

الباب الأول

انحسار الفيزياء التقليدية

لفترة ليست بالقصيرة، ونظراً لقصور في الإمكانيات العملية، وحتى نهاية القرن التاسع عشر، كان تفسير جميع الظواهر الفيزيائية مبنياً على الأسس الآتية:

- أ- قوانين نيوتن في الميكانيكا وقانون الجاذبية.
- ب- معادلات ماكسويل لوصف الكهربائية والمغناطيسية.
- ج- الميكانيكا الإحصائية لوصف حالة التجمعات الكبيرة من المادة.

هذه الأسس الفيزيائية وصفت الطبيعة المجردة بطريقة صحيحة تحت جميع الظروف. فعلى سبيل المثال فإن قوانين نيوتن وصفت المسار والحركة للجسم التقليدي، وهو الجسم الذي يعرف بكتلة m وسرعة v وكمية حركة خطية $p = m v$ وطاقة حركة $K = \frac{p^2}{2m}$ إلخ، وهو محدد بالمكان (Localized) ويمكن تمييزه (Distinguishable).

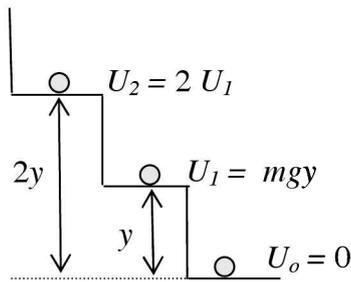
أما معادلات ماكسويل فقد وصفت حركة الموجات التقليدية، التي تُعرف بطول موجي λ وتردد ν وسرعة الموجة هي $c = \nu \lambda$ وأيضاً شدة تتناسب مع مربع السعة، وهي غير محددة بالمكان (Non-Localized) بمعنى أنها تنتشر في الفراغ وتشغل حيزاً كبيراً، وتظهر الخواص المميزة للموجات في ظاهرتي الحيود والتداخل.

وفي نهاية القرن التاسع عشر وبداية القرن العشرين، ونظراً للتطور في الإمكانيات العملية، فقد بدأت تظهر في الأفق ظواهر فيزيائية كثيرة عجزت عن تفسيرها قوانين الفيزياء التقليدية. وعندما اكتشف الإلكترون كبنية أساسية في الذرة أصبح التركيب الذري غنياً بالمعلومات، ولكنها غامضة ومبهما. وبدأت تظهر صعوبات أخرى وتتضارب مع قوانين الفيزياء التقليدية، مثل:

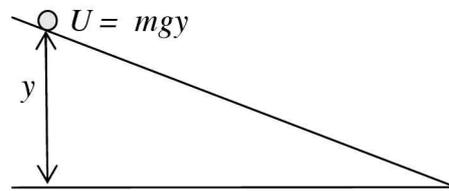
- ١- إشعاع الجسم الأسود (Black body radiation)
- ٢- الظاهرة الكهروضوئية (Photoelectric phenomena)
- ٣- مبادئ النظرية الذرية (Principle of atomic theory)
- ٤- تشتت كمتون (Compton scattering)
- ٥- وأخيراً حيود كل أنواع الجسيمات (Diffraction of particles)
- ٦- تجربة ميكلسون-مورلي (Michelson-Morely experiment)

إن الصعوبات، من ١ إلى ٥، التي واجهت الفيزياء التقليدية أدت إلى بزوغ علم جديد مبني على بعض الافتراضات، سمي هذا العلم "ميكانيكا الكم". وقد بدأت ميكانيكا الكم عندما ظهر فرض بلانك بخصوص تكمم الطاقة الكهرومغناطيسية المنطلقة والممتصة بواسطة جسم ساخن وذلك لتفسير لغز إشعاع الجسم الأسود. بعد هذا افترض دي-برولي الخاصية الموجية للجسيمات، ومنها اشتق الطول الموجي المصاحب للجسيمات بالعلاقة $\lambda = h/p$ ، حيث p هو كمية الحركة الخطية للجسيم. وقد أدت الصعوبة رقم ٦ إلى ظهور النظرية النسبية الخاصة لأينشتاين، والتي توافقت مع قوانين ماكسويل ولكنها غيرت نظرتنا وفهمنا للزمن الفراغي وطورت قوانين نيوتن. وتبحث النظرية النسبية عن قوانين تفسر الظواهر الطبيعية ميكانيكية أو غير ميكانيكية، ولا تتأثر بالزمان والمكان، ولن نتعرض في هذا الكتاب إلى شرح النظرية النسبية الخاصة أو العامة.

من السهل تخيل تكمم الطاقة، إذا تخيلنا كرة كتلتها m ، تتدحرج على مستوى مائل (انظر الشكل (a)) فإن طاقة الجهد للكرة تعرف بالعلاقة $U = mgy$ حيث g هي عجلة الجاذبية الأرضية و y هو ارتفاع الكرة عن سطح الأرض. نلاحظ هنا أن الارتفاع يأخذ القيم المتصلة (المستمرة) من ٠ إلى ∞ وتبعاً لها تتغير قيمة U . هذه الصورة تختلف تماماً عندما توضع الكرة على مستوى متدرج ذي ارتفاعات ثابتة (انظر الشكل (b)) فإن طاقة الجهد لها الآن تعرف بالعلاقة $U_n = nU_1$ ، حيث $U_1 = mgy$ هي طاقة جهد الكرة بالمستوى الدرّجي الأول و n هو عدد صحيح موجب يدل على مستوى الدرّج.



(b)



(a)

b- كرة تستقر على مستوى مدرّج

شكل (١) a- كرة تتدحرج على مستوى مائل

وفى الأساس فإن الصعوبات التي ذكرت سابقاً ساهمت في تطوير ميكانيكا الكم حيث تم التحقق عملياً من السلوك الازدواجي للجسيمات، بمعنى أن الجسيمات المتحركة لها الخاصية المزدوجة (الموجية أو الجسيمية).

وقبل أن نسترجع باختصار أهم الصعوبات التي واجهت الفيزياء التقليدية، وأدت إلى تطوير نظرية ميكانيكا الكم، نود أن نلفت نظر القارئ لنوعي النظام الفيزيائي اللذين سوف يذكران بكثرة في شرحنا ألا وهما:

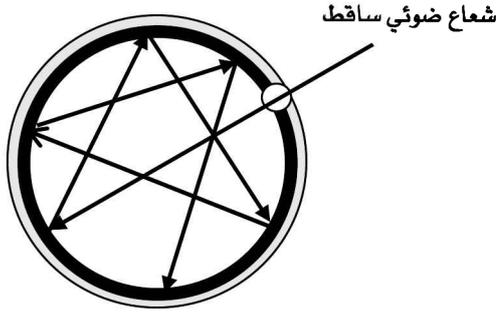
الأول: النظام العيني (Macroscopic system): وهو جزء من العالم المادي (الملموس). من الممكن أن يكون النظام العيني عربة تتحرك، أو تياراً كهربياً في ملف متحرك...إلخ.

