13. وجدنا في الفصل 5.3 أن الصيغة البارمترية $(x(t), y(t))$ في كثيرات حدود هرمايت (Hermite) التكعيبية المارة من $(x(0), y(0)) = (x_0, y_0)$ و$(x(1), y(1)) = (x_1, y_1)$ وبنقاط مؤشرة $(x_0 + \alpha_0, y_0 + \beta_0)$ و $(x_1 - \alpha_1, y_1 - \beta_1)$ على التوالي تعطى بالصيغتين

$$x(t) = (2(x_0 - x_1) + (\alpha_0 + \alpha_1))t^3 + (3(x_1 - x_0) - \alpha_1 - 2\alpha_0)t^2 + \alpha_0 t + x_0$$

و

$$y(t) = (2(y_0 - y_1) + (\beta_0 + \beta_1))t^3 + (3(y_1 - y_0) - \beta_1 - 2\beta_0)t^2 + \beta_0 t + y_0$$

إن كثيرات حدود بيزيه (Be'zier) التكعيبية تعطى بالصيغتين

$$\hat{x}(t) = (2(x_0 - x_1) + 3(\alpha_0 + \alpha_1))t^3 + (3(x_1 - x_0) - 3(\alpha_1 + 2\alpha_0))t^2 + 3\alpha_0 t + x_0$$

و

$$\hat{y}(t) = (2(y_0 - y_1) + 3(\beta_0 + \beta_1))t^3 + (3(y_1 - y_0) - 3(\beta_1 + 2\beta_0))t^2 + 3\beta_0 t + y_0$$

أ. إن المصفوفة

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 4 & 4 & 0 \\ -6 & -3 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

تحوّل معاملات كثيرات حدود هرمايت إلى معاملات كثيرات حدود بيزيه.

ب. أوجد المصفوفة B التي تحول معاملات كثيرات حدود بيزيه إلى معاملات كثيرات حدود هرمايت.

14. لديك النظام الخطي 2×2 $\quad (A + iB)(\mathbf{x} + i\mathbf{y}) = \mathbf{c} + i\mathbf{d}$

بمدخلات مركبة في صيغة المركبات

$$(a_{11} + ib_{11})(x_1 + iy_1) + (a_{12} + ib_{12})(x_2 + iy_2) = c_1 + id_1$$

$$(a_{21} + ib_{21})(x_1 + iy_1) + (a_{22} + ib_{22})(x_2 + iy_2) = c_2 + id_2$$

أ. استخدم خواص الأعداد المركبة لتحويل هذا النظام إلى نظام خطي حقيقي 4×4.

$$A\mathbf{x} - B\mathbf{y} = \mathbf{c},$$

$$B\mathbf{x} + A\mathbf{y} = \mathbf{d}.$$

حُلَّ النظام الخطي

$$(1 - 2i)(x_1 + iy_1) + (3 + 2i)(x_2 + iy_2) = 5 + 2i$$

$$(2 + i)(x_1 + iy_1) + (4 + 3i)(x_2 + iy_2) = 4 - i$$

4.6 محددة المصفوفة The Determinant of a matrix

إن محددة المصفوفة تبيّن ما إذا كانت حلول الأنظمة الخطية التي يساوي فيها عدد المجاهيل عدد المعادلات موجودة ووحيدة.

تعريف 14.6 نعبّر عن محددة المصفوفة المربعة A بالرمز $\det A$. علمًا بأن الرمز $|A|$ شائع الاستخدام أيضًا.

أ. إذا كانت $A = [a]$ مصفوفة 1×1 فإن $\det A = a$.

ب. إذا كانت A مصفوفة $n \times n$ فإن المصغر M_{ij} (minor) هو محددة المصفوفة الجزئية $(n-1) \times (n-1)$ من A التي نحصل عليها بحذف الصف i والعمود j في المصفوفة A.