الباب الأول

الرياضيات

تعريفها – خصائصها – أهميتها – تطورها عبر العصور

[١] تمهيد: عن العلم والمعرفة وموقع الرياضيات بين العلوم:

في هذا الباب سنحاول إعطاء تعريف للرياضيات وفروعها المختلفة والفرق بينها وبين العلوم الأخرى، وأهميتها في حياتنا المعاصرة وأرتباط العلوم الأخرى بها، مع ذكر الأسس والقواعد التي قامت عليها الرياضيات وتطورها عبر العصور المختلفة منذ أقدم العصور وحتى اليوم.

ونبدأ بتمهيد موجز نعطي فيه تعريفات مختصرة لعدد من المصطلحات التي تهم المشتغلين بالرياضيات والتي تساهم في تعميق مفاهيمنا حول الرياضيات وخصائصها المختلفة، ومن تلك المصطلحات نذكر مصطلحات العلم (Science) والمعرفة (Knowledge) والاستدلال أو الاستنباط (Deduction) وغيرها، ويؤدي ذلك إلى التزام الدقة في استخدام المصطلحات العلمية ومنها المصطلحات الرياضية.

(١) المعرفة (Knowledge)

في الحقيقة لا يوجد تعريف دقيق شامل لكلمة المعرفة، وحتى لأي فرع من فروع تلك المعرفة، وقد أتفق عدد من العلماء على التعريف الآتي للمعرفة: بأنها مجموع المعلومات التي يتلقاها الإنسان في حياته اليومية. وبوجه عام تنقسم المعارف إلى قسمين:

أولاً: معارف مباشرة: وهي التي يتلقاها الإنسان عن طريق الملاحظة (Observation).

ثانياً: معارف غير مباشرة: وهي التي يتلقاها الإنسان عن طريق ما يسمى بالاستدلال أو الاستنباط (Deduction).

والمعارف المباشرة هي الأصل في معظم معارفنا.

(٢) **الاستدلال أو الاستنباط (Deduction):**

يعرف بأنه العملية العقلية التي يتم بواسطتها الانتقال من مقدمة أو أكثر نعرفها أو نسلم بصحتها إلى نتيجة لازمة لتلك المقدمة أو المقدمات، ويتكون الاستدلال من عناصر ثلاثة هي:

(١) مقدمة (أو مقدمات)، (٢) نتيجة (أو نتائج)

(٣) علاقة منطقية تربط بين المقدمات والنتائج

وأهم أنواع الاستدلال أو الاستنباط هو الاستدلال أو الاستنباط الرياضي الذي يعرف كالآتي:

هو عملية عقلية يتم بواسطتها الانتقال من مقدمات معلومة إلى نتيجة معينة.

وينسب الاستدلال الرياضي بصورته المعروفة حالياً إلى الرياضي والفيلسوف الفرنسي رنيه ديكارت (١٥٩٦-١٦٥٠م) في القرن السابع عشر الميلادي.

الاستدلال القياسي: ينسب هذا النوع من الاستدلال إلى الفيلسوف اليوناني القديم أرسطو (٣٨٤-٣٢٢ق.م) ويبدأ من مقدمات مسلم بها ليصل إلى نتيجة ما، ليس من الضرورة أشتمالها على جديد يذكر.

(٣) **الفرق بين الاستدلال الرياضي والاستدلال القياسي:**

يتميز الاستدلال الرياضي عن الاستدلال القياسي بعنصر الابتكار الذي ينشأ عن خيال العالم الرياضي، وكذلك بخاصية التعميم بمعنى الانتقال من البسيط إلى المركب، ومن الخاص إلى العام، بينما في الاستدلال القياسي تكون النتائج في الغالب حالة خاصة من المقدمات.

والخلاصة: أن الاستدلال الرياضي هو منهج خصب ومنتج وليس مجدباً كالاستدلال القياسي الذي لا يؤدي إلى زيادة المعرفة.

(٤) **العلم (Science):**

أختلف العلماء كثيراً في إعطاء تعريف دقيق للعلم، وبوجه عام فإن كثير من الباحثين يعرفون العلم بأنه نوع من المعرفة غير المباشرة، أو هو معرفة عامة هدفها الوصول إلى قانون عام يفسر الظاهرة أو الظواهر التي يقوم العالم بدراستها.

والعلم هو نشاط يرتبط بالإنسان وبالتعليم، ويرتبط بالبحث عن المعارف والحصول عليها واستيعابها والاستزادة منها، وفي ذلك يقول الفيلسوف الفرنسي ديكارت: بالعلم يمكننا أن نسود الطبيعة ونملكها، بعد أن كانت تسودنا وتملكنا، وبالعلم يمكننا أن نخطط لمستقبل مجتمعاتنا ونسيطر إلى حد كبير على مصيرنا.

(٥) **الفرق بين العلم والمعرفة:**

عرف الفيلسوف الانجليزي فرانسيس بيكون (١٥٦١-١٦٢٦م) العلم بأنه (المعرفة المنظمة) بمعني أن العلم هو نوع منظم من المعرفة.

وقد قسم الدكتور زكي نجيب محمود في كتابه (نظرية المعرفة) المعارف الإنسانية عموماً إلى معارف علمية ومعارف غير علمية (أو معارف عامة)، والمعارف العلمية هي التي يعتمد عليها الإنسان في الوصول إلى اكتشاف أسرار الوجود وغوامض الكون، وتكون مقصورة على أرباب العقول والمفكرين، وتكتسب عادة بالملاحظات الدقيقة والمران المتواصل، والمعارف العامة (أو غير العلمية) هي مجموعة من المشاعر والأحاسيس المادية المتصلة للإنسان بواسطة حواسه، وهي مقصورة على النواحي المادية والاجتماعية في الحياة.

ويمكن القول بأن العلم وإن كان يؤدي معنى المعرفة فالمقصود بذلك نوع خاص من المعرفة يتوصل إليه العقل الإنساني عن طريق خاص ولغاية خاصة، وبذلك يمكن اعتبار كل علم معرفة ولكن ما كل معرفة تكون علماً.

(٦) **العلم والحضارة:**

إذا عرفنا العلم بأنه مجموعة من الحقائق جمعت ثم بُوّبت ونظمت بشكل خاص ليصبح إدراكها سهلا ميسوراً ومستساغا.

وإذا عرفنا الحضارة (Civilization) بأنها المقدرة على استخدام الطبيعة ومعرفة قوانينها، واستخدام هذه القوانين في مصالحها واستغلالها الاستغلال الأمثل.

فيمكن القول بأن الحضارة، غاية والعلم هو وسيلة لتحقيق هذه الغاية، فالعلم بدون شك يؤدي إلى الحضارة، وعلى هذا فهو هدف استراتيجي هام يصل بالإفراد والمجتمع والدولة ككل إلى الحضارة بما تحمله من رقي ومدنية.

(٧) **العلم منهج في التفكير:**

يمكن اعتبار العلم طريقة للتفكير والبحث، فما يميز الباحث أو العالم عن غيره هو اتباعه ما يعرف بالمنهج العلمي في تفسيره للظواهر الطبيعية. وما دام العلم في أساسه منهجاً في التفكير والبحث، فإن أي إنسان يمكنه أن يكون صاحب تفكير علمي في حياته اليومية طالما كان تفكيره منتظماً، وطالما استمد الحقائق بالمشاهدة الدقيقة والتجربة، وربطهما جميعاً تحت مبدأ واحد أو قانون عام يفسر تلك الحقائق.

ولا يتقدم العلم – كما قال الفيلسوف الإنجليزي فرانسيس بيكون – إلا باكتساب المعارف الجديدة وتحصيل المعلومات التي لم تكن معروفة من قبل، وذلك عن طريق المنهج القائم على الملاحظة والتجربة.

(٨) **التقسيم المعاصر للعلوم:**

تنقسم العلوم المعاصرة إلى قسمين أساسيين هما:

١- **علوم صورية (Formal sciences):**

وتقوم أساساً على تصورات ذهنية خالصة، وتعتمد على المنهج الاستنباطي أو الاستدلالي وهو المنهج الذي نبدأ فيه بمقدمات نسلم بصحتها لنصل منها إلى نتائج لازمة لتلك المقدمات، وتشمل العلوم الصورية:

(١) الرياضيات ، (٢) المنطق

٢- **علوم حياتيه (Life Sciences) :**

وتعالج موضوعات الواقع الفعلي أو الحياتي للكون بما عليه من مخلوقات ومكونات، وتقوم هذه العلوم أساساً على ما يعرف بالمنهج الاستقرائي (Inductive) وهو منهج قائم على الملاحظة والتجربة أساساً.

وتشمل تلك العلوم ثلاثة أقسام هي:

(أ) العلوم الطبيعية (Natural Sciences): كالفيزياء والفلك والكيمياء والجيولوجيا (علم الأرض) والبيولوجيا (علم الأحياء).

(ب) العلوم التطبيقية (Applied Sciences): كالطب بفروعه، والهندسة بفروعها، والعلوم الزراعية.

(ج) العلوم الإنسانية (Human Sciences): كالفلسفة وعلم النفس والاجتماع وعلم الأقتصاد والعلوم السياسية والإدارة.

(٩) **الفرق بين العلوم الرياضية (الرياضيات) والعلوم الطبيعية:**

(أ) تقوم العلوم الرياضية على ما يسمى بالمنهج الاستنباطي أو الاستدلالي (Deductive) النظري، وهو المنهج الذي يتعامل مع أمور عقلية مجردة، بينما تقوم العلوم الطبيعية أساساً على المنهج الاستقرائي (Inductive) التجريبي، وفيه يتعامل الباحث مع أمور واقعية محسوسة حيث يقوم بفحص عينه من جزئيات الظاهرة موضع البحث ليصل بشأنها إلى حكم يقوم بتعميمه على بقية الجزئيات المشابهة للعينة، أي أنه يبدأ من حالات جزئية (مقدمات) ليصل إلى قانون عام (نتيجة).

(ب) إن الوصول إلى اليقين أو الصدق التام لا يتحقق إلا في العلوم الصورية (الرياضيات والمنطق) لمنهجها الاستنباطي أو الاستدلالي، بينما في مجال العلوم الطبيعية فإن الوصول إلى هذا اليقين يعتبر ضرباً من المحال، فمع مرور الوقت تتكشف حقائق جديدة تجعلنا نغير من أحكامنا التي توصلنا إليها ، لذلك فإن القوانين المستخدمة في العلوم الطبيعية هي قوانين احتمالية ترجيحية وليست يقينية مثل القوانين الرياضية.

(١٠) **الرياضيات والتفكير الرياضي:**

كانت الرياضيات وما تزال، هي العلم اليقيني الذي يمكن أن يثق به الإنسان، لذلك نالت الرياضيات أحترام المفكرين طوال التاريخ.

وتشكل الرياضيات اليوم اللغة الأساسية لكل العلوم المعاصرة، فلا يستطيع أن يستغني عنها أي عالم يهدف إلى صياغة نتائجه بلغة كمية دقيقة، وهو الشرط الأساسي للمعرفة العلمية، كما لا يمكن الاستغناء عن الرياضيات بمبادئها البسيطة المتمثلة في علم الحساب مثلاً، في حياتنا اليومية.

[٢] تعريف الرياضيات:

باعتبار الرياضيات أحد فروع المعرفة الإنسانية، والتي لا يوجد تعريف عام وشامل لأي منها، فمن الصعب وضع تعريف كامل للرياضيات، وعلى وجه العموم فقد أخذت الرياضيات العديد من التعريفات قديماً وحديثاً نذكر منها التعريفات الآتية:

التعريف الأول:

عرفت الرياضيات قديماً بأنها علم المقدار (أو الكم) المتصل والمنفصل

(أ) فالكم المتصل هو ما يتعلق بالمكان والزمان أو بمعني الحركة بأشكالها المختلفة، ويختص بدراسة النقط والخطوط والأسطح والحجوم والعلاقات بينها، وهو مجال علم الهندسة.

(ب) والكم المنفصل هو العدد، ويختص علم الكم المنفصل بدراسة الأعداد (وهي كم محدود) والعمليات عليها وهو موضع اهتمام علم الحساب، أو استخدام الرموز في التعبير عن كم غير محدود وهو موضوع اهتمام علم الجبر.

التعريف الثاني:

عرفت الرياضيات أيضا بأنها علم تراكمي البنيان أي أن المعرفة التالية فيه تعتمد على معرفة سابقة، ويتكون من أسس ومفاهيم – قواعد ونظريات– حل مشكلات (مسائل) – براهين.

ويتعامل هذا العلم مع الأرقام والرموز بصورة تجعله بمثابة رياضة للعقل البشري، حيث تتم المعرفة فيه وفقاً لاقتناع منطقي للعقل يتم قبل حفظ القاعدة، ويقاس تمكن الدارس للرياضيات بقدرته ونجاحه في حل المشكلة المدروسة وتقديم البرهان المناسب لها.

التعريف الثالث:

عرفت الرياضيات أيضاً بأنها علم الدراسة المجردة التسلسلية للقضايا والأنظمة الرياضية، أو هو علم دراسة الأنظمة (أو البني) الرياضية (mathematical Structures) المجردة باستخدام المنطق والتدوين الرياضي.
وغالباً ما يعود أصل البنى الرياضية التي يدرسها الرياضيون إلى العلوم الطبيعية وخاصة الفيزياء، غير أن الرياضيين يقومون بتعريف ودراسة بنى أخرى لأغراض رياضية بحتة، لأن هذه البنى قد توفر تعميماً لمجالات أخرى من الرياضيات، أو أن تكون عاملاً مساعداً في حسابات معينة.

وعلى وجه العموم فإن الرياضيين قد يدرسون مجالات معينة في الرياضيات لتحمسهم لها، معتبرين أن الرياضيات هي فن وليس علماً تطبيقياً، أو هي علم تجريدي نشأ من خلق وإبداع العقل البشري.

[٣] الرياضيات البحتة والرياضيات التطبيقية:

يمكن تقسيم الرياضيات إلى فرعين أساسيين هما:

١- الرياضيات البحتة (Pure Mathematics)

وتعرف بأنها ذلك الفرع من الرياضيات الذي يهدف إلى استنباط النتائج من مقدمات معينة يضعها الرياضي في البداية، وتقوم صحة النتائج على صحة استنباطها من المقدمات، على فرض تسليمنا بذلك المقدمات

وكل ما يهم المتخصص في الرياضيات البحتة هو: هل النظريات التي يحصل عليها تترتب بطريقة مضبوطة عن المقدمات التي بدأ منها أم لا، ولا شأن له بتطبيق نظرياته أو نتائجه على الواقع، أو معرفة مدى صحتها بالنسبة لهذا الواقع.

٢- الرياضيات التطبيقية (Applied Mathematics)

وتعرف بأنها ذلك الفرع من الرياضيات الذي يطبق مبادئ ونظريات الرياضة البحتة في الواقع الفعلي، أي لتفسير الظواهر الطبيعية الموجودة في حياتنا اليومية،

سواء كانت تلك الظواهر تنتمي إلى علم الفيزياء أو الكيمياء أو البيولوجيا (الأحياء) أو أي علم آخر.

وفي كتابه (مبادئ الرياضيات) تحدث الفيلسوف والرياضي الإنجليزي برتراند رسل عن الرياضيات البحتة والتطبيقية فوصف الرياضة البحتة بأنها قلعة جميلة مبنية على أسس متينة للغاية، وعرفها بأنها ذلك الفرع من الرياضيات الذي يدرس المبادئ الرياضية وتطويرها دون النظر إلى فائدتها العملية، وإذا ألتصقت الرياضيات بالعلوم الطبيعية من فيزياء وكيمياء وغيرها فإنها تسمي بالرياضة التطبيقية، وعرفها رسل بأنها ذلك الفرع من الرياضيات الذي يبحث في الحل الرياضي للمشاكل التي تواجه الإنسان في حياته العملية، وتستقي الرياضة التطبيقية منابعها من الفرع الأخر للرياضيات وهو الرياضة البحتة.

[٤] <u>الفرق بين الرياضيات والعلوم الأخرى</u>:

١- إن الرياضيات بتركيبها الدقيق وقوة منطقها وشدة تناسقها لا يمكن مقارنتها بأي علم آخر، فالنظرية المبرهنة رياضياً تكون بمثابة يقين عقلي مطلق بصرف النظر إذا كان منطبقاً على الواقع أم غير منطبق، المهم أن يتسق البناء المنطقي مع نفسه، ومعطيات القضية مع تواليها، وفرضياتها مع نتائجها.

وبمعني آخر فإن النظرية (أو المبرهنة) الرياضية تكون مكتملة مطلقا في صحتها وترابطها ولا يعنيها بعد ذلك إنطباقها على الواقع أو تصديقها له، أما في العلوم الأخرى سواء الإنسانية أو التجريبية أو التطبيقية فوسائلها الحواس والتصورات ومدى التناغم والصدق مع الواقع، وكمثال لذلك فإن بعض العلوم التجريبية (كالفيزياء والفلك) تتعرض للتصديق والتكذيب، فتبطل النظريات الجديدة القديمة، مثل كيفية الأبصار وطبيعة الكهرباء والبنية الداخلية للمادة والتصورات حول الكون وغيرها، وكلها ظواهر فسرها العلماء على مر العصور بصور مختلفة خضع الكثير منها للتعديل والتبديل.

٢- وعلى ذلك فإن النظريات في العلوم التجريبية يمكن اعتبارها مجرد تصور، لا يرقي لليقين المطلق الذي تحظي به النظريات (أو المبرهنات) الرياضية.