والثاني: النظام المجهرى (Microscopic system): وهو جزء من العالم الصغير جداً، فمن الممكن أن يكون النظام المجهرى إلكترونات بذرة الهيدروجين، أو جزيئاً، أو إلكترونات يتحرك في مجال مغناطيسي...إلخ.

إن مهمة ميكانيكا الكم دراسة نتائج النظام المجهرى تحليلها.

١- إشعاع الجسم الأسود (١٩٠١)

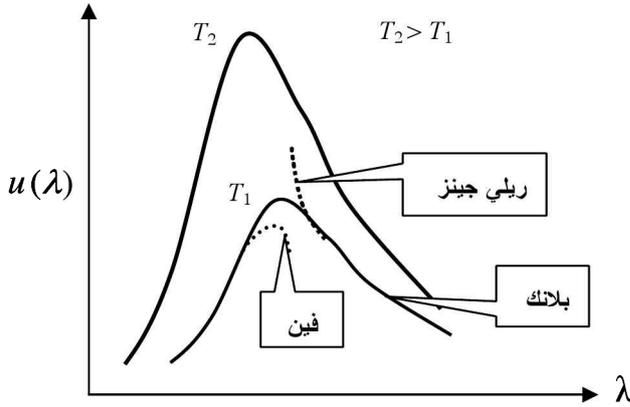
نعلم أن الحرارة الإشعاعية المنبعثة من جسم ما، تعتمد على مساحته ونوعيته مادته، ودرجة حرارته. ويعرف الجسم الأسود (وهو جسم نظري): بأنه الجسم الذي له أعلى قدرة امتصاصية للأشعة الكهرومغناطيسية الساقطة عليه، ومن ثم فلن يكون هناك ضوء ينعكس منه، ولذلك لا نستطيع تحديد لونه. وحيث إن قدرته على الامتصاص عالية، فإن قدرته عالية أيضاً على الإشعاع. ونستطيع تمثيل الجسم الأسود بجسم مغلق، أجوف، ذي سطح داخلي مطلي باللون الأسود وفيه ثقب صغير كما بالشكل (٢)؛ ولهذا فإن الجسم الأسود يمتص كل الضوء الساقط عليه من خلال الثقب، حيث إن الأشعة النافذة خلال الثقب لن يسمح لها بالخروج مرة أخرى، وذلك نتيجة للانعكاسات المتتالية. وعند تسخين الجسم الأسود لدرجة الحرارة المطلقة (T)، فإنه يشع ضوءاً يحتوي على جميع الأطوال الموجية الممكنة اعتماداً على درجة حرارته.



شكل (2) شكل نموذجي للجسم الأسود

وبناءً على ما تقدم من الوصف، والدراسات العملية المكثفة، انظر الشكل (٣)، فإن الجسم الأسود تظهر له بعض المعالم الاستقرائية المهمة وهي:

- أ- يمتص كل الأشعة الساقطة (ولا يعكسها) بغض النظر عن الطول الموجي أو الاتجاه.
- ب- له قدرة عالية على الإشعاع (في جميع الاتجاهات) بالمقارنة للأجسام الأخرى.



شكل (٣) مخطط لتوزيع الطاقة الإشعاعية $u(\lambda)$ للجسم الأسود مع طول الموجة λ عند درجات حرارة مختلفة.

- ج- منحني الطاقة الإشعاعية المنبعثة من الجسم الأسود لا يعتمد على طبيعة مادته، ولكن يعتمد على درجة حرارته (T).
- د- تقع المنحنيات ذات درجة الحرارة المنخفضة تماماً داخل المنحنيات ذات درجات الحرارة المرتفعة.
- هـ- عند درجة حرارة ثابتة (T) تزداد الطاقة الإشعاعية المنبعثة من الجسم الأسود كلما ازداد طول الموجة، ثم تصل إلى القيمة العظمى (λ_{max}) تبدأ بعدها الطاقة في الانخفاض بزيادة الطول الموجي.

و- قانون فين للإزاحة (Wein's displacement law): وينص على أن:
"العلاقة بين القيمة العظمى للطول الموجي (λ_{\max}) ودرجة الحرارة المطلقة (T)
للجسم هي علاقة عكسية" بمعنى أن:

$$\lambda_{\max} T = \text{ثابت}$$

وهي علاقة تعبر عددياً عن الحقيقة التجريبية التالية: كلما ازدادت درجة حرارة الجسم الأسود؛ فإن القيمة العظمى في طيفه تُزاح باتجاه تناقص الطول الموجي (ازدياد التردد). وهذا يتفق مع الحقيقة التالية: وهي أنه كلما ارتفعت درجة حرارة جسم متوهج يُصبح أكثر لمعناً وأكثر بياضاً.

ز- قانون ستيفان للمساحة (Stephan's law for area): ينص على أن:
"الطاقة الإشعاعية الكلية لوحدة المساحات عند درجة حرارة ثابتة (T) تُعرف بالمساحة المحصورة بين المنحنى المحدد بقيمة (T) ومحور الطول الموجي وتعطى بالعلاقة:

$$U = bT^4$$

حيث b ثابت، وقيمته هي $b = 7.55 \times 10^{-16} \text{ J m}^{-3} \text{ K}^{-4}$

ح- قانون ريلي-جينز (Rayleigh-Jeans law) وينص على أنه: "عند الترددات المنخفضة (الأطوال الموجية الطويلة) تُعرف الطاقة الإشعاعية بالعلاقة:

$$u(\lambda) \propto \frac{T}{\lambda^4}$$

وبناءً على معرفتنا بمبادئ الفيزياء التقليدية، نتوقع أن الجسم الساخن يشع باستمرار كل حرارته على هيئة موجات كهرومغناطيسية. لكن من قانون ريلي-جينز نجد أن معدل الإشعاع يصل إلى ما لا نهاية عندما يؤول الطول الموجي الكهرومغناطيسي إلى الصفر، وسميت هذه المعضلة غير المنطقية حين ذاك بلغز "الكارثة فوق البنفسجية" (Ultra-violet catastrophe). وأصبح السؤال: ما الذي أدى إلى هذا اللغز نظرياً؟ وكيف السبيل إلى حله؟

ط- قانون فين (Wien's law) وينص على أنه:

"عند الترددات المرتفعة (الأطوال الموجية القصيرة) تعرف الطاقة الإشعاعية بالعلاقة:

$$u(\lambda) \propto \lambda^{-5} e^{-d/\lambda T}$$

حيث d ثابت.

