# الباب الأول

# أساسيات عامة

## المجموعات

**المجموعة** : هي تجمع من الأشياء تشترك في صفة واحده .

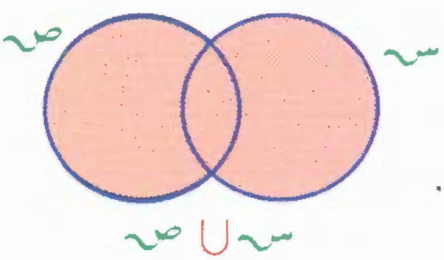
**المجموعة الخالية** : هي مجموعة خالية من العناصر ويرمز لها بالرمز ∅ أو { } .

**المجموعة الشاملة** :هي مجموعة جميع عناصر المجموعات المذكورة ويرمز لها بالرمز شـ.

**جبر المجموعات** : إذا كان لدينا س ، ص ، ع مجموعات غير خالية فإن

(١) **الاتحاد** : اتحاد المجموعتين س ، ص يرمز له

بالرمز س ∪ ص أو ص ∪ س



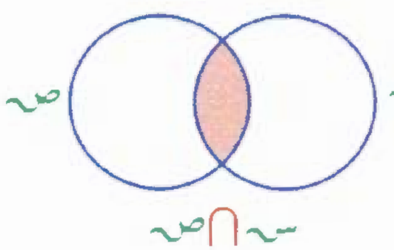

و يعني مجموعة كل العناصر في س أو ص بدون تكرار .

س ∪ ص = { أ : أ ∈ س أو أ ∈ ص }

(٢) **التقاطع** : تقاطع المجموعتين س ،ص يرمز له

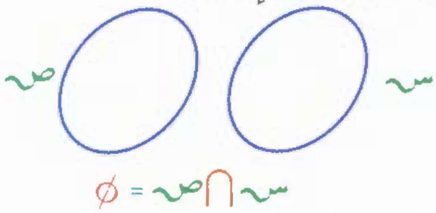
بالرمز س ∩ ص أو ص ∩ س

ويعني مجموعة كل العناصر التي تنتمي إلى س و ص .



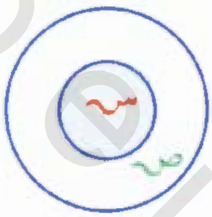

س ∩ ص = { أ : أ ∈ س و أ ∈ ص }

(٣) **المجموعات المنفصلة** : المجموعتان س ، ص منفصلتان إذا كان




$\text{س} \cap \text{ص} = \emptyset$

(٤) **المجموعة الجزئية** : المجموعة س تكون مجموعة جزئية من المجموعة ص




إذا كان كل عنصر من س ينتمي إلى ص

ويرمز لها بالرمز $\text{س} \subset \text{ص}$

(٥) **تساوي مجموعتين** : نقول أن $\text{س} = \text{ص}$ إذا كان $\text{س} \subset \text{ص}$ و $\text{ص} \subset \text{س}$

$\Leftarrow \text{س} = \text{ص}$

مثل : س = { أ ، ب ، جـ } ، ص = { ب ، جـ ، أ }

ع = { جـ ، ب ، أ }

∴ س = ص = ع

(٦) **الفرق بين مجموعتين** : الفرق بين المجموعتين س و ص يرمز له بالرمز

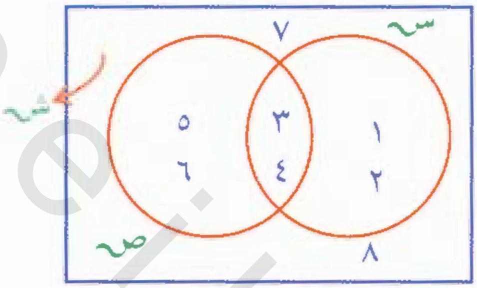
س / ص ويعني كل العناصر التي تنتمي إلى س ولا تنتمي إلى ص

س / ص = { أ : أ ∈ س و أ ∉ ص }

(٧) **المكملة** : مكملة المجموعة تكتب سَ' وتعني كل العناصر الموجودة في المجموعة الشاملة ش وليست موجودة في س

س' = { أ : أ ∈ ش و أ ∉ س }

مثال : إذا كان




ش = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨}

س = {١، ٢، ٣، ٤}

ص = {٣، ٤، ٥، ٦}

س ∪ ص = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

س ∩ ص = {٣، ٤}

س' = {٥، ٦، ٧، ٨}

ص' = {١، ٢، ٧، ٨}

## مجموعات الأعداد :

(١)**مجموعة الأعداد الطبيعية** : ط = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ............}

(٢)**مجموعة الأعداد الكلية** : ك = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣، ٤ ، ..........}

(٣) **مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة** : ص$^{+}$ = { ١ ، ٢، ٣، ٤ ، .........}

(٤)**مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة** : ص$^{-}$ = { -١ ، -٢ ، -٣ ، -٤ ، ......}

(٥) **مجموعة الأعداد الصحيحة** : ص = { .... ، ٢ ، ١ ، ٠ ، -١ ، -٢ ، ....}

(٦) **مجموعة الأعداد النسبية** : ن = { $\frac{أ}{ب}$ : أ، ب ∈ ص ، ب ≠ ٠ ، أ، ب ليس بينها عامل مشترك }

(٧)**مجموعة الأعداد الغير نسبية** : هي مجموعة الأعداد التي لا يمكن تمثيلها على صوره كسر $\frac{أ}{ب}$ ، ب ≠ ٠ ، أ ، ب ∈ ص . على سبيل المثال الأعداد $\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٥}$ ، ...... وكذلك النسبة التقريبية ط ، أساس اللوغاريتم الطبيعي e

(٨)**مجموعة الأعداد الحقيقية** (ح) : وهي اتحاد مجموعة الأعداد النسبية ومجموعة الأعداد غير النسبية .

ح = ن ∪ نَ أي أن ح = (- ∞ ، + ∞) .

**لاحظ أن :** ح = ط ∪ ك ∪ ص ∪ ن ∪ نَ = ن ∪ نَ

(٩) **مجموعة الأعداد الفردية** : هي مجموعة الأعداد على الصورة

{ ± (٢ن + ١) : ن = ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ............}

أي الأعداد { ± ١ ، ± ٣ ، ± ٥ ، ± ٧ ، ..........}

(١٠) **مجموعة الأعداد الزوجية** : وهي على الصورة

{ ± ٢ ن : ن = ١ ، ٢ ، ٣ ، ............}

أي { ± ٢ ، ± ٤ ، ± ٦ ، ................}

(١١) **الأعداد الأولية** : العدد الأولى هو العدد الطبيعي الأكبر من الواحد والذي يقبل القسمة على نفسه فقط . فمثلاً الأعداد الأولية الأقل من العدد ٢١ هي :

٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣ ، ١٧ ، ١٩

# العمليات الحسابية

## الجمع والطرح :

(أ) إذا كانت الإشارات متشابه نجمع والناتج يأخذ نفس الإشارة .

مثل (+٣) + (+٥) = ٣ + ٥ = +٨ = ٨

(−٣) + (−٥) = −٣ − ٥ = −٨

مع ملاحظة أن  س + ص = ص + س ، س + ٠ = ٠ + س = س

(ب) إذا كانت الإشارات مختلفة نطرح ( العدد الأصغر من العدد الأكبر )

والناتج يأخذ نفس أشارة العدد الأكبر .

مثل (−٣) + (+٥) = −٣ + ٥ = +٢ = ٢

(+٣) + (−٥) = ٣ − ٥ = −٢

## الضرب :

(+أ) × (+ب) = أ × ب = ب × أ

(−أ) × (−ب) = أ × ب

(−أ) × (+ب) = −(أ × ب)

مع ملاحظة أن

أ × ١ = أ ، (−أ) × ١ = −أ ، أ × (−١) = −أ

أ × ٠ = ٠ ، ٠ × (−أ) = ٠

أ × ب = ٠ ⟺ أ = ٠ أو ب = ٠

## القسمة

$(+أ) \div (+ب) = \frac{(+أ)}{(+ب)} = أ \div ب$ ؛ ب ≠ ٠ ( أ ، ب عددان موجبان )

$(-أ) \div (-ب) = \frac{(-أ)}{(-ب)} = أ \div ب$

$(+أ) \div (-ب) = \frac{(+أ)}{(-ب)} = أ \div (-ب) = -(أ \div ب) = -\frac{أ}{ب}$

$(-أ) \div (+ب) = \frac{(-أ)}{(+ب)} = \frac{-أ}{ب} = -(\frac{أ}{ب}) = -(أ \div ب)$

لاحظ أنه في ضرب الإشارات المتشابهة وقسمتها يكون الناتج موجباً ،
وعند ضرب الإشارات المختلفة وقسمتها تكون أشارة الناتج سالبه .