وبالرغم من ذلك فإن التطور الذي حققه الإنسان على مر العصور هو ثمرة اتحاد بين الاستنتاجات الرياضية والمفاهيم التجريبية المستنتجة من التجارب المعملية في مختلف العلوم.

٣- وبالرغم من أن الرياضيات – بصورة عامة- يمكن اعتبارها مادة مشوقة تميل النفس إلى دراستها والبحث فيها، إلا أنها في كثير من الأحيان تكون حجر عثرة أمام الكثيرين منا، وذلك ومما لاشك فيه أن هذا العجز عن استيعاب المفاهيم الرياضية لم يكن عيبا في الرياضيات ذاتها ولكنه نابع من ذاتنا نحن.

[٥] صفات الرياضيات:

تتصف الرياضيات بصفات معينة تجعلها مختلفة عن العلوم الأخرى، كما تجعلها بحاجة للمزيد من الجهود والمثابرة من أجل استيعابها.

أولاً: الصفة التجريدية:

فمن المعروف أن الرياضيات التي يتم التعامل معها كعلاقات ومبرهنات ليست بذي وجود مادي محسوس، بخلاف العلوم التجريبية التي نتعامل معها (كالفيزياء والكيمياء مثلاً)، أي أن الرياضيات يمكن اعتبارها ذات صفة تجريدية أو أنها من الأمور المجردة التي تتعامل بالرموز والمعادلات المجردة.

أما الدلالات، مثل: الرموز الرياضية والأشكال والتمثيلات البيانية فإنها تلعب دوراً هاماً في الرياضيات، وتعد مصدر الاستيعاب فيها.

ثانياً: الصفة التسلسلية:

حيث تتميز الرياضيات بوجود التسلسل في محتوياتها بمعني أن كل فقرة تعتمد على ما سبقها من فقرات، وبذلك يمكن القول بأن فهم واستيعاب أي موضوع أو فكرة يعتمد بصورة ما على درجة فهم واستيعاب الموضوعات التي قبله.

ثالثاً: الاعتماد على المعلم في فهمها:

بمعني أن تعلم الرياضيات وفهم مبادئها وأساسياتها يكون أكثر إعتماداً على المعلم من أي علم آخر، وذلك لأنه لا يوجد الكثير عند الطالب (أو المتلقي) لهذا العلم مما يمكن إضافته أو اكتشافه من نظريات ومبادئ رياضية.

مع ملاحظة أنه في بعض مجالات الرياضيات خاصة تلك المتصلة بالتعامل مع الأعداد فإنه من الممكن للمتلقي (الطالب) الأداء بشكل جيد دون حاجة للفهم الذي يستعمل في التعلم لاحقاً.

[٦] الأسس والقواعد التي قامت عليها الرياضيات- تعريف النظام الرياضي:

(أ) بدأت الرياضيات – كعلم له أصوله وقواعده – عند الإغريق (اليونانيون القدامى)، وكان أول كتاب رياضي وصل إلينا هو كتاب (الأصول) للعالم اليوناني الشهير أقليدس (٣٣٠-٢٧٥ ق م)، وقد وضع أقليدس في كتابه هذا أول أساس للبرهان الرياضي بوضعه ما يعرف بنظام المسلمات أو النظام الأكسيوماتي- (Axiomatic System).

(ب) **تعريف النظام الرياضي:** يعرف النظام الرياضي بأنه بناء مترابط الأجزاء ومتكامل يتألف من مجموعة من المفاهيم الرياضية (هي بمثابة المقدمات أو الكلمات الاصطلاحية)، ومجموعة من القضايا الرياضية (وهي بمثابة النتائج أو النظريات الرياضية التي يتم استنتاجها. والبرهنة عليها من المقدمات التي بدأنا منها).

ومعنى ذلك أن النظام الرياضي هو بناء يلعب فيه الاستنباط (أو الاستدلال) الرياضي دوراً رئيسياً، فهو الذي ينتقل بنا من المقدمات إلى النتائج ليكتمل البناء. ويقال عن نظام رياضي بأنه نظام مسلمات، إذا اختيرت بعض عباراته كمسلمات (أي افتراض صحة عبارة دون إثبات لها) ثم أثبتت بقية العبارات من تلك المسلمات مع تطبيق قواعد المنطق، وبشرط أن يكون عدد المسلمات أقل ما يمكن و ألا تكون متناقضة مع بعضها.

وتكمن أهمية نظام المسلمات في أمكانية اشتقاق عدد كبير من النظريات من عدد قليل من الفروض، وأول النظم الرياضية التي اعتمدت على نظام المسلمات هي هندسة أقليدس (الإقليدية) ثم الهندسات الأخرى (اللاإقليدية)، ثم نظرية المجموعات والمنطق الرياضي، ثم البني الجبرية (كالزمرة والحلقة والحقل)، ثم البني التوبولوجية والفضاءات المترية، وقد نجح هذا النظام في وضع أسس كل تلك الموضوعات بصورة تسلسلية ومنطقية، مما حدا ببعض الفيزيائيين إلى محاولة استخدام نظام المسلمات هذا في علم الفيزياء.

(ج) **مكونات النظام المسلمات الرياضي:** تنحصر وظيفة الرياضي غالباً في إثبات صحة أو خطأ عبارة ما باستخدام قواعد البرهان، ولذا فلابد له من أن يرتكز على بعض العبارات أو المبادئ دون تعريف أو إثبات وإلا فإن خطوات البرهان لن تنتهي.

ويتكون أي نظام رياضي من جزئيين أساسيين هما:

(١) **المقدمات:** بما فيها : التعريفات والمسلمات.

(٢) **النظريات أو المبرهنات:** وهي النتائج اللازمة عن المقدمات.

وسندرس كل من الجزئين على حده متخذين هندسة إقليدس كمثال لذلك.

أولاً: المقدمات (Preliminaries): وتتألف المقدمات من : تعريفات ومسلمات

(أ) **التعريفات (Definitions):** وهي صفات توصف بها الكميات أو العناصر المكونة للنظام الرياضي والتي لا تحمل معني معيناً مثل النقطة والخط المستقيم والمنحنى والسطح وغيرها.

ويتم بواسطة تلك التعريفات وضع وتحديد المفاهيم والتصورات الأولية التي تشكل خواص النظام الرياضي.

ويمكن وصف تلك التعريفات بأنها مجموعة من المفاهيم يقوم الرياضي بتعريفها تعريفاً دقيقاً محدداً، وليس لأحد أن يناقش الرياضي فيها، وتسمي أحياناً بالمعرفات ومن تلك المعرفات نذكر الأتي:

١- النقطة: هي الشئ الذي ليس له أجزاء ولا أبعاد.

٢- المنحني: هو طول بغير عرض.

٣- الخط المستقيم: هو منحني متماثل بالنسبة لكل نقاطه.

٤- السطح: هو شئ له طول وعرض فقط.

٥- أطراف الخط المستقيم هي نقاط، بينما أطراف (أو حدود) السطح هي منحنيات (أو خطوط).

٦- يقال عن ثلاثة نقاط أو أكثر أنها على استقامة واحدة إذا وجد خط مستقيم يمر بها جميعاً.

٧- الخطوط المستقيمة المتوازية هي التي تقع في مستوي واحد ولا تلتقي أبدا مهما امتدت.

٨- الزاوية هي ميل أحد خطين متلاقيين على الخط الأخر في مستوى، بحيث أن الخطين لا يقعان على مستقيم واحد.

٩- الزاوية المتفرجة هي الزاوية التي تكون أكبر من قائمة بينما الزاوية الحادة هي التي تكون أقل من قائمة.

١٠- يقال عن زاويتين أنها متكاملتان إذا كان مجموعهما (١٨٠) درجة.

(ب) المسلمات أو الموضوعات (Axioms):

وهي مجموعة من المفاهيم أو العبارات نقبل صحتها بدون برهان، وذلك نظراً لوضوحها، ولا يملك العقل إزاء ذلك إلا التسليم بصحتها.

وتحدد هذه المسلمات خواص أو بعض خواص التعريفات المستخدمة لعناصر النظام وتحكم العلاقة بينهما، وقد قسم إقليدس المسلمات إلى مجموعتين:

(١) مسلمات عامة أو شائعة (Common Notions)

ونذكر منها المسلمات الخمس التالية:

١- الكل أكبر من الجزء، أو أن الجزء يكون دائماً اصغر من الكل.

٢- إذا أضيفت (أو طرحت) كميات متساوية إلى (أو من) كميات متساوية فإن النتائج (أو المتبقيات) تكون متساوية، فإذا كانت $A = B$ مثلاً فإن: $A \pm C = B \pm C$

٣- إذا أضيفت كميات متساوية إلى كميات مختلفة فإن النتائج تكون مختلفة، فإذا كانت $A \neq B$ فإن: $A + C \neq B + C$

٤- إذا تضاعفت (أو تناصفت) الكميات المتساوية فإن النتائج تكون متساوية، فإذا كانت $A = B$ فإن $2A = 2B$ وكذلك فإن: $\frac{1}{2}A = \frac{1}{2}B$

٥- الخطان المستقيمان لا يمكن أن يحدا (Enclose) أي فراغ.

(٢) مسلمات هندسية أو بديهيات (Postulates)

وتسمى أحياناً بالمصادرات (كما أطلق عليها ذلك العلماء العرب الأوائل) وهي خمس مسلمات نذكرها فيما يلي:

١- يمكن رسم خط مستقيم وحيد يمر بأي نقطتين مختلفتين.

٢- يتكون الخط المستقيم من اتحاد (أو اندماج) عدد لانهائي من القطع المستقيمة، بمعني أنه يمكن مد أي خط مستقيم إلى ما لانهاية من الجهتين.

٣- يمكن رسم دائرة مركزها عند أي نقطة ونصف قطرها أي عدد يمثل بطول القطعة المستقيمة الواصلة بين المركز وأي نقطة على سطح الدائرة.

٤- الزوايا القائمة كلها متساوية.

٥- يمكن رسم موازٍ واحد لمستقيم معلوم من أي نقطة خارجه عنه (أي ليست واقعة عليه).

وتعرف المسلمة الخامسة بمسلمة التوازي، ويطلق على الهندسة التي تدرس الأشكال الهندسية مع تبني تلك المسلمات بالهندسة الاقليدية (Euclidean Geometry).

ملحوظة: لا تقتصر المعرفات (أوالتعريفات) وكذلك المسلمات على الهندسة الاقليدية فقط ففي نظرية المجموعات مثلاً نجد:

التعريف (أو المعرفة) الآتية: يقال عن مجموعة A أنها جزئية من مجموعة B إذا وإذا فقط كان كل عنصر في A هو عنصر في B.

وكذلك نجد المسلمة الآتية: إذا كانت A مجموعة وكان العنصر b ينتمي إليها أي أن $b \in A$ وكانت $a = b$ فإن $a \in A$. وهكذا.

القصور في هندسة إقليدس – مسلمات أرشميدس:

أول من لاحظ القصور في هندسة إقليدس هو العالم اليوناني القديم أرشميدس (٢٨٧-٢١٢ق م.) حيث لاحظ أن إقليدس وضع النسب بين الأطوال والمساحات والحجوم ولم يقدم كيفية قياسها بطريقة دقيقة، كما أن مسلمة التوازي (المسلمة الخامسة) كانت تبدوا معقدة وغير واضحة.

وقد عالج أرشميدس هذا القصور بوضعه خمس مسلمات جديدة تعرف بمسلمات أرشميدس وهي :

١- الخط المستقيم هو أقصر منحنى يصل بين نقطتين.
٢- السطح الأصغر (Minimal Surface) هو السطح الذي له أصغر مساحة بين كل السطوح التي لها نفس المنحنى المحيط (Boundary Curve).
٣- المنحنيان في نفس المستوى اللذان لهما نفس نقطة البداية والنهاية يكونا غير متطابقين إذا كان كل منهما مقعر وأحدهما مغلف بالأخر وبالخط المستقيم الواصل بين نهايتي المنحنيين.
٤- السطحان اللذان لهما نفس المنحنى المحيط يكونان غير متطابقين إذا كان كل منهما مقعر وأحدهما مغلف بالأخر وبالمستوى الذي له نفس المحيط.
٥- إذا كان $a > b$ فإنه يوجد عدد n بحيث أن: $nb > a$. بمعنى أنه إذا كان لدينا طولان أحدهما أكبر من الثاني $(a > b)$ فيمكن مضاعفة الأصغر كي يتجاوز الأكبر.

وقد اعتبرت هذه المسلمات أساسا لما عرف بعد ذلك بالهندسة المترية (Metric Geometry) وهي أول نوع من الهندسات حاول إسقاط مسلمة التوازي من هندسة إقليدس.

ظهور الهندسات اللا إقليدية:

كان ينظر إلى هندسة إقليدس وإلى نتائجها على أنها صادقة صدقاً مطلقاً، وأنها الهندسة الوحيدة الممكنة، غير أن المسلمة الخامسة (مسلمة التوازي) التي لم تتم البرهنة عليها منذ البداية جعلها توضع في موضع شك من طرف العلماء، وقد حاول العرب إثبات تلك المسلمة بمختلف الطرق، إلى أن جاء الروسي لوباتشيفسكي (١٧٩٤-١٨٥٦) والألماني ريمان (١٨٢٦-١٨٦٦) في القرن التاسع عشر وفي محاولتهم برهنة هذه المسلمة، خلص كل منهما إلى هندسة أخري تختلف عن هندسة الأخر وعن هندسة إقليدس، وسميت هذه الهندسات بالهندسات اللاإقليدية (Non-Eucledean Geom.).

ثانياً: النظريات أو المبرهنات (Theorems):

وهي كل ما يمكن إثبات صحته من عبارات باستخدام مسلمات النظام والنتائج التي سبق الحصول عليها بأسلوب منطقي، فبعد أن يحدد الرياضي المقدمات (من تعريفات ومسلمات) يبدأ في برهان النظريات التي يستنبطها من مجموع تلك المقدمات، وذلك وفق قواعد معينه هي قواعد الاستنباط.

وإذا ما تم برهان نظرية ما أصبحت من بين ما يستعين به الرياضي في البرهنة على نظرياته اللاحقة، لذلك فإن الرياضي قد يبرهن على نظرية بردها إلى نظرية أخرى سابقة حتى ينتهي به الأمر في النهاية إلى المقدمات الأولي التي سلم بها لتكون هي المرجع الأساسي الذي استخدمه في البرهنة على جميع نظريات النظام الرياضي الذي يدرسه.

[٧] أزمة المنهج الاستنباطي في الرياضيات:

١- كان لظهور الهندسات اللاإقليدية في منتصف القرن التاسع عشر الميلادي دور أساسي في توجيه أول ضربة لليقين المطلق لمبادئ ونتائج ما يعرف بالمنهج الاستنباطي (المسلماتي) في الرياضيات والذي اعتمدته الرياضيات حتى ذلك الوقت، ولم تقتصر تلك الضربة على الهندسة فقط بل مست مجالات أخري في

الرياضيات كالجبر، ففي إطار نظرية المجموعات ظهر أن المسلمة (أو البديهية) التي تقول أن الكل أكبر من الجزء ليست صادقه صدقاً مطلقاً كما كان يعتقد، إذا ظهر أن الجزء يمكن أن يكون مساوياً للكل أو أن يكون حتى أكبر من الكل، وقد أدى ذلك – مع اعتبارات أخرى- إلى ظهور منهج جديد في الرياضيات أطلق عليه اسم المنهج الفرضي الاستنباطي(Deductive Hypothetical Method).

٢- وقد نشأ هذا المنهج الجديد على يدي علماء المنطق الرياضي وأولهم: الفيلسوف الإنجليزي برتراند رسل (١٨٧٢-١٩٧٠) وزميله ألفريد وايتهيد (١٨٦١-١٩٤٧) الذين نشرا كتابهما الشهير (مبادئ الرياضيات) عام ١٩١٠م ورأوا فيه أن فرضيات الجمل الرياضية يمكن استنباطها من عدد قليل من المسلمات، وقد أخذ هذان العالمان فكرتهما عن الرياضي الألماني دافيدهلبرت (١٨٦٢-١٩٤٣) الذي وضع نظاماً منهجياً لدراسة القوانين والعلاقات الرياضية وذلك بوضعه أول بناء أكسيوماتي (مسلماتي) كامل للهندسة دون التناقض مع التحليل، وكان ذلك عام ١٨٩٩، وقد أعتمد هلبرت صياغة عدم التناقض المطلق في نظام شكلي يكون ضمنه كل التحليل الكلاسيكي بما فيه نظرية المجموعات والمنطق موجود بشكل مسلمات وقواعد استنتاجيه.

وفي الأربعينيات من القرن العشرين برهن عالم الرياضيات والمنطق كورت جوديل (١٩٠٦- ١٩٧٨) أنه يوجد في أي نظام منطقي نظريات لا يمكن إثبات أنها صائبه أو خاطئة بمسلمات ذلك النظام فقط.

ووجد جوديل أن هذا صحيح حتى في مفاهيم الحساب الأساسية.

٣- ويمكن القول أنه في المنهج الفرضي الاستنباطي الجديد لم يعد ينظر إلى المبادئ والأسس التي يقوم عليها البرهان (الاستنباط أو الاستنتاج) الرياضي على أنها صادقة أو غير صادقة ، بل أصبحت تلك المبادئ والأسس مجرد مسلمات أو فرضيات تخضع لعدة شروط منها الوضوح وعدم أثبات الاختلاف وأن تكون مستقلة عن بعضها البعض.