وفي عام ١٩٠١ م نجح بلانك (Planck) في حل مسألة الجسم الأسود، ومنها تم حل معضلة "الكارثة فوق البنفسجية" وذلك بفرض أن: "طاقة الجسم الإشعاعية، الممتصة أو المنبعثة، لا تمثل فيضاً من القيم المتصلة؛ ولكن تتكون من وحدات طاقة لا تتجزأ، وسميت طاقة كمّ "Quanta" ومقدار الطاقة "E" التي تحملها كل طاقة كمّ، تتناسب مع تردد الإشعاع "ν"، بمعنى أن:

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$$

حيث h هو ثابت بلانك.

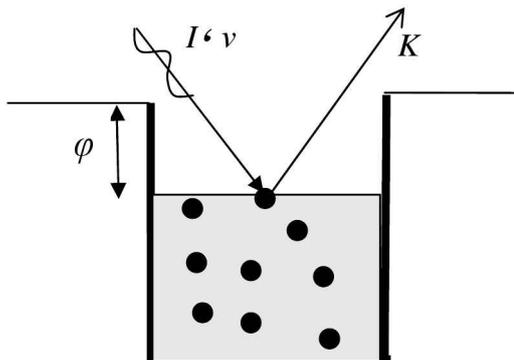
ومن فرضيته الغربية، في ذلك الوقت، اشتق بلانك علاقته المشهورة للطاقة الإشعاعية في الصورة:

$$u(\lambda) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{(e^{hc/\lambda k_B T} - 1)} \quad (1)$$

حيث k_B هو ثابت بولتزمان. وقد وجد أن هذا القانون أعطى تفسيراً كاملاً للنتائج العملية للإشعاع الحراري من الأجسام الصلبة على الرغم من غرابة الفرضية المقترحة في ذلك الوقت.

٢- الظاهرة الكهروضوئية (١٩٠٣)

ترتبط هذه الظاهرة بانبعاث الإلكترونات من سطح المعدن عند سقوط الضوء (ذي الشدة الضوئية I والتردد ν) عليه، انظر الشكل ٤. وينبعث من سطح المعدن عدد N من الإلكترونات ولكل إلكترون طاقة حركية K . وللظاهرة الكهروضوئية بعض المعالم المهمة وهي:



شكل (٤) شكل مبسط للظاهرة الكهروضوئية ويبين شعاعاً ضوئياً ساقطاً بتردد ν وشدة ضوئية I وإلكترونات • على سطح المعدن ينبعث بطاقة حركية K . ϕ هي دالة الشغل الكهروضوئية للمعدن.

- أ- لا تحدث الظاهرة الكهروضوئية إلا إذا تحقق الشرط $\nu > \nu_0$ حيث ν_0 هو التردد الحرج للمادة.
- ب- الطاقة الحركية K تعتمد على ν ولا تعتمد على I .
- ج- عند تحقق الشرط $\nu > \nu_0$ تتبع الإلكترونات فوراً، بحيث ينعدم الزمن بين سقوط الضوء وحركة الانبعاث.
- د- زيادة الشدة I تزيد من عدد الإلكترونات المنبعثة فقط، ولا تزيد من طاقة الحركة للإلكترونات K .

بالطبع لم تستطع الفيزياء التقليدية تفسير هذه الظاهرة؛ بل أعطت تفسيرات عكسية تماماً للنتائج العملية. استطاع أينشتين (Einstein) تفسير هذه الظاهرة في عام ١٩٠٣م، وبها حصل على جائزة نوبل عام ١٩٢١م. وقد افترض أينشتين أن الضوء ما هو إلا جسيمات (سماها فوتون) تتحرك بسرعة الضوء، وطاقة هذا الفوتون هي طاقة مكماة وتعطى بالعلاقة $E = h\nu$. وعند سقوط الفوتون على المعدن يفقد طاقته على شكل كمة (Quanta) (ليست متصلة) ويكتسبها الإلكترون ككمة أيضاً. هذه الطاقة المكتسبة: يفقد الإلكترون جزءاً منها للتغلب على قوى الربط للمعدن (Binding energy) ويتحرر من سطحه بالطاقة المتبقية على شكل طاقة حركية ترتبط بالعلاقة:

$$K = h\nu - \varphi = h\nu - h\nu_0 \quad (٢)$$

حيث $\varphi = h\nu_0$ هي دالة الشغل الكهروضوئية، وتعرف دالة الشغل بأنها أقل طاقة يكتسبها الإلكترون للتحرر من سطح المعدن، وبالطبع فهي تعتمد على طبيعة المعدن.

مثال: لوحظ أن الظاهرة الكهروضوئية تبدأ عندما يصل تردد الضوء الساقط على سطح المعدن إلى القيمة الحرجة 8.0×10^{14} Hz، فما هي دالة الشغل الكهروضوئية للمعدن؟

الحل: دالة الشغل الكهروضوئية للمعدن تحسب من المعادلة:

$$\begin{aligned} \varphi &= h\nu_0 = (6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s})(8.0 \times 10^{14} \text{ Hz}) \\ &= 5.3 \times 10^{-19} \text{ J} = \underline{3.3 \text{ eV}}. \end{aligned}$$

مثال: إذا ارتفع تردد الضوء الساقط في المثال السابق إلى 9.0×10^{14} Hz فما هي طاقة الحركة للإلكترون المنبعث.

الحل: طاقة الحركة للإلكترون المنبعث تحسب من المعادلة:

$$K = h(\nu - \nu_0) = (6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s})(9.0 \times 10^{14} - 8.0 \times 10^{14}) \text{ Hz}$$

$$= 0.66 \times 10^{-19} \text{ J} = \underline{0.41 \text{ eV}}$$

مثال: لضوء ساقط على سطح معدن بطول موجي $\lambda_{mc} = 6.8 \times 10^{-7} \text{ m}$ ، احسب تردد الضوء الساقط والتردد الحرج للمعدن. اشرح احتمالية حدوث الظاهرة. استخدم $\phi = 24 \text{ eV}$.

الحل: تردد الضوء الساقط يحسب من المعادلة:

$$\nu = \frac{c}{\lambda_{mc}} = \frac{3.0 \times 10^8 \text{ m/s}}{6.8 \times 10^{-7} \text{ m}}$$

$$= 4.4 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

والتردد الحرج للمعدن يحسب من المعادلة:

$$\nu_0 = \frac{\phi}{h} = \frac{2.4 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}}{6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s}} = \underline{5.8 \times 10^{14} \text{ Hz}}$$

وحيث إن $\nu < \nu_0$ فإن هذا يعني أن $K < 0$ وهو حالة غير مسموح بها فيزيائياً. لذا لن يكون هناك ظاهرة كهروضوئية.