## الكسور

تنقسم الكسور إلى نوعين ( كسور اعتيادية وكسور عشرية ) :

**أولاً : الكسور الاعتيادية** : وهي على الصورة $\frac{أ}{ب}$ بحيث أن ب ≠ ٠

مثل : $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٤}{٧}$ ، $\frac{٢}{٣}$ وكلها تسمى كسور حقيقية ولكن $٢\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، ٥ ، ...... ، $\frac{٧}{٣}$ ،

تسمى كسور غير حقيقية لاحظ انه إذا كان لدينا $٢\frac{٣}{٥}$ يمكن تحويله إلى سكر اعتيادي

كالتالي :

$$٢\frac{٣}{٥} = \frac{(٥ \times ٢) + ٣}{٥} = \frac{١٠ + ٣}{٥} = \frac{١٣}{٥}$$ كسر اعتيادي

* جمع وطرح الكسور الاعتيادية : $\frac{١}{٧} + \frac{٢}{٧} = \frac{١ + ٢}{٧} = \frac{٣}{٧}$

أي $\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{ب} = \frac{أ+جـ}{ب}$ بحيث أن ب ≠ ٠

هذا إذا كانت المقامات متساوية .

أما إذا كانت المقامات مختلفة فيجب توحيدها

* $\frac{أ}{ب} + \frac{ج}{د} = \frac{أ \times د + ج \times ب}{ب \times د}$ بحيث أن ب $\neq$ ٠ ، د $\neq$ ٠

مثال : $\frac{٢}{٥} + \frac{١}{٩} = \frac{(٢\times٩)+(١\times٥)}{٥ \times ٩} = \frac{١٨ + ٥}{٤٥} = \frac{٢٣}{٤٥}$

* $\frac{أ}{ب} - \frac{ج}{ب} = \frac{أ-ج}{ب}$ ، ب $\neq$ ٠

مثال : $\frac{٥}{٧} - \frac{٢}{٧} = \frac{٥-٢}{٧} = \frac{٣}{٧}$

مثال : $\frac{٢}{٧} - \frac{٥}{٧} = \frac{٢-٥}{٧} = \frac{-٣}{٧}$

* $\frac{أ}{ب} - \frac{ج}{د} = \frac{(أ \times د)-(ج \times ب)}{ب \times د}$ ، ب $\neq$ ٠ ، د $\neq$ ٠

مثال : $\frac{٢}{٥} - \frac{١}{٩} = \frac{(٢ \times ٩)-(١\times٥)}{٥ \times ٩} = \frac{١٨-٥}{٤٥} = \frac{١٣}{٤٥}$

مثال : $\frac{٢}{٩} + \frac{٢}{٣} = \frac{-(٢\times٣) + (٢ \times ٩)}{٩ \times ٣} = \frac{-٦+١٨}{٢٧} = \frac{١٨-٦}{٢٧} = \frac{١٢}{٢٧}$

* ضرب وقمة الكسور الاعتيادية :

* $\frac{أ}{ب} \times \frac{ج}{د} = \frac{أ \times ج}{ب \times د}$ ، ب $\neq$ ٠ ، د $\neq$ ٠

مثال : $\frac{٣}{٥} \times \frac{٢}{٧} = \frac{٣ \times ٢}{٥ \times ٧} = \frac{٦}{٣٥}$

※ $\frac{أ}{ب} \div \frac{جـ}{ء} = \frac{أ}{ب} \times \frac{ء}{جـ} = \frac{أ \times ء}{ب \times جـ}$ ، ب $\neq$ ٠ ، ء $\neq$ ٠ ، حـ $\neq$ ٠

مثال : $\frac{٢}{٩} \div \frac{٧}{٥} = \frac{٢}{٩} \times \frac{٢}{٧} = \frac{٢ \times ٧}{٩ \times ٥} = \frac{١٤}{٤٥}$

※ $\frac{أ}{ب} \div \frac{جـ}{ب} = \frac{أ}{ب} \times \frac{ب}{حـ} = \frac{أ \times ب}{ب \times حـ} = \frac{أ}{حـ}$ ، ب $\neq$ ٠ ، حـ $\neq$ ٠

مثال : $\frac{٢}{٩} \div \frac{٥}{٩} = \frac{٢}{٩} \times \frac{٩}{٥} = \frac{٢ \times ٩}{٩ \times ٥} = \frac{٢}{٥}$

أو $\frac{٦}{٢٥} \div \frac{٢}{٥} = \frac{٦}{٢٥} \times \frac{٥}{٢} = \frac{٦ \times ٥}{٢٥ \times ٢} = \frac{٣ \times ١}{٥ \times ١} = \frac{٣}{٥}$

※ $\frac{أ + ب}{حـ} = \frac{أ}{حـ} + \frac{ب}{حـ}$ ، حـ $\neq$ ٠

مثال : $\frac{٢ + ٨}{١٥} = \frac{٢}{١٥} + \frac{٨}{١٥} = \frac{١٠}{١٥} = \frac{٢}{٥}$

※ $\frac{أ - ب}{حـ} = \frac{أ}{حـ} - \frac{ب}{حـ}$ ، حـ $\neq$ ٠

مثال : $\frac{٢ - ٨}{١٥} = \frac{٢}{١٥} - \frac{٨}{١٥} = \frac{-٦}{١٥} = - \frac{٦}{١٥}$

**ثانيا الكسور العشرية** : مثل ٠,١ ، ٠,٢٣ ، .... وهكذا ويمكن تحويلها إلى كسور اعتيادية مثل :-

٠,١ ↓ $\frac{١}{١٠}$ ، ٠,٢٣ ↓ $\frac{٢٣}{١٠٠}$ ، ٠,١٥٦ ↓ $\frac{١٥٦}{١٠٠٠}$ ، ٠,٠٣١٢ ↓ $\frac{٠٣١٢}{١٠٠٠٠} = \frac{٣١٢}{١٠٠٠٠}$ ، .....

قواسم العدد (عوامل العدد) : هي مجموعة الأعداد التي يقبل العدد القسمة عليها بدون باقي :

مثلاً : قواسم العدد ١٢ هي

$$ق_{١٢} = \{\underbrace{١ ، ٢ ، ٣}_{\text{مقسوم عليه}} ، \underbrace{٤ ، ٦ ، ١٢}_{\text{نواتج}}\}$$

مقسوم        مقسوم عليه        نواتج

**ملاحظة هامة**

إذا كان مطلوب عدد القواسم فقط نقوم بعملية التحليل ونكتبها في صورة عوامل ذات أسس ثم نضرب الأسس في بعضها بعد إضافة (+١) لكل منها وبذلك نحصل على عدد القواسم. كما في المثال التالي :

مثال : أوجد عدد قواسم العدد ٣٦٠

الحل : – من التحليل يمكن كتابة العدد ٣٦٠ كما يلي :

| | |
|---|---|
| ٣٦٠ | ٢ |
| ١٨٠ | ٢ |
| ٩٠ | ٢ |
| ٤٥ | ٣ |
| ١٥ | ٣ |
| ٥ | ٥ |
| ١ | |

$$٣٦٠ = ٢^{٣} \times ٣^{٢} \times ٥^{١}$$

∴ عدد القواسم $= (٣+١) \times (٢+١) \times (١+١)$

$$= ٤ \times ٣ \times ٢ = ٢٤$$

∴عدد القواسم للعدد ٣٦٠ تساوي = ٢٤ قاسم

وذلك بدون إيجاد هذه القواسم .

مضاعفات العدد : مضاعفات أي عدد هي ناتج ضرب هذا العدد في

١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ......

مثال : مضاعفات العدد ٣ هي ٣م حيث م = ١ ، ٢ ، ٣ ، .....

أي $\quad ٣ \times ١ \quad ، \quad ٣ \times ٢ \quad ، \quad ٣ \times ٣ \quad ، \quad ٣ \times ٤ \quad ، .......$

∴ المضاعفات هي $\quad ٣ \quad ، \quad ٦ \quad ، \quad ٩ \quad ، \quad ١٢$

**النسبة** هي مقارنة بين كميتين من نفس النوع وتكتب نسبة العدد أ إلى العدد ب في

الصورة $\frac{أ}{ب}$ حيث ب ≠ ٠ أو في الصورة أ : ب

مثال : إذا كان طول أحمد ١٦٠سم وطول محمد ١٨٠ سم فإن نسبة طول أحمد إلى طول

محمد هي :

$$\frac{\text{طول أحمد}}{\text{طول محمد}} = \frac{١٦٠}{١٨٠} = \frac{١٦}{١٨} = \frac{٢ \times ٨}{٢ \times ٩} = \frac{٨}{٩}$$

أو تكتب ٨ : ٩

**التناسب** هو تساوي نسبتين أو أكثر مثل $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ حيث ب ≠ ٠ ، د ≠ ٠

ومثل $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د} = ....... = \frac{هـ}{و}$ حيث ب ≠ ٠ ، د ≠ ٠ ، ....... ، و ≠ ٠

### خواص التناسب

(١) مقلوب النسبة الأولى = مقلوب النسبة الثانية

أي $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د} \quad \Leftarrow \quad \frac{ب}{أ} = \frac{د}{جـ}$

(٢) حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}} \Rightarrow \text{أ} \times \text{د} = \text{ب} \times \text{جـ}$$

(٣) $$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}} \Rightarrow \frac{\text{أ}+\text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}+\text{د}}{\text{د}}$$

(٤) $$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}} \Rightarrow \frac{\text{أ}-\text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}-\text{د}}{\text{د}}$$

## التناسب الطردي

إذا كانت $\text{س}$ تتناسب طردياً مع $\text{ص}$ فتكتب $\text{س} \propto \text{ص} \Rightarrow \text{س} = \text{م}\,\text{ص}$

أي $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \text{م}$ حيث $\text{م}$ عدد ثابت

**التناسب العكسي** إذا كان $\text{س}$ تتناسب عكسيا مع $\text{ص}$

تكتب $\text{س} \propto \frac{1}{\text{ص}} \Rightarrow \text{س} = \frac{\text{م}}{\text{ص}}$

أي $\text{س} \times \text{ص} = \text{م}$ حيث $\text{م}$ عدد ثابت

**النسبة المئوية (٪)** هي النسبة التي مقامها مئة ، مثل

$$\frac{٢٧}{١٠٠} = ٠,٢٧ = ٢٧\%$$

ويمكن حساب النسبة المئوية لكمية جزئية من كمية كلية باستخدام القانون الآتي :

$$\textbf{النسبة المئوية} = \frac{\text{المجموع الجزئي}}{\text{المجموع الكلي}} \times ١٠٠$$

مثال (١) : حصل طالب على ٢٠٠ درجة في مادة الإحصاء وذلك من درجة المادة الكلية ٢٥٠ درجة فإن نسبة نجاح الطالب في هذه المادة = $\frac{٢٠٠}{٢٥٠} \times ١٠٠ = ٨٠\%$

**مثال (٢)** : حصل طالب على الدرجات الموضحة في الجدول الآتي . أحسب النسبة المئوية لنجاح الطالب .

| المادة | قرآن | حديث | عربي | رياضيات | علوم | المجموع | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الدرجة النهائية | ١٠٠ | ١٠٠ | ١٠٠ | ١٠٠ | ١٠٠ | ٥٠٠ | المجموع الكلي |
| درجة الطالب | ١٠٠ | ١٠٠ | ٩٠ | ٨٠ | ٧٠ | ٤٤٠ | المجموع الجزئي |

الحل : المجموع الكلي للدرجات = ١٠٠+١٠٠+١٠٠+١٠٠+١٠٠=٥٠٠ درجة

المجموع الجزئي (مجموع درجات الطالب) = ١٠٠+١٠٠+٩٠+٨٠+٧٠ = ٤٤٠ درجة

∴ النسبة المئوية = $\frac{٤٤٠}{٥٠٠}$ × ١٠٠ = ٨٨٪

**مقياس الرسم** = $\frac{\text{الطول على الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$

**مثال (١)** : رسم كروكي لعمارة طول ضلعها الشرقي ٢٠ متراً وطول هذا الضلع على الرسم ١٠ سم فإن مقياس الرسم يكون :

مقياس الرسم = $\frac{\text{١٠ سم}}{\text{٢٠ متر}}$ = $\frac{\text{١٠ سم}}{\text{٢٠ × ١٠٠سم}}$ = $\frac{١٠}{٢٠٠٠}$ = $\frac{١}{٢٠٠}$

أي أن مقياس الرسم = ١ : ٢٠٠

**مثال (٢)** : إذا كان مقياس الرسم ١ : ١٠٠٠٠ وكان الطول الحقيقي ٢٠٠ متر فكم يكون الطول على الرسم .

الحل : بما أن مقياس الرسم هو ١ : ١٠٠٠٠ = $\frac{١}{١٠٠٠٠}$

إذن : $\frac{١}{١٠٠٠٠}$ = $\frac{\text{الطول على الرسم}}{٢٠٠ × ١٠٠}$

∴ الطول على الرسم = $\frac{٢٠٠٠٠}{١٠٠٠٠}$ = ٢ سم

**ملاحظة :**

لتسهيل عملية القسمة بدون استخدام آلة حاسبة ( كما هو الحال في اختبار القدرات) حلل البسط والمقام لعوامل ثم أحذف العوامل المتشابهة في كلاً من البسط والمقام ( الاختصار )

مثل : $\frac{٣٠}{٤٥} = \frac{٦ \times ٥}{٩ \times ٥} = \frac{٦}{٩} = \frac{٣ \times ٢}{٣ \times ٣} = \frac{٢}{٣}$

* ومن الأعداد كثيرة الاستخدام والتي نحتاج إلى مضاعفاتها هي العدد ٢٥ حيث نلاحظ أن

| | | |
|---|---|---|
| ٥٠ | ٢٥ | ٢ |
| ٧٥ | ٢٥ | ٣ |
| ١٠٠ | ٢٥ | ٤ |
| ١٢٥ | ٢٥ | ٥ |
| ١٥٠ | ٢٥ | ٦ |
| ١٧٥ | ٢٥ | ٧ |
| ٢٠٠ | ٢٥ | ٨ |

**قوانين الأسس :**

إذا كان م ، ن ، أ ، ب أعداد حقيقية فإن :

$\text{أ}^{\text{م}} \times \text{أ}^{\text{ن}} = \text{أ}^{\text{م}+\text{ن}}$ ( في حالة الضرب نجمع الأسس )

$\text{أ}^{\text{م}} \div \text{أ}^{\text{ن}} = \text{أ}^{\text{م}-\text{ن}}$ (في حالة القسمة نطرح الأسس حيث أ ≠ ٠ )

$(\text{أ}^{\text{م}})^{\text{ن}} = \text{أ}^{\text{م}\times\text{ن}}$

$\frac{١}{\text{أ}^{-\text{ن}}} = \text{أ}^{\text{ن}}$

$(\text{أ} \times \text{ب})^{\text{م}} = \text{أ}^{\text{م}} \times \text{ب}^{\text{م}}$ .

$\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{م}} = \frac{\text{أ}^{\text{م}}}{\text{ب}^{\text{م}}}$ حيث ب ≠ ٠

$\text{أ}^{\text{صفر}} = ١$ حيث أ ≠ ٠

**ملحوظة : في حل المعادلات الأسيه**

(١) إذا تساوت الأساسات ⇐ تتساوى الأسس

(٢) إذا تساوت الأسس ⇐ تتساوى الأساسات

**مثال (١)** : حل المعادلة $س^{ن+٣} + ٥ = س^{٩} + ٥$

**الحل** : بإضافة (−٥) لطرفي المعادلة نجد أن

$$س^{ن+٣} = س^{٩} \Rightarrow ن + ٣ = ٩ \Rightarrow ن = ٦$$

**مثال (٢)** : حل المعادلة : $٣^{٤} = ٩^{س-٦}$

**الحل** : $٣^{٤} = (٣ \times ٣)^{س-٦}$

$$\therefore ٣^{٤} = (٣^{٢})^{س-٦} \Rightarrow ٣^{٤} = ٣^{٢(س-٦)}$$

$$٣^{٤} = ٣^{٢س-١٢} \Rightarrow ٤ = ٢س - ١٢ \Rightarrow ٢س = ١٦$$

$$\therefore س = \frac{١٦}{٢} = ٨$$

## الجـــــذور

لتكن أ ، ب $\in ح^{+}$

- $\sqrt{أ} \times \sqrt{ب} = \sqrt{أ \times ب}$

$$\sqrt{٣} \times \sqrt{٥} = \sqrt{٣ \times ٥} = \sqrt{١٥}$$

- $\sqrt{أ} \times \sqrt{أ} = أ$

$\sqrt{٥} \times \sqrt{٥} = ٥$

- $\sqrt{أ^{٢}} = |أ|$

$\sqrt{(٢)^{٢}} = |٢| = ٢$

$\sqrt{(-٣)^{٢}} = |-٣| = ٣$

$\sqrt{(س-٢)^{٢}} = |س-٢|$

## ضرب مترافقين

$(\sqrt{أ} + \sqrt{ب})(\sqrt{أ} - \sqrt{ب}) = (\sqrt{أ})^{٢} - (\sqrt{ب})^{٢} = أ - ب$

- $\frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}} = \sqrt{\frac{أ}{ب}}$

- $\sqrt{(أ+ب) \pm ٢\sqrt{أ \times ب}} = \sqrt{أ} \pm \sqrt{ب}$

مثال (١) : $\sqrt{٥} \pm \sqrt{٣} = \sqrt{(٥+٣) \pm ٢\sqrt{٥ \times ٣}}$

$= \sqrt{٨ \pm ٢\sqrt{١٥}}$

مثال (٢) عكس المثال السابق : $\sqrt{٩ \pm ٢\sqrt{٢٠}} = \sqrt{(٥+٤) \pm ٢\sqrt{٥ \times ٤}}$

$= \sqrt{٥} \pm \sqrt{٤}$

- إذا كان $ه \geq ٢$ ، $م \geq ٢$ فإن

* $\sqrt[ه]{أ^{م}} = (أ^{م})^{\frac{١}{ه}} = أ^{\frac{م}{ه}}$

مثل : $\sqrt[٥]{س^{٧}} = (س^{٧})^{\frac{١}{٥}} = س^{\frac{٧}{٥}}$ ، $س \in ح^{+}$

والعكس $س^{\frac{٣}{٤}} = \sqrt[٤]{س^{٣}}$

وكذلك $س^{\frac{٢}{٣}} = \sqrt[٣]{س^{٢}}$

* $\sqrt[ن]{أ^{ن}} = (أ^{ن})^{\frac{١}{ن}} = أ^{\frac{ن}{ن}} = أ$

* $\sqrt[ن]{أ \times ب} = \sqrt[ن]{أ} \times \sqrt[ن]{ب}$

* $\frac{\sqrt[ن]{أ}}{\sqrt[ن]{ب}} = \sqrt[ن]{\frac{أ}{ب}}$ حيث $ب \ne ٠$

**ملاحظات هامة**

* $\sqrt[ن]{أ \pm ب} \ne \sqrt[ن]{أ} \pm \sqrt[ن]{ب}$

* $\sqrt[ن]{أ} \times \sqrt[هـ]{ب} \ne \sqrt[(ن،هـ)]{أ \times ب}$

**انطاق المقام** إذا كان لدينا $\frac{أ}{\sqrt{ب}}$ أو $\frac{أ}{\sqrt{ب} \pm \sqrt{حـ}}$ فإنطاق المقام يعني التخلص من الجذور في المقام كما يلي:

(١) $\frac{٢}{\sqrt{٣}} = \frac{٢}{\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}} = \frac{٢\sqrt{٣}}{٣} = \frac{٢}{٣}\sqrt{٣}$

(٢) $\frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٥}} = \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٥}} \times \frac{\sqrt{٥}}{\sqrt{٥}} = \frac{\sqrt{١٥}}{٥}$

(٣)إنطاق مقام يحتاج إلى مرافق كما في الصورة $\frac{أ}{\sqrt{ب} \pm \sqrt{حـ}}$

مثال: $\frac{٣}{\sqrt{٥} - \sqrt{٢}} = \frac{٣}{\sqrt{٥} - \sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٥} + \sqrt{٢}}{\sqrt{٥} + \sqrt{٢}} = \frac{٣(\sqrt{٥} + \sqrt{٢})}{٥ - ٢}$

$= \frac{٣(\sqrt{٥} + \sqrt{٢})}{٣} = \sqrt{٥} + \sqrt{٢}$

**ملحوظة** مرافق $(\sqrt{أ} \pm \sqrt{ب})$ هو $(\sqrt{أ} \mp \sqrt{ب})$

وحاصل ضربها = (الأول)$^{٢}$ − (الثاني)$^{٢}$

$(\sqrt{أ} \pm \sqrt{ب})(\sqrt{أ} \mp \sqrt{ب}) = [(\sqrt{أ})^{٢} - (\sqrt{ب})^{٢}] = أ - ب$

## الفترات الحقيقية

(١) **الفترة المغلقة** الفترة المغلقة من أ إلى ب يرمز لها بالصورة

[ أ ، ب ] وهي مجموعة كل النقاط س بحيث أ ≤ س ≤ ب أي

[ أ ، ب ] = { س : س ∈ ع ، أ ≤ س ≤ ب }


(٢) **الفترة المفتوحة** ويرمز لها بالرمز ] أ ، ب [ وتعرف كما يلي

] أ ، ب [ = { س : س ∈ ع ، أ < س < ب }


(٣) **الفترة نصف المغلقة (نصف مفتوحة)** : يرمز لها بالشكل [ أ ، ب [

أي [ أ ، ب [ = { س : س ∈ ع ، أ ≤ س < ب }


(٤) **الفترة الغير محدودة**

* [ أ ، ∞ ) = { س : س ∈ ع ، س ≥ أ }


* ( ب ، –∞ ) = { س : س ∈ ع ، س < ب }


* ( + ∞ ، – ∞ ) = ( – ∞ ، + ∞ ) = { س : س ∈ ع }

## المتباينات

هي صيغة رياضية تحتوي على أحد الرموز الآتية :

> (أكبر من) أو < (أصغر من) أو ≥ (أكبر من أو تساوي) أو ≤ (أصغر من أو تساوي)

مثل : إذا كان أ ، ب ، حـ أعداد في ح$^{+}$ وكان $\text{أ} > \text{ب}$ فإنها تسمى متباينة أكبر من ، $\text{أ} \leq \text{ب}$ تسمى متباينة أصغر من أو تساوي وهكذا .

### خواص التباين

(١) إذا أضيف أو طرح إلى الطرفين عدد حـ لا تتغير علاقة التباين : مثل

$$\text{أ} > \text{ب} \quad \Rightarrow \quad \text{أ} \pm \text{حـ} > \text{ب} \pm \text{حـ}$$

أو

$$\text{أ} \leq \text{ب} \quad \Rightarrow \quad \text{أ} \pm \text{حـ} \leq \text{ب} \pm \text{حـ}$$

(٢) إذا ضرب (أو قسم) الطرفين في (على) عدداً موجباً حـ لا تتغير علاقة التباين : مثل

$$\text{أ} > \text{ب} \quad \Leftrightarrow \quad \text{أ} \times \text{حـ} > \text{ب} \times \text{حـ}$$

، $$\text{أ} > \text{ب} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\text{أ}}{\text{حـ}} > \frac{\text{ب}}{\text{حـ}}$$

(٣) إذا ضرب (أو قسم) الطرفين في (على) عدد سالب حـ تعكس علاقة التباين : مثل

$$\text{أ} > \text{ب} \quad \Leftrightarrow \quad \text{أ} \times \text{حـ} < \text{ب} \times \text{حـ}$$ (حـ عدد سالب)

$$\text{أ} > \text{ب} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\text{أ}}{\text{حـ}} < \frac{\text{ب}}{\text{حـ}}$$ (حـ عدد سالب)

(٤) إذا قُلب طرفي المتباينة فتعكس علاقة التباين :

$$\text{أ} > \text{ب} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\text{أ}} < \frac{1}{\text{ب}}$$

مثل : $7 > 3 \Rightarrow \frac{1}{7} < \frac{1}{3}$

وكذلك $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} > \frac{\text{حـ}}{\text{ء}} \Rightarrow \frac{\text{ب}}{\text{أ}} < \frac{\text{ء}}{\text{حـ}}$

مثل : $\frac{٢}{١} > \frac{٤}{٣} \quad \Leftarrow \quad \frac{١}{٢} < \frac{٣}{٤}$

(٥) تعكس علاقة التباين إذا ربعنا طرفي المتباينة ذات الأعداد السالبة في الطرفين : أي

إذا كان $ب^{٢} < أ^{٢} \xleftarrow{\text{بتربيع الطرفين}} -ب > -أ$

مثل : $١٦ < ٨١ \xleftarrow{\text{بتربيع الطرفين}} -٤ > -٩$

(٦) إذا كان $أ \geqslant س \geqslant -أ \Leftrightarrow أ \geqslant |س|$


∴ $[-أ ، أ] \ni س$

مثال : إذا كان $٣ \geqslant |٥ - س|$ حدد فترة حل المتباينة

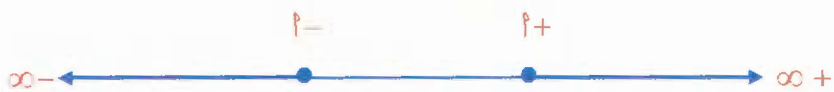
الحل : ∵ $٣ \geqslant ٥ - س \geqslant -٣ \Leftarrow ٣ \geqslant |٥ - س|$

∴ $٥ + ٣ \geqslant ٥ + ٥ - س \geqslant ٥ + ٣ -$

$٨ \geqslant س \geqslant ٢$

∴ الحل هو $[٨ ، ٢] \ni س$


(٧) إذا كان $\Leftrightarrow أ \leqslant |س|$ { $أ \leqslant س$ أو $-أ \geqslant س$ }




∴ $(\infty ، أ] \cup [-أ ، -\infty) \ni س$

∴ الحل هو ح = { س : س ∈ (− ∞، − أ] ∪ [أ، ∞) }

**مثال** : إذا كان |س − ٥| ⩾ ٣ حدد فترة الحل

**الحل** : س − ٥ ⩾ ٣ أو س − ٥ ⩽ − ٣

∴ س − ٥ + ٥ ⩾ ٣ + ٥ س − ٥ + ٥ ⩽ − ٣ + ٥

س ⩾ ٨ س ⩽ ٢


∴ الحل هو { س : س ∈ (− ∞، ٢] ∪ [٨، ∞) }

## اللوغريتمات

(١) لو (أ × ب) = لو أ ب = لو أ + لو ب

(٢) لو $(\frac{أ}{ب})$ = لو أ − لو ب

(٣) لو أ$^{م}$ = م لو أ

(٤) لو$_{أ}$ أ = ١

(٥) لو ١ = صفر ، لو صفر = − ∞ ، لو ∞ = ∞

### ملاحظة

إذا كان (أ)$^{م}$ = ن ⟸ لو$_{أ}$ ن = م

**مثال** : (٣)$^{٤}$ = ٨١ ⟸ لو$_{٣}$ ٨١ = ٤

❋ **المتوسط الحسابي للقيم** = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$

**مثال** : أحسب المتوسط الحسابي للأعداد (القيم) ٣، ٢، ٥، ٨، ٧، ٤، ٦

الحل : المتوسط الحسابي (الوسط الحسابي) = $\frac{٣+٢+٥+٨+٧+٤+٦}{٧}$

= $\frac{٣٥}{٧}$ = ٥

## تحليل المقادير الجبرية

تحليل المقادير الجبرية يعني تحويل هذا المقدار إلى عوامل (حواصل ضرب)

* **العامل المشترك** م س + م ص = م ( س + ص )

أو م س + ه س = ( م + ه ) س

مثال (١) : حلل المقدار ٢ س + ٨ ص

الحل : ٢ س + ٨ ص = ٢ ( س + ٤ ص ) لأن الحدين يقبلوا القسمة على ٢

مثال (٢) : حلل ٢ $س^{٢}$ + ٨ س ص

الحل : ٢ $س^{٢}$ + ٨ س ص = ٢ س (س + ٤ ص)

لأن الحدين كل منهم يقبل القسمة على ٢ س .

مثال (٣) : حلل م ( ا + ب ) + ه ( ا + ب )

الحل : م ( ا + ب ) + ه ( ا + ب ) = ( ا + ب ) ( م + ه )

لأن واضح أن الحدين كل منهم يقبل القسمة على ( ا + ب ) .

## الفرق بين مربعين

$س^{٢}$ − $ص^{٢}$ = ( س + ص ) ( س − ص )

= ( جذر الأول + جذر الثاني ) ( جذر الأول − جذر الثاني )

مثال (١) : حلل المقدار $س^{٢}$ − ٩

الحل : $س^{٢}$ − ٩ = ( س + ٣ ) ( س − ٣ )

مثال (٢) : حلل ٢ $س^{٢}$ − ٥٠

الحل : ٢ $س^{٢}$ − ٥٠ = ٢ ( $س^{٢}$ − ٢٥ ) بأخذ عامل مشترك أولاً .

= ٢ ( س + ٥ ) ( س − ٥ )

## تحليل مجموع وفرق مكعبين

$$س^{٣} \pm ص^{٣} = (س \pm ص)(س^{٢} \mp س ص + ص^{٢})$$

$= (\sqrt[٣]{س^{٣}} \pm \sqrt[٣]{ص^{٣}})$ (مربع الأول ،عكس الإشارة، (الأول × الثاني) + مربع الثاني)

**مثال (١)** : حلل $س^{٣} + ٢٧$

المقدار $س^{٣} + ٢٧$ يمكن كتابته في الصورة $س^{٣} + ٣^{٣}$

**الحل** : $س^{٣} + ٢٧ = س^{٣} + ٣^{٣} = (س + ٣)(س^{٢} - ٣ س + ٩)$

**مثال (٢)** : حلل المقدار $س^{٣} - ٨$

**الحل** : $س^{٣} - ٨ = س^{٣} - ٢^{٣} = (س - ٢)(س^{٢} + ٢ س + ٤)$

**مثال (٣)** : حلل المقدار $٢ س^{٣} - ٢٥٠$

**الحل** : $٢ س^{٣} - ٢٥٠ = ٢(س^{٣} - ١٢٥) = ٢(س^{٣} - ٥^{٣})$

$= ٢(س - ٥)(س^{٢} + ٥ س + ٢٥)$

## تحليل مقدار ثلاثي

إذا كان المقدار الثلاثي في أحد الصور $أ س^{٢} \pm ب س \pm جـ$ فإنه:

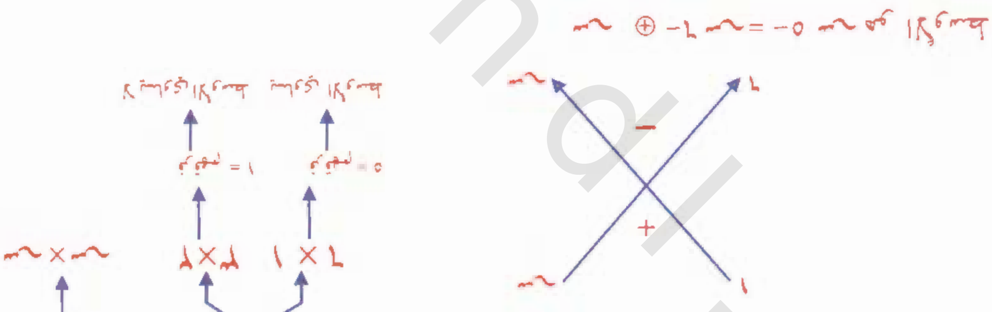
- إذا كانت أشارة الحد الثالث جـ موجبه تكون الإشارتان في القوسين متشابهتين وتشابه إشارة الحد الأوسط .
- إذا كانت أشارة الحد الثالث سالبه تكون الإشارتان في القوسين مختلفتان :

حاصل الضرب الأكبر ⟵ يأخذ إشارة الحد الأوسط

حاصل الضرب الأصغر ⟵ يأخذ عكس إشارة الحد الأوسط

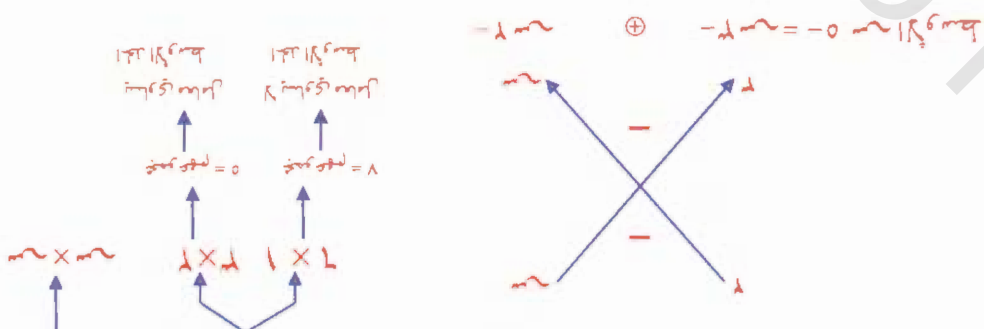
[illegible] : $٢س^٢ + ٥س + ٢ = (٢س + ١)(س + ٢)$

[illegible] (٢) : [illegible] $٢س^٢ + ٥س + ٢$



[illegible] : $س^٢ - ٥س + ٦ = (س + ١)(س - ٦)$

[illegible] (٢) : [illegible] $س^٢ - ٥س - ٦$



[illegible] : $س^٢ - ٥س + ٦ = (س - ٢)(س - ٣)$

[illegible] (١) : [illegible] $س^٢ - ٥س + ٦$

## جعل مقدار ثلاثي على صورة مربع كامل

يمكن جعل المقدار الثلاثي على صورة مربع كامل إذا تحقق فيه الشروط الآتية :

(١) الحد الأول كمية مربعة

(٢) الحد الثالث كمية مربعة

(٣) الحد الأوسط = ٢ √الأول × √الثالث

ويتحول المقدار إلى ⇐ (√الأول ± √الثاني)$^{٢}$

أي : أ$^{٢}$ + ٢ أ ب + ب$^{٢}$ = (أ + ب)$^{٢}$

أ$^{٢}$ − ٢ أ ب + ب$^{٢}$ = (أ − ب)$^{٢}$

**مثال** : أكمل مكان النقاط حتى يكون المقدار ثلاثي على صورة مربع كامل ثم ضع المقدار على الصورة (أ ± ب)$^{٢}$

(١) ............ + ١٢ س + ٩

القانون = (الأوسط / ٢ √الثالث)$^{٢}$ = (١٢س / ٢ √٩)$^{٢}$ = (١٢س / ٢ × ٣)$^{٢}$ = (٢س)$^{٢}$ = ٤ س$^{٢}$

∴ ٤ س$^{٢}$ + ١٢ س + ٩ = (٢س + ٣)$^{٢}$

(٢) ٩ س$^{٢}$ + ......... + ٤

القانون = ٢ √الأول × الثالث = ٢ √٩س$^{٢}$ × ٤ = ٢ √٣٦س$^{٢}$

= ٢(٦س) = ١٢ س

$\therefore \text{٩ س}^{٢} + \text{١٢ س} + ٤ = (\text{٣س} + ٢)^{٢}$

(٣) $\text{٢٥ س}^{٢} - \text{٢٠ س} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

$$\text{القانون} = \left(\frac{\text{الأوسط}}{٢\sqrt{\text{الأول}}}\right)^{٢} = \left(\frac{\text{٢٠ س}}{٢\sqrt{\text{٢٥ س}^{٢}}}\right)^{٢}$$

$$= \left(\frac{\text{٢٠ س}}{٢\times\text{٥س}}\right)^{٢} = \left(\frac{\text{٢٠ س}}{\text{١٠ س}}\right)^{٢} = (٢)^{٢} = ٤$$

$\therefore \text{٢٥ س}^{٢} - \text{٢٠ س} + ٤ = (\text{٥س} - ٢)^{٢}$

## أكمال المربع

إذا أردنا تكوين مربعاً كاملاً من المقدار $\text{س}^{٢} \pm \text{ب س}$ فإننا نضيف ونطرح مربع نصف معامل س ، أي نضيف ونطرح $\left(\frac{\text{ب}}{٢}\right)^{٢}$.

$$\text{س}^{٢} + \text{ب س} + \left(\frac{\text{ب}}{٢}\right)^{٢} - \left(\frac{\text{ب}}{٢}\right)^{٢} = \left(\text{س} + \frac{\text{ب}}{٢}\right)^{٢} - \left(\frac{\text{ب}}{٢}\right)^{٢}$$

$$\text{س}^{٢} - \text{ب س} + \left(\frac{\text{ب}}{٢}\right)^{٢} - \left(\frac{\text{ب}}{٢}\right)^{٢} = \left(\text{س} - \frac{\text{ب}}{٢}\right)^{٢} - \left(\frac{\text{ب}}{٢}\right)^{٢}$$

مثال : $\text{س}^{٢} + \text{٦ س} = \text{س}^{٢} + \text{٦س} + \left(\frac{٦}{٢}\right)^{٢} - \left(\frac{٦}{٢}\right)^{٢}$

$$= \underbrace{\text{س}^{٢} + \text{٦س} + ٣^{٢}}_{\text{مربع كامل}} - ٣^{٢}$$

$$= (\text{س} + ٣)^{٢} - ٣^{٢}$$

$$\text{س}^{٢} - \text{٣س} + ١ = \underbrace{\text{س}^{٢} - \text{٣س} + \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢}} - \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} + ١$$

$$= \left(\text{س} - \frac{٣}{٢}\right)^{٢} - \frac{٩}{٤} + ١ = \left(\text{س} - \frac{٣}{٢}\right)^{٢} - \frac{١٣}{٤}$$

## المتطابقات الأساسية "فك الأقواس"

- $(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢}$

$= (\text{الأول})^{٢} + ٢ \text{ الأول} \times \text{الثاني} + (\text{الثاني})^{٢}$

- $(أ - ب)^{٢} = أ^{٢} - ٢ أ ب + ب^{٢}$

**مثال(١) :** $(٢س + ٣)^{٢} = (٢س)^{٢} + ٢ (٢س) \times (٣) + (٣)^{٢}$

$= ٤س^{٢} + ١٢س + ٩$

**مثال (٢) :** $(٥س - ٢)^{٢} = (٥س)^{٢} - ٢ (٥س) (٢) + (٢)^{٢}$

$= ٢٥س^{٢} - ٢٠س + ٤$

## ضرب مترافقان

$(أ - ب)(أ + ب) = أ^{٢} - ب^{٢} = \text{الأول} \times \text{الأول} - \text{الثاني} \times \text{الثاني}$

**مثال :** $(٢س + ٣)(٢س - ٣) = ٢س \times ٢س - ٣ \times ٣ = ٤س^{٢} - ٩$

## الأقواس المكعبة

$(أ + ب)^{٣} = أ^{٣} + ٣أ^{٢} ب + ٣أ ب^{٢} + ب^{٣}$

$= (\text{الأول})^{٣} + ٣ (\text{الأول})^{٢} \times (\text{الثاني}) + ٣ (\text{الأول}) (\text{الثاني})^{٢} + (\text{الثالث})^{٣}$

$(أ - ب)^{٣} = أ^{٣} - ٣أ^{٢} ب + ٣أ ب^{٢} - ب^{٣}$

$= (\text{الأول})^{٣} - ٣ (\text{الأول})^{٢} \times (\text{الثاني}) + ٣ (\text{الأول}) (\text{الثاني})^{٢} - (\text{الثاني})^{٣}$

مثال (١) : $(٢س+٥)^{٣} = (٢س)^{٣} + ٣(٢س)^{٢}(٥) + ٣(٢س)(٥)^{٢} + ٥^{٣}$

$= ٨س^{٣} + ٣ \times (٤س^{٢}) \times ٥ + ٣(٢س) \times ٢٥ + ١٢٥$

$= ٨س^{٣} + ٦٠س^{٢} + ١٥٠س + ١٢٥$

مثال (٢) : $(٣س-٢)^{٣} = (٣س)^{٣} - ٣(٣س)^{٢}(٢) + ٣(٣س)(٢)^{٢} - ٢^{٣}$

$= ٢٧س^{٣} - ٥٤س^{٢} + ٣٦س - ٨$

## حل المعادلات

**أولاً : حل المعادلات من الدرجة الأولى (المعادلات البسيطة) :**

حل المعادلة يعني إيجاد قيمة المجهول في المعادلة وليكن (س) والمعادلة البسيطة من الدرجة الأولى يمكن كتابتها في الصورة العامة

أ س + ب = صفر      حيث أ ، ب ثوابت ، س هي المجهول

وحل هذه المعادلة يعني جعل س في أحد طرفي المعادلة والثوابت في الطرف الآخر من المعادلة فيكون حل المعادلة السابقة هو س = $-\frac{ب}{أ}$ والأمثلة القادمة توضح ذلك :

(١) لحل المعادلة س + ٢ = صفر   ننقل العدد (+٢) للطرف الأيسر بإشارة سالبه فنحصل على س = صفر − ٢   ⇐   س = − ٢ ( أو بمعنى أننا نطرح من طرفي المعادلة العدد ٢)

(٢) حل المعادلة س + ٢ = ٨

الحل : س +٢ = ٨ -٢

∴ س = ٨ − ٢

∴ س = ٦

(٣) حل المعادلة س − ٢ = ٨

الحل : س −٢ = ٨ +٢

∴ س = ٨ + ٢ ⇐ س = ١٠

(٤) حل المعادلة ٢ س = ٨

الحل : ٢س = ٨ لكي نتخلص من العدد ٢ ( معامل س ) يجب قسمة طرفي المعادلة على العدد ٢

∴ $\frac{٢س}{٢} = \frac{٨}{٢}$ ⇐ س = ٤

(٥) حل المعادلة $\frac{س}{٢} = ٨$

الحل : $\frac{س}{٢} = ٨$ ، لكي نتخلص من العدد ٢ يجب ضرب طرفي المعادلة في ٢

∴ $\frac{س}{٢} \times ٢ = ٨ \times ٢$

∴ س = ١٦

**ثانياً : حل معادلات الدرجة الثانية في متغير واحد**

**أولاً :** بواسطة التحليل إلى قوسين كل قوس عبارة عن معادلة بسيطة (من الدرجة الأولى) كما سبق .

**ثانيا** : بواسطة استخدام القانون العام

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ حـ}}{٢ أ}$$

حيث أن الشكل العام للمعادلة يكون

$$أ س^{٢} + ب س + حـ = صفر$$

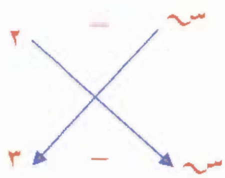
ومميز المعادلة هو $\Delta$ = ب$^{٢}$ - ٤ أ حـ $\geqslant$ صفر لكي يكون للمعادلة حلاً في الأعداد الحقيقية

$$\therefore س = \frac{-ب \pm \sqrt{\Delta}}{٢ أ}$$

**مثال** : حل المعادلة س$^{٢}$ − ٥س + ٦ = صفر

**الحل الأول : بواسطة التحليل**

$$س^{٢} - ٥س + ٦ = ٠$$




$$(س - ٢)(س - ٣) = ٠$$

إما س − ٢ = ٠ $\Leftarrow$ س = ٢

أو س − ٣ = ٠ $\Leftarrow$ س = ٣

$\therefore$ الحل هو { ٢ ، ٣ }

**الحل الثاني : بواسطة القانون العام**

$$س^{٢} - ٥ س + ٦ = ٠$$

حيث أ = ١ ، ب = − ٥ ، حـ = ٦

$\therefore \Delta = ب^{٢} - ٤ أ ح$

$= ٢٥ - ٤ \times ١ \times ٦ = ٢٥ - ٢٤ = ١ > ٠$

$\therefore س = \frac{-ب \pm \sqrt{\Delta}}{٢أ} = \frac{٥ \pm \sqrt{١}}{٢ \times ١} = \frac{٥ \pm ١}{٢}$

إما $س = \frac{٥ + ١}{٢} = \frac{٦}{٢} = ٣$

أو $س = \frac{٥ - ١}{٢} = \frac{٤}{٢} = ٢$

$\therefore$ الحل هو $\{ ٢ ، ٣ \}$

## حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين

يمكن كتابة الشكل العام للمعادلة من الدرجة الأولى في متغيرين كالآتي :

أ س + ب ص = حـ وهي معادلة خط مستقيم حيث أ ، ب ، حـ ثوابت ، س ، ص مجاهيل ( متغيرات ) يراد إيجاد قيمتها . وسنعرض طريقتان لحل معادلتين من هذا النوع ، هما طريقة الحذف و الطريقة البيانيه :

**مثال** : حل المعادلتين $\quad$ ٢ س + ٥ ص = ٣ $\quad$ (١)

٣ س − ٢ ص = − ٥ $\quad$ (٢)

### أولاً : الحل بطريقة الحذف

بضرب المعادلة (١) في × ٣ ، وضرب المعادلة (٢) في × ٢

$$\begin{array}{rrcr} & ٦ س + ١٥ ص & = & ٩ \\ \ominus & \oplus \quad\quad \oplus & & \\ & ٦ س - ٤ ص & = & - ١٠ \\ \hline & ١٩ ص & = & ١٩ \end{array}$$

∴ ص = $\frac{١٩}{١٩}$ = ١ ⇐ $\boxed{\text{ص = ١}}$

بالتعويض في المعادلة الأولى عن قيمة ص = ١ نحصل على س

∴ ٢ س + ٥ × ١ = ٣

٢ س = ٣ − ٥ ⇐ ٢ س = − ٢

∴ س = $\frac{-٢}{٢}$ = − ١ ⇐ $\boxed{\text{س = − ١}}$

∴ الحل = ( س ، ص ) = ( − ١ ، ١ )

## ثانياً : الحل بالطريقة البيانية

نكون جدول لكل معادلة ونرسم خطين مستقيمين فتكون نقطة تقاطع الخطين هي حل المعادلتين :

٢ س + ٥ ص = ٣

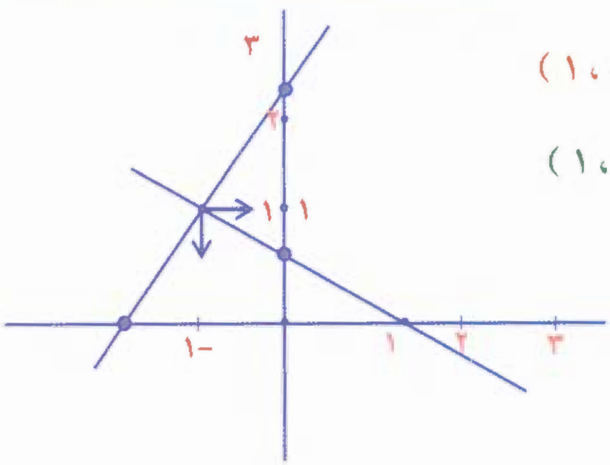
| | | |
|---|---|---|
| س | ٠ | $\frac{٣}{٢}$ |
| ص | $\frac{٣}{٥}$ | ٠ |

٣ س − ٢ ص = − ٥

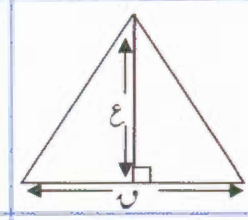
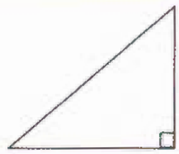
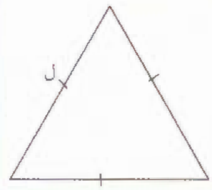
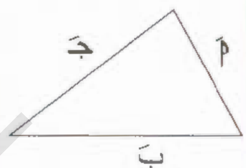
| | | |
|---|---|---|
| س | ٠ | $\frac{-٥}{٣}$ |
| ص | $\frac{٥}{٢}$ | ٠ |

∴ نقطة تقاطع المستقيمين هي ( −١ ، ١ )

∴ الحل هو ( س ، ص ) = ( −١ ، ١ )



## قواعد حساب محيطات ومساحات بعض الأشكال الهندسية المستوية :

| | الشكل | المحيط | المساحة |
|---|---|---|---|
| المثلث |  | مجموعة أطوال أضلاعه الثلاثة | $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر<br>= $\frac{1}{2}$ ن × ع |
| المثلث القائم |  | مجموع أطوال أضلاعه الثلاثة | $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب ضلعي القائمة |
| المثلث المتطابق الأضلاع |  | طول الضلع × ٣<br>= ٣ ل<br>حيث ل طول الضلع | $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ل$^2$ |
| المثلث المختلف الأضلاع |  | مجموع أطوال أضلاعه الثلاثة | $\sqrt{\text{ع (ع - أ)(ع - ب)(ع - جـ)}}$<br>حيث ع = $\frac{1}{2}$ محيط المثلث<br>∴ ع = $\frac{\text{أ + ب + جـ}}{2}$<br>حيث أ ، ب ، جـ<br>أطوال الأضلاع المثلث ، وإذا كانت احدى<br>زوايا المثلث معلومة هـ فإن المساحة =<br>= $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب ضلعي الزاوية × جاهـ<br>= $\frac{1}{2}$ أ × ب × جاهـ |

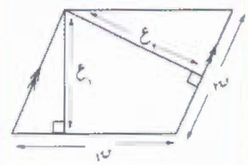
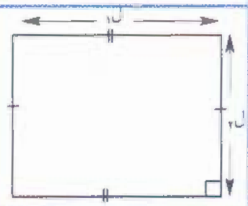
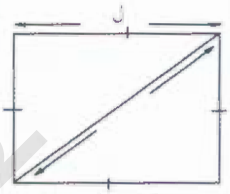
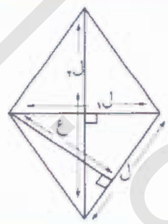
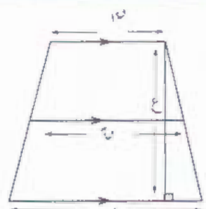
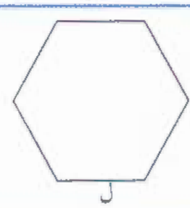
### ملاحظات

١- مساحة أي شكل رباعي = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب قطراه × جاهـ

حيث هـ هي الزاوية بين القطرين .

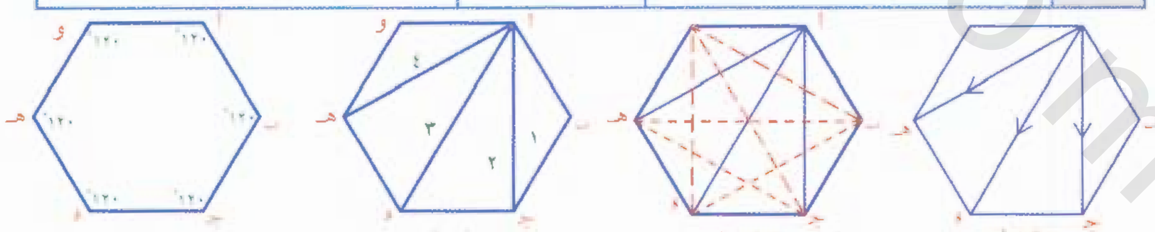
٢- مساحة الشكل المنتظم = $\frac{\text{ن}}{4}$ ل$^2$ ظتا $\frac{180}{\text{ن}}$

٣- محيط الشكل المنتظم = ن × ل حيث ن هي عدد أضلاع الشكل ، ل هي طول ضلع الشكل

| الشكل | | المحيط | المساحة |
|---|---|---|---|
| الدائرة |  | ٢ ط نق | ط نق$^{٢}$ |
| متوازي الأضلاع |  | مجموع طولي ضلعين متجاورين × ٢ = ٢ (ق$_{١}$ + ق$_{٢}$) | طول القاعدة × الارتفاع المناظر = ق$_{١}$ × ع$_{١}$ = ق$_{٢}$ × ع$_{٢}$ |
| المستطيل |  | ٢ (الطول + العرض) = ٢(ل$_{١}$+ل$_{٢}$) | الطول × العرض =ل$_{١}$×ل$_{٢}$ |
| المربع |  | طول الضلع × ٤ = ٤ ل | مربع طول الضلع = ل$^{٢}$ أ، $\frac{١}{٢}$مربع طول قطره= $\frac{١}{٢}$ق$^{٢}$ |
| المعين |  | طول الضلع × ٤ = ٤ ل | طول الضلع × الارتفاع =ل×ع أ، $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولي القطرين = $\frac{١}{٢}$ ق$_{١}$ × ق$_{٢}$ وإذا كانت أحدى زواياه ٦٠° فالمساحة = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ل$^{٢}$ |
| شبه المنحرف |  | مجموع أطوال أضلاعه الأربعة | $\frac{١}{٢}$ مجموع طولي القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع = $\frac{١}{٢}$(ق$_{١}$ + ق$_{٢}$) × ع أ، طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع = $\bar{ق}$ × ع |
| السداسي المنتظم |  | طول الضلع × ٦ = ٦ ل حيث ل طول الضلع | $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$ ل$^{٢}$ |

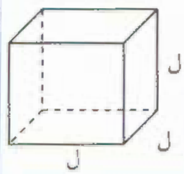
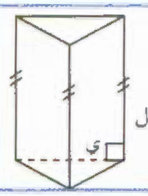
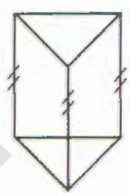
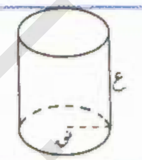
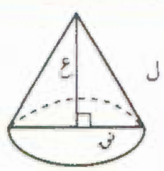
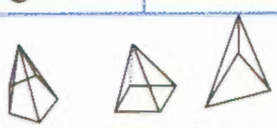
## قوانين هامة على المضلع المنتظم الذي عدد أضلاعه - ن ضلعا

| م | المطلوب | القانون | مثال / على الشكل السداسي المنتظم |
|---|---|---|---|
| ١- | عدد الأقطار المنطلقة من رأس واحدة | = ن - ٣ | ∵ ن = ٦<br>∴ العدد = ٦ – ٣ = ٣ قطراً |
| ٢- | عدد الأقطار الكلية | = ن(ن-٣) / ٢ | ∵ ن = ٦<br>∴ العدد = ٦(٦-٣) / ٢ = ٦ × ٣ / ٢<br>= ٩ أقطار |
| ٣- | عدد المثلثات التي ينقسم إليها الشكل من رأس واحده | = (ن - ٢) | ∵ ن = ٦<br>∴ العدد = ٦-٢ = ٤ مثلثات |
| ٤- | مجموع زوايا الشكل الداخلية | =(ن-٢)×١٨٠° | ∵ ن = ٦<br>∴ المجموع=(٦-٢)×١٨٠°<br>= ٤×١٨٠ = ٧٢٠° |
| ٥- | زاوية رأس الشكل الواحدة | = (ن-٢)١٨٠° / ن | ∵ ن = ٦<br>∴ الزاوية = (٦-٢)١٨٠° / ٦ = ٤×١٨٠° / ٦<br>= ١٢٠° |



عدد الأقطار المنطلقة من رأس واحده = ٣ — عدد الأقطار الكلية = ٩ — عدد المثلثات التي ينقسم إليها الشكل من رأس واحده= ٤ — مجموع زواياه الكلية = ٧٢٠° كل زاوية = ١٢٠°

# قوانين حساب المساحات والحجوم لبعض المجسمات

| المجسم | الشكل | رموز أبعاد الشكل | المساحة الجانبية | المساحة الكلية | الحجم |
|---|---|---|---|---|---|
| المكعب |  | طول حرفه = ل | ٤ ل ٢ | ٦ ل ٢ | ل٣ |
| متوازي المستطيلات |  | الطول = س<br>العرض = ص<br>الارتفاع = ع | ٢(س+ص)×ع | ٢(س ص + ص ع + ع س) | س × ص × ع |
| المنشور القائم |  | الأحرف الجانبية متساوية = ل<br>الأحرف متعامدة على القاعدة<br>زاوية ميل الأحرف على القاعدة بزاوية ي = ٩٠°<br>الارتفاع : ع = ل | محيط القاعدة × الارتفاع | المساحة الجانبية + ضعف مساحة القاعدة | مساحة القاعدة × الارتفاع |
| المنشور المائل |  | الأحرف الجانبية متساوي = ل<br>الأحرف تميل على القاعدة بزاوية ي = هـ<br>الارتفاع : ع = ل حاهـ | محيط المقطع القائم × طول الحرف (ل) | المساحة الجانبية +ضعف مساحة القاعدة | مساحة المقطع القائم × طول الحرف (ل) |
| الاسطوانة الدائرية القائمة |  | طول نصف قطر القاعدة = نق<br>الارتفاع = ع | ٢ ط نق ع | ٢ ط نق ع<br>+٢ ط نق٢<br>= ٢ط نق (ع+نق) | ط نق٢ ع |
| الكرة |  | طول نصف قطرها = نق | - | ٤ ط نق٢ | $\frac{4}{3}$ ط نق٣ |
| المخروط |  | نصف قطر القاعدة = نق<br>الارتفاع = ع<br>طول الحرف = ل<br>ل = $\sqrt{\text{نق}^2+\text{ع}^2}$ | ط نق ل | ط نق ل + ط نق٢ | $\frac{1}{3}$ ط نق٢ ع |
| الهرم | <br>هرم ثلاثي هرم رباعي هرم خماسي | | $\frac{1}{2}$ محيط القاعدة × الارتفاع الجانبي | المساحة الجانبية + مساحة القاعدة | $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة × الارتفاع |