والمهم في ذلك هو الاتساق المسلمي (الاكسيومي) الناتج عن هذه المسلمات، والذي يؤدي إلى الاتساق الداخلي المنطقي للنظام الرياضي وإلى خلوه من التناقض، بمعني أن الوصول إلى النتائج في ذلك المنهج يتم دون التناقض مع الأوليات التي تم الانطلاق منها.

[٨] خواص النظام الرياضي:

من الطبيعي ألا تصلح أي مجموعة من المسلمات لبناء نظام رياضي إلا إذا حققت خواصاً معينه بعضها لازم وبعضها مرغوب فيه، ومن هذه الخواص نذكر:

١- الاتساق أو التناسق (Consistency)

٢- الاستقلال (Independency)

٣- الاكتمال (Completeness)

٤- التصنيف (Categoricalness)

أولاً: الاتساق أو التناسق : يقال عن مجموعة من مسلمات نظام رياضي أنها متسقة (Consistent) إذا لم تكن متعارضة فيما بينها، ولا يمكن استنتاج أو إثبات نظرية تتناقض مع إحدى مسلمات أو نظريات أو نتائج النظام الرياضي التي سبق إثباتها. والطريقة المثلي لإثبات أتساق المسلمات للنظام الرياضي هي تكوين نموذج (Model) يحقق كافة مسلمات النظام.

ثانياً: الاستقلال: يقال عن مسلمة في نظام المسلمات الرياضي أنها مستقلة (Independent) إذا لم تكن نتيجة منطقية لمسلمات النظام الأخرى، ويقال عن النظام أنه مستقل إذا كانت جميع مسلماته مستقلة (أي لا تعتمد على بعضها).

ثالثاً: الاكتمال: يقال عن نظام المسلمات الرياضي أنه مكتمل (Complete) إذا لم يكن بالإمكان إضافة مسلمة أخري إلى مسلماته بحيث يبقي النظام متسقا مستقلا.

فمثلا: إذا كان لدينا نظام يخضع للمسلمات الأربع الأولى لإقليدس فقط فهو نظام غير مكتمل لاستحالة إثبات أن (مجموع زوايا المثلث تساوي ١٨٠ درجة) من المسلمات الأربع إلا بعد إضافة المسلمة الخامسة (مسلمة التوازي).

رابعاً: التصنيف: يقال عن نظام المسلمات الرياضي أنه تصنيفي (Categorical) إذا كانت جميع نماذجه (models) متماثلة، ولذا وجب تعريف خاصية التماثل (Isomorphism) حيث يقال عن نموذجين M_1, M_2 لنظام رياضي أنهما متماثلان (Isomorphic) وتكتب $M_1 \cong M_2$ إذا وجد تماثل بينهما بمعني أن أي نتيجة (سواء كانت صحيحة أم خاطئة) في M_1 تكون صحيحة أو (خاطئة) في M_2 أيضاً. وهناك نظرية هامة تقول: أن كل نظام تصنيفي (الخاصية الرابعة) يكون مكتملاً (الخاصية الثالثة).

[٩] الدقة في استخدام المصطلحات الرياضية:

من المناسب للباحث الرياضي أن يستخدم المصطلحات الرياضية بدقة كبيرة، وأن يميز بين المصطلحات المتقاربة في المعني، المختلفة في المغزى، ونذكر هنا تعريفاً لعدد من المصطلحات الرياضية التي ينبغي على الرياضي أن يكون على علم بها، وأن يميز بين بعضها والبعض الأخر، وهي مجرد نماذج وليست للحصر.

١- **المسلمة أو الموضوعة (Axiom):**

وهي قضية أوليه أو عبارة في نظام رياضي يسلم بصحتها بدون برهان، ويستنتج منها منطقياً (عن طريق الاستدلال أو الاستنباط) حقائق هذا النظام.

ومن أمثلتها :

مسلمة (أو موضوعة) التوازي Axiom of Parallelism

مسلمة (أو موضوعة) الاستمرار Axiom of Continuity

مسلمة (أو موضوعة) الاختيار Axiom of Choice

٢- **المدخل الاكسيوماتي (أو المعالجة الموضوعاتية) (Axiomatic Approach):**

وهي المدخل (أو المعالجة) المعتمدة على نظام المسلمات

٣- **الفرض (Hypothesis):**

هو قضية مفروضة تبنى عليها نتائج أخري

٤- **الافتراض (Assumption):**

هي فكرة افتراضيه توضع في البداية، وتحتمل الخطأ أو الصواب

٥- **الاستدلال أو الاستنباط أو الاستنتاج (Deduction):**

هو إثبات صحة قضية إستناداً إلى مجموعة من المسلمات (أو الفرضيات) المسلم بصحتها. والصفة منها: استنتاجي أو استدلالي (Deductive).

٦- **الاستقراء (Induction):**

هو استخراج النتائج من مجموعة معروفة من الحقائق توجها من التخصيص إلى التعميم، وكمثال لها : عملية الاستقراء الرياضي (Mathematical Induction) والذي يطلق عليه أحياناً: الاستنتاج الرياضي. والصفة من هذا المصطلح استقرائي (Inductive)

٧- **التمهيدية أو المأخوذة (Lemma):**

هي نظرية تمهيدية يبرهن عليها توطئة لاستخدامها في البرهان على نظرية أخري.

٨- **القضية أو الدعوى (Proposition):**

هي نتيجة أو نظرية رياضية يتم استنباطها والبرهان عليها من المقدمات التي بدأنا بها.

٩- **المفهوم (Concept):**

تمثل مجموعة من المفاهيم لنظام رياضي المقدمات في هذا النظام والكلمات الاصطلاحية المستخدمة.

١٠- **المبرهنة (Theorem):**

هي قضية تطرح للبرهان اعتمادا على فرضيات معينة، أو هي نتيجة عامة تمت برهنتها، وكأمثله لها:

مبرهنة القيمة الوسطي (Mean value Theorem).

مبرهنة ذات الحدين (Binomial Theorem).

مبرهنة التباعد (divergence Theorem).

مبرهنة الوحدوية (Uniqueness Theorem).

١١- النظرية (Theory):

هي دراسة لقواعد متعلقة بمفهوم معين، وللحقائق التي افترضت أو تم برهانها في ذلك المفهوم، وكأمثلة لها:

نظيرية المعادلات	Theory of Equations
نظرية الأعداد	Theory of Numbers
نظرية الألعاب (أو المباريات)	Theory of Grams
نظرية الزمر	Theory of Groups

١٢- التحليل الرياضي (Mathematical Analysis):

هو فرع الرياضيات الذي يعني بدراسة الأنظمة الرياضية التي تشمل عملية أخذ النهايات والتفاضل والتكامل، معتمداً الأسلوب الجبري كنمط في التفكير، وذلك خلافاً للفروع الأخرى كالهندسة ونظرية الأعداد ونظرية الزمر.

ونكتفي بهذا القدر كنماذج على ضرورة التعامل بدقة مع المصطلحات الرياضية المختلفة.

[١٠] أهمية الرياضيات، وارتباط العلوم الأخرى بها:

١- لا يوجد علم من العلوم نظر إليه وكأنه لا صلة له بالحياة المعاصرة التي يعيشها الناس وبالنشاط الإنتاجي الذي يمارسه الإنسان على الأرض، قدر الرياضيات، وخصوصاً الرياضيات البحتة، ومع ذلك فإن دراسة تاريخ الرياضيات وما شهده القرن العشرين من استخدام متنامي لها في مختلف العلوم، ودخولها اليوم في تفسير معظم الظواهر المحيطة بنا، وإيجاد الحلول للعديد من المشكلات المعاصرة، بين أن تلك النظرة إلى الرياضيات هي نظره زائفة ولا صله لها بالواقع أو بحقائق التاريخ، فالمعرفة الرياضية في أي فرع من فروعها نشأت

تاريخياً وفي البداية من خلال احتياجات الإنسان على هذه الأرض ومن سعيه المتواصل للسيطرة على الطبيعة وتحسين ظروف معيشته وتنظيم معلوماته.

٢- إن الصورة الشائعة عن المشتغلين بالرياضيات أنهم أناس معزولون عن الواقع ويعيشون في برج عاجي يتعاملون مع مجموعة من قواعد المنطق الاستنباطي للوصول إلى النتائج المطلوبة، هي صورة زائفة بدون شك وبعيدة عن الواقع.

وربما نشأت هذه الصورة بسبب التجريد الذي تتميز به الرياضيات والذي يغري الناس بقبول وجهة النظر هذه في الرياضيات التي لا تري لها صله بالحياة العملية.

ومع التطور التاريخي للرياضيات وظهور التطبيقات المتعددة للرياضيات في حياتنا العلمية، تغيرت النظرة إلى علماء الرياضيات بصورة كبيرة، نظراً لأهمية الدور الفعال الذي يقومون به في خدمة المشتغلين بالعلوم الأخرى، والذي يعود بدوره بالنفع العام على سائر أفراد المجتمع.

٣ - ويمكن القول بأن الرياضيات هي من العلوم الهامة التي لا يستغنى عنها أي فرد مهما كانت ثقافته أو كان عمره، فهي تأخذ حيزاً مهما في حياة الأفراد مهما كانت درجة رقيهم.

وتأخذ الرياضيات في المجتمع أهميتها النسبية من مجتمع لآخر تبعا لتقدم هذا المجتمع وتعقيدات حياته والتي تحتاج إلى وسيلة لحل كثير من تلك التعقيدات.

٤- وفي العصر الحديث وبالرغم من محافظة الرياضيات على مسلماتها القائمة منذ آلاف السنين فقد تطورت واستجابت لأخطر التحديات العلمية والتقنية المعاصرة، وأصبحت كالجندي المجهول في كل إنجاز علمي هام، ففي علوم الحاسب الآلي والاتصالات وغزو الفضاء وحماية البيئة والاقتصاد والإدارة والهندسة بل والجغرافيا وعلم النفس وعلم اللغة أيضاً، نجد أن الرياضيات أصبحت تؤثر تأثيراً مباشراً في تطوير تلك العلوم بحيث يمكن اعتبارها العمود الفقري للتقدم

والازدهار الحادث في ميادين العلوم التي هي أساس تقدم ونمو المجتمعات بغية الوصول إلى التفوق في الركب الحضاري والتنافس في التواصل المعرفي ونقل الخبرات بين الأجيال وتطويرها في شتي المجالات.

[١١] تطور الرياضيات منذ أقدم العصور وحتى بدايات عصر الثورة العلمية:

أن الرجوع إلى تاريخ الرياضيات ودراسة مراحل تطورها عبر مختلف العصور سوف يساعدنا على اكتساب رؤية واضحة لموضوع الرياضيات من حيث منهجها ونتائجها، وبالتالي اكتشاف الآليات التي تحكم سير وتطور هذا العلم، ومعرفة العوائق التي اعترضت تطوره عبر العصور ومن خلال التطور الحضاري للبشرية عبر تلك العصور، ويمكن القول بأن دراسة تاريخ الرياضيات وتطورها يسير جنباً إلى جنب مع دراسة تاريخ التطور البشري عبر حضاراته المتعاقبة. وفي الفقرات التالية نذكر بصورة موجزة تطور الرياضيات عبر الحضارات المتعاقبة.

أولاً: الحضارات القديمة: وتشمل تلك الحضارات:

١- الحضارة السحيقة (بدايات وجود الإنسان على الأرض).
٢- الحضارة المصرية القديمة (الفرعونية).
٣- حضارة بلاد الرافدين في العراق القديمة (الحضارة البابلية).
٤- الحضارتان الهندية والصينية.
٥- الحضارة الإغريقية (اليونانية القديمة).
٦- حضارة العصر الاسكندري (في جامعة الإسكندرية القديمة).

(١)- **الحضارة السحيقة:** ويقصد بعصر الحضارة السحيقة هي تلك الفترة منذ بدء الحضارة الإنسانية المسجلة تاريخيا قبل نحو ثمانية آلاف عام (أي قبل الميلاد بستة آلاف عام) وهو ما يعرف بعصر ما قبل التاريخ.

ويمكن القول بأن الرياضيات قد نشأت في تلك الفترة ومع بدايات وجود الإنسان المتحضر على الأرض حيث كان يقوم بقياس ما يشاهده من الظواهر

الطبيعية بناء على فطرة وخاصية في الإنسان ألا وهي اهتمامه بقياس كل ما يتعلق باحتياجاته العملية في البيئة المحيطة به، حيث كان هناك ضرورة لقسمة الطعام بين أفراد العائلة وقياس الوقت وتحديد الفصول المؤثرة في إنتاج المحاصيل الزراعية، وتقسيم الأراضي، وأعمال التجارة والقياسات اللازمة لتشييد الأبنية في المدن التي نشأت مع تطور فكر الإنسان في ذلك الوقت.

ومن المحتمل في تلك الفترة أن يكون الإنسان قد بدأ العد أولاً على أصابعه، ثم تطور ذلك حتى أصبح لديه طرق متنوعة لتدوين كميات وأعداد الحيوانات التي يملكها، أو مساحات الأراضي التي يقوم بزراعتها، أو عدد الأيام بدءاً باكتمال القمر، وقد استخدم الإنسان آنذاك الحصى وعقد الحبال والعلامات الخشبية وعظام الحيوانات لتمثيل الأعداد، كما تعلم استخدام أشكال منتظمة عند صناعته للأواني الفخارية أو رؤوس السهام المنقوشة التي كان يستخدمها في الصيد.

(٢)- **الحضارة المصرية القديمة:** يحدد علماء الآثار عام ٣٢٠٠ ق.م. بداية لتوحيد أقاليم مصر في كيان واحد هو الدولة المصرية القديمة، ويصفون الحضارة المصرية قبل هذا العام بأنها تنتمي إلى العصر السحيق أو عصر ما قبل الأسرات الحاكمة في تاريخ مصر، ولا توجد مدونات تاريخية قبل هذا العام (٣٢٠٠ ق.م)، وإن كانت الأبحاث الأثرية والجيولوجية تقول أن: مجموعة من الناس سكنت المناطق المحيطة بضفتي نهر النيل حوالي سنة ٥٥٠٠ ق.م وبدأت في إقامة مجتمعات زراعية وعمرانية في تلك الأماكن، وأنشأت مجموعة من الأقاليم شمال وجنوب مصر، وكان كل إقليم يتمتع بحكم ذاتي، وذلك قبل أن يقوم مينا (أو نارمر) أحد حكام تلك الأقاليم بتوحيد شمال وجنوب مصر في دولة واحدة، وذلك عام ٣٢٠٠ ق.م، وإنشاء الأسرات الحاكمة في التاريخ الفرعوني.

ويشير علماء الآثار إلى أن علم الرياضيات كان موجوداً عند قدماء المصريين وخاصة فرعي الحساب والهندسة واللذان كان لهما تأثير واضح على معاملاتهم وإنشاءاتهم الهندسية، ويدل على ذلك المباني الضخمة المتمثلة في الأهرامات والمعابد والتماثيل والمسلات ذات الأشكال الهندسية المميزة.

ويذكر المؤرخون أن إمحتب الذي ظهر حوالي عام ٢٧٥٠ ق م. وكان يعمل وزيراً ومهندساً وطبيباً عند الملك زوسر أحد ملوك الأسرة الثالثة الفرعونية، هو أول من يمكن أن نطلق عليه اسم عالم في تاريخ العالم، وفي قاموس العلماء لأسحق أسيموف المرتب تاريخياً، يأخذ إمحتب الرقم (١) بوصفه أول عالم وصل إلينا ذكره في التاريخ ويذكر له بناء أول مبنى ضخم في التاريخ بني على أسس هندسية وهو هرم زوسر المدرج في مدينة سقارة بمصر وذلك حوالي عام ٢٧٠٠ ق م. وفي نفس قاموس العلماء لأسيموف، يأخذ العالم المصري القديم (أحمس) الرقم (٢) في الترتيب التاريخي لظهور العلماء، وقد ظهر حوالي عام ١٧٠٠ق م. أي بعد إمحتب بألف سنة، كما ظهر أحمس في موسوعة ماك تور لتاريخ الرياضيات كأول عالم رياضي في التاريخ، ووضع تاريخه في الفترة (١٦٨٠-١٦٢٠ق م.)، وقد عرف أحمس من خلال برديته الشهيرة (برديه أحمس) والتي اكتشفت بواسطة الإنجليزي ألكسندر ريند A. Rhind في منتصف القرن التاسع عشر الميلادي (عام ١٨٥٨) في أحد المعابد المصرية بالأقصر وتم نقلها إلى المتحف البريطاني في لندن عام ١٨٦٣ ويصفها المؤرخون بأنها أول كتاب رياضي في التاريخ أو هي أول وثيقة رياضية مكتوبة بصورة منظمة في أبواب تشتمل على : العد وكتابة الأرقام وقواعد العمليات الحسابية والكسور والجذور وحل بعض المعادلات الجبرية البسيطة، إضافة إلى عدد من المسائل الهندسية، وتحتوي البردية على طرق وحلول عددية لنحو(٨٥) مسألة رياضية تبين براعة المصريين القدماء في حل تلك المسائل، ولذلك – كما يقول أسيموف – فهي تمثل أول كتاب رياضي في العالم. وتجدر الإشارة هنا إلى أن هناك بردية أخري تم اكتشافها بعد ذلك وهي محفوظة الآن بمتحف موسكو الوطني وتعرف ببرديه موسكو ويعود تاريخها إلى نحو عام ١٩٠٠ق م. أي قبل بردية أحمس بمائتي عام، وقد تضمنت تلك البردية حوالي (٢٥) مسألة رياضية عددية وهندسية مختلفة، ولا يعرف مؤلف هذه البردية، ونذكر هنا أن أحمس يذكر في مقدمة برديته أنه أخذ بعض مسائله من بردية سابقة، وربما كانت بردية موسكو المذكورة هنا هي التي عناها أحمس. كما أن هناك بردية رياضية أخرى هي بردية برلين ويعود تاريخها إلى عام ١٣٠٠ ق.م، وهي محفوظة الآن في متحف برلين في ألمانيا.

