار لحلِّ الأنظمة الخطية، فإننا نحتاج أولاً إلى قياس المسافة ما بين متجهات عمود ذات البعد n لتحديد ما إذا كانت متتالية المتجهات تتقارب إلى حل النظام. وفي الواقع تكون الحاجة إلى هذا المعيار عندما يُستخرَج الحل بالطرائق المباشرة المذكورة في الفصل السادس. تتطلب تلك الطرائق الكثير من العمليات الحسابية، وتستخدم حسابات منتهية المواقع بحيث تؤدي إلى تقريب حل حقيقي للنظام فقط. ليمثِّل $\mathbb{R}^n$ مجموعة جميع متجهات العمود ذات البعد n مع معاملات بأعداد حقيقية. ولتعريف مسافة ما في $\mathbb{R}^n$ نستخدم تعبير معيار.

تعريف 1.7 إن متجه المعيار على $\mathbb{R}^n$ هو دالة، $\|\cdot\|$، من $\mathbb{R}^n$ إلى $\mathbb{R}$ يحقق الخواص الآتية:

أ. $\|\mathbf{x}\| \geq 0$ لـ $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ جميعًا.

ب. $\|\mathbf{x}\| = 0$ إذا وفقط إذا $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

ج. $\|\alpha\mathbf{x}\| = |\alpha|\|\mathbf{x}\|$ لـ $\alpha \in \mathbb{R}$ و $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ جميعًا.

د. $\|\mathbf{x}+\mathbf{y}\| \leq \|\mathbf{x}\| + \|\mathbf{y}\|$ لـ $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ جميعًا.

سنحتاج إلى اثنين فقط من المعايير منتهية على $\mathbb{R}^n$ على الرغم من أن معيارًا ثالثا $\mathbb{R}^n$ عُرض في تمرين (2). ولما كانت المتجهات في $\mathbb{R}^n$ هي متجهات عمود فإنه من المناسب استخدام صيغة المنقول transpose التي وردت في الفصل (3.6) حينما عُبّر عن المتجه بدلالة مكوناته. وعلى سبيل المثال فإن المتجه

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

سيُكتَبُ بالصيغة $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^t$.