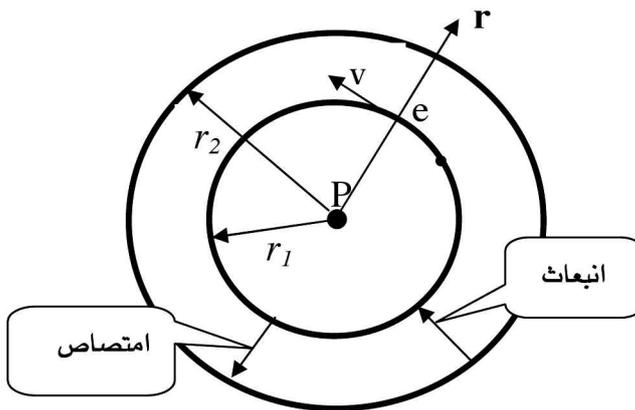
٣- نموذج بور (Bohr) لذرة الهيدروجين (١٩١٣)

افترض النموذج التقليدي للذرة (نموذج رادرفورد (Rutherford)) أن ذرة الهيدروجين (انظر الشكل a ٥) تتكون من نواة مركزية ضخمة نسبياً، فيها بروتون "P" ذو شحنة موجبة، وإلكترون "e" (ذو شحنة سالبة) يدور حول نواة الذرة. وقد باء هذا النموذج بفشل ذريع في تفسير الخطوط الطيفية لذرة الهيدروجين. فتلعباً لنظريات ماكسويل فإن الإلكترون سوف يفقد طاقته باستمرار نتيجة الإشعاع، وينتهي مصيره بالسقوط بنواة الذرة.



شكل (٥) a- نموذج رادرفورد.

وأصبح السؤال الملح: لماذا تعطي ذرة الهيدروجين طيفاً خطياً وليس طيفاً مستمراً (شريطياً) كالضوء الأبيض عندما يتحلل بالمنشور؟ ولتفسير الخطوط الطيفية لذرة الهيدروجين وضع بور نمودجه (انظر الشكل ٥ b) على ثلاثة فروض أساسية وهي:



شكل (٥) b- رسم مبسط لذرة بور للهيدروجين

- أ- يتحرك الإلكترون، بسرعة v ، في مدارات دائرية ثابتة (مستقرة) على مسافة r من النواة. وذلك نتيجةً لمساواة قوى التجاذب الالكتروستاتيكية بين البروتون والإلكترون والقوة الطاردة المركزية (مثال لهذا: حركة الكواكب حول الشمس).
- ب- كمية الحركة الدورانية " L " للإلكترون بالمدارات المستقرة يجب أن تحقق العلاقة المكمأة:

$$L = mvr = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

حيث n هو العدد الكمي.

ج- لا ينبعث من الإلكترون أي طاقة إشعاعية، وهو يتحرك في مداراته المستقرة، ولكن تبعث منه الأشعة فقط عندما ينتقل من مدار علوي ذي طاقة " E_i " الى مدار آخر أقل منه في الطاقة " E_f ". وتحسب تردد الأشعة المنبعثة ν بالعلاقة:

$$\Delta E = h\nu = E_i - E_f \Rightarrow \nu = \frac{E_i - E_f}{h}. \quad (4)$$

وباستخدام فروض بور تم حساب أنصاف أقطار المدارات (r_n) وطاقتها (E_n) بالعلاقات:

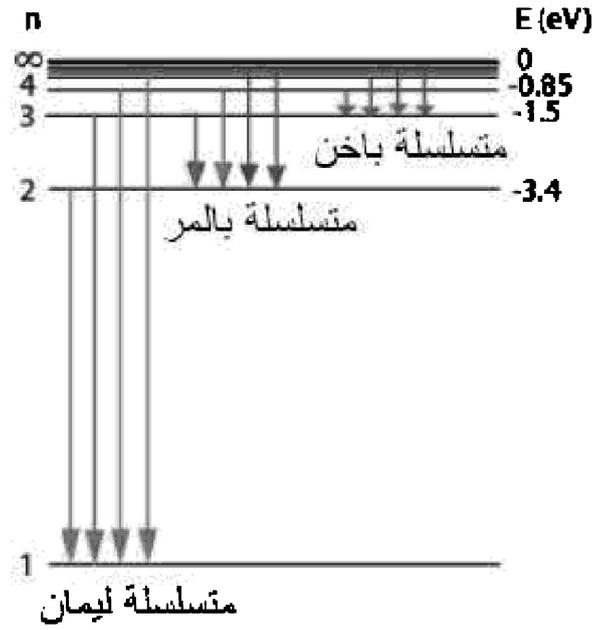
$$r_n = \frac{n^2}{Z} a_0, \quad (a5)$$

$$E_n = -\frac{Z^2}{n^2} \text{Ry}, \quad \text{Ry} = 13.6 \text{ eV}. \quad (b5)$$

حيث a_0 هي نصف قطر ذرة بور (انظر الملحق A) و Z هو عدد البروتونات بالنواة.

من المعادلة (b5) نلاحظ أن لكل قيمة Z يوجد عدد لا نهائي من قيم الطاقة (انظر الشكل c0) بدايةً من المستوى الأرضي (أدنى مستوى حيث $n=1$) نجد أن ($E_1 = -13.6Z^2 \text{ eV}$) إلى مرحلة التآين (بمعنى أن الإلكترون يصبح حراً) حيث ($n = \infty$) و $E_\infty = 0$. وللقيم $n=2,3,\dots$ نحصل على المستويات المثارة. لذرة الهيدروجين نستخدم $Z=1$ وبالإمكان استخدام المعادلة (b5) للذرات الشبيهة بالهيدروجين التي تحتوي على عدد Z من البروتونات وإلكترون واحد فقط، بمعنى أن الذرة فقدت بعضاً من إلكتروناتها ولم يتبق لها غير إلكترون واحد، مثال لذلك $Z=2$ في حالة الهيليوم وحيد التآين (He^+)، $Z=3$ في حالة الليثيوم ثنائي التآين (Li^{2+} ... إلخ). نلاحظ هنا أيضاً أن المسافات بين مستويات الطاقة تقل مع زيادة n ، تبعاً للمعادلة:

$$\Delta E = E_{n+1} - E_n = -Z^2 \left[\frac{1}{(n+1)^2} - \frac{1}{n^2} \right] \approx \frac{Z^2}{n^3}$$



شكل (٥) c - طيف الطاقة وبعض المتسلسلات الطيفية لذرة الهيدروجين.

من المعادلتين (٥) و(٥b) نستطيع أن نصل لعلاقة بور الشهيرة:

$$\nu = \frac{Z^2}{h} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) Ry. \quad (6)$$

التي استخدمت لتعيين وحساب مستويات الطاقة وطاقة التأين لذرة الهيدروجين. ونجحت المعادلة (٦) في تفسير متسلسلات الطيف الخطي لذرة للهيدروجين (وأيضاً أطياف الذرات ذات الإلكترون الواحد) انظر الشكل ٥ c) مثل:

- ١- متسلسلة ليمان (Lyman series) فوق البنفسجية ($n_f = 1, n_i = 2, 3, \dots$).
- ٢- متسلسلة بالمر (Palmer series) للطيف المرئي ($n_f = 2, n_i = 3, 4, \dots$).
- ٣- متسلسلة باخن (Pachen series) تحت الحمراء ($n_f = 3, n_i = 4, 5, \dots$).

وعلى الرغم من نجاح نظرية بوهر في تفسير أطياف الذرات ذات الإلكترون الواحد، لكنها فشلت في تفسير أطياف الذرات الأخرى التي تتكون من إلكترونين فأكثر، وفشلت أيضاً في تفسير الأطياف الناتجة من تأثير المجال الخارجي (كهربي أو مغناطيسي). لذلك فقد ظهرت نظريات وفروض أخرى لمعالجة الخلل في نظرية بور.

مثال: احسب التردد الناتج من انتقال إلكترون بذرة الهيدروجين من المستوى الثالث " $n_i = 3$ " إلى المستوى الثاني " $n_f = 2$ ".

$$\nu = \frac{Z^2}{h} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \text{Ry} = \frac{13.6 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{J}}{6.63 \times 10^{-34} \text{J.s}} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = 4.6 \times 10^{14} \text{ Hz} \quad \text{الحل:}$$

مثال: ماهي الطاقة اللازمة لنقل إلكترون بذرة الهيدروجين من المستوى الثاني " $n_i = 2$ " إلى المستوى الثالث " $n_f = 3$ ".

الحل:

$$\Delta E = -\frac{13.6}{3^2} - \left(-\frac{13.6}{2^2} \right) = -1.51 - (-3.40) \\ = 1.89 \text{ eV} = 3.0 \times 10^{-19} \text{ J.}$$

مثال: ماهي الطاقة اللازمة لنقل إلكترون في حالة الهيليوم وحيد التأين ($Z=2$) من المستوى الثاني " $n_i = 2$ " إلى المستوى الثالث " $n_f = 3$ ".

$$\Delta E = Z^2 \left[-\frac{13.6}{3^2} - \left(-\frac{13.6}{2^2} \right) \right] = 7.56 \text{ eV} = 12.0 \times 10^{-19} \text{ J.} \quad \text{الحل:}$$

مثال: ماهي الطاقة اللازمة لتأين ذرة الهيدروجين.

$$\Delta E = \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \text{Ry} = \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{1} \right) \text{Ry} = 1 \text{ Ry} = 13.6 \text{ eV} \quad \text{الحل:}$$

مثال: ماهي طاقة الفوتون المنبعث نتيجة لانتقال إلكترون بذرة الهيدروجين من المستوى العاشر " $n_i = 10$ " إلى المستوى الثاني " $n_f = 2$ ".

$$\Delta E = \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) 13.6 \text{ eV} = \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{10^2} \right) 13.6 \text{ eV} = 3.26 \text{ eV} \quad \text{الحل:}$$

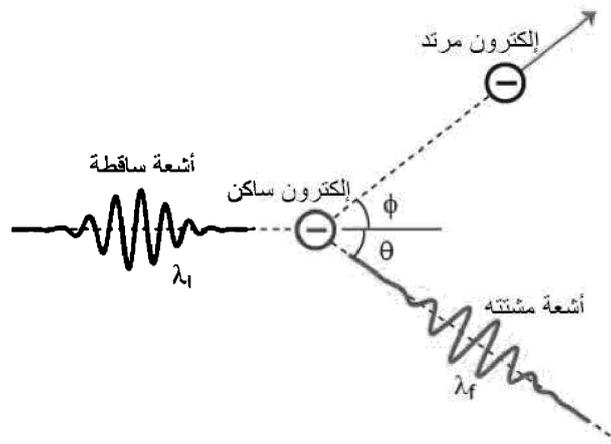
مثال: تأكد من نتائج الطول الموجي والتردد الناتج من انتقال إلكترون بذرة الهيدروجين من المستويات الابتدائية " n_i " إلى النهائية " n_f " بالجدول التالي. ($\text{nm} = 10^{-9} \text{ m}$)

الحل: باستخدام المعادلة $\nu = \frac{Z^2}{h} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \text{Ry}$ و $\lambda = c / \nu$ نحصل على الجدول التالي:

n_i	n_f	$\lambda(\text{nm})$	$\nu(\text{Hz})$
∞	١	٩١	3.3×10^{15}
٥	١	٩٥	3.25×10^{15}
٥	٤	٤٠٠٠	7.5×10^{13}
٣	٢	٦٦٧	4.5×10^{14}
٢	١	١٢١	2.48×10^{15}

٤- تشتت كمتون (Compton scattering) (١٩٢٣)

تفسر الفيزياء التقليدية تشتت الأشعة الكهرومغناطيسية (مثل أشعة X السينية) بالمادة بأن المجال الكهربائي للموجة الكهرومغناطيسية الساقطة بتردد ν يؤثر على شحنات المادة، ويجعلها تهتز قسراً بنفس تردد الموجة الساقطة (ظاهرة الرنين). ومن ثم فإن هذه الشحنات، المهتزة قسراً، تشع موجاتها الكهرومغناطيسية المكتسبة بنفس التردد. ولهذا لا يوجد أي اختلاف بين تردد الموجة الكهرومغناطيسية الساقطة والمشتتة.



شكل (٦) رسم مبسط لتشتت كمتون ويبين قبل التصادم أشعة ساقطة بطول موجي (λ_i) وهدف يتكون من إلكترون ساكن. بعد التصادم نحصل على أشعة مشتتة بطول موجي (λ_f) بزاوية θ والإلكترون مرتد بزاوية ϕ .

بحلول عام ١٩٢٣ اكتشف كمتون أن الأشعة المشتتة تحتوي على أطوال موجية (λ_f) أطول من الأطوال الموجية (λ_i) للأشعة الساقطة. ولتفسير هذا الاختلاف افترض كمتون أن هذه الظاهرة ناتجة من التصادم المرن بين الضوء كجسيمات (فوتون) والإلكترونات المادة. وحيث إن طاقة الفوتون عالية بالنسبة لطاقة الإلكترونات، فإن الفوتون سوف يفقد جزءاً من طاقته ليكتسبها الإلكترون المرتد.

وباستخدام قوانين حفظ الطاقة وكمية الحركة الخطية فقد نجح كمتون في اشتقاق العلاقة الآتية (انظر: الشكل ٦):

$$\Delta\lambda = \lambda_f - \lambda_i = a(1 - \cos\theta) \quad (٧)$$

حيث $\Delta\lambda$ هي الإزاحة في الطول الموجي، $a = h/m_0c = 0.0243 \text{ \AA}$ هي طول موجة كمتون للمادة المشتتة (إلكترون في هذه الحالة). عند $\theta=0$ نحصل على $\lambda_f = \lambda_i$ وهو التشتت التقليدي أو تشتت تومسون.

والخلاصة هنا: أن الضوء عندما ينتقل، ينتقل كموجة ولكنه يتبادل الطاقة كجسيم.

مثال: فوتون بطول موجي $\lambda_i = 1.000 \text{ \AA}$ اصطدم بإلكترون معزول وساكن. احسب الطول الموجي للفوتون المشتت إذا علم أنه ارتد بعد التصادم.

الحل:

$$\begin{aligned} \therefore \Delta\lambda &= \lambda_f - \lambda_i = (1 - \cos 180) \times 0.024 \text{ \AA} \\ &= 0.048 \text{ \AA} \\ \therefore \lambda_f &= \lambda_i + 0.048 \text{ \AA} = \underline{1.048 \text{ \AA}} \end{aligned}$$

مثال: فوتون طاقته الابتدائية $E_i = 1.02 \text{ MeV}$ تشتت بزاوية $\theta = 90^\circ$ بعد اصطدامه بإلكترون معزول وساكن. احسب طاقة الفوتون المشتت والإلكترون بعد التصادم.

الحل:

أولاً: نحسب التغيير في الطول الموجي:

$$\begin{aligned}\Delta\lambda &= \lambda_f - \lambda_i = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta) = \frac{h}{m_0c} \\ &= \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s})}{(9.1 \times 10^{-31} \text{ Kg m}) \times (3.0 \times 10^8 \text{ m/s})} = \underline{2.42 \times 10^{-12} \text{ m}}\end{aligned}$$

ثانياً: نحسب التغيير في التردد " $\Delta\lambda = c\Delta\nu$ " فنجد أن:

$$\Delta\nu = \frac{c}{\Delta\lambda} = \frac{3.0 \times 10^8 \text{ m/s}}{2.42 \times 10^{-12} \text{ m}} = \underline{1.24 \times 10^{18} \text{ Hz}}$$

ثالثاً: نحسب التغيير في الطاقة:

$$\begin{aligned}\Delta E &= h\Delta\nu = (6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s})(1.24 \times 10^{18} \text{ Hz}) \\ &= \underline{8.18 \times 10^{-14} \text{ J} = 0.51 \text{ MeV}}\end{aligned}$$

هذه الطاقة تحولت إلى الإلكترون المرتد لتصبح طاقته الحركية بعد التصادم

= 0.51 MeV ، وتصبح طاقة الفوتون المشتت هي:

$$(1.02 - 0.51)\text{MeV} = \underline{0.51 \text{ MeV}}$$

٥- فرضية دي-برولي (de-Broglie) (١٩٢٣)

رأينا فيما سبق (خلال دراستنا للخاصية الكهروضوئية وتشتت كمتون): أن الأشعة الكهرومغناطيسية يمكن أن تتصرف تحت ظروف معينة كما لو كانت جسيمات (فوتونات). وكما نعلم أن الله قد فطر الأشياء متماثلة، لذلك إذا أصبح للإشعاع طبيعة جسيمية، فإن الجسيم أيضاً سوف يصبح له طبيعة موجية. ومن خلال مساواة معادلة أينشتاين للطاقة ($E = mc^2$) ومعادلة الطاقة للموجة ($E = h\nu$) اقترح لويس دي-برولي أن الجسيم الذي يتحرك بسرعة v يمكن التعامل معه كموجة ترددها هو

$$\nu = \frac{mc^2}{h}$$

وطولها الموجي:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad (\lambda)$$

ومنها فإن هذه الفرضية تنص على أن "الجسيمات المتحركة تتمتع بخواص ازدواجية"

وهنا نسأل: لماذا لم نلاحظ الموجات المصاحبة للأجسام التقليدية؟ وللإجابة عن هذا السؤال دعونا نحسب على سبيل المثال الطول الموجي المصاحب لكرة قدم (Soccer ball) كتلتها 0.15 kg وسرعتها 40 m/s

$$\lambda_{ball} = \frac{h}{mv} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J.s}}{(0.15 \text{ kg})(40 \text{ m/s})} \approx 1.1 \times 10^{-34} \text{ m.}$$

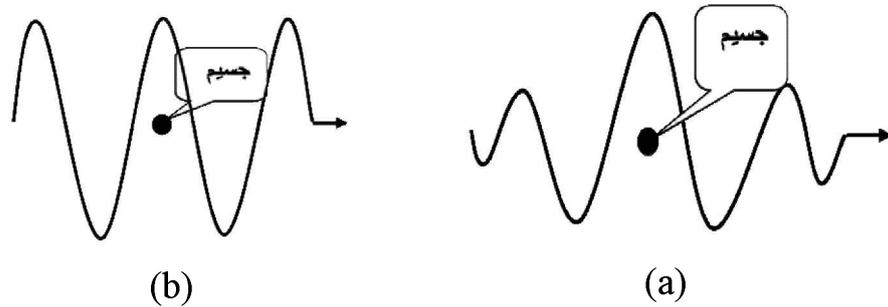
هذا الطول الموجي المصاحب لكرة لا يمكن قياسه بالأجهزة العملية المتاحة. والآن إذا أبدلنا الكرة بإلكترون وأبقينا السرعة كما هي، فإن الطول الموجي المصاحب للإلكترون يصبح:

$$\lambda_{elec} = \frac{h}{mv} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J.s}}{(9.109 \times 10^{-31} \text{ kg})(40 \text{ m/s})} \approx 1.8 \times 10^{-5} \text{ m.}$$

وهي قيمة من السهل قياسها عملياً.

هذا وقد تحقق من هذه الفرضية عملياً بواسطة تجربة العالمين دافيسون وجيرمر الخاصة بحيود الإلكترونات عام (١٩٢٧).

ويجب أن نشدد هنا على أن موجة دي-برولي يجب أن تعبر عن الجسم من عدة نواحٍ، وأهمها: تحديده بالمكان كما في شكل a (ملحوظة: الشكل a هو محصلة لحزمة من الموجات، ولهذا تسمى حزمة موجية (wave packet)). ومن ثم: فإن شكل b لا يمكن أن يمثل الجسم تمثيلاً صحيحاً حيث إن الموجة غير محددة بمكان.



شكل (٧) موجات دي-برولي المصاحبة لجسيم a- موجة مقبولة b- موجة غير مقبولة

من هذا نستنتج أنه لا يمكن وصف الإلكترون بموجة وحيدة، ولكن يوصف بحزمة من الموجات ومن خلال سلوك الموجات من حيث التداخل البناء والهدام تظهر احتمالية لوجود الإلكترون بمنطقة محددة.

نهي كلامنا هنا بتعليق وهو: أن الفرض الثاني من فروض بور ما هو إلا شكل آخر لفرضية دي-برولي التي تنص على أنه في حالة المستويات المستقرة فإن أعداداً صحيحة من موجات دي-برولي يجب أن تتطابق مع محيط المدار، وهكذا فإن الموجات يعضد بعضها بعضاً. رياضياً تُكتب الفرضية كالتالي:

$$2\pi r = n\lambda = n \frac{h}{m v} \Rightarrow m v r = n \hbar \quad (9)$$

٦- مبدأ بور المتمم

ينص هذا المبدأ على أن:

"سلوك الطاقة الكهرومغناطيسية الازدواجي هو متمم بعضه لبعض"

وهذا معناه ببساطة: إن أي قياسات عملية تستخدم الطاقة الكهرومغناطيسية بالإمكان تفسيرها بنموذج واحد فقط لا غير، وهو أن الطاقة الكهرومغناطيسية: إما جسيمات أو موجات، وليساً معاً.

هذا المبدأ أيضاً أدى إلى فهم ازدواجية الجسيم والموجة. فعندما تظهر إحدى الصفات بالتجربة العملية، فإن الصفة الأخرى تنعدم. كمثال على ذلك: إذا ظهرت الصفة الموجية للإلكترون، كالحبيود مثلاً، فلن تظهر صفته الجسيمية، ولكن إذا انحرف الإلكترون في مساره، نظراً لتواجد مجال كهربائي خارجي كمثال، فإن الصفة الموجية له تنعدم.

٧- مبدأ عدم الدقة (عدم التحديد) لهيزنبرج (Heisenberg)

في الميكانيكا التقليدية تم افتراض أن المكان (ولنعرفه فرضاً بالمتغير x) وكمية الحركة الخطية المرافقة لها (ولنعرفه p_x) يمكن تحديدهما بدقة متناهية في آن واحد. ولكن وجد هيزنبرج أن ذلك غير ممكن في ميكانيكا الكم عند التعامل مع

الجسيمات المجهرية، ولا دخل هنا لكفاءة أجهزة القياس في هذه الفرضية. وقد اشتق بعض المتباينات ومنها:

$$\begin{aligned}\Delta x \Delta p_x &\geq \hbar/2, \\ \Delta E \Delta t &\geq \hbar/2.\end{aligned}\quad (10)$$

وتبين هذه المعادلة قاعدة عدم التحديد لهيزنبرج، وتتص على أنه: "من المستحيل قياس كميتين مترافقتين قانوناً (مثل x و p_x) بدقة متناهية في آن واحد".

بمعنى آخر: أنه كلما ازداد التحديد (الدقة) في قياس موضع الجسيم (مثلاً Δx صغيرة) ازداد عدم التحديد (عدم الدقة) في قياس كمية الحركة الخطية المرافقة لها (بمعنى أن Δp_x تكون كبيرة) وحاصل ضربهما يعطي بالمتباينة السابقة. وقد ظهرت الآثار الإيجابية لهذا المبدأ في بعض المسائل المهمة، ومنها إثبات عدم احتمالية وجود الإلكترون بالنواة.

مثال: افترض أن سرعتي إلكترون كتلته $= 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ورماسه كتلتها $= 0.03 \text{ kg}$ قيسنا بعدم دقة مقدارها $\Delta v = 10^{-3} \text{ m/s}$. ما هي أقل قيمة لعدم الدقة في قياس أماكن وجودهما؟

الحل: عدم الدقة في قياس مكان الإلكترون هو:

$$\Delta x = \frac{\hbar}{2m\Delta v} = \frac{1.055 \times 10^{-34} \text{ J.s}}{2(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(10^{-3} \text{ m/s})} = 0.05 \text{ m.}$$

عدم الدقة في قياس مكان الرصاصه هو:

$$\Delta x = \frac{\hbar}{2m\Delta v} = \frac{1.055 \times 10^{-34} \text{ J.s}}{2(0.03 \text{ kg})(10^{-3} \text{ m/s})} = 3.5 \times 10^{-30} \text{ m.}$$

من هذا المثال يتضح التالي:

أ- للأجسام العينية، مثل الرصاصه، فإن فرضية عدم الدقة لا تنطبق عليها، لأن الخطأ بالقياس المترى أكبر بكثير جداً من 10^{-30} m .

ب- يختلف الأمر للأجسام المجهرية، حيث إن الخطأ 0.05 m أكبر بكثير جداً من الأطوال المجهرية. ولتفهم هذا الوضع، نحن نعلم أن الذرات في المواد الصلبة تبعد عن بعضها نحو 10^{-9} m فإذا كان الخطأ في القياس هو 0.05 m فمعنى هذا أن الإلكترون بإمكانه أن يكون بأي ذرة من 10^9 ذرة متجاوزة بالمادة، ولا نستطيع أن نحدد مكانه تماماً.

٨- التفسير الإحصائي (الاحتمالي) للدالة الموجية

رأينا من الفرضية الازدواجية لدي-برولي (de-Broglie) أن الجسيم يصاحبه موجة، قد سماها العالم شرودنجر (Schrödinger) (١٩٢٦) بالدالة الموجية، ورّمز لها بالرمز $\Psi(r, t)$. ولكننا حتى الآن لم نحدد أو نعرف خواص هذه الدالة. ولتحديد طبيعتها يجب أن نبحث عن العلاقة بين النظرية الموجية والنظرية الجسيمية، وهذا يتم بملاحظة الآتي:

أ- لشعاع كهرومغناطيسي أحادي اللون ساقط بزاوية عمودية على حائل، تعرف شدة الاستضاءة "I" بأنها الطاقة الساقطة على وحدة المساحات على وحدة الزمن، وتعرف بالمعادلة:

$$I = \epsilon_0 c |E|^2 \quad (11)$$

حيث إن: ϵ_0 سماحية الفراغ، $|E|$ هو مقدار (سعة) المجال الكهربائي اللحظي (الآني) على الحائل.

ب- وعندما نتعامل مع الشعاع الكهرومغناطيسي أحادي اللون على أنه جسيم (فوتون) طاقته هي $h\nu$ ، وعرفنا فيض الفوتونات "N" بأنه عدد الفوتونات الساقطة على وحدة المساحات على وحدة الزمن، فإن الشدة تعرف في هذه الحالة بالعلاقة:

$$I = N h \nu \quad (12)$$

وبمساواة المعادلتين (١١) و(١٢) نجد أن:

$$N = \frac{\epsilon_0 c}{h \nu} |E|^2 \Rightarrow N \propto |E|^2 \quad (13)$$

فماذا تعني المعادلة (١٣)؟ تعني أننا أوجدنا علاقة بين النظرية الموجية متمثلة في شدة المجال الكهربائي للموجة $|E|^2$ والنظرية الجسيمية متمثلة بعدد الفوتونات N.

وحيث إنه من المستحيل توقع مكان أو زمن وصول الفوتون إلى الحائل بدقة، لذلك فإن توزيع الفوتونات على الحائل سيكون توزيعاً عشوائياً. ولكن القيمة المتوسطة لوصول الفوتونات للحائل على وحدة المساحات على وحدة الزمن تكون ثابتة ويمكن توقعها. هذا يعني:

$$|E|^2 \propto \text{احتمالية تواجد الفوتونات}$$

وتعني "أن مربع مقدار شدة المجال الكهربائي عند أي نقطة في الفراغ تتناسب مع احتمالية وجود الفوتون عند هذه النقطة".

الآن بإمكاننا القول: إن الدالة $\Psi(\mathbf{r}, t)$ ذاتها لا تحمل أي معنى فيزيائي واضح، لأنها من الممكن أن تكون دالة مركبة (Complex) ولا يمكن قياسها عملياً. ولكن المعنى الفيزيائي يأتي من مربع الدالة حيث نعرف:

$$\rho = |\Psi(\mathbf{r}, t)|^2 = \Psi^*(\mathbf{r}, t)\Psi(\mathbf{r}, t)$$

و $\Psi^*(\mathbf{r}, t)$ هو المرافق المركب (Complex conjugate) للدالة $\Psi(\mathbf{r}, t)$. هذا المقدار $|\Psi(\mathbf{r}, t)|^2$ (وهو قيمة حقيقية موجبة) يعطينا كثافة الاحتمال وتمثل احتمال تواجد الجسيم عند الوضع "r" عند اللحظة "t". وعندما نتحدث عن فراغ ثلاثي الأبعاد فإن المقدار $|\Psi(x, y, z, t)|^2 d\tau$ سوف يعبر عن احتمالية وجود الجسيم بعنصر الحجم $d\tau$. وعنصر الحجم $d\tau$ يأخذ صوراً مختلفة تعتمد على الإحداثيات المستعملة. مثلاً في الإحداثيات الكرتيزية $d\tau = dx dy dz$ وتأخذ x, y, z القيم من $-\infty$ إلى ∞ .

في الأبواب المقبلة سوف نتعامل بكثرة مع موجات تأخذ الشكل $e^{\pm i(kx - \omega t)}$ حيث طاقتها هي:

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

وكمية حركتها الخطية هي:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k$$

والدالة $e^{i(kx - \omega t)}$ تعبر عن موجة مستوية تتحرك في الاتجاه الموجب للمحور السيني، وتسمى أحياناً دالة ساقطة (Incident wave)، والدالة $e^{-i(kx - \omega t)}$ تعبر عن موجة مستوية تتحرك في الاتجاه السالب للمحور السيني، وأحياناً تسمى دالة منعكسة

(Reflected wave). وهنا نأتي لسؤال: لماذا نتعامل بموجات مستوية بالشكل $e^{\pm i(kx - \omega t)}$ ولا نتعامل بموجات بالشكل $\psi_1 = \cos(kx - \omega t)$ أو $\psi_2 = \sin(kx - \omega t)$ ؟ السبب هنا يأتي من مبدأ التراكب (Superposition) ومنه نجد أن المحصلة:

$$\psi_1 + \psi_2 = 2 \sin(\omega t) \cos(kx)$$

وعند بدء الزمن ($t = 0$) نجد أن هذا التراكب (المحصلة) يؤول للصفر، وتلغي الموجتان بعضهما بعضاً. وهذه حالة غير مقبولة فيزيائياً. وبالعكس فإن هذه الحالة لا تحدث إذا أخذنا الموجتين $\psi_1 = e^{i(kx - \omega t)}$ و $\psi_2 = e^{-i(kx - \omega t)}$.

٩- ملخص

- أ- الأجسام المتحركة والطاقة الكهرومغناطيسية: لها خواص ازدواجية، بمعنى أنها شبه جسيمية وشبه موجية.
- ب- الأجسام العينية من المادة: لها أساساً خواص جسيمية، مع أطوال موجية قصيرة جداً.
- ج- الأجسام المجهرية من المادة: لها أساساً خواص موجية، مع أطوال موجية طويلة.

وقد لُخصت العلاقة بين المتغيرات بالجدول التالي:

الموجات	الأجسام المتحركة	الكمية الفيزيائية
$h\nu = \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda}$	$\frac{1}{2} m v^2$	(E) الطاقة
$\frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$	$m v$	(p) كمية الحركة الخطية
$\frac{c}{\nu}$	$\frac{h}{p} = \frac{h}{m v}$	(λ) الطول الموجي

١٠- تمارين عامة

١- باستخدام معادلة بلانك $u(\lambda) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{(e^{hc/\lambda k_B T} - 1)}$ أثبت قانون فين للإزاحة وعين

قيمة الثابت.

الحل: لإثبات قانون فين للإزاحة، فإننا نبحث عن الطول الموجي الذي تكون فيه كثافة الطاقة المعطاة بمعادلة بلانك في قيمتها العظمى، وذلك باستخدام

الشرط:

$$\left. \frac{\partial u(\lambda)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda=\lambda_{\max}} = 0$$

وهذا الشرط يعطينا المعادلة:

$$x = 5(1 - e^{-x})$$

حيث $x = \frac{\beta hc}{\lambda_{\max}}$. بالإمكان حل المعادلة الأخيرة عددياً أو بالرسم البياني، وحلها

هو:

$$x = \frac{\beta hc}{\lambda_{\max}} = \frac{hc}{\lambda_{\max} k_B T} = 4.965$$

$$\Rightarrow \lambda_{\max} T = \frac{hc}{4.965 k_B} = 2.897 \times 10^{-3} \text{ mK}$$

وهو المطلوب..