ويقول إسحق أسبموف صاحب قاموس العلماء: أنه نظراً لبراعة المصريين القدماء في بناء الأهرامات فليس من المستبعد وجود برديات أخرى تحمل العديد من المسائل الرياضية المتقدمة في ذلك العصر، غير أنه لم يتم الكشف عنها حتى الآن.

أمثلة من مسائل بردية أحمس:

كان أحمس يسمي المجهول (كومه) ومن الأمثلة التي وردت عنده نذكر الأتي:

مثال (١): كومه إذا أضيفت إليها سُبعها أصبحت تسعة عشرة. وبلغتنا الرياضية المعاصرة فإن هذه المسألة تصبح كالتالي:

إذا كانت x تدل على الكومه فإن: $x+\frac{1}{7}x=19$

وقد قام أحمس بحلها وأعطى النتيجة $16\frac{5}{8}$ غير أن حله كان مطولا والسبب في ذلك يرجع إلى إفتقاره إلى رموز للدلالة على الأعداد والمتغيرات.

مثال (٢): وهو المسألة رقم (٢٤) في بردية أحمس وتنص على:

كومه إذا أضيف إليها ربعها كان الناتج 15، وبلغتنا المعاصرة إذا كانت x تمثل الكومة فإن $x+\frac{x}{4}=15$ وقد حلها أحمس بأن اقترح الرقم 4 للكومة لكي يستخلص من الكسر في الحد $(\frac{x}{4})$ ولكنه وجد الناتج يساوى 5 وهي إجابة غير صحيحة، وقال أحمس أن الناتج 15 يساوي 3 أمثال 5 وبالتالي فإن الرقم المقترح للكومة يجب إن يساوي 3 أمثال الرقم 4 أي 12.

مثال(٣): قسم 100 وحدة مربعة إلى مربعين بحيث أن طول ضلع أحد هذين المربعين يساوي $\frac{3}{4}$ طول ضلع الآخر.

وهي مسألة تؤول في حلها إلى معادلة جبرية من الدرجة الثانية.

وبلغتنا الرياضية المعاصرة: إذا كان طول ضلع أحد المربعين $= x$ وطول ضلع الثاني $= y$، فإن:

$$x^2 + y^2 = 100 \quad (1) \quad , \quad x = \frac{3}{4}y \qquad (2)$$

وبحل المعادلتين يكن إيجاد x, y حيث: $y = 8$, $x = 6$

مثال(٤): كيف نحصل على زاوية قائمة من مثلث مصنوع من الحبال أطوال أضلاعه 3,4,5.

ومن الواضح أن هذه المسالة تنتمي إلى نظرية فيثاغورث التي ظهرت بعد أحمس بأكثر من ألف عام.

مثال(٥): وهى المسألة رقم (79) في بردية أحمس وتنص على الأتي:

يوجد في مزرعة سبعة بيوت وفي كل بيت سبع قطط وكل قطة أكلت سبعة فئران وكل فارة أكلت سبع سنابل قمح وفي كل سنبله سبع حبات قمح فما عدد حبات القمح التي أكلتها القطط جميعاً.

وقد حل أحمس هذه المسألة وكانت الأرقام مكتوبة بالرموز المصرية القديمة وحصل على النتيجة الآتية: البيوت ٧ ، القطط ٧×٧ =٤٩، الفئران = ٤٩×٧=٣٤٣، سنابل القمح = ٣٤٣×٧ =٢٤٠١، حبات القمح= ٢٤٠١×٧= ١٦٨٠٧ وهو مجموع ما أكلته القطط جميعاً من حبات القمح.

(٣)- حضارة بلاد الرافدين – العراق القديمة (الحضارة البابلية):

ظهرت في بلاد الرافدين (دجله والفرات) أي العراق في عهدها القديم حضارات كبرى أرتبطت بأسماء الشعوب التي استقرت هناك، وكانت تلك الحضارات لا تقل شأناً عن الحضارة المصرية القديمة لتشابه الظروف بين البلدين مصر والعراق، وذلك لوجود نهر النيل في مصر ونهري دجلة والفرات في العراق حيث أن وجود مصدر عذب للمياه هو أحد عوامل نشأة الحضارات وكانت أول الحضارات التي ظهرت في بلاد الرافدين هي الحضارة السومرية- حيث سكن السومريون تلك البلاد حوالي عام ٣٥٠٠ ق.م وأنشئوا حضارة عظيمة (في مدينة سومر) اتصفت بالابتكار وكانت

الأساس الذي قامت عليه الحضارات التالية وأولها الحضارة البابلية التي قامت في شمال العراق (في مدينة بابل) وأسستها قبائل سامية غزت البلاد حوالي عام ٢٢٠٠ ق م. واستمرت حضارتهم نحو ألف عام انتهت باستيلاء الأشوريين وهم أيضا شعوب سامية جاءت من شبه الجزيرة العربية واستولت على الحكم في مدينة أشور في البداية وبسطت نفوذها على العراق كلها حوالي ١٢٠٠ق م.

وكان البابليون يمارسون كتابة الأعداد نظراً لاشتغالهم بالأعمال التجارية حيث كانوا يقومون بحساب الأرباح وتدوين ذلك على ألواح من الصلصال وبقلم من البوص المدبب، ثم توضع في الفرن لتجفف، في حين كان المصريون القدماء يكتبون ويدونون على أوراق نبات البردي المنتشر على ضفتي نهر النيل.

وأخترع البابليون حوالي عام ٢٠٠٠ق م. النظام الستيني للعد والمبني علي أساس العدد 60، ويتكون من 60 رمزا للدلالة على الأعداد من واحد إلى 60. ولا يزال النظام الستيني (البابلي) مستخدما حتى يومنا هذا لمعرفة الوقت بالساعات والدقائق والثواني فالساعة تتكون من 60 دقيقة والدقيقة من 60 ثانية، كما أن لهذا النظام استخدامات هامة في علم الفلك وذلك لسهولة تقسيم العدد 60، وتقسيم الزوايا في الدائرة إلى 360 درجة وهي أحد مضاعفات العدد 60.

ولقد طور المصريون القدماء النظام الستيني البابلي هذا واستخدموه في مسح الأراضي بعد الفيضان السنوي لنهر النيل (في شهر أغسطس) وذلك لتقدير الضرائب المستحقة على الفلاحين. وحوالي عام ١٩٠٠ق م. قام المصريين باختراع نظام عشري هو العد بالآحاد والعشرات والمئات، لكنهم لم يكونوا يعرفون الصفر، لهذا كانوا يكتبون العدد600 مثلاً بوضع 6 رموز يعبر كل رمز منها على العدد 100 (أنظر تاريخ علم الحساب في الباب الثاني).

(٤)- <u>الحضارتان الهندية والصينية (حضارة بلاد الشرق)</u>

تميزت الحضارتان الهندية والصينية والتي عاصرت في بعض فتراتها حضارة بلاد الرافدين في عصورها المتأخرة، بميزات خاصة، حيث كانت بلاد الهند تتعدد فيها

المذاهب والمعتقدات وانتشرت فيها بعض المظاهر الفلسفية الخاصة بها، أما في الصين فقد كانوا يحتفظون بوحدتهم السياسية واللغوية وتنتشر في طول بلادهم وعرضها تغيرات مناخية وبيئية أثرت على فكرهم وفلسفتهم.

أولاً: الرياضيات في الحضارة الهندية:

ذكرت موسوعة ماك – توتر في تاريخ الرياضيات عدداً من علماء الهنود الأوائل في الرياضيات نذكر منهم:

١- بودهيانا Boudhayana (٨٠٠-٧٤٠ق م.):

وهو أول عالم هندي ظهر اسمه في المدونات الرياضية وقام بوضع أول مدونه رياضية هندية حوالي عام ٧٥٠ ق.م مكونة من ثلاثة فصول اشتملت على بعض الحلول الهندسية لمعادلات خطية في مجهول واحد، كما احتوت على بعض الطرق التقريبية لبناء الإشكال الهندسية، وأعطي قيمة للنسبة التقريبية (π) هي 3.004 .

٢- أباستامبا Apastamba (٦٠٠-٥٤٠ ق م.):

وضع أهم مدونه هندية في تلك الفترة، وأعتبرت امتداد لمدونة بودهيانا واشتملت على ستة فصول أوجد فيها طريقة عامة لحل المعادلات الخطية وأوجد قيمة دقيقة لخمسة أرقام عشرية لجذر العدد(2)، كما تعرض لمسألة تربيع الدائرة ومسألة تقسيم قطعة إلى سبعة أجزاء متساوية.

وفي القرن السادس الميلادي ظهر الرياضي الهندي الشهير:

٣- أريابهاتا Aryabhata (٤٧٦-٥٥٠م):

الذي وضع كتابه الشهير المسمي أريابهاتيا عام ٤٩٩م. لخص فيه الرياضيات الهندية المعروفة من حساب وجبر وهندسة مستوى وكرويه حتى القرن السادس الميلادي بهدف استخدامها في الحسابات الفلكية، حيث قام في كتابه أيضاً بحساب حركة الكواكب والقمر.

وفي القرن السابع الميلادي ظهر الرياضي والفلكي الهندي الكبير

٤- براهما جوبتا Brahmagapta (٥٩٨-٦٦٥م):

صاحب كتاب (سدهانتا) أو الخلود الذي ألفه عام ٦٢٨م وقام بترجمته العلماء العرب بعد ذلك وأسموه (السند هند) ويتكون من ١٤ بابا في المثلثات وخواصها وحلول بعض المعادلات الجبرية وتطبيق تلك الحلول في حل المسائل الفلكية، وينسب إليه أيضاً وضعه رمزاً للصفر نقله عن العرب، وهو أول من أستخدم تعبير الجيب لنسبة مثلثيه.

ثانياً: الرياضيات في الحضارة الصينية:

ذكرت موسوعة ماك- توتر في تاريخ الرياضيات أيضاً سلسلة من العلماء الذين ظهروا في بلاد الصين في الرياضيات والفلك نذكر منهم:

١- جان دي Gan De (٤٠٠- ٣٤٠ق. م):

أول فلكي صيني ورد ذكره وقام بعمل قياسات فلكية عام ٣٦٥ ق م. ووضع كتابين في ذلك هما : حول كوكب المشترى ، توقعات نجومية (في علم التنجيم)، وقام بوضع ملاحظات تفصيلية لحركة الكواكب خلال دورة تتكون من ١٢ عاماً، ووضع كذلك جدولاً بأهم النجوم التي لاحظها.

٢- لوكسيا هونج Luoxia Hong (١٣٠- ٧٠ ق م.):

وهو فلكي أيضاً وضع تقويما للإمبراطور وو- تي عام ١٠٤ق م. على أساس دورة تتكون من ١٩ عاماً، استخدم فيما بعض العلاقات الرياضية.

وخلال القرنين الثاني والثالث الميلادي ظهر عالمان صينيان شهيران هما:

١- شانج هنج Zhang Heng (٧٨- ١٣٩م):

وهو رياضي وفلكي ومنجم اخترع عام ١٣٢م أول جهاز لقياس الزلازل، وكتب عن الكواكب والنجوم وحسب شدة إضاءتها، ودرس المربعات السحرية في الرياضيات، ووضع قيمة تقريبية للنسبة π هي: (3.162).

٢- ليوهوى Liu Hui (٢٢٠- ٢٨٠م):

وهو رياضي وصاحب الكتاب الشهير: عشرة فصول حول الفن الرياضي كتبه عام ٢٦٣م وقام فيه بحل العديد من المسائل الحسابية والهندسية مع تطبيقات في الأعمال

التجارية وحساب الضرائب، وقام بحساب أحجام الأشكال الهندسية المجسمة مثل المنشور والهرم والاسطوانة، كما قام في الفصل الثامن بحل العديد من المعادلات الخطية الآنية:

وفي القرن الخامس الميلادي ظهر العالم الصيني:

زو شونجي Zu Chongzhi (٤٢٩-٥٠١م):

وهو فلكي ورياضي قام بوضع تقويم جديد يعتمد على دورة من ٣٩١ سنة، كما كتب مؤلفا في الرياضيات أورد فيه النسبة التقريبية (π) مقربة لسبعة أرقام عشرية ($\pi = 3.1415926$) ولاحظ أن النسبة $\frac{355}{113}$ أقرب إلى الدقة من النسبة $\frac{22}{7}$، وحاول بطريقة هندسية إيجاد علاقة لحجم الكرة.

(٥)- الحضارة اليونانية القديمة (الإغريقية):

كان اليونانيون القدامى (الإغريق) على اتصال دائم بالشعوب المجاورة لهم وخاصة قدماء المصريين، فتعلموا منهم ونقلوا عنهم، ووصل العديد من علمائهم إلى مصر لكي يدرسوا الطب والرياضيات على أيدي الكهنة المصريين في المعابد الفرعونية حيث كان العلم مقصورا على هؤلاء الكهنة آنذاك.

وقد ذكر المؤرخ اليوناني القديم هيرودوت الذي عاش في الفترة (٤٨٤-٤٢٥ق.م) في كتابه عن تاريخ مصر: أن علوم الطب والرياضيات عند الإغريق اعتمدت بدرجة كبيرة على الطب والرياضيات عند الفراعنة.

وفي عهد الأسرة المصرية السادسة والعشرين والتي حكمت مصر في الفترة (٦٢٣-٥٢٥ ق.م) تدفق الأجانب إلى مصر، وسمح أحد ملوك هذه الأسرة (وهو الفرعون أبسماتيك الثالث) للجالية اليونانية ببناء مدينة لهم على أحد فروع النيل وهي مدينة نوكراتيس (دمنهور حالياً) والتي لا تبعد كثيراً عن المكان الذي أقيمت عليه مدينة الإسكندرية فيما بعد، وكانت مدينة نوكراتيس تلك مركزاً تجاريا وثقافيا هاما ونقطة اتصال مزدهر بين مصر واليونان.

وقد ظهر عند اليونانيين عدد كبير من علماء الرياضيات الذين أثروا في الفكر الرياضي في العصور القديمة والوسطي، وكان علي رأسهم:

الرياضي والفيلسوف الشهير **طاليس** الذي عاش في الفترة (٦٢٤-٥٤٦ ق.م) والذي يوصف بأنه أول العلماء عندهم وأنه المؤسس الأول للعلم اليوناني، وقد قام طاليس بوضع عدد من القضايا الهندسية الشهيرة والخاصة بزوايا المثلث وتطابق المثلثات [أنظر الباب الثاني في تاريخ علم الهندسة].

وتلاه الرياضي المفكر الفذ **فيثاغورث** (٥٧٢-٤٩٧ ق.م) والذي درس الرياضيات والفلك في مصر لمدة ١٢ عاماً وعاد إلى بلاده عام ٥١٢ق م. حيث أسس المدرسة الفيثاغورية الرياضية التي ضمت عددا من الرياضيين اليونانيين الكبار.

ومن أبرز علماء الرياضيات اليونانيين في تلك الفترة أيضاً نذكر.

أبقراط الكيوسي (Hippocratus of Chios) الذي عاش في الفترة (٤٧٠-٣٩٠ ق.م) أي بعد فيثاغورث بنحو مائة عام، ويسميه بعض مؤرخي العلم (أبو الهندسة)، وهو غير أبقراط الكوسي الذي ولد في جزيرة كوس (cos) والمعروف بابي الطب.

وقد وضع أبقراط الكيوسي هذا أول كتاب في العالم في الهندسة أسماه كتاب الأصول أو المبادئ (Elements) وهو غير كتاب الأصول الذي كتبه أقليدس بعد ذلك بأكثر من مائة عام، وقد فقد كتاب أبقراط هذا، ولم يصل إلينا منه إلا مقتطفات ذكرها من جاءوا بعده في مؤلفاتهم ونسبوها إليه.

وقد قام أبقراط في كتاب الأصول بدراسة الأشكال الهندسية المعروفة مثل المربع والمكعب والدائرة والاشكال الهلالية التي سميت باسمه بعد ذلك (هلاليات أبقراط)، كما تضمن الكتاب عدد من النظريات الهندسية التي كانت معروفه في عهده. .

(٦)- حضارة العصر السكندري – جامعة الإسكندرية القديمة:

بعد أن أسس الأسكندر الأكبر مدينة الإسكندرية في مصر عام ٣٣٢ ق.م أنتقل إلى تلك المدينة أعداد كبيرة من اليونانيين، وفي عهد خليفته بطليموس الأول قام بطليموس

بإنشاء مدرسة عليا (أو جامعة) بالإسكندرية وذلك عام ٣٠٠ ق.م، وتعتبر هذه المدرسة (أو الجامعة) أول جامعة في العالم، وتميزت بنمو الفكر العلمي بها وكان بها مدرستان كبيرتان هما المدرسة الطبية والمدرسة الرياضية.

وكان على رأس المدرسة الطبية الطبيبان والعالمان الشهيران: هيروفيلوس (٣٣٠-٢٦٠ ق.م) مؤسس علم التشريح، وإيرازيستراتوس (٣١٠-٢٥٠ ق.م) مؤسس علم الفسيولوجيا (وظائف الأعضاء). وكان على رأس المدرسة الرياضية الرياضي والفيلسوف إقليدس (٣٣٠-٢٧٥ ق.م) أول أستاذ للرياضيات ومؤسس قسم الرياضيات بجامعة الإسكندرية تلك، وصاحب أول كتاب في الهندسة وصل إلينا وهو كتاب الأصول (Elements) الذي كتبه حوالي سنة ٣٠٠ ق.م [أنظر الباب الثاني حول تاريخ علم الهندسة].

وقد تخرج من مدرسة الإسكندرية الرياضية عدد من الرياضيين المرموقين نذكر منهم:

١- أرشميدس (٢٨٧-٢١٢ق.م) :

تلميذ إقليدس وصاحب الإنجازات الهامة في ميكانيكا السوائل وخواص المنحنيات وخاصة الحلزون المسمي باسمه (حلزون أرشميدس).

٢- إراتوستين (٢٧٦-١٦٤ق.م) :

أمين مكتبة الإسكندرية القديمة وهي أول مكتبة في التاريخ وكانت تحوي مئات الكتب في الطب والرياضيات والفلك والتاريخ، وهو أيضا أول من حسب محيط الأرض بطريقة هندسية وأول من حدد الأعداد الأولية في جدول يسمي جدول (أو شبكية أو غربال) إراتوستين.

٣- أبولونيوس (٢٦٢-١٩٩ق.م) :

صاحب الإسهامات الكبيرة وأول من كتب كتاباً في القطوع المخروطية في الهندسة. واستمر عطاء مدرسة الأسكندرية الرياضية بعد الميلاد، ونذكر من علمائها في تلك الفترة:

١- **ديو فانتس (٢١٠-٢٩٤ م) :**

وهو أبرز علماء مدرسة الإسكندرية في دراسة الجبر كعلم وأول من حاول دراسة المعادلات الجبرية بصورة منفصلة عن دراسة الأعداد(علم الحساب)، وتشكل المعلومات التي وضعها ديوفانتس أساسا لما يعرف بالجبر الديوفانتي.

٢- **بابوس الأسكندري (٢٦٠-٣٢٠ م) :**

وهو من أواخر من وصل إلينا ذكرهم من علماء مدرسة الإسكندرية الرياضية القديمة وذلك بعد أكثر من خمسمائة عام على إنشائها، كانت فيها منارة للعلم والعلماء. وقد جمع بابوس هذا كل ما كتب في الرياضيات من حساب وجبر وهندسة على عهده في كتاب أسماه (الجامع) يعتبر أحد كنوز المعرفة في العلم القديم.

٣- **هيباتيا (٣٧٠-٤١٥ م) :**

وهي أول عالمة بالرياضيات في تاريخ العالم، وورثت العلم الرياضي عن والدها ثيون (Theon) الإسكندري (٣٣٥-٣٩٥م) الذي كانت له إنجازات هامة في الرياضيات وخاصة في الهندسة الإقليدية، وقامت هيباتيا بتدريس الرياضيات في مدرسة الإسكندرية في ذلك الوقت، وكانت بارعة الجمال، ووهبت نفسها للبحث والتدريس، ولقيت حتفها على يدي أحد الشباب الغوغاء فكانت أول من أطلق عليها في تاريخ العلم اسم (شهيدة العلم).

وقد انتهى دور مدرسة الإسكندرية بعد وفاة هيباتيا نتيجة الصراعات المذهبية التي سادت الدولة الرومانية التي كانت الإسكندرية تحت حكمها آنذاك.

ثانياً: الحضارة العربية الإسلامية:

١- جاء العرب في عصر حضارتهم الزاهرة فاهتموا وبالعلوم الرياضية والفلكية اهتماماً كبيراً، ومن العوامل التي ساعدت على هذا الاهتمام نذكر الآتي:

أ- معرفتهم بأهمية العلوم الرياضية في ماضي وحاضر ومستقبل الأمم، وعلمهم بأن الرياضيات كانت في عهد قدماء المصريين والبابليين وكذلك الإغريق، أداة لحل

المشكلات اليومية، وقد أتضح ذلك فيما بعد، حيث كان لعلم الحساب ثم الجبر أثر واضح في تجارة العرب اليومية وفي معرفة حساب المواقيت للصلاة ومعرفة القبلة وتحديد الأهلية، وكذلك في تحديد مقادير الزكاة وفي حساب المواريث (وهو ما يعرف بعلم الفرائض)، وبوجه عام في الأحكام الشرعية في المعاملات اليومية، كما كان لعلم الهندسة وحساب المثلثات عند العرب أهمية كبرى حيث استخدمت في قياس المساحات وحساب المسافات الطويلة بطرق غير مباشرة ومنها مثلا حساب ارتفاع قمة جبل أو إيجاد البعد بين جبلين وما إلى ذلك، وكان للهندسة أيضا دور كبير في إيجاد الحجوم والمساحات للأشكال الهندسية المختلفة وخاصة عند بناء المساجد والمنارات.

ب- تشجيع الخلفاء للعلم والعلماء وتقريب العلماء إليهم وتوفير كافة الإمكانات لهم من تشييد لمراكز العلم والتعليم وجلب الكتب القديمة من أماكن مختلفة لترجمتها مما كان له الأثر الكبير في تقدم العلوم وازدهارها.

وقد ترجم العلماء العرب والمسلمون في تلك الفترة التي بدأت بخلافة أبو جعفر المنصور الذي تولي الحكم في الفترة (٧٥٢-٧٧٤م) في العصر العباسي الأول وفي عهد خلفائه من بعده، وخاصة في عهد الخليفة المأمون الذي تولي الحكم في الفترة (٨١٣-٨٣٣م)، عددا كبير من الكتب من اللغات اليونانية والسريانية والهندية، وقاموا بنقد ما رأوه مجاف للحقيقة والمنطق في تلك الكتب، وزادوا عليها إضافات هامة، وفي ذلك يقول المؤرخ الشهير جورج سارتون في كتابه (مقدمة تاريخ العلم):

" لولم تنقل إلينا كنوز الحكمة اليونانية، ولولا إضافات العرب والمسلمين الهامة عليها لتوقف سير المدنية بضعة قرون، وفي واقع الآمر فإن المسلمين أنقذوا العلوم القديمة وحفظوها من الضياع وأضافوا إليها إضافات أساسية هامة.

٢- وقد لعب العلماء العرب والمسلمين دوراً كبيرا في تطوير الرياضيات وما يرتبط بها من علوم كالفلك والفيزياء. فقد جمعوا المعارف الرياضية من البلدان والممالك

المجاورة من اليونان والهند وبلاد فارس وعملوا على الدمج بين المعارف الشرقية والغربية والمحلية، بالإضافة إلى إثرائهم لتلك المعارف وتقديم إضافات هامة لها.

ويرجع للعرب والمسلمين إضافات مهمة للرياضيات نذكر منها:

(١)- ترجمة أمهات الكتب اليونانية القديمة في الهندسة وعلى رأسها كتاب الأصول الإقليدس وكتب المخروطات لأبولونيوس وهيبسكليس وغيرهم. وقد ترجم علماء العرب كتاب الأصول هذا إلى اللغة اللاتينية عن النسخة العربية المترجمة، حيث كانت النسخة اليونانية الأصلية مفقودة آنذاك، ولولا ذلك لما عرف الغرب علم الهندسة وذلك باعتراف مؤرخيهم.

(٢)- تطوير واعتماد الحساب الهندي والذي أساسه النظام العشري الذي كان معروفا لدي الهنود وقدماء المصريين، وذلك في الترقيم والعد.

(٣)- تحويل علم الجبر إلى دراسة لطرق حل المعادلات الجبرية بعد أن كانت معالجة اليونانيين القدماء له ترتكز على دراسة خواص الأعداد، حتى أن كتاب ديوفانتس الذي يذكر المؤرخون أنه أول كتاب في الجبر كان اسمه (أريثماطيقا) أي (الحساب)، ويذكر للعرب أنهم أول من أعطى لهذا العلم اسمه (علم الجبر).

(٤)- ابتكار طرق جديدة لحل المسائل الهندسية سواء في المستوى أو الفراغ.

(٥)- ابتكار الدوال المثلثية وتطوير علم حساب المثلثات كعلم مستقل عن علم الفلك، ووضع الجداول الرياضية الخاصة بالنسب المثلثية.

(٦)- حل المعادلات الجبرية من الدرجة الثالثة والرابعة باستخدام طرق هندسية متقدمه.

(٧)- ابتكار الرموز المستخدمة في علم الجبر لتسهيل حل المسائل الجبرية التي كانت تكتب أولاً بالألفاظ أو الكلمات، وبهذا تم انتقال علم الجبر من مرحلة الكتابة اللفظية للمسائل إلى مرحلة استخدام الرموز (المرحلة الرمزية).

(٨)- كما قدم العرب إسهامات هامه في علمي الميكانيكا والهيدروستاتيكا، مع ذكر إشارات واضحة إلى قوانين الحركة والجاذبية والتي نسبت إلى نيوتن بعد ذلك بقرون.

ولتفصيل تلك الانجازات يمكن الرجوع إلى الباب الثاني: التطور التاريخي لفروع الرياضيات المختلفة.

٣- وقد ظهر في العالم الإسلامي في تلك الفترة والتي امتدت على مدى سبعمائة عام (مابين عامي ٨٠٠م و١٥٠٠م) أسماء لامعة أثرت الفكر الرياضي بالمؤلفات والإسهامات الرائعة التي تمت ترجمة معظمها إلى اللغات الأوربية وكان لها أثر كبير في نشأة وتطوير فروع الرياضيات المختلفة (المعروفة حينئذ) من حساب وجبر وهندسة وحساب مثلثات.

ومن تلك الأسماء نذكر على سبيل المثال لا الحصر:

١- محمد بن موسي الخوارزمي (٧٨٠-٨٥٣م)
٢- ثابت بن قرة الحراني(٨٣٥-٩٠١م)
٣- أبو كامل شجاع بن أسلم المصري (٨٥٠-٩٣٠)
٤- محمد بن جابر البتاني(٨٥٤-٩٢٩)
٥- إبراهيم بن سنان الحراني(٩٠٨-٩٤٦)
٦- أبو الوفاء محمد بن يحي البوزجاني(٩٤٠-٩٩٨)
٧- أبو سعيد أحمد بن محمد السجتساني(٩٥٠-١٠٢٤)
٨- أبو على الحسن بن الهيثم(٩٦٥-١٠٣٩)
٩- أبو بكر محمد بن الحسن الكرخي(٩٧١-١٠٣٠)
١٠- أبو علي الحسن بن سينا(٩٨٠-١٠٣٧)
١١- أبو الفتح عمر بن ابراهيم الخيام(١٠٤٨-١١٣١)
١٢- جابر بن أفلح الاشبيلي(١٠٨٠-١١٤٥)
١٣- السموال بن يحي المغربي(١١٢٥-١١٧٤)
١٤- أبو جعفر نصير الدين الطوسي(١٢٠١-١٢٧٤)
١٥- شمس الدين السمرقندى(١٢٢١-١٢٩١)
١٦- أحمد بن محمد بن البناء المراكشي(١٢٥٦-١٣٢١)
١٧- أبو عبد الله محمد بن بدر الاشبيلي(١٢٦٠-١٣٢٥)
١٨- غياث الدين جمشيد الكاشي(١٣٨٠-١٤٣٦)
١٩- أبو الحسن علي بن محمد القلصادي(١٤١٢-١٤٨٦)
٢٠- بهاء الدين محمد بن حسين العاملي(١٥٧٤-١٦٢٢)

وسوف نعطي ترجمة مختصرة لكل من هؤلاء العلماء العشرين إضافة إلى ثلاثين عالماً غيرهم وذلك في الباب الثالث الذي نتحدث فيه عن أعلام الرياضيين منذ أقدم العصور حتى الآن.

ثالثاً: انتقال العلم العربي إلى أوربا في ما قبل عصر النهضة:

(١)- مرت أوربا بستة قرون (من منصف القرن الخامس وحتى منتصف القرن الحادي عشر الميلادي) من الظلام حيث كانت الحياة في أوربا في تلك الفترة قد وصلت إلى

مرحلة شديدة من التدني من حيث العلم والثقافة والحياة الاجتماعية، ولذلك يطلق بعض المؤرخين على تلك الفترة من حياة الغرب: عصور الظلام.

وفي المقابل كان العرب في أوج مجدهم وأثروا العلم بإنجازات هامة ومؤثرة في شتى فروعه.

(٢)- وفي نهايات القرن الحادي عشر وعلى وجه التحديد عام ١٠٨٥م (الموافق٤٧٥هـ) سقطت مدينة طليطلة أكبر المدن الأندلسية في أيدي النصارى من سكان أسبانيا آنذاك، وبدأت في الغرب مرحلة انتقالية امتدت منذ ذلك الوقت حتى منتصف القرن الخامس عشر الميلادي وهو بداية ما سمي بعصر النهضة في أوربا، حيث تم في تلك المرحلة نقل المراجع العلمية التي كتبها العلماء العرب والمسلمون من المكتبات ودور العلم في الشرق والغرب الإسلاميين على السواء وذلك تمهيدا لترجمتها إلى اللغة اللاتينية لغة أوربا كلها في ذلك الوقت.

وقد قام المطران ريموندو مطران طليطلة عام ١١٤٠م (الموافق ٥٣٠هـ) بإنشاء معهد علمي لترجمة المؤلفات العلمية العربية إلى اللغة اللاتينية – تماما كما فعل العرب في بداية عصر حضارتهم- وظل هذا المعهد يقوم بأعمال الترجمة لأكثر من قرن، وكانت الكتب المترجمة توزع على أقطار أوربا للاستفادة منها.

(٣)- <u>الرياضيات في أوربا في القرن الثاني عشر:</u>

وظهر علماء وفلاسفة أوربيون في أوائل القرن الثاني عشر الميلادي وخلال القرن، حيث قاموا بأعمال ترجمة لأمهات الكتب العربية في العلوم والآداب، وكان أشهرهم:

١- <u>الإنجليزي أديلارد اوف باث (١٠٩٠-١١٥٠م):</u>

الذي تعلم اللغة العربية في مدارس المسلمين في غرناطة وقرطبة وأشبيلية بالأندلس، كما زار مصر وسوريا وبلاد اليونان، وقد قام أديلارد بترجمة كتاب الأصول لإقليدس من العربية إلى اللاتينية، وترجم أيضا كتاب الخوارزمي في الجبر والمقابلة (وذلك عام ١١٢٠م)، وغيرها من الكتب التي ساهمت في نقل الحضارة إلى الغرب.

٢- **الايطالي جيرارد أوف كريمونا أو جيرارد الكريموني (١١١٤-١١٨٧م):**

الذي كان يتقن اللغة العربية إتقانا كبيراً، وقام بترجمة أكثر من سبعين كتاباً علمياً عربياً في الرياضيات والفلك والطب والنبات، وذلك في الفترة بين عامي ١١٤٠، ١١٨٠م (٥٣٠، ٥٧٠هـ)، ومن بين تلك الكتب كتاب (الجبر والقابلة) للخوارزمي والذي سبق وأن ترجمه أديلارد أوف باث، وكذلك كتاب المجسطي في الفلك لبطليموس وكتاب المناظر في علم الضوء للحسن بن الهيثم، إضافة إلى كتب طبية لابن سينا وأبو بكر الرازي وغيرهما.

(٤)- **الرياضيات في أوربا في القرنين الثالث عشر والرابع عشر:**

(i) في بداية القرن الثالث عشر الميلادي ظهر العالم الرياضي الايطالي **ليوناردو فيبوناتسي (١١٧٥-١٢٣٠م)** الذي كان والده يعمل بالتجارة وزار بلاداً إسلامية عديدة وخاصة بلاد المغرب العربي، وكان ليوناردو مصاحبا لوالده في تلك الزيارات وتعلم اللغة العربية ودرس أعمال الخوارزمي وأبو كامل المصري في الجبر والمقابلة وقام عام ١٢٠٢م بنشر كتاب عنوانه (كتاب في الجبر) وهو أول كتاب يصدر في الغرب بهذا الاسم ولمؤلف أوربي، عالج فيه الحساب والجبر كما وردت عند الخوارزمي وأبو كامل المصري، وشرح فيه الطرق العربية في العمليات الحسابية والرياضية وبين أفضلية استخدام الرموز العربية للأعداد عن الرموز الرومانية، ومن هنا إنتقل نظام العد العربي إلى أوربا بعد قرون من استخدام نظام العد الروماني، وفي عام ١٢٢٥م نشر فيبوناتسي كتاباً آخر عن (المعادلات الجبرية غير المعينة) أوضح من خلاله كل ما كتب سابقاً عن تلك المعادلات وعرضه بأسلوب سهل وواضح.

(ii) ولم يشهد القرن الرابع عشر الميلادي تطورا كبيرا في الرياضيات – وفي العلوم بوجه عام – وذلك بسبب الأمراض والحروب التي عمت أوربا في ذلك القرن، ولعل أشهر الرياضيين في ذلك القرن كان الفرنسي **نيقولاي أوريزم (١٣٢٣-١٣٨٢م):** الذي يعود إليه تطور حساب النسبة والتناسب وتطويره لتقنية رسم بعض المنحنيات، واستخدامه لأول مرة أساً كسرياً في العمليات الحسابية.

رابعاً: رياضيات عصر النهضة في أوربا:

(١)- رياضيات القرن الخامس عشر:

مع بدايات عصر النهضة في أوربا في منتصف القرن الخامس عشر الميلادي بدأت الطباعة تنتشر هناك بعد اختراعها على يدي الألماني جوهان جوتنبرج (١٣٩٨-١٤٦٨م) عام ١٤٥٤م ، وشهدت المدن الايطالية ومدن وسط أوربا بصفة عامة ازدهار في الرياضيات خاصة في الحساب والجبر والمثلثات نتيجة ازدهار التجارة والملاحة والفلك والمساحة.

وقد ظهر في القرن الخامس عشر الميلادي عدد من الرياضيين نذكر منهم:

١- ريجيو مونتانوس (١٤٣٦-١٤٧٦):

أوجوهان ميولر وهو رياضي وفلكي ألماني كان يعرف العربية وقام بترجمة عدد من المؤلفات العربية في الجبر وحساب المثلثات إلى اللغة الألمانية وقام بكتابة أول كتاب في حساب المثلثات يحمل هذا الاسم، وكان مرجعه الأساسي فيه المؤلفات التي ترجمها من العربية.

٢- نيكولاس شوكيه (١٤٤٥-١٥٠٠):

وهو رياضي فرنسي ألف كتابا في الحساب عام ١٤٨٤م ولكنه لم ينشر إلا عام ١٨٨٠م أي بعد أربعمائة عام، وقد عالج شوكيه في كتابه هذا العمليات الحسابية بأعداد صحيحة وكسريه وبأعداد غير نسبيه، كما تحدث عن نظرية المعادلات الجبرية وغيرها من الموضوعات الجبرية البسيطة.

٣- لوقا باسيولي (١٤٤٥-١٥١٧):

وهو رياضي إيطالي نشر عام ١٤٩٤م كتاباً اسماه (الملخص) ذكر فيه ملخص ما كان معروفا في عصره من حساب وهندسة وجبر، واستخدم باسيولي رموزا جبريه منها: الرمز (co) للدلالة على المجهول (x) والرمز (ce) للدلالة على (x^2) والرمز (ce ce) للدلالة على (x^3) كما أشار إلى التساوي بالرمز (ae). ونذكر هنا أن العالم العربي الأندلسي: أبو الحسن القلصادي (١٤١٢-١٤٨٦)، قد وضع كتاباً عام ١٤٥٠ أي قبل باسيولي بحوالي نصف قرن استخدم فيه مجموعة من الرموز للدلالة على

المجهول ومربعه ومكعبه وعلامة التساوي والجذور وغيرها، وربما كان باسيولي قد اطلع على كتاب القلصادي هذا وأخذ فكرة الرموز عنه، وخاصة أن علماء أوربا في ذلك العصر كانوا يعرفون العربية ويترجمون المؤلفات المكتوبة بها إلى لغاتهم.

(٢)- رياضيات القرن السادس عشر:

وفي القرن السادس عشر استطاع العلماء في الغرب الحصول على بعض المؤلفات اليونانية بلغتها الأصلية، وبدأت حركة الترجمة لتلك المؤلفات ومقارنة ذلك بالترجمات العربية لتلك المؤلفات، ووجدوا أن هناك تطابقاً كبيرا بين المؤلفات اليونانية في لغتها الأصلية وبين ترجمتها العربية، وإن كان هناك بعض التصرف في ترجمة عدد من تلك المؤلفات وذلك لتبسيط عرضها باللغة العربية.

كما بدأت تظهر في هذا القرن مؤلفات في الرياضيات باللغات الأوربية بدلا من اللغة اللاتينية التي كانت هي اللغة السائدة في التأليف والترجمة آنذاك في كل بلدان أوربا.

وفي هذا القرن أيضا حدث تطور كبير في استخدام وانتشار الرموز الجبرية وحل المعادلات الجبرية من الدرجة الثالثة والرابعة، كما تطور البحث في نظرية المعادلات، وفي حساب المثلثات، وظهرت جداول متنوعة للنسب المثلثية.

ومن علماء الرياضيات الذين ظهروا في القرن السادس عشر نذكر:

١- ميخائيل ستيفل (١٤٨٧-١٥٦٧):

الرياضي الألماني الذي ألف كتاب في (حساب الأعداد الصحيحة) عام ١٥٤٤م نشر في ثلاثة أجزاء وربط في الجزء الجبري في هذا الكتاب بين المتواليات الحسابية والهندسية وأعطي مفكوكات لنظرية ذات الحدين تصل إلى القوة السابعة عشر، وينسب إليه قيامه بإدخال العلامات المستخدمة في الحساب اليوم مثل إشارة (+)، (-)، ($\sqrt{\ }$)، كما رمز للمجهول بحرف واحد، وإن كان بعض المؤرخين ينسب استخدام علامتي -,+ في الصيغ الجبرية للهولندي جليس فاندرهوك G. V. Hoecke (١٤٨٠-١٥٣٧) عام ١٥١٤، كما ينسبون استخدام رمز الجذر التربيعي ($\sqrt{\ }$) لكريستوفر رودولف C. Rudulff (١٤٩٩-١٥٤٥) عام ١٥٢٥.

٢- **نيكولو تارتاليا (١٥٠٠-١٥٥٧):**

وهو رياضي إيطالي قام عام ١٥٤١ بحل المعادلة الجبرية من الدرجة الثالثة بطريقة قام بنشرها الرياضي الايطالي المعاصر له جير ولامو كاردانو (١٥٠١-١٥٧٦) في كتابه عن الجبر المسمي (الفنون العظيمة) والذي نشر عام ١٥٤٥م فنسبت الطريقة إليه (طريقة كاردانو)، كما قام كاردانو في نفس هذا الكتاب بنشر طريقة لحل معادلات الدرجة الرابعة قام بها تلميذه لويجي فرارى (١٥٢٢-١٥٦٥) وتعرف حالياً بطريقة فراري.

٣- **روبرت ريكورد (١٥١٠-١٥٥٨):**

وهو رياضي إنجليزي وضع أول كتاب باللغة الإنجليزية في الجبر عام ١٥٥٧ ظهرت فيه لأول مرة علامة التساوي (=) المعروفة حالياً، كما كان ريكورد أول من أدخل علامتي +,- للقارئ الإنجليزي.

٤- **رفائيل بومبيلي (١٥٢٦-١٥٧٢):**

وهو رياضي ومهندس إيطالي نشر عام ١٥٧٢ كتاباً عن (الجبر) كان عبارة عن عرض منهجي ومنطقي للمعلومات الجبرية المعروفة حتى ذلك العصر، واستخدم في كتابه هذا الكسور المستمرة لحساب القيم التقريبية للجذور، وأدخل فكرة الأسس، وعالج حل المعادلات الجبرية غير القابلة للاختزال من الدرجة الثالثة.

٥- **فرانسوا فييث (١٥٤٠-١٦٠٣):**

وهو رياضي فرنسي نشر كتابا في الجبر بعنوان (مقدمة لفن التحليل)، عام ١٥٩١ قام فيه بتطوير الرموز الجبرية، واستخدم الحروف a,b,c,... للدلالة على الثوابت، والحروف x,y,z,.... للدلالة على المجاهيل، كما أعطي فييث طرقاً لإيجاد قيم تقريبية لجذور المعادلات، وقام بحل عدد من المسائل المعروفة بتربيع الدائرة وتضعيف المكعب وغيرها. ويوصف فرانسوا فييث بأنه أهم علماء الجبر في عصر النهضة.

٦- سيمون ستيفن (١٥٤٨-١٦٢٠):

وهو رياضي وفيزيائي هولندي يعود إليه الفضل في تطوير الكسور العشرية، ومن أهم كتبه كتاب (المسائل الهندسية) نشره عام ١٥٨٣م، كما قام بترجمة كتاب ديوفانتس في (الحساب) إلى اللغة الهولندية، وله إسهامات في علم الميكانيكا حيث وضع بعض المبادئ والأسس في علم الاستاتيكا عام ١٥٨٦م.

[١٢]- الرياضيات في عصر الثورة العلمية (من القرن السابع عشر حتى نهاية القرن العشرين):

بدأ عصر التقدم العلمي أو ما يعرف بعصر الثورة العلمية في القرن السابع عشر واستمر لمدة أربعة قرون ومازال مستمراً حتى الآن، ويتميز هذا العصر بغزارة الإنتاج العلمي وظهور فروع جديدة للرياضيات، وتعدد التطبيقات الحياتية لفروع الرياضيات المختلفة، وبالطبع تزايد عدد المشتغلين بالرياضيات زيادة كبيرة وظهر منهم رواد الرياضيات في ذلك العصر أمثال: ديكارت، فيرما، نيوتن، ليبنتز، أويلر، لاجرانج، لابلاس، جاوس، كوشي، أبيل، هاملتون، ريمان، جوردان وغيرهم.

وفي البنود التالية سوف نقوم برصد التطور العلمي في مجال الرياضيات في كل قرن من تلك القرون الأربعة وصولاً إلى ما نحن فيه من تقدم وازدهار في شتي مجالات الحياة نتيجة هذا التقدم الكبير الذي وصلت إليه فروع الرياضيات المختلفة حتى الآن.

أولاً: رياضيات القرن السابع عشر:

شهدت أوربا مع حلول القرن السابع عشر، تطوراً مذهلاً وتغيراً جذرياً في نمط الحياة وتقدم المعرفة، وقد أدت الثورة الصناعية التي قامت آنذاك إلى تطور المجتمع بصورة لم يسبق لها مثيل.

وقد ساهم هذا في ازدياد استخدام الرياضيات مما ساعد على تطورها وتقدمها بصورة كبيرة، ويمكن القول بأن القرن السابع عشر يعتبر قرناً خصباً في تقدم العلوم

بصفة عامة والرياضيات بصفة خاصة بحيث يمكن اعتبار هذا القرن هو بداية ظهور الرياضيات الحديثة التي جاء تطورها وتقدمها متسارعاً بعد ذلك وحتى يومنا هذا.

وقد ظهر في هذا القرن عدد من الرياضيين الأفذاذ الذين أسهموا بصورة كبيرة في تطور الفكر الرياضي وتقدمه، فمنهم من ابتكر اللوغاريتمات ومنهم من أسس فروعا جديدة في الهندسة مثل الهندسة التحليلية والهندسة الإسقاطية، ومنهم من وضع أساس الحساب المتناهي في الصغر أو ما يعرف بحساب التفاضل والتكامل، ومن هؤلاء العلماء نذكر:

١- **جون نابير (١٥٥٠-١٦١٧):**

وهو رياض اسكتلندي، ابتكر اللوغاريتمات في بحث نشره عام ١٦١٤، وبعد ثلاث سنوات أي في عام ١٦١٧ نشر الإنجليزي هنري بريجز (١٥٦١- ١٦٣١) ابتكاره للوغاريتمات للأساس عشرة وذلك بعد إطلاعه على أعمال نابير ولقائه معه.

٢- **توماس هاريوت (١٥٦٠-١٦٢١):**

وهو رياضي إنجليزي قام بمعالجة لنظرية المعادلات حتى الدرجة الرابعة ووضع العلاقة بين الجذور والمعاملات، وهو صاحب القاعدة القائلة بأن كثيرة الحدود من درجة n يكون لها عدد n من الجذور، كما كان أيضا أول من استخدم الرموز الخاصة بعلامتي أكبر من وأصغر من، كما استخدم النقطة (·) كعلامة الضرب وذلك في كتابه (تجارب الفن التحليلي) عام ١٦٣١.

٣- **وليام أوترید (١٥٧٥-١٦٦٠):**

وهو رياضي إنجليزي قدم العديد من الرموز الجبرية المستخدمة حالياً مثل علامة الضرب (×) وذلك في كتابه (مفتاح الرياضيات) عام ١٦٣١، كما استخدم الرمز (÷) لعملية القسمة وإن كان البعض يذكر أن أول من استخدم هذا الرمز هو السويسري جوهان ران J. Rahn (١٦٢٢-١٦٧٦) عام ١٦٥٩م، وابتكر أوتريد أيضاً أول مسطرة حاسبه لوغارتمية عام ١٦٢٢م، وينسب له أيضاً إدخاله للرمز المختصر sin, cos للدالتي الجيب وجيب التمام.

٤- **جيرارد ديسارج (١٥٩٣-١٦٦٢):**

وهو رياضي ومهندس فرنسي، قدم خدمات جليلة لعلم الهندسة وأسس فرعا جديدا هو الهندسة الاسقاطية حيث كتب كتاباً عن المساقط والقطوع المخروطية وسطوح الدرجة الثانية وذلك عام ١٦٣٦م.

٥- **رنيه ديكارت (١٥٩٥-١٦٥٠):**

رياضي وفيلسوف فرنسي قام بعملية الربط بين الهندسة والجبر في كتاب نشره عام ١٦٣٧م مبتكرا بذلك الهندسة التحليلية أو هندسة الإحداثيات والتي يطلق عليها أحيانا الهندسة الديكارتية (أو الكرتيزية).

٦- **بيردي فيرما (١٦٠١-١٦٦٥):**

رياضي فرنسي ، ساهم في تأسيس الهندسة التحليلية في نفس الوقت الذي كان ديكارت يقوم فيه بنفس العمل، وقام فيرما باقتراح عدد من المنحنيات ووضع المعادلات الجبرية الدالة عليها، وقد أشترك فيرما مع بليز باسكال (١٦٢٣-١٦٦٢) بوضع ما يعرف بحساب الاحتمالات كفرع من فروع الرياضيات وذلك حوالي عام ١٦٥٠م.

٧- **إسحاق نيوتن (١٦٤٢-١٧٢٧):**

رياضي وفيزيائي إنجليزي صاحب قوانين الحركة في علم الميكانيكا، كما ينسب إليه ابتكار مفكوكات نظرية ذات الحدين والحلول العددية للمعادلات الجبرية، غير أن أهم ابتكار له هو حسب التفاضل والتكامل، وكانت أول إشارة إلى ذلك في كتاب نشره نيوتن عام ١٦٨٧م.

٨- **جوتفريد ليبنتز (١٦٤٦-١٧١٦):**

رياضي وفيلسوف ألماني، قام بتطوير العديد من الرموز الرياضية، كما عمم نظرية ذات الحدين إلى مفكوكات لكثيرة الحدود، ونافس ليبنتز نيوتن في اكتشاف حساب التفاضل والتكامل حيث قام وبشكل مستقل عن نيوتن بنشر اكتشافاته في هذا المجال بين عامي ١٦٨٤،١٦٨٦م.

ثانياً: رياضيات القرن الثامن عشر:

منذ بداية القرن الثامن عشر اشتغل معظم الرياضيين في معالجة حساب التفاضل والتكامل (أو ما كانوا يسمونه آنذاك التحليل المتناهي في الصغر)، والاستفادة به كأداة رياضية قوية لحل المشكلات المتعلقة بالعلوم الفيزيائية والهندسية، وقد حدث تطور كبير خلال هذا القرن في الموضوعات الرياضية المختلفة نذكر منها إدخال الإحداثيات القطبية في دراسة المنحنيات وتأسيس ما يعرف بحساب التغيرات، ودراسة تقارب وتباعد المتسلسلات واكتشاف ما يعرف بالكسور الجزئية، وظهور المعادلات التفاضلية وتطوير نظرية الاحتمالات وتأسيس الميكانيكا التحليلية، ومن أشهر علماء الرياضيات في القرن الثامن عشر نذكر:

١- جاكوب أو جاك برنوللي (١٦٥٤-١٧٠٥):

عميد عائلة برنوللي الشهيرة وهي عائلة سويسرية قدمت للرياضيات أعمالا رائدة وإسهامات كبيرة، وقد ظهر جاك في نهاية القرن السابع عشر وتوفى في بدايات القرن الثامن عشر وكان عمره ٥٠ عاماً، وقد قام جاك بإدخال الإحداثيات القطبية للمرة الأولي في الهندسة التحليلية ووضع أساس حساب التغيرات عام ١٦٩٧، وهو الذي أطلق لأول مرة تعبير حساب التكامل (عام ١٦٨٧) في حين كان ليبنتز يسميه (حساب المجموع).

٢- جوهان أوجان برنوللي (١٦٦٧-١٧٤٨):

شقيق جاك برونللي الأصغر، درس الدوال الأسية ووضع قواعد لتباعد المتسلسلات التوافقية، واكتشف مع ليبنتز عملية الكسور الجزئية أي تفكيك الكسور إلى عناصر بسيطة، وساهم في تأسيس الميكانيكا التحليلية.

٣- دانيال برنوللي (١٧٠٠-١٧٨٢):

ابن جان برنوللي، تأثر بأعمال والده الرياضية، ورافق ليونارد أويلر في رحلته العلمية، وساهم دانيال في تطوير نظرية الاحتمالات حيث أكمل ما بدأه عمه جاك في تلك النظرية، وتميزت أعمال دانيال بميلها نحو الفيزياء والميكانيكا حتى أعتبره البعض

أحد مؤسسي ديناميكا الموائع وصاحب أول كتاب يحمل هذا الاسم (عام ١٧٣٨) وكذلك أحد مؤسسي ما يعرف بالفيزياء الرياضية.

٤- **ليونارد أويلر (١٧٠٧-١٧٨٣):**

رياضي سويسري تتلمذ على يدي جان برنوللي، ورافق دانيال برنوللي ابن جان في مسيرته العلمية، وقدم إسهامات جليلة للرياضيات نذكر منها مساهمته في تأسيس حساب التغيرات ووضعه للعديد من التعريفات المستخدمة في علم الميكانيكا وخاصة في الميكانيكا التحليلية، وقيامه بتطوير حساب التفاضل والتكامل وبيانه أن عمليتي الاشتقاق والتكامل عمليتان عكسيتان، وهو الذي ابتدع الرمز f(x) رمزاً للدالة والرمز سيجما للمجموع والرمز(i) للعدد التخيلي ($\sqrt{-1}$)، وغير ذلك من الإضافات الرياضية الهامة.

٥- **جوزيف لاجرانج (١٧٣٦-١٨١٣):**

رياضي فرنسي، قام بتطوير حساب التفاضل والتكامل علي أسس راسخة، كما قام بدراسة حساب الفروق المحدودة، وساهم في تأسيس الميكانيكا التحليلية وفي إثبات نظرية الجاذبية لنيوتن.

ومن مساهماته أيضاً في علم الجير نذكر إيجاد الجذور التقريبية للمعادلات عن طريق الكسور المستمرة ، وإدخاله ما يعرف بمضاعفات لاجرانج في حل المعادلات.

٦- **بيير دي لابلاس (١٧٤٩-١٨٢٧):**

رياضي وفيزيائي فرنسي له مساهمات عديدة في تطوير الرياضيات والفيزياء، قدم أول عمل له في الميكانيكا السماوية عام ١٧٨٤ حل فيه بعض المسائل الصعبة الخاصة بحركة الكواكب والمذنبات، وقام بتأليف أول كتاب متعمق في نظرية الاحتمالات اسمه (النظرية التحليلية للاحتمالات) وذلك عام ١٨١٢، كما أسهم في حل المعادلات التفاضلية للفيزياء الرياضية باستخدام ما يعرف بمحول لابلاس.

ثالثاً: رياضيات القرن التاسع عشر:

في القرن التاسع عشر اتسع نظام التعليم العام بسرعة كبيرة وأصبحت الرياضيات جزءاً أساسياً في التعليم الجامعي، ونشرت معظم الأعمال المهمة للرياضيين في هذا القرن كمراجع.

وقد تميز هذا القرن بوضع الأسس المنطقية للرياضيات ومحاولة إعادة تنظيمها على أسس قوية، وظهرت فروع جديدة لأول مره مثل: الجبر المجرد (أو التجريدي) بما في ذلك نظرية المجموعات ونظرية الزمر والجبر البولياني (أو البوولي)، وتطورت نظرية الأعداد المركبة وموضوعات الجبر الخطي ومنها المحددات والمصفوفات، وظهرت الهندسات التي تخالف مسلمة التوازي عند إقليدس والتي تعرف بالهندسات اللاإقليدية، كما ظهرت فروع أخرى مثل التحليل الحقيقي والدالي والتوبولوجي.

ويتميز القرن التاسع عشر بظهور عدد كبير من أعلام الرياضيين نذكر منهم:

١- **أدريان ليجندر (١٧٥٢-١٨٣٣):**

الرياضي الفرنسي، صاحب نظرية الدوال الناقصيه (عام١٨٢٦) وكثيرة حدود ليجندر وغيرها.

٢- **كارل جاوس (١٧٧٧-١٨٥٥):**

الرياضي الألماني، الذي ساهم في تطوير المتسلسلات فوق الهندسية والهندسة التفاضلية للمساحات، وكذلك حساب الاحتمالات.

٣- **أوجستين كوشي (١٧٨٩-١٨٥٧):**

الرياضي الفرنسي، صاحب نظرية الدوال القابلة للاشتقاق، وصاحب المساهمات الهامة في حساب التكاملات المحدودة وخواص المتسلسلات وحلول المعادلات التفاضلية العادية والجزئية.

٤- **أوجست موبيوس (١٧٩٠-١٨٦٨):**

الرياضي الألماني، صاحب الأعمال المتميزة التي ساهمت في تطوير دراسة الهندسة واكتشاف علم التو بولوجي.

٥- **نيكولاى لوباتشفسكى(١٧٩٤-١٨٥٦):**

الرياضي الروسي صاحب الهندسة اللاإقليدية المعروفة بالهندسة الزائدية والتي اكتشفها عام ١٨٢٩ ولم يقم بنشرها حينذاك، وقد توصل إليها عام ١٨٣٢ الرياضي المجري يانوس بولياى (١٨٠٢-١٨٦٠).

٦- **نيلز أبيل (١٨٠٢-١٨٢٩):**

الرياضي النرويجي واحد مؤسس نظرية الزمر، والذي قام بتطوير نظرية الدوال الناقصية أيضاً.

٧- **وليام هاملتون(١٨٠٥-١٨٦٥):**

الرياضي الايرلندي، الذي ساهم في إيجاد حساب المتجهات وتطوير الميكانيكا التحليلية، وحساب التغيرات.

٨- **أوجست دي مورجان (١٨٠٦-١٨٧١):**

الرياضي الإنجليزي الذي ساهم في تأسيس وتطوير علم التو بولوجي والمنطق الرياضي.

٩- **إفرست جالوا (١٨١١-١٨٣٢):**

الرياضي الفرنسي، صاحب الإسهامات المتميزة في الجبر المجرد وخاصة نظرية الزمر.

١٠- **جورج بوول (١٨١٥-١٨٦٤):**

الرياضي الإنجليزي الذي وضع نظاما في المنطق الرمزي وأسس ما يعرف بالجبر البوولي (أو البولياني).

١١- **أرثر كايلي (١٨٢١-١٨٩٥):**

الرياضي الإنجليزي، صاحب نظرية المصفوفات (عام ١٨٥٨)، والهندسة ذات الأبعاد المتعددة.

١٢- **جورج ريمان (١٨٢٦-١٨٦٦):**

الرياضي الألماني، مؤسس الهندسة الريمانية المعروفة باسم الهندسة الناقصية، وله إسهامات أيضا في نظرية الدوال المركبة والهندسة التفاضلية.

١٣- **رتشارد ديدكند (١٨٣١-١٩١٦):**

الرياضي الألماني مؤسس الهندسة الجبرية، والمشترك مع جورج كانتور في تأسس نظرية المجموعات.

١٤- **ماري جوردان (١٨٣٨-١٩٢٢):**

الرياضي الفرنسي، صاحب الإنجازات في نظرية تمثيل الزمر، وله إسهامات هامه في الهندسة التفاضلية أيضاً.

١٥- **ماريوس لي (١٨٤٢-١٨٩٩):**

الرياضي النرويجي، صاحب الإسهامات المتميزة في الجبر المجرد، وله نظرية زمرلي، وجبرلي.

١٦- **جورج كانتور (١٨٤٥-١٩١٨):**

الرياضي الألماني الذي قام مع ديدكند بتأسيس وتطوير نظرية المجموعات، وقام كذلك بدراسة الخصائص التوبولوجية للمستقيم والفراغ.

١٧- **فليكس كلاين (١٨٤٧-١٩٢٥):**

الرياضي الألماني الذي أعاد تنظيم الهندسة بفروعها المختلفة وربط بينها وبين نظرية الزمر في بحث له نشر عام ١٨٧١.

١٨- **جوزيب بيانو (١٨٥٨-١٩٣٢):**

الرياضي الايطالي، الذي درس المنطق الرياضي وحاول التعبير عن كل فروع الرياضيات بإستخدام حساب المنطق.

رابعاً: رياضيات القرن العشرين:

١- تميز القرن العشرين في الرياضيات بزيادة في التعميم والتجريد واستخدام المنطق، الشكلي كما أهتم علماء القرن العشرين بالدراسة التفصيلية للبنى الرياضية، والتي بدأ البحث فيها قبل بدايات القرن بقليل، إلا أن جهود العلماء في هذا الموضوع لم تكلل بالنجاح إلا في أوائل القرن العشرين حيث تمت إعادة النظر في المعرفة الرياضية، وقام عدد من العلماء بمحاولة إعادة تركيبها على أسس أكثر شمولا وتجريدا، وذلك بواسطة الأسلوب الافتراضي الاستنباطي الذي سبق الحديث عنه، وهو أسلوب يعتمد على عناصر غير معرفة وعناصر معرفة ومجموعة محدده من المسلمات تشتق منها

جميع النظريات (المبرهنات) بالطرق الأستنتاجية (أو الاستنباطية)، وبذلك أصبحت الرياضيات علما نسبيا، وتم الاستغناء عن الاعتقاد القديم القائل بأن الرياضيات علم مطلق.

٢- وقد تميز القرن العشرين أيضا بانطلاقه واسعة في مجال التطبيق العملي للرياضيات حيث ازدهرت فروع الرياضيات التطبيقية بشكل ملفت للنظر.

وبالرغم من سير الرياضيات البحتة قدما نحو التجريد، فقد ازدادت مجالات التطبيق العملي لها، وظهرت موضوعات تطبيقية هامة، نذكر منها:

(١)- **نظرية الألعاب (Theory of Games):**

وظهرت في البداية عام ١٩٢٨ ثم تطورت حتى وصلت إلى ما هي عليه الآن عام ١٩٤٤ على يدي الرياضي الألماني جون فون نيومان J. von Neumann (١٩٠٣-١٩٥٧) رائد علوم الحاسب، بمشاركة أوسكار مورجنشتيرن O. Morgenstern (١٩٠٢-١٩٧٧)، ويتم استخدام هذه النظرية في مجالات متعددة في الاقتصاد وعلوم الإدارة والتخطيط وغيرها.

(٢)- **نظرية المعلوماتيه (Theory of Information):**

وظهرت عام ١٩٤٩ على يدي الرياضي الأمريكي كلود شانون C. Shanon (١٩١٦-٢٠٠١) بمشاركة وارين ويفر W. Weaver (١٨٩٤- ١٩٧٨)، وتم تطبيقها في عديد من المجالات في تصميم الدوائر والحاسب الالكتروني وتكنولوجيا الاتصالات وغيرها.

(٣)- **البرمجة الخطية (Linear Programming):**

وقد ظهرت عام ١٩٤٨، وهى جزء من علوم البرمجيات التي تشتمل أيضاً على البرمجة المتكاملة والبرمجة الديناميكية، وكذلك بحوث العلميات (operation Researches).

وبواسطة هذه البرمجيات وبفضل أجهزة الحاسوب المتطورة تمكن علماء الرياضيات من استكمال الحاسابات المعقدة التي كانت تستغرق أوقاتاً طويلة (في

الستينات من القرن العشرين)، بسرعة فائقة بحيث لا تتعدى دقائق أو ثواني معدودة (في الثمانينيات والتسعينيات من هذا القرن).

(٤)- كما ظهرت موضوعات أخرى مثل نظرية الاتصالات (Theory of Communications)، ونظرية العينات(Theory of Sampling)، ونظرية المخططات(Graph Theory)، ونظرية الآليات(Automata Theory)، وعلم الشفرات (Cryptography) وغيرها.

وقد ساهمت كل تلك الموضوعات في إيجاد طرق دقيقة لإدارة المصانع الكبيرة والعمليات الحكومية، كما ساهمت منذ الخمسينيات من القرن الماضي (وبعد انتهاء الحرب العالمية الثانية) في زيادة الإنتاج في تلك المصانع دون زيادة في التكاليف مما أدي إلى رفع مستوى الكفاءة الإنتاجية.

وساهمت تلك الموضوعات أيضاً في إيجاد أدنى (أو أقل) حلول للمعادلات تحت التحليل، وفي دراسة حلول الدوال المجهولة في التصميم الهندسي والنظم تحت التصميم، كما ساهمت أيضا في تعميم الحواسب الالكترونية التي سهلت كثيراً وطورت أساليب استخدام الرياضيات ذاتها وطرق التعلم أيضا.

وباستخدام الحواسب المبنية على نماذج رياضية معينة تم في الثمانينيات من القرن العشرين تطبيق ذلك لدراسة حالة الطقس والتغيرات المناخية.

إن استخدام الحواسب وأجهزة التعامل مع البيانات جعلت الاختبارات والفحوص التحليلية والمنطقية بمستوى لم يكن أحد يحلم به منذ عدة عقود.

وهكذا نرى أن رياضيات القرن العشرين قد أصبحت العمود الفقري لتقدم المجتمعات في عصرنا هذا، وربما في عصور قادمة.

(٣)- <u>فلسفات الرياضيات في القرن العشرين:</u>

أظهر العديد من علماء الرياضيات في القرن العشرين اهتمامهم بالأساسيات الفلسفية للرياضيات، واستخدم بعضهم علم المنطق للتخلص من التناقضات، ولتطوير الرياضيات وذلك بالتقليل من الاعتماد على نظام المسلمات.

وفي هذا الإطار نذكر الانجازات التالية:

(١)- أنشأ الفيلسوفان وعالما الرياضيات الانجليزيان الفريد وايتهيد A. Whitehead (١٨٦١-١٩٤٧) وبرتراند رسل B. Russel (١٨٧٢-١٩٧٠) فلسفة للرياضيات تدعي (المنطقية)، وفي عملهما المشترك (مبادئ الرياضيات) الذي نشر في ٣ مجلدات في الفترة (١٠-١٩١٣)، رأوا أن فرضيات الجمل الرياضية يمكن استنباطها من عدد قليل من المسلمات.

وقد أعطى برتراند رسل في مؤلفاته للمفهوم المنطقي للرياضيات شكله الكامل، ففي نظرية الأنماط (Theory of Types) التي وضعها رسل، استخدم عدة مستويات من الكلام، أطلق عليها اسم أنماط (Types) تمكن بواسطتها من التخلص من التناقضات المنطقية في بعض النظريات الرياضية.

(٢)- وضع عالم الرياضيات والمنطق الرياضي الهولندي لويتز براور L. Brouwer (١٨٨١-١٩٦٦) في بدايات القرن العشرين وعلى وجه التحديد عام ١٩١٣، نظريته الرياضية المعروفة بمبدأ الحدسية (Intuitionism)، حيث قال أن الناس يمكنهم فهم الرياضيات بالحدس، أي بالمعرفة التي لا يتحصل عليها بالتعليل أو بالتجربة. وقاد براور في تلك الفترة عمل المدرسة الحدسية في الرياضيات معتبرا أن الأعداد الطبيعية هي الأساس في البنية الرياضية التي يمكن إدراكها حدسياً.

وكتب براور في ذلك كتابه الشهير بعنوان (الرياضيات حقيقة واقعية) والذي نشر عام ١٩١٩.

(٣)- وفي الأربعينيات من القرن العشرين وعلى وجه التحديد عام ١٩٤١ برهن عالم الرياضيات الأمريكي ذو الأصل النمساوي كورت جوديل K. Gödel (١٩٠٦-١٩٧٨) أنه يوجد في أي نظام منطقي نظريات لا يمكن إثبات أنها صائبة أو خاطئة بمسلمات ذلك النظام فقط ، ووجد أن هذا صحيح حتى في مفاهيم الحساب الأساسية، ويطلق على هذا التصور اسم: نظرية جوديل.

(٤)- أما عالم الرياضيات الأمريكي ذوا الأصل المجري يانوس فون نيومان J. Von Neumann (١٩٠٣-١٩٥٧) رائد الحاسابات الإلكترونية فقد استخدم المنطق الرمزي في التوصل إلى نتائج أساسية في الرياضيات البحتة والتطبيقية أيضاً، وقام بتحديد منطق الحاسبات الالكترونية، كما قام عام ١٩٤٤ بتطوير نظرية الألعاب التي ساهمت في تطوير عمل الحاسبات وغيرها، وذلك بالاشتراك مع أوسكار مورجنشتيرن O. Morgenstem (١٩٠٢-١٩٧٧).

٤- **ظهور مجموعة نقولا بورباكي:**

في عام ١٩٣٣ قام مجموعة من الرياضيين الفرنسيين من خريجي مدرسة المعلمين العليا في باريس، وهي المدرسة التي تخرج فيها وعمل فيها بالتدريس أئمة الفكر الرياضي في فرنسا ومنهم الكسندر ثان ديرموند (١٧٣٥-١٧٩٦)، بييردى لابلاس (١٧٤٩-١٨٢٧)، إفرست جالوا (١٨١١-١٨٣٢)، هنرى لبيج (١٨٧٥-١٩٤١)، إيلى كارتان(١٨٦٩-١٩٥١) وغيرهم، بتكوين مجموعة تقوم بنشر سلسة من الكتب القيمة تحت اسم مستعار هو نقولا بورباكي N. Bourbaki، وقد بدأ نشر تلك السلسة عام ١٩٣٩، ومن العلماء الذين ساهموا في تأسيس مجموعة بورباكي نذكر:

١- **هنري كارتان H. Carton** (١٩٠٤-٢٠٠٨) الذي عمل مديراً لمدرسة المعلمين العليا لمدة ربع قرن (٤٠-١٩٦٥)، ونال عضوية أكاديمية العلوم عام ١٩٧٤، وهو ابن العالم الشهير إيلى كارتان وقد توفى هنري عام ٢٠٠٨ وعمره ١٠٤ سنة.

٢- **جان ديودونى J. Dieudonne** (١٩٠٦-١٩٩٢)، المتخصص في التو بولوجيا العامة والزمر التقليدية والفراغات الإتجاهية، ونال عضوية أكاديمية العلوم الفرنسية عام ١٩٦٨.

٣- **كلود شيفالييه C. Chevalier** (١٩٠٩-١٩٨٤)، المتخصص في نظرية الأعداد ونظرية الزمر الجبرية وجبرلي، وقد عمل لفترة أستاذا بجامعة باريس.

٤- **جان ديلسارت J. Delsarte** (١٩٠٣-١٩٦٨)، أحد المتخصصين في نظرية الأعداد والدوال الخاصة، والأستاذ بجامعة باريس ومدرسة المعلمين العليا.

٥- زوليم مندليروجت Sz. Mandelbrojet (١٨٩٩-١٩٨٣)، رياضي فرنسي من أصل بولندي اشتهر بإبحاثه في التحليل التوافقي والتحليل الدالي، ونال عضوية أكاديمية العلوم الفرنسية سنة ١٩٧٢.

٦- أندريه وايل A. Weil (١٩٠٦-١٩٩٨)، رياضي أمريكي من أصل فرنسي، ولد في باريس ودرس بمدرسة المعلمين العليا واشترك في تأسيس مجموعة بورباكي، وله أبحاث هامة في الهندسة الجبرية ونظرية الزمر، وقد هاجر إلى الولايات المتحدة حيث عمل أستاذا بمعهد الدراسات العليا في برنستون وتوفي عام ١٩٩٨.

وقد توسعت مجموعة بورباكي بعد ذلك وأصبحت تضم أكثر من عشرين عضواً، منهم غير فرنسيين، وكانت القرارات تتخذ من قبل الأعضاء الذين لم يبلغوا الخمسين من العمر.

وقد ساهمت مجموعة بورباكي في انطلاقة الرياضيات المعاصرة مساهمة فعاله، وقامت بنشر موسوعة ضخمة عرفت تحت أسم (أسس الرياضيات) وظهر منها حتى الآن أكثر من خمسين كتاباً.

وكان الاتجاه عند بورباكي منذ البداية هو استخراج بنى أساسيه مشتركة لمختلف فروع الرياضيات؛ وقد تناولت موسوعة بورباكي العديد من الموضوعات الرياضية (ومعظمها يميل نحو التجريد) ومنها: الجبر التجريدي، نظرية المجموعات، التوبولوجيا العامة، دوال المتغير الحقيقي، نظريات التكامل، فراغ المتجه التوبولوجي، زمرلي. دوال المتغير المركب، حساب التغيرات، الحساب العددي (نظرية الأعداد) ،...الخ.

[١٣] التقسيم الدولي للموضوعات الرياضية:

في الفترة الأخيرة زادت فروع الرياضيات زيادة كبيرة، وأصبحت الحدود الفاصلة بين تلك الفروع هي مجرد حدود وهميه، حيث تداخلت كثير منها مع بعضها البعض، وأصبح الدارس للجبر المجرد والتو بولوجي والتحليل الدالي مثلاً لا يستطيع استيعابها

إلا بالمعرفة الجيدة لنظرية المجموعات، كما تداخل الجبر مع التوبولوجي ونتج عن ذلك ظهور علمين هما: الجبر التوبولوجي (Topological Algebra) والتوبولوجي الجبري (Algebraic Topology)، وأصبح تصنيف التوبولوجي متأرجحاً بين الجبر الحديث والهندسة المعاصرة.

وإزاء ذلك كانت الحاجة ماسه إلى وضع تقسيم (Classification) للموضوعات الرياضية المختلفة، وظهر ما يعرف بالتقسيم الدولي للموضوعات الرياضية، وهذا التقسيم الذي اتخذته المجلة الشهيرة: المراجعات الرياضية (Mathematical Reviews)، أساساً لتوصيف الموضوعات (أو التخصصات) الرياضية سواء البحتة منها أو التطبيقية، حيث أعطت لكل موضوع رقمين يعرف بهما، وأي بحث يرسل للنشر في هذا الموضوع يجب أن يذكر رقمه، وكل باحث رياضي ينتمي إلى تخصص معين يجب أن يعرف رقم تخصصه الدولي، وكأمثله على ذلك فإن نظرية الزمر تأخذ الرقم (20) ودوال المتغير المركب رقمها (30) والمعادلات التفاضلية العادية رقمها (34) والجزئية رقمها (35)، والتحليل الدالي رقمه (46) والتحليل العددي رقمه (65) وميكانيكا الكم رقمها (81) وبحوث العمليات والبرمجة رقمها (90) ونظرية الاحتمالات والعمليات العشوائية رقمها (60) ويأخذ علم الإحصاء الرقم (62)، وهكذا.

وفي نهاية الكتاب نعطي ملحقاً للموضوعات الرياضية المختلفة وأرقامها بالعربية والإنجليزية (ملحق١)، حتى تعم الفائدة.

وبالنظر إلى هذا الملحق نجد أنه يمكن تقسيم الموضوعات (أو التخصصات) الرياضية المختلفة إلى ثلاثة أقسام رئيسية هي:

(١) **موضوعات الرياضيات البحتة:** وتشمل ٣ مجموعات هي:

أ- **الجبر**: بموضوعاته المختلفة وهي: نظرية المجموعات، البنى الجبرية، النظم الجبرية العامة، نظرية الأعداد، نظرية الحقول وكثيرات الحدود، الحلقات

والجبريات الإبدالية، الجبر الخطي ونظرية المصفوفات، الحلقات والجبريات الإدماجية واللاإدماجية، نظرية التصنيف، الجبر الهومولوجي، نظرية الزمر تعميماتها، الزمر التوبولوجية، زمرلي وجبرلي.

ب- الهندسة: بموضوعاتها المختلفة وهي: الهندسة الإقليدية، الهندسة اللاإقليديه، الهندسة التفاضلية، متعددات الأبعاد، التركيبات الخلوية، الهندسة الجبرية، التوبولوجي العام، التوبولوجي الجبري.

ج- التحليل: بموضوعاته المختلفة وهي: تحليل الدوال الحقيقية، نظرية القياس أو المقياس، التحليل المركب، المعادلات التفاضلية العادية والجزئية، الدوال الخاصة، المعادلات التكاملية، الفروق المحدودة والمعادلات الدالية، التحليل التوافقي، التحويلات التكاملية، التحليل الدالي، نظرية المؤثرات، حساب التغيرات، التحكم الأمثل والأمثلية.

(٢) موضوعات الرياضيات التطبيقية: وتشمل خمس مجموعات هي:

أ- نظرية الاحتمالات والعمليات العشوائية ب- الإحصاء (الرياضي والتطبيقي).

ج- التحليل العددي، د- علوم الحاسب.

هـ- الميكانيكا: بمختلف تخصصاتها وهي: ميكانيكا الجسيمات ومجموعة الجسيمات، ميكانيكا الأجسام الصلبة (الجوامد)، ميكانيكا الموائع، النظرية الكهرومغناطيسية، الديناميكا الحرارية، الميكانيكا الإحصائية، نظرية الكم والمجالات الكمية، النظرية النسبية ونظرية الجاذبية.

(٣) تطبيقات رياضية:

وتشمل موضوعات تتناول تطبيق الرياضيات في مختلف فروع العلم، وتضم خمس موضوعات هي:

أ- تطبيق الرياضيات في الفلك والميكانيكا السماوية.

ب- تطبيق الرياضيات في الجيوفيزياء والمغنطيسية الأرضية.

ج- بحوث العمليات، البرمجية، نظرية الألعاب، وتطبيق الرياضيات في الاقتصاد.
د- تطبيق الرياضيات في البيولوجي (علم الأحياء) والعلوم الطبيعية الأخرى.
هـ- نظرية التحكم، ونظرية المعلومات، ونظرية الاتصالات والدوائر.

وفي الملحق(١) [في نهاية الكتاب] نجد الأرقام الدولية الخاصة بكل موضوع من هذه الموضوعات.

ويلاحظ أن: هذا التقسيم ليس نهائياً - بالرغم من وروده في التقسيم الدولي للتخصصات الرياضية، فبعض المتخصصين يرى إن التو بولوجي مثلا يجب أن يكون تخصصا مستقلا ولا يجب إلحاقه بالهندسة، أو الجبر، وبعضهم يرى أن المعادلات التفاضلية العادية والجزئية والدوال الخاصة والفروق المحدودة يجب أن تكون تخصصاً مستقلاً ولا تكون ملحقه بالتحليل، بالرغم من اعتمادها المطلق على التفاضل والتكامل الذي هو أساس التحليل الرياضي، وبعض المتخصصين يرى أن الإحصاء ونظرية الاحتمالات والعمليات العشوائية تشكل تخصصا مستقلا ولا يجب إلحاقه بالرياضيات التطبيقية وهكذا.

[١٤] <u>الهدف من تدريس تاريخ الرياضيات وأهميته:</u>

(١)- يوضح لنا تاريخ الرياضيات أن ظهورها ونموها كان متأثرا بالعوامل التي صاحبت هذا الظهور وهذا النمو، فقد تأثرت الرياضيات في بداية الأمر بالزراعة والتجارة والصناعة، كما تأثرت بنشاطات المهندسين والفلكيين والفزيائيين والفلاسفة أيضاً.

وكانت الرياضيات تنمو عن طريق تطور الفكر الإنساني وعن طريق الظروف الثقافية المحيطة بالمبدعين من الناس وعلى وجه الخصوص العاملين في مجال الرياضيات.

كان للظروف الثقافية والحضارية الموجودة في فترة ما تأثير كبير في الاكتشافات الرياضية في تلك الفترة، ويظهر هذا واضحا في مثالين هامين:

١- اكتشاف نيوتن للجاذبية في القرن السابع عشر.
٢- اكتشاف آينشتين للنظرية النسبية في القرن العشرين.

فالظروف الثقافية والحضارية المحيطة بكل من صاحبي الاكتشافين جعلتهما مؤهلين لهذين الاكتشافين، مع ملاحظة أن الظروف الثقافية والحضارية في عصر نيوتن لم تكن على درجة من النضوج تسمح له بإكتشاف النظرية النسبية آنذاك، إلا أنها توفرت في بدايات القرن العشرين مما جعل آينشتين مؤهلاً لاكتشاف تلك النظرية.

(٢)- ويوضح لنا تاريخ الرياضيات العوامل التي ساعدت على تقدمها والتي منها:

١. وجود الثقافة اللازمة والمؤهلة للاكتشاف الرياضي، ففي العصور القديمة ومع حاجة الإنسان للرياضيات لاستخدامها في الزراعة والبناء، ظهر علم الهندسة عند قدماء المصريين، وظهر الحساب عندهم وعند البابليين، وهكذا.

٢. وجود وسائل اتصال لنشر المفاهيم الرياضية، وهي وسائل لنقل تلك المفاهيم من مجتمع لآخر حتى يمكن نشر الفكر الرياضي لأكبر قدر من المجتمعات الإنسانية.

٣. وجود أشخاص موهوبين لديهم القدرة على التفرغ والبحث في المجالات الرياضية المختلفة، مع ضرورة أن يوفر لهم المجتمع الذي يعيشون فيه الاستقرار النفسي والاجتماعي الذي يتيح لهم التفرغ والبحث والإبداع.

(٣)- إن الاهتمام بتدريس تاريخ الرياضيات هو اهتمام بتطور الفكر الإنساني عبر عصوره المختلفة، وهو هدف نبيل لأي دارس لهذا التاريخ، وبهذه الدراسة يستطيع الدارس أن يتفهم طبيعة تطور العلم وأن هذا التطور ما هو إلا حصيلة لتفاعل الحضارات والثقافات المختلفة على مر العصور.

ويمكن تخليص أهداف دراسة تاريخ الرياضيات في النقاط الآتية:

١. تكوين الحس التاريخي لدى الدارس، إضافة إلى تعريفه بمادة الرياضيات ذاتها والاستخدامات المختلفة لها وتطبيقاتها في حياتنا العملية، وتنمي دراسة التاريخ

الرياضي في الدارس موهبة الابتكار، وانه يمكن له أيضا أن يكون رياضياً مكتشفاً أو مبتكراً للمزيد من الأفكار الرياضية، ويكون ذلك حافزاً له ودافعا على الأخذ بالعلم والأساليب العلمية في حياته أيضاً.

٢. تعطى دراسة تاريخ الرياضيات للدارس فرصة أن يتفهم الأسباب الكامنة التي أدت إلى اكتشاف العمليات الرياضية المختلفة، كما أنها تسمح للدارس بأن يتذوق ويقدر طبيعة الرياضيات كعلم متنامي، له تطبيقات حيه ومتعددة، كما أنها تسمح للمعلم كذلك أن يدرس حتمية التطوير في تدريس الرياضيات بحكم حتمية تطور الفكر البشري نفسه.

٣. إن دراسة تاريخ علماء الرياضيات وإنجازاتهم العلمية، ودورهم في ابتكار النظريات الرياضية، تمثل حافزا ودافعا للدارس في أن يشارك في تطور العلم والإبداع فيه، وأن يتجه بفكره نحو الفكر الرياضي الصحيح الذي تميز به هؤلاء العلماء، والذي يؤدي بالضرورة إلى حل الكثير من المواقف الحياتية.

٤. ولعل الدارس لتاريخ الرياضيات يجد فيه متعة ذهنية خاصة فهو يتناول أعقد المسائل العقلية بالتحليل فيرجعها إلى عناصرها الأولية فتبدو طبيعية وسهلة، كما أنه في نفس الوقت يتتبع حركة الحضارة منذ أقدم العصور وحتى الآن، ويتعرف أكثر على اثر المصريين القدماء والبابليين والإغريق وعلماء الحضارة العربية الإسلامية في تقدم الرياضيات، ثم انتقال العلم والحضارة إلى الغرب في بداية عصر النهضة، ويرى كيف أن الحضارات المختلفة متداخلة فيما بينها، ويؤثر أحدها في الآخر، وانه لم تنشأ إحداها بمعزل عن الحضارات الأخرى، وهذا في حد ذاته يوسع مدارك الدارس وثقافته ويمكنه من المساهمة في تطوير الأفكار الرياضية كما فعل أسلافه في عصور سابقة.

[٥] المواقع الخاصة بتاريخ الرياضيات على شبكة الإنترنت:

١- لقد أدى تراكم المعارف الرياضية عبر العصور إلى ضرورة القيام بفرزها وتحليلها وتحقيق نصوصها والنظر في تسلسل اكتشافها، ومن هنا يجئ الاهتمام بدراسة تاريخ الرياضيات في المؤسسات التعليمية، وقد ساعد هذا في تيسير عملية استيعاب المفاهيم الدراسية التي يدرسها الطلاب حيث يكونون على علم بنشأة وتطور تلك المفاهيم عبر مختلف العصور.

٢- ويوجد على شبكة الإنترنت العديد من المواقع الخاصة بتاريخ الرياضيات منذ أقدم العصور حتى الآن حيث صممت مواقع للرياضيات عند قدماء المصريين ومواقع للرياضيات عند البابليين، وللرياضيات عند اليونانيين القدماء (الأغريق) وللرياضيات الصينية والهندية وللرياضيات العربية الأسلامية، ولتاريخ الرياضيات الأوربية بدءاً من عصر النهضة ومروراً بالقرون المختلفة حتى بدايات القرن الحادي والعشرين.

وتقدم تلك المواقع معلومات غزيرة للباحثين والأساتذة والطلاب والهواة من جميع الفئات والأعمار.

٣- ونذكر هنا موقع الموسوعة الحرة (الويكيبديا) (Wikipedia) الذي خصص (في نسخته الإنجليزية بالذات) العديد من المواقع الفرعية حول تاريخ كل فرع من فروع الرياضيات وحول التطور الزمني لتلك الفروع والإنجازات التي تمت على مر العصور مدعمة بالمراجع والوثائق والمواقع المماثلة، وكذلك ما يعرف بالخط الزمني (Timeline) الذي يبين التدرج الزمني (الكرونولوجي) للإنجازات الرياضية، ولعلماء الرياضيات في مختلف العصور.

٤- ومن المواقع المميزة أيضاً في تاريخ الرياضيات نذكر:

موقع جامعة سانت أندروز بأسكتلندا والمعروف باسم موسوعة ماك توتر لتاريخ الرياضيات (**Mac Tutor History of Mathematics**) وهو موقع لا يمكن الاستغناء عنه في مجال تاريخ الرياضيات لثرائه ودقة معلوماته وسهولة البحث والتنقل فيه، وقد فتحته جامعة سانت أندروز العريقة والتي تعتبر أقدم جامعة في اسكتلندا

(أنشئت عام ١٤١١م)، وقد نال هذا الموقع عدة جوائز، وقد أشرف على إنشائه العالمان: جون أكونور (J. O'connor) وإيموند روبرتسون (E. Robertson)، اللذان حققا نجاحاً منقطع النظير في تطوير هذا الموقع على شبكة الإنترنت، بحيث أصبح الآن مرجعاً لا يضاهي بالنسبة للباحثين والدارسين والمهتمين بتاريخ الرياضيات والهواة كذلك.

ويقدم هذا الموقع حياة وأعمال نحو ١٤٠٠ عالماً رياضياً منذ أقدم العصور حتى يومنا هذا، وفي كثير من الأحيان يصل هذا التقديم إلى عدة صفحات للرياضي الواحد، ويتزايد عدد الرياضيين في هذا الموقع يوماً بعد يوم، ويمكن التعرف عليهم بالنظر إلى قائمة الأسماء مرتبة ترتيباً أبجدياً، أو عبر قائمة الترتيب الزمني (الكرونولوجي).

وليس هذا فحسب بل أعتنى أكونور وروبرتسون بتقديم (بوتوريه) لمعظم الرياضيين حيث أورد أكثر من ١٥٠٠ صورة لهؤلاء العلماء، بالإضافة إلى ذلك يمكن الحصول على قائمة الرياضيين المولودين أو المتوفيين في يوم أو تاريخ معين.

كما تتضمن المواقع الفرعية قائمة الرياضيين مصنفة على حسب أماكن ولادتهم، وكذلك تعريف بأبرز النساء الرياضيات عبر التاريخ، ويعرف الموقع أيضاً أكثر من ٦٠ من أشهر المنحنيات في الرياضيات مرسومة بالألوان وبعدة أشكال، كما أن هناك موقعاً فرعياً بأسماء الرياضيين الأكثر شعبية في التاريخ مرتبين على حسب درجة شعبيتهم، ويضم الموقع كذلك سرداً تاريخياً للجمعيات الرياضية في العالم، والجوائز والميداليات العالمية في مجال الرياضيات وأسماء من حصلوا عليها.