في النظام الجديد نستخدم E_2 لحذف x_2 من E_3 و E_4 من خلال تشكيل $(E_3 - 4E_2) \longrightarrow (E_3)$ و $(E_4 + 3E_2) \longrightarrow (E_4)$ فنحصل على

$$\begin{aligned} E_1 :&\quad x_1 + x_2 \qquad\quad + 3x_4 = 4 \\ E_2 :&\quad\quad - x_2 - x_3 - 5x_4 = -7 \\ E_3 :&\quad\quad\quad\quad 3x_3 + 13x_4 = 13 \\ E_4 :&\quad\quad\quad\quad\quad - 13x_4 = -13 \end{aligned} \tag{3.6}$$

إن نظـام المعادلات (3.6) الآن في صيغة مثلثية (أو مختزلة) triangular (or reduced). وبهذا يمكن إيجاد الحلول بعملية التعويض العكسي (backward - substitution process). بما أن E_4 تعطي $x_4 = 1$ فيمكننا حل E_3 لإيجاد x_3. وذلك باستخدام

$$x_3 = \tfrac{1}{3}(13 - 13x_4) = \tfrac{1}{3}(13 - 13) = 0$$

وباستمرار هذه العملية فإن E_2 تعطي

$$x_2 = -(-7 + 5x_4 + x_3) = -(-7 + 5 + 0) = 2$$

و E_1 تعطي

$$x_1 = 4 - 3x_4 - x_2 = 4 - 3 - 2 = -1$$

ولذلك فإن حل نظام المعادلات (3.6) ومن ثم نظام المعادلات (2.6) هو $x_1 = -1$، $x_2 = 2$، $x_3 = 0$ و $x_4 = 1$. ■

عنـد القيام بالحسـابات في مثال (1)، لم تكن هناك حاجة إلـى كتابة المعادلات كاملة في كل خطوة أو حمل المتغيرات x_1، x_2، x_3 و x_4 خلال الحسابات؛ لأنها بقيت دائما في العمود نفسه. إن التغير الوحيد الذي طرأ عند الانتقال من نظام إلى آخر كان في معاملات المجاهيل وفي قيم الطرف الأيمن للمعادلات. ولهذا السـبب غالبًا ما تسـتخدم المصفوفـة بدلًا من النظام الخطي. وهذه المصفوفة تحتوي على المعلومات الضرورية جميعها في النظام للحل. ولكن بطريقة أفضل. المصفوفة من الدرجة (أو الشكل أو السعة) $n \times m$ هي مستطيل من العناصر عدد صفوفه n وعدد أعمدته m ، حيث يتحدد العنصر بقيمته وموقعه معًا. ■

تعريف 1.6 يعبّـر عـن المصفوفة $n \times m$ بحرف كبير مثل A ، وبحـروف صغيرة وعددي دليل مثل a_{ij} لكل مدخل (أو عنصر) في تقاطع الصف i والعمود j، أي

$$A = [a_{ij}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

مثال 2 المصفوفة

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 7 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

هـي مصفوفـة 2×3 حيـث

$a_{11} = 2$، $a_{12} = -1$، $a_{13} = 7$، $a_{21} = 3$، $a_{22} = 1$ و $a_{23} = 0$